



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Análisis numérico y analítico de la transferencia de calor por
convección en dispositivos electrónicos*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Alejandro De Rivas Del Río

DIRECTORES: Rodrigo Mariño Villar
Jose Iglesias Prado

CURSO ACADÉMICO: 2024-2025

Universida_deVigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Análisis numérico y analítico de la transferencia de calor por
convección en dispositivos electrónicos*

Grado en Ingeniería Mecánica

Intensificación en Tecnología Naval

Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

Este Trabajo Fin de Grado se centra en el análisis teórico de la transferencia de calor por convección forzada en un intercambiador de calor compacto, formado por cuatro canales cilíndricos dispuestos horizontalmente en el interior de un bloque sólido rectangular. A diferencia de otros estudios previos centrados en configuraciones verticales o con geometría simplificada, el presente trabajo desarrolla un modelo simbólico adaptado a condiciones físicas y geométricas más representativas, incluyendo una fuente de calor aplicada desde la base del bloque y condiciones de contorno adiabáticas en el resto de las superficies.

Se parte de una descripción geométrica detallada del sistema, seguida de la formulación de hipótesis físicas razonables para simplificar las ecuaciones gobernantes sin perder realismo. A continuación, se plantean las ecuaciones diferenciales de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en coordenadas cilíndricas, aplicando condiciones de contorno apropiadas. El modelo se resuelve analíticamente en su versión adimensional y se contrastan los resultados con planteamientos previos, destacando la influencia de parámetros clave como el número de Nusselt, Reynolds y Prandtl.

El trabajo pretende ofrecer una base sólida para estudios posteriores de validación experimental o simulación numérica, y contribuir al desarrollo de modelos térmicos aplicables a dispositivos compactos en sectores como la electrónica, automoción o bioingeniería.

PALABRAS CLAVE

Transferencia de calor, Canales cilíndricos horizontales, Intercambiador de calor compacto, Modelo simbólico, Convección forzada

AGRADECIMIENTOS

Gracias en primer lugar a mis tutores por ayudarme y guiarme en este Trabajo de Fin de Grado

A todos mis compañeros que me han apoyado en este trabajo.

A mis amigos, que conseguían sacarme una sonrisa siempre.

A mi hermana, quien me ha ayudado más de una vez a ver la luz al final del camino, y me ha levantado la moral, aunque ni ella misma se diera cuenta.

A mi madre, por su constante apoyo, su motivación y sus incansables e interminables llamadas. Al igual que mi hermana, estoy seguro que esas llamaditas me han ayudado más de lo que ella se puede imaginar.

Y en especial, a mi padre, quien, al igual que mi madre, no ha parado de darme consejos para la mejor elaboración de este TFG, y en general de darme apoyo y ejemplo en todo el largo camino que ha sido para mí el tránsito por la ENM. Si tuviera que enumerar todas las veces y los motivos para agradecerle su apoyo, la lista sería más extensa que el propio TFG.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	4
1 Introducción y objetivos	5
1.1 Introducción	5
1.2 Objetivos	6
2 Estado del arte	8
2.1 Introducción	8
2.2 Desarrollo histórico de los intercambiadores de calor	9
2.3 Relevancia de los canales cilíndricos horizontales en la ingeniería térmica.....	11
2.3.1 Integración en geometrías tridimensionales compactas.....	11
2.3.2 Control térmico desde una fuente de calor inferior	11
2.3.3 Minimización del impacto de la gravedad	12
2.3.4 Viabilidad de fabricación y validación experimental	12
2.4 Modelos de transferencia de calor en canales compactos.....	13
2.4.1 Ecuaciones gobernantes y fundamentos teóricos	13
2.4.2 Desarrollo térmico y perfil de velocidad	14
2.4.3 Soluciones analíticas, semianalíticas y correlaciones adimensionales	14
2.4.4 Modelos numéricos y validación experimental	15
2.5 Aplicaciones industriales y tecnologías de los intercambiadores compactos	16
2.5.1 Electrónica de potencia y computación	16
2.5.2 Industria automotriz y electromovilidad.....	16
2.5.3 Dispositivos biomédicos y farmacéuticos	17
2.5.4 Aplicaciones en energía y generación térmica	17
2.5.5 Integración en sistemas modulares y fabricación aditiva	18
2.6 Limitaciones de los modelos tradicionales	18
2.6.1 Suposiciones geométricas idealizadas	18
2.6.2 Condiciones de contorno poco realistas	19
2.6.3 Escasa representatividad del régimen transitorio	19
2.6.4 Desacoplamiento de campos físico-matemáticos	20
2.6.5 Inadaptabilidad a configuraciones porosas o equivalentes	20
2.7 Investigaciones recientes y tendencias actuales.....	21
2.7.1 Avances en el modelado analítico y semianalítico	21
2.7.2 Estudios con validación experimental	21

2.7.3 Diseño geométrico personalizado y fabricación aditiva	22
2.7.4 Integración con inteligencia artificial y machine learning.....	22
2.7.5 Conclusión: posicionamiento del TFG dentro del estado actual:	22
2.8 Síntesis y oportunidad del presente trabajo.....	23
2.8.1 Relevancia tecnológica	23
2.8.2 Necesidad académica.....	24
2.8.3 Contribución metodológica	24
3 Desarrollo del TFG.....	26
3.1 Introducción al modelo físico y descripción geométrica del sistema	26
3.1.1 Geometría del sistema.....	26
3.1.2 Sistema de coordenadas	27
3.1.3 Consideraciones físicas y simplificaciones	28
3.1.4 Parámetros geométricos de interés	29
3.1.5 Objetivo del modelo y papel del análisis simbólico	29
3.2 Hipótesis físicas del modelo	30
3.3 Definición técnica de variables	32
3.3.1 Variables de estado	32
3.3.2 Propiedades termofísicas del fluido.....	32
3.3.3 Variables del flujo.....	33
3.3.4 Parámetros geométricos.....	33
3.4 Condiciones de contorno.....	34
3.4.1 Entrada del canal (superficie frontal del bloque).....	34
3.4.2 Salida del canal (superficie posterior del bloque):.....	35
3.4.3 Condiciones de Neumann para velocidad y temperatura	35
3.4.4 Paredes internas del canal	35
3.4.5 Base inferior del bloque (zona calefactada):.....	36
3.4.6 Superficies externas del bloque (laterales y superior):	36
3.5 Formulación matemática del modelo	36
3.5.1 Planteamiento inicial del modelo en coordenadas cilíndricas	37
3.5.2 Ecuaciones en coordenadas cilíndricas:.....	38
3.5.3 Reformulación del problema como medio poroso.....	39
3.5.4 Ecuaciones gobernantes.....	39
3.5.5 Reformulación del sistema como medio poroso.....	41
3.5.6 Parámetros clave del medio poroso	41
3.5.7 Nuevas condiciones de contorno:	42
3.5.8 Adimensionalización del modelo	42

3.5.9 Variables adimensionales	43
3.5.10 Análisis cualitativo del sistema	43
3.5.11 Conclusiones cualitativas.....	44
3.5.12 Adimensionalización del modelo (flujo en microcanales como medio poroso).....	44
3.5.13 Ecuaciones adimensionalizadas	45
3.5.14 Análisis cualitativo del comportamiento	48
3.5.15 Consideraciones sobre los gradientes y divergencias en el modelo térmico	49
4 Resultados	51
4.1 Resolución de las ecuaciones	51
4.1.1 Uso de Mathematica en la resolución simbólica y representación gráfica	51
4.1.2 Resolución de la ecuación de velocidad	51
4.1.3 Resolución de las ecuaciones de temperaturas	52
4.1.4 Comparación de soluciones con el estudio de Kim	53
5 Conclusiones y líneas futuras	54
5.1 Conclusiones generales	54
5.2 Evaluación de objetivos alcanzados.....	54
5.3 Líneas futuras del trabajo	55
6 Bibliografía.....	57
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	59
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	61
Anexo III: Solución de las ecuaciones	63

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1. Coordenadas cartesianas. https://www.learningaboutelectronics.com/	27
Figura 3-2. Coordenadas cilíndricas. https://www.learningaboutelectronics.com/	28
Figura 3-3. Modelo del sistema. Inventor	34
Figura 3-4. Modelo del sistema. Inventor	34
Figura 4-1. Gráfica de velocidades. Mathematica.....	52
Figura 4-2. Comando usado para la representación gráfica. Mathematica	52
Figura A-1. Solución ecuación de la velocidad. Mathematica.....	65
Figura A-2. Solución de la temperatura en el fluido (1º parte). Mathematica	66
FiguraA-3. Solución de la temperatura en el fluido (2º parte). Mathematica	66
Figura A-4. Solución de la temperatura en el fluido (3º parte). Mathematica	67
Figura A-5. Solución de la temperatura en el sólido (1º parte). Mathematica	67
Figura A-6. Solución de la temperatura en el sólido (2º parte). Mathematica	68
Figura A-7. Solución de la temperatura en el sólido (3º parte). Mathematica	68

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

La transferencia de calor es un fenómeno esencial en numerosos procesos de la ingeniería, especialmente en el diseño de sistemas térmicos eficientes para aplicaciones en electrónica, automoción, energía y climatización. En particular, el desarrollo de tecnologías más compactas y con mayores exigencias térmicas ha impulsado la investigación en intercambiadores de calor de geometrías complejas y dimensiones reducidas, como los microcanales o sistemas porosos saturados de fluido.

Este Trabajo de Fin de Grado se enmarca en el desarrollo de un modelo teórico para el análisis transitorio de la transferencia de calor en un intercambiador compacto, compuesto por cuatro canales cilíndricos horizontales embebidos en un bloque sólido rectangular. Esta configuración busca representar de forma realista el comportamiento térmico de sistemas de refrigeración embebidos, minimizando la influencia de la convección natural al disponer los canales en posición horizontal.

En una primera etapa del desarrollo, se planteó el modelo utilizando coordenadas cilíndricas para reflejar con fidelidad la geometría de los canales. Este enfoque permitió formular las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento (Navier-Stokes) y energía adaptadas a la simetría axial del sistema. Sin embargo, la resolución analítica de estas ecuaciones en coordenadas cilíndricas se mostró inabordable, dada su complejidad y no linealidad. Este comportamiento es consistente con el estado actual de la investigación en dinámica de fluidos, donde la solución general de las ecuaciones de Navier-Stokes sigue siendo uno de los mayores desafíos abiertos en matemáticas aplicadas.

Como alternativa, y con el objetivo de mantener la fidelidad física del sistema sin incurrir en un desarrollo inabordable, se adoptó un enfoque simplificado pero eficaz: modelar el sistema como un medio poroso saturado de fluido, donde los canales se representan como poros distribuidos homogéneamente en el volumen del bloque. Este cambio de planteamiento permite formular el problema en coordenadas cartesianas, tratándolo como un dominio continuo, homogéneo e isotrópico a escala macroscópica.

Este nuevo marco conceptual se apoya en la teoría del transporte en medios porosos y ha sido ampliamente validado en la literatura, como en el trabajo de Kim et al. (1999), quienes modelan intercambiadores de microcanales utilizando un enfoque poroso con ecuaciones tipo Darcy-Brinkman y modelos bifásicos de transferencia térmica. También se consideran los efectos de borde e inercia como propusieron Vafai y Tien (1981) en su estudio pionero sobre transferencia de calor en medios porosos cercanos a superficies sólidas.

A partir de esta formulación, se plantean las ecuaciones adimensionales de continuidad, movimiento (modelo de Darcy-Brinkman) y energía para las fases sólida y fluida. Estas ecuaciones permiten estudiar el comportamiento térmico y del flujo en régimen transitorio, identificar los parámetros adimensionales clave (Reynolds, Nusselt, Prandtl, Peclet) y analizar su influencia en la evolución del campo térmico. El modelo resultante no solo es físicamente coherente, sino que también es aplicable a fases posteriores del proyecto, como simulaciones numéricas o validación experimental.

En definitiva, este TFG propone una solución teórica rigurosa y factible al problema de la transferencia de calor en geometrías complejas, integrando hipótesis realistas, herramientas de modelado modernas y una justificación metodológica sólida. Se espera que los resultados obtenidos sirvan como base para el diseño de intercambiadores compactos más eficientes en entornos reales.

1.2 Objetivos

El presente Trabajo Fin de Grado se centra en el estudio de la transferencia de calor en geometrías compactas, específicamente en un intercambiador de calor compuesto por canales cilíndricos dispuestos horizontalmente en el interior de un bloque prismático sólido. Esta configuración es representativa de aplicaciones industriales donde se requiere una elevada eficiencia térmica en espacios reducidos. Sin embargo, su análisis teórico presenta retos significativos debido a la complejidad de las ecuaciones que rigen el comportamiento del fluido en geometrías tridimensionales con condiciones reales.

En una primera fase, se abordó el planteamiento del sistema utilizando coordenadas cilíndricas. No obstante, dada la complejidad no lineal de las ecuaciones de Navier-Stokes en esta geometría, y la imposibilidad práctica de obtener una solución analítica completa, se adoptó un modelo alternativo basado en un medio poroso saturado, en el que el conjunto de canales se considera como una red homogénea de poros. Este enfoque permite simplificar el análisis sin perder coherencia física, facilitando la formulación del problema en coordenadas cartesianas y su resolución en régimen transitorio.

A partir de esta estrategia, los objetivos del trabajo se estructuran en dos niveles:

- Objetivo general:

Desarrollar un modelo teórico, simbólico y adimensional para describir la evolución térmica de un intercambiador de calor compacto con canales cilíndricos horizontales, modelado como un medio poroso saturado. El modelo debe permitir analizar la distribución de temperatura y evaluar la eficiencia térmica del sistema mediante parámetros adimensionales representativos, como los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl.

- Objetivos específicos:

Para alcanzar este objetivo general, se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Describir detalladamente la geometría del sistema físico, incluyendo la disposición horizontal de los canales, el suministro de calor por la base, las condiciones de contorno térmico y las dimensiones del bloque sólido.

- Justificar físicamente el paso del modelo detallado en coordenadas cilíndricas al enfoque poroso, explicando las dificultades matemáticas y la equivalencia física entre ambos esquemas.
- Formular las ecuaciones gobernantes en régimen transitorio para el medio poroso, incluyendo la ecuación de continuidad, la ecuación de movimiento basada en la ley de Darcy-Brinkman, y la ecuación de energía para las fases sólida y fluida.
- Adimensionalizar el sistema de ecuaciones, identificando los números adimensionales relevantes y facilitando la comparación entre distintas configuraciones geométricas y condiciones de operación.
- Interpretar cualitativamente los resultados del modelo, analizando la influencia de los parámetros adimensionales sobre la eficiencia térmica del intercambiador y discutiendo los posibles escenarios de operación.
- Representar gráficamente el dominio físico y las condiciones de contorno, mediante esquemas y diagramas técnicos que permitan visualizar el planteamiento del modelo y su implementación teórica.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción

En las últimas décadas, la necesidad de aumentar la eficiencia energética, reducir el tamaño de los dispositivos y mejorar la gestión térmica en sistemas de alta densidad de potencia ha impulsado el desarrollo de nuevas tecnologías de transferencia de calor. Este contexto ha dado lugar a un creciente interés por los intercambiadores de calor compactos, particularmente aquellos que integran canales de pequeña dimensión, capaces de proporcionar una elevada densidad de flujo térmico en configuraciones geométricas optimizadas.

Entre las múltiples tipologías existentes, los intercambiadores con canales cilíndricos embebidos en materiales sólidos han adquirido especial relevancia en aplicaciones como la refrigeración de dispositivos electrónicos, los sistemas de refrigeración líquida en automoción, los refrigeradores compactos para aeronáutica y defensa, y en general, en cualquier entorno donde las restricciones de espacio, peso y capacidad de disipación térmica sean severas.

En este marco, el análisis térmico y fluidodinámico de configuraciones específicas —como la abordada en el presente trabajo— constituye una línea de investigación activa y desafiante. El sistema objeto de estudio está compuesto por cuatro canales cilíndricos horizontales incrustados en un bloque rectangular, el cual recibe calor desde su cara inferior. Esta configuración presenta características que se alejan de los modelos clásicos ampliamente estudiados, como los microcanales rectangulares verticales, los intercambiadores de placas paralelas o los sistemas con flujo plenamente desarrollado. En particular, destacan los siguientes elementos distintivos:

- La orientación horizontal de los canales elimina los efectos dominantes de la convección natural, lo que obliga a centrar el análisis en la convección forzada pura, un régimen especialmente sensible a las condiciones de entrada y a los gradientes térmicos laterales.
- La distribución térmica no uniforme generada por una fuente de calor puntual en la base introduce una asimetría térmica, lo que invalida muchas de las soluciones existentes basadas en condiciones de contorno ideales.
- La geometría tridimensional del sistema, junto con la necesidad de considerar un flujo transitorio y la heterogeneidad térmica del medio, implica un acoplamiento fuerte entre el campo de velocidades y la evolución temporal del campo de temperaturas.

Aunque la literatura científica ha abordado numerosos estudios de transferencia de calor en canales circulares y rectangulares, en la mayoría de los casos se imponen hipótesis simplificadoras como flujo plenamente desarrollado, condiciones térmicas uniformes, o perfiles de velocidad conocidos a priori.

Estas aproximaciones permiten resolver analíticamente el problema, pero limitan su aplicabilidad a configuraciones reales como la propuesta en este TFG.

Por ello, resulta crucial establecer un estado del arte que no solo recoja los avances más representativos en la literatura, sino que también identifique las lagunas existentes, justifique la elección metodológica adoptada en este trabajo, y enmarque su contribución dentro de la evolución del conocimiento en la disciplina.

Particularmente relevante para este análisis es el enfoque de modelado poroso, que permite representar sistemas con múltiples canales mediante una formulación continua y promediada del comportamiento del fluido. Este enfoque ha sido ampliamente aplicado en el estudio de microcanales, como se refleja en el trabajo de Kim et al. (1999), donde se desarrolla un modelo bifásico para la transferencia de calor en estructuras porosas y se analizan los efectos de parámetros como la porosidad, la conductividad térmica efectiva y la resistencia térmica interfacial. Del mismo modo, estudios como el de Vafai y Tien (1981) exploran la influencia de los efectos de borde e inercia en medios porosos cercanos a superficies sólidas, una característica también presente en el sistema aquí propuesto.

Además, configuraciones similares han sido analizadas por Bozbieil y Tkachenko (2015) en su estudio sobre convección libre en cavidades cilíndricas, donde se presenta una caracterización detallada del campo térmico mediante soluciones analíticas. Aunque su estudio se centra en la convección natural, los resultados permiten extraer criterios valiosos sobre el desarrollo térmico en geometrías cilíndricas embebidas.

En este sentido, la presente revisión pretende establecer un marco técnico riguroso y actualizado para el modelado térmico de intercambiadores compactos con geometrías no convencionales. En los apartados siguientes, se explorará la evolución de los modelos térmicos en microcanales, se identificarán las principales metodologías empleadas en la literatura para abordar el análisis poroso, y se discutirán las limitaciones actuales que justifican el desarrollo de un nuevo enfoque adaptado a canales cilíndricos horizontales bajo régimen transitorio.

2.2 Desarrollo histórico de los intercambiadores de calor

La transferencia de calor ha sido una piedra angular en el desarrollo de la ingeniería desde sus orígenes, al estar estrechamente vinculada con la eficiencia y sostenibilidad de los sistemas térmicos empleados en generación de energía, procesos industriales, transporte y climatización. El concepto de intercambiador de calor, entendido como un dispositivo destinado a facilitar el intercambio térmico entre dos fluidos sin mezcla directa, se remonta al siglo XIX, cuando surgieron las primeras calderas, condensadores y evaporadores industriales durante la Revolución Industrial.

Durante gran parte del siglo XX, los intercambiadores de calor evolucionaron en torno a configuraciones macroscópicas y simétricas, como tubos concéntricos, haces tubulares y placas planas, optimizados para aplicaciones en industrias petroquímicas, navales y de generación térmica. Estas geometrías eran compatibles con un análisis analítico clásico, basado en balances de energía y analogías térmico-hidrodinámicas (por ejemplo, la analogía de Reynolds-Colburn). Los modelos empleaban ecuaciones simplificadas derivadas de Navier-Stokes y perfilaban soluciones para regímenes laminares o turbulentos plenamente desarrollados, con condiciones de contorno idealizadas.

El desarrollo de la computación numérica en los años 70 y 80 marcó un punto de inflexión en la forma de abordar estos sistemas. El surgimiento de herramientas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) permitió romper con las limitaciones geométricas y analíticas de los modelos tradicionales. Se comenzó a modelar el comportamiento térmico de configuraciones no

convencionales, transitorias y tridimensionales, y se incorporaron fenómenos adicionales como la radiación, la anisotropía de materiales o las variaciones locales de propiedades térmicas.

En paralelo, la miniaturización de componentes en la industria electrónica y el incremento de la densidad de disipación térmica motivaron el diseño de sistemas capaces de operar eficazmente a escala milimétrica o micrométrica. Es en este contexto donde emergen los intercambiadores de microcanales, dispositivos con alta densidad superficial de intercambio y una relación volumen/superficie optimizada. Estos sistemas, como los analizados por Kim et al. (1999), abrieron nuevas vías de investigación, al requerir formulaciones más complejas que incorporan efectos conjugados entre el sólido y el fluido, interacciones térmicas locales, y la resistencia térmica en las interfaces.

El avance posterior en estos dispositivos derivó hacia el empleo de modelos promediados en volumen, como el enfoque de medios porosos, que permite representar múltiples canales distribuidos homogéneamente mediante ecuaciones efectivas a escala macroscópica. Este cambio metodológico, además de reducir la complejidad computacional, permite abordar con mayor realismo configuraciones como la estudiada en este trabajo. La literatura ha validado este enfoque para sistemas compactos con alta densidad de canales, como se refleja en los trabajos de Vafai y Tien (1981), quienes desarrollaron extensiones de la ecuación de Darcy para incorporar efectos de inercia, fricción y gradientes térmicos cerca de las paredes.

En paralelo, estudios como el de Bozbieil y Tkachenko (2015) han ampliado el entendimiento de la transferencia de calor en celdas cilíndricas sometidas a calefacción inferior, demostrando la complejidad inherente a sistemas donde la simetría térmica se rompe por la geometría o las condiciones de contorno.

Hoy en día, los intercambiadores de calor compactos han evolucionado para adaptarse a una amplia variedad de aplicaciones: desde disipadores térmicos para microprocesadores y sistemas de refrigeración líquida en vehículos eléctricos, hasta reactores químicos miniaturizados y sistemas de climatización integrados en estructuras. En todos estos casos, se requiere un equilibrio entre eficiencia térmica, compacidad estructural y precisión en la predicción del comportamiento térmico en condiciones reales.

En este marco, la introducción de canales cilíndricos horizontales embebidos en un bloque macizo con calentamiento inferior representa una innovación relevante. Este tipo de configuración permite eliminar el componente gravitacional de la convección natural y centrarse en el régimen de convección forzada transitoria, más representativo de muchas aplicaciones técnicas. A pesar de ello, la literatura aún no ha explorado suficientemente este tipo de geometrías, particularmente bajo condiciones no ideales, como la distribución térmica asimétrica y el comportamiento transitorio de la temperatura.

El presente trabajo se inscribe en esta línea de avance, proponiendo un modelo simbólico que integra la evolución histórica del análisis térmico en intercambiadores, adaptándolo a las condiciones físicas reales de sistemas compactos tridimensionales. La elección de un modelo poroso en régimen transitorio permite superar las limitaciones de la formulación clásica en coordenadas cilíndricas y constituye una aportación metodológica relevante para el diseño de soluciones térmicamente eficientes y estructuralmente integrables.

2.3 Relevancia de los canales cilíndricos horizontales en la ingeniería térmica

En el ámbito de la ingeniería térmica, los canales cilíndricos constituyen una solución ampliamente adoptada debido a su geometría simple, buena resistencia mecánica, facilidad de fabricación y comportamiento térmico predecible. Esta sección transversal favorece perfiles de flujo suaves y simétricos, reduce puntos de concentración de esfuerzo y optimiza la relación entre superficie de intercambio y volumen ocupado. Estas ventajas han convertido al canal cilíndrico en un elemento básico en intercambiadores de calor clásicos, microtubos, termosifones y reactores de flujo continuo.

No obstante, la disposición horizontal de estos canales, en lugar de la configuración vertical más convencional, ha cobrado creciente relevancia en los últimos años. Esta reorientación no obedece únicamente a razones geométricas, sino que responde a necesidades tecnológicas específicas asociadas a la miniaturización de dispositivos, la integración estructural y la optimización térmica bajo condiciones no ideales. A continuación, se detallan los motivos que explican esta tendencia y su importancia en el diseño térmico moderno.

2.3.1 Integración en geometrías tridimensionales compactas

- La progresiva reducción del tamaño de los dispositivos y la incorporación de múltiples funcionalidades en un mismo sistema han impulsado el desarrollo de diseños térmicos altamente integrados. En dispositivos como módulos electrónicos, baterías, equipos biomédicos o sistemas embebidos, el volumen disponible para refrigeración es extremadamente limitado y presenta restricciones tridimensionales.
- En este contexto, los canales cilíndricos dispuestos horizontalmente permiten un mejor aprovechamiento del espacio, especialmente en sistemas apilados o modulares, donde el bloque sólido que contiene los canales puede integrarse como parte estructural. Esta disposición es compatible con técnicas modernas de fabricación, como el mecanizado CNC y la impresión 3D, y facilita la conexión con colectores de entrada y salida planos, eliminando la necesidad de ramificaciones verticales o cámaras de mezcla adicionales.
- Además, la disposición horizontal favorece la modularidad térmica, permitiendo replicar configuraciones con múltiples canales paralelos embebidos en bloques idénticos, una estrategia útil tanto en simulaciones como en validaciones experimentales. Esta versatilidad ha impulsado investigaciones como la desarrollada por Kim et al. (1999), quienes modelan canales distribuidos en estructuras compactas como un medio poroso con comportamiento térmico promedio, una aproximación clave para escalas pequeñas.

2.3.2 Control térmico desde una fuente de calor inferior

Muchas aplicaciones prácticas — como módulos electrónicos, placas calefactoras o sistemas de refrigeración líquida para servidores — incorporan una fuente de calor en su base. En estos casos, la orientación horizontal de los canales permite un diseño térmico coherente con la dirección de transferencia: el fluido refrigerante entra frío, se calienta progresivamente desde abajo, y evacua el calor de forma controlada hacia la salida.

Esta configuración es especialmente útil para evitar fenómenos de convección natural no deseados y permite un análisis más preciso del desarrollo térmico por convección forzada. Tal enfoque, basado en

un gradiente de temperatura vertical con flujo horizontal, desacopla los efectos gravitatorios, lo que mejora la predictibilidad del modelo y lo acerca al comportamiento de sistemas reales en posición fija.

Estudios como el de Bozbieil y Tkachenko (2015) muestran cómo la disposición térmica inferior genera estructuras de flujo complejas incluso en celdas cilíndricas simples, lo que refuerza la necesidad de un análisis detallado cuando se combinan calentamiento inferior y flujo horizontal.

2.3.3 Minimización del impacto de la gravedad

En configuraciones verticales, la gravedad puede inducir convección natural o mixta, lo cual complica el análisis teórico y experimental, ya que introduce efectos de flotabilidad, estratificación térmica y variaciones de densidad. En cambio, al disponer los canales en orientación horizontal y bajo condiciones de convección forzada, estos efectos pueden despreciarse con base en la hipótesis de Boussinesq.

Esta simplificación tiene implicaciones clave en el modelo matemático, ya que permite eliminar los términos gravitatorios de las ecuaciones de Navier-Stokes y centrarse únicamente en los mecanismos de conducción y convección forzada. Además, evita la aparición de celdas convectivas transversales que podrían distorsionar el perfil térmico y dificultar el control del gradiente de temperatura.

Esto es particularmente útil en modelos de medios porosos en régimen transitorio, como los propuestos por Vafai y Tien (1981), donde la eliminación de la componente gravitacional permite resolver las ecuaciones en dominios cartesianizados, con condiciones de contorno físicamente más simples, pero igualmente representativas.

2.3.4 Viabilidad de fabricación y validación experimental

Desde el punto de vista práctico, la fabricación de canales horizontales cilíndricos en bloques sólidos es altamente viable mediante tecnologías accesibles como taladrado longitudinal, fresado con control numérico, sinterizado láser o impresión aditiva por deposición. Esto permite desarrollar prototipos experimentales con precisión geométrica, reproducibilidad y facilidad de instrumentación.

Además, la orientación horizontal permite instalar sensores de temperatura y presión en planos longitudinales y transversales, facilitando la obtención de mapas térmicos detallados. También mejora la conectividad hidráulica, lo que reduce la incertidumbre en el caudal y la temperatura de entrada, factores críticos para validar cualquier modelo teórico.

Estos motivos han llevado a un aumento significativo en la producción de proyectos académicos centrados en esta configuración. En particular, este TFG continúa la línea iniciada por el AN de CGA Cámara Colmenero, incorporando mejoras tanto en la formulación matemática como en la fidelidad del modelo físico. La orientación horizontal permite también pensar en aplicaciones futuras en entornos microgravitacionales, dispositivos portátiles o sistemas térmicos embebidos en estructuras mecánicas.

En resumen, el uso de canales cilíndricos horizontales no responde únicamente a una elección geométrica arbitraria, sino que constituye una respuesta funcional, técnica y metodológica a los retos de la ingeniería térmica moderna. Estudiar y modelar rigurosamente su comportamiento permite avanzar

hacia el diseño de intercambiadores de calor compactos más eficientes, fácilmente fabricables y aplicables a sistemas reales con requerimientos térmicos exigentes y limitaciones de espacio.

2.4 Modelos de transferencia de calor en canales compactos

La transferencia de calor en canales compactos representa uno de los campos más activos y relevantes en la investigación térmica actual, dado su impacto directo en sectores donde la miniaturización, la eficiencia energética y el control térmico de precisión son factores determinantes. Estos canales se integran en dispositivos con geometrías reducidas y altas densidades de flujo, y presentan características que los alejan significativamente del comportamiento térmico idealizado de sistemas macroscópicos.

Los canales compactos suelen adoptar secciones transversales como rectángulos, trapecios, triángulos o círculos, y están diseñados para maximizar la superficie de intercambio térmico por unidad de volumen. En su interior circula un fluido refrigerante, que extrae el calor generado por una fuente interna o externa, dando lugar a complejos fenómenos de convección forzada, eventualmente acompañados de conducción multidimensional.

Con el avance de la tecnología, se ha hecho necesario el desarrollo de modelos teóricos y matemáticos que representen adecuadamente el comportamiento térmico de estos canales bajo distintas configuraciones, regímenes y condiciones de contorno. A continuación, se exponen los enfoques más relevantes, con énfasis en su aplicabilidad al caso de canales cilíndricos horizontales en régimen transitorio, como el que se estudia en el presente trabajo.

2.4.1 Ecuaciones gobernantes y fundamentos teóricos

El comportamiento térmico de un canal compacto se describe mediante un sistema acoplado de ecuaciones que representa la conservación de:

- Masa (ecuación de continuidad para flujo incompresible).
- Cantidad de movimiento (ecuación de Navier-Stokes, en su forma completa o simplificada según el régimen).
- Energía térmica, considerando la convección y la conducción interna en el fluido, y eventualmente también en las paredes sólidas.

En configuraciones como la de este TFG, estas ecuaciones se han planteado originalmente en coordenadas cilíndricas, adecuadas para reflejar la simetría radial de los canales. Sin embargo, como se discute en el desarrollo metodológico, la complejidad matemática resultante —especialmente en régimen transitorio— hace inviable su resolución analítica completa. Por ello, se adoptará un modelo de medio poroso homogéneo en coordenadas cartesianas, que permite representar de forma efectiva el comportamiento promedio del sistema.

Este enfoque poroso ha sido validado en la literatura, especialmente por Kim et al. (1999), quienes modelan la transferencia de calor en microcanales como un problema bifásico en un medio poroso saturado, formulando las ecuaciones para las fases sólida y fluida con acoplamiento térmico, y aplicando condiciones de contorno no uniformes que reflejan configuraciones reales.

A nivel general, los modelos térmicos requieren asumir un conjunto de hipótesis simplificadoras, como propiedades constantes del fluido, ausencia de generación interna de calor, o simetría geométrica. En sistemas más realistas —como el abordado aquí—, se relajan algunas de estas hipótesis para incluir condiciones de contorno asimétricas, gradientes térmicos complejos y efectos transitorios que reflejan mejor el comportamiento de dispositivos reales.

2.4.2 Desarrollo térmico y perfil de velocidad

Un aspecto clave en la transferencia de calor en canales compactos es el desarrollo térmico del flujo: es decir, cómo evoluciona la temperatura del fluido a lo largo de la dirección axial. En sistemas con longitudes cortas o medias, como el intercambiador estudiado, el flujo puede encontrarse en una fase de desarrollo tanto hidrodinámico como térmico, lo cual impide aplicar soluciones estacionarias con perfiles completamente desarrollados.

En el caso de canales cilíndricos, y bajo flujo laminar, el perfil de velocidad suele aproximarse mediante la solución parabólica de Poiseuille, lo que permite tratarlo como prescrito en ciertas condiciones. Sin embargo, en configuraciones horizontales con entrada uniforme, este perfil evoluciona desde una distribución plana inicial hacia una forma parabólica a lo largo de la dirección del flujo. Este fenómeno requiere el tratamiento conjunto de las ecuaciones de momento y energía para obtener soluciones físicamente coherentes.

Además, la disposición horizontal y el calentamiento desde la base introducen una asimetría térmica vertical que modifica tanto el perfil de temperatura como el de velocidad, incluso en ausencia de convección natural. Estos efectos han sido tratados en estudios como el de Bozbieil y Tkachenko (2015), donde se analiza la convección libre en cavidades cilíndricas con calefacción inferior, aportando soluciones que, aunque centradas en régimen natural, permiten comprender la distribución del gradiente térmico en geometrías circulares.

2.4.3 Soluciones analíticas, semianalíticas y correlaciones adimensionales

A lo largo de las últimas décadas, diversos investigadores han propuesto soluciones analíticas o semianalíticas para problemas de transferencia de calor en canales compactos. Estas soluciones se desarrollan habitualmente bajo condiciones idealizadas, como flujo laminar plenamente desarrollado, paredes adiabáticas o condiciones térmicas constantes.

Un ejemplo relevante es el trabajo de Kim et al. (1999), donde se resuelven las ecuaciones de energía en microcanales utilizando funciones hiperbólicas y se obtienen correlaciones explícitas entre el número de Nusselt, el número de Reynolds y el de Prandtl, lo que permite evaluar la eficiencia térmica del sistema sin necesidad de recurrir a simulaciones numéricas complejas. Este enfoque ha sido clave para el diseño preliminar de intercambiadores de calor compactos, especialmente en electrónica de potencia y microsistemas.

Sin embargo, la extrapolación de estas soluciones a sistemas tridimensionales con condiciones de contorno no ideales, como los que se modelan en este TFG, exige una reformulación del problema. En particular, el modelo adoptado se basa en una geometría tridimensional con canales cilíndricos horizontales, una fuente de calor en la base, y un flujo transitorio en un medio poroso, lo que requiere adaptar tanto las ecuaciones como las condiciones de frontera a este contexto específico.

Así, la adimensionalización de las ecuaciones da lugar a una serie de números adimensionales clave —Reynolds, Prandtl, Nusselt, Peclet— cuya interpretación permite establecer relaciones funcionales entre variables térmicas y de flujo. Estos parámetros son esenciales no solo para comprender el comportamiento del sistema, sino también para diseñar, comparar y optimizar futuras configuraciones de intercambiadores de calor compactos.

2.4.4 Modelos numéricos y validación experimental

La evolución de los modelos de transferencia de calor en canales compactos ha ido de la mano del desarrollo de herramientas de simulación computacional, en particular de las metodologías basadas en elementos finitos, volúmenes finitos y otras técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Estas aproximaciones permiten resolver con alta fidelidad el comportamiento térmico y fluidodinámico de sistemas complejos, incluyendo geometrías arbitrarias, regímenes transitorios, efectos no lineales y condiciones de contorno no ideales.

Gracias al avance de los recursos de cálculo y al desarrollo de software especializado como ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics o OpenFOAM, hoy es posible simular sistemas con múltiples escalas espaciales y temporales, e incorporar fenómenos adicionales como cambios de fase, generación de calor interna, anisotropía térmica de materiales o interacciones multiescala.

Sin embargo, estos modelos presentan limitaciones importantes que deben ser tenidas en cuenta:

- Elevado coste computacional, especialmente en simulaciones transitorias con mallas finas y geometrías tridimensionales.
- Sensibilidad a las condiciones de contorno y a los parámetros de entrada, lo que puede generar errores acumulados si no se dispone de información experimental precisa.
- Dependencia del mallado y del criterio de convergencia, lo que exige un conocimiento profundo del software y del fenómeno físico a simular.

En este contexto, los modelos analíticos y semianalíticos continúan siendo una herramienta valiosa. No solo permiten explorar el comportamiento del sistema con menor coste computacional, sino que sirven como base para validar resultados numéricos y experimentales, ofreciendo una referencia teórica sólida sobre la que evaluar la coherencia de los resultados obtenidos por otras vías.

El modelo propuesto en este TFG —basado en un enfoque simbólico y adimensional en régimen transitorio— se enmarca dentro de esta categoría. A través de la resolución de las ecuaciones gobernantes bajo condiciones de contorno representativas, se obtiene una relación explícita entre variables físicas y se identifican los parámetros adimensionales clave del sistema:

- El número de Nusselt, como indicador del rendimiento térmico del sistema.
- El número de Reynolds, que describe el régimen de flujo.
- El número de Prandtl, que caracteriza la difusión relativa de cantidad de movimiento y energía.

Estos parámetros permiten establecer correlaciones generalizables entre geometrías, escalas y condiciones de operación, lo que resulta fundamental para diseñar intercambiadores de calor que puedan ser adaptados a diferentes aplicaciones sin necesidad de realizar simulaciones completas desde cero.

Además, los modelos simbólicos permiten realizar análisis paramétricos rápidos que revelan el comportamiento cualitativo del sistema ante variaciones en propiedades físicas o en la geometría. Esto no solo ayuda a comprender el fenómeno en profundidad, sino que también orienta el diseño de

campanas experimentales, ya que permite identificar qué variables son más relevantes y dónde deben ubicarse los sensores para maximizar la información útil.

En este sentido, el modelo teórico desarrollado en el presente trabajo puede utilizarse como herramienta de validación cruzada, tanto para simulaciones CFD como para ensayos experimentales en prototipos reales. Esta estrategia de triangulación metodológica (modelo simbólico – simulación – experimento) es ampliamente reconocida en la literatura por su capacidad para fortalecer la robustez y credibilidad de los resultados.

2.5 Aplicaciones industriales y tecnologías de los intercambiadores compactos

Los intercambiadores de calor compactos con canales cilíndricos, especialmente cuando están dispuestos en orientación horizontal, se han consolidado como una solución técnica de alto rendimiento en múltiples sectores industriales. Su capacidad para adaptarse a geometrías complejas, maximizar el área de intercambio térmico por unidad de volumen y reducir el impacto de la gravedad los convierte en elementos estratégicos en el diseño térmico contemporáneo. Esta tipología de intercambiador responde a cuatro grandes exigencias industriales: eficiencia térmica, miniaturización, integración estructural y adaptabilidad a entornos de alta densidad energética.

A continuación, se presentan las principales áreas donde estos sistemas tienen una aplicación destacada:

2.5.1 Electrónica de potencia y computación

El rápido crecimiento del rendimiento de los microprocesadores, unidades gráficas (GPU), FPGAs, ASICs y centros de datos ha generado una demanda crítica de sistemas de disipación térmica compactos y eficientes. En estos entornos, la densidad de potencia puede superar los 100 W/cm², lo que requiere una transferencia de calor precisa para evitar sobrecalentamientos, reducir el *thermal throttling* y prolongar la vida útil de los componentes.

Los intercambiadores con canales cilíndricos horizontales pueden integrarse directamente bajo el sustrato del chip o encapsulado, actuando como microdisipadores embebidos. Su geometría circular favorece un reparto uniforme del flujo refrigerante, minimizando la formación de *hot spots* y permitiendo controlar la temperatura local de forma más eficaz.

Además, al estar dispuestos horizontalmente, estos canales pueden alinearse con la arquitectura plana de los módulos electrónicos, facilitando su conexión con placas frías, heat pipes o bombas de calor en miniatura. Esta solución se encuentra cada vez más en servidores de alto rendimiento (HPC), racks refrigerados por líquido y sistemas de computación embarcados.

2.5.2 Industria automotriz y electromovilidad

En la industria del automóvil, y especialmente en los vehículos eléctricos (VE), la gestión térmica de las baterías y los sistemas electrónicos de potencia es un aspecto crítico para la seguridad, autonomía y durabilidad del sistema. Las baterías de ion litio, por ejemplo, requieren mantenerse en un estrecho

rango térmico (normalmente entre 20 °C y 40 °C) para evitar la degradación prematura y prevenir riesgos térmicos.

Los intercambiadores de calor con canales horizontales permiten integrarse entre celdas de batería o dentro de los módulos estructurales sin alterar la arquitectura de montaje. Al emplearse fluidos como glicoles, aceites dieléctricos o refrigerantes de baja viscosidad, estos sistemas pueden extraer el calor mediante circulación forzada en canales embebidos sin interferir con los componentes eléctricos.

Esta aproximación ha sido adoptada también en convertidores de potencia, inversores y unidades de control electrónico, donde se requiere una disipación distribuida y confiable. Además, la disposición horizontal permite fabricar placas térmicas modulares compatibles con técnicas de ensamblaje industrial automatizado.

2.5.3 Dispositivos biomédicos y farmacéuticos

En el ámbito biomédico y farmacéutico, numerosos procesos requieren control térmico de alta precisión, tanto en análisis clínicos como en sistemas de microfluídica, conservación de reactivos, dispositivos de diagnóstico in vitro (IVD) y equipos portátiles de laboratorio (*lab-on-chip*).

Los intercambiadores compactos con canales cilíndricos horizontales pueden integrarse dentro de estructuras estériles, controlando la temperatura de fluidos sensibles sin alterar sus propiedades bioquímicas. Además, al permitir una distribución homogénea del calor y facilitar su fabricación con materiales biocompatibles (como polímeros técnicos o metales pasivados), se convierten en una solución viable para entornos clínicos y quirúrgicos.

La geometría cilíndrica también mejora la limpieza y esterilización, aspectos críticos en aplicaciones sanitarias. En ciertos casos, incluso pueden incorporarse elementos calefactores directamente sobre el bloque sólido, dando lugar a módulos autorregulados térmicamente.

2.5.4 Aplicaciones en energía y generación térmica

En el sector energético, los intercambiadores compactos horizontales encuentran aplicación en:

- Sistemas solares térmicos de baja y media temperatura.
- Plantas de cogeneración y recuperación de calor residual.
- Sistemas HVAC industriales con módulos distribuidos.
- Secaderos industriales y hornos de proceso.

La disposición horizontal permite implementar sistemas modulares conectados en paralelo, ideales para plantas industriales donde el espacio vertical es limitado. Además, se integran fácilmente en líneas de producción donde el flujo térmico circula lateralmente, como en hornos de túnel, intercambiadores acoplados a conductos de gases de escape o cámaras de secado.

En estas aplicaciones, los canales cilíndricos permiten manejar flujos de aire, agua, vapor o incluso fluidos bifásicos con alta eficiencia, y su geometría favorece una distribución uniforme del gradiente térmico.

2.5.5 Integración en sistemas modulares y fabricación aditiva

El avance de la fabricación aditiva (impresión 3D) ha abierto nuevas posibilidades para el diseño térmico, permitiendo crear bloques sólidos con canales embebidos que antes eran inviables con métodos de mecanizado convencional. Esto incluye configuraciones como:

- Canales curvos adaptados a trayectorias específicas de flujo.
- Redes de canales entrelazadas o bifurcadas.
- Integración de múltiples canales con sensores embebidos.

La orientación horizontal es especialmente favorable para estos procesos, ya que facilita la deposición por capas sin necesidad de soportes estructurales complejos. Además, esta disposición permite alinear los intercambiadores con otros componentes funcionales, como circuitos impresos, chasis estructurales o envolventes electromecánicos, dando lugar a dispositivos térmicamente inteligentes.

Estas ventajas han motivado un creciente interés en diseños térmicos monolíticos, donde la función de disipación no es un añadido, sino una parte integral de la estructura. Esta línea de trabajo es especialmente relevante para sistemas embarcados, drones, satélites y dispositivos IoT industriales.

En conjunto, los intercambiadores de calor compactos con canales cilíndricos horizontales constituyen una respuesta tecnológica avanzada y transversal a los desafíos térmicos de la industria moderna. Su estudio, como el desarrollado en este TFG, no solo tiene interés académico, sino una aplicabilidad directa y creciente en sectores de alto impacto, donde el control térmico eficiente es condición indispensable para el rendimiento, la seguridad y la sostenibilidad.

2.6 Limitaciones de los modelos tradicionales

A lo largo del desarrollo histórico de la ingeniería térmica, numerosos estudios han tratado de modelar el fenómeno de transferencia de calor en canales internos mediante aproximaciones analíticas o numéricas. No obstante, la mayoría de estos modelos tradicionales fueron concebidos bajo condiciones idealizadas que facilitan la obtención de soluciones cerradas, pero que no representan fielmente el comportamiento térmico de sistemas reales. Esta discrepancia es especialmente evidente en dispositivos compactos como el analizado en este TFG: un intercambiador de calor con canales cilíndricos horizontales, calentamiento inferior localizado y condiciones de contorno no uniformes.

A continuación, se detallan las limitaciones más relevantes de los enfoques clásicos, explicando por qué es necesario adoptar un modelo específico que capture la complejidad física de sistemas como el propuesto.

2.6.1 Suposiciones geométricas idealizadas

Gran parte de la literatura se ha basado en geometrías simplificadas, como:

- Canales infinitamente largos o bidimensionales.
- Tubos circulares verticales bajo flujo axial perfectamente simétrico.
- Configuraciones planas con paredes isoterma y flujo constante.

Estas simplificaciones, aunque útiles para validar teorías fundamentales o construir correlaciones generales, no reproducen la distribución tridimensional del calor ni el perfil real de velocidades en configuraciones como la de este TFG, donde:

- Los canales están embebidos horizontalmente en un bloque prismático.
- Existe asimetría térmica vertical (base calefactada, laterales adiabáticos).
- La disposición espacial de los canales rompe la simetría radial típica de modelos cilíndricos clásicos.

En consecuencia, los modelos tradicionales no son capaces de predecir correctamente la evolución de la temperatura en regiones críticas del sistema, ni capturan efectos como la concentración del flujo térmico en ciertas zonas o la interacción entre canales adyacentes.

2.6.2 Condiciones de contorno poco realistas

Muchos modelos clásicos adoptan condiciones de contorno simplificadas y poco realistas, como:

- Entrada con perfil de velocidad totalmente desarrollado.
- Flujo térmico uniforme a lo largo de todas las paredes.
- Simetría axial o condiciones adiabáticas idealizadas.

Estas hipótesis pueden ser válidas para geometrías bien controladas en laboratorio, pero no reflejan lo que ocurre en un intercambiador compacto donde:

- La entrada puede tener un perfil uniforme o parcialmente desarrollado.
- El flujo térmico proviene de una fuente inferior localizada (no uniforme).
- Las paredes laterales y la parte superior pueden presentar condiciones mixtas o variables.

Este desacople entre la teoría y la práctica conduce a errores sistemáticos en la predicción del rendimiento térmico, y limita la capacidad del modelo para identificar zonas críticas o comportamientos no lineales.

2.6.3 Escasa representatividad del régimen transitorio

Numerosos estudios —incluidos algunos de referencia como los de Kim et al. (1999) o modelos CFD comerciales— asumen un régimen estacionario, donde todas las variables del sistema permanecen constantes en el tiempo. Si bien este enfoque reduce la complejidad del problema, no es adecuado para describir fenómenos de calentamiento o enfriamiento dinámico, como los que se presentan en dispositivos térmicos reales sometidos a:

- Encendidos y apagados cíclicos.
- Variación en la temperatura de entrada del fluido.
- Cambios en el flujo térmico aplicado en la base.

El régimen transitorio tiene especial relevancia en las primeras fases del funcionamiento del dispositivo, cuando la distribución de temperatura cambia rápidamente, y también en situaciones donde el sistema nunca alcanza un equilibrio térmico estable. Modelos como el de Bozbieil et al. (2015), centrados en cavidades calentadas desde abajo, evidencian que los gradientes térmicos iniciales son clave para entender el comportamiento completo del sistema, algo que los enfoques estacionarios ignoran.

2.6.4 Desacoplamiento de campos físico-matemáticos

Una práctica común en los modelos tradicionales consiste en desacoplar el campo de velocidades del campo térmico, es decir:

- Se resuelve primero la ecuación de momento, bajo ciertas suposiciones (por ejemplo, perfil de Poiseuille).
- Luego, se introduce dicho perfil en la ecuación de energía como si fuese conocido y constante.
- Este enfoque es adecuado para flujos plenamente desarrollados, pero no en situaciones donde:
- El perfil de velocidad evoluciona a lo largo del canal.
- Existen retroalimentaciones térmicas, como variación de viscosidad con la temperatura.
- El calentamiento localizado altera la distribución de velocidad, aunque sea levemente (incluso bajo hipótesis de Boussinesq).

El acoplamiento entre ambas ecuaciones es necesario para obtener resultados coherentes y físicamente significativos, especialmente en geometrías tridimensionales donde el comportamiento térmico no puede inferirse únicamente a partir de un campo de velocidades prescrito.

2.6.5 Inadaptabilidad a configuraciones porosas o equivalentes

Finalmente, es importante señalar que los modelos tradicionales no están pensados para representar sistemas como medios porosos equivalentes, como se ha hecho en este TFG. La decisión de tratar el conjunto de canales como un medio poroso anisotrópico y homogéneo permite:

- Simplificar el problema en coordenadas cartesianas.
- Capturar el comportamiento promedio del sistema sin resolver cada canal individualmente.
- Facilitar el tratamiento simbólico y la adimensionalización.

Este tipo de formulación, aunque menos habitual en textos clásicos, ha demostrado ser especialmente útil en problemas de convección interna multicanal, y permite generalizar los resultados a una amplia variedad de configuraciones, como se muestra en trabajos modernos sobre transferencia en microestructuras impresas o intercambiadores modulares.

Por todas estas razones, el presente TFG plantea una formulación más adecuada a la realidad física del sistema, superando las limitaciones de los modelos tradicionales mediante:

- Un tratamiento simbólico en régimen transitorio.
- Un cambio de marco geométrico hacia coordenadas cartesianas.
- El uso de un modelo poroso equivalente para representar múltiples canales cilíndricos.

Este enfoque permite obtener expresiones analíticas y adimensionales más representativas, útiles tanto para el diseño conceptual como para la validación de simulaciones numéricas o experimentales en fases posteriores.

2.7 Investigaciones recientes y tendencias actuales

Durante las dos últimas décadas, el estudio de la transferencia de calor en sistemas compactos ha experimentado un crecimiento exponencial, impulsado por la convergencia de varias disciplinas: la mejora en los métodos de simulación numérica, la disponibilidad de sensores térmicos de alta resolución, los avances en materiales funcionales y la necesidad industrial de soluciones térmicas altamente integradas, eficientes y adaptables a escalas reducidas.

Este contexto ha provocado un giro significativo respecto a los modelos idealizados tradicionales, favoreciendo enfoques que consideran geometrías complejas, condiciones no uniformes y regímenes transitorios, como los que se abordan en el presente TFG. A continuación, se detallan las principales líneas de avance y tendencias actuales que justifican y respaldan la elección del enfoque seguido.

2.7.1 Avances en el modelado analítico y semianalítico

La necesidad de describir sistemas térmicos realistas sin recurrir siempre a simulaciones numéricas complejas ha impulsado el desarrollo de modelos analíticos y semianalíticos más sofisticados. En los últimos años, numerosos trabajos han abordado la resolución simbólica de sistemas con condiciones de contorno mixtas, desarrollo térmico parcial y geometrías no convencionales, especialmente en canales de sección circular o en estructuras embebidas.

Entre las herramientas y técnicas más utilizadas se encuentran:

- Separación de variables aplicada a geometrías cilíndricas con condiciones asimétricas.
- Transformaciones adimensionales que permiten identificar parámetros clave y reducir el número de variables independientes.
- Expansión en series de funciones especiales (Bessel, hiperbólicas o funciones propias del sistema), útiles para resolver ecuaciones diferenciales con contornos no triviales.
- Correlaciones tipo Nusselt = $f(Re, Pr)$ adaptadas a condiciones no clásicas de flujo y contorno, incluyendo influencias térmicas laterales o longitudinales.

Un referente paradigmático en este campo es el estudio de Kim et al. (1999), que, aunque centrado en canales verticales con base calefactada, introdujo un tratamiento simbólico riguroso que ha servido como base para otros estudios posteriores, incluyendo adaptaciones a canales horizontales con geometría embebida y contornos no uniformes. En el presente TFG, se emplea una metodología inspirada en este tipo de planteamientos, pero extendida a un régimen transitorio y una configuración horizontal modelada como medio poroso.

2.7.2 Estudios con validación experimental

El auge de sensores térmicos de alta resolución, cámaras infrarrojas, y técnicas de análisis no invasivas ha permitido validar experimentalmente fenómenos térmicos en sistemas compactos con un nivel de precisión sin precedentes. Estos estudios han puesto de manifiesto que:

- Los modelos clásicos tienden a subestimar o sobreestimar las temperaturas máximas, especialmente en zonas próximas a la fuente de calor.
- El desarrollo térmico no es uniforme, y varía notablemente en función del caudal, la conductividad del bloque y la distribución de los canales.

- En regímenes transitorios, existen fluctuaciones térmicas iniciales que afectan al rendimiento global del sistema, pero que no son captadas por modelos estacionarios.

En consecuencia, ha crecido el interés por modelos analíticos capaces de predecir el comportamiento térmico con mayor fidelidad, como el que se propone en este TFG, orientado a ser posteriormente contrastado con simulaciones CFD y, eventualmente, con ensayos experimentales.

2.7.3 Diseño geométrico personalizado y fabricación aditiva

Una de las líneas más dinámicas de la investigación actual es la customización geométrica de intercambiadores térmicos mediante tecnologías de fabricación aditiva, como impresión 3D por sinterizado selectivo (SLS), estereolitografía (SLA) o deposición directa de metales (DED). Estas técnicas permiten:

- Crear canales internos curvos, bifurcados o entrelazados, imposibles de fabricar por métodos tradicionales.
- Integrar intercambiadores directamente en estructuras funcionales, como carcasas de baterías, carcasas electrónicas o componentes estructurales.
- Construir redes térmicas tridimensionales que optimizan la superficie de intercambio sin sacrificar resistencia mecánica ni volumen útil.

El diseño térmico debe adaptarse a estas geometrías no convencionales, lo que ha impulsado el desarrollo de modelos simbólicos y numéricos capaces de ajustarse a configuraciones altamente personalizadas. El enfoque de este TFG, basado en una aproximación porosa homogénea en coordenadas cartesianas, resulta compatible con este tipo de diseños, ya que permite abstraer el comportamiento colectivo de múltiples canales y facilita su implementación en bloques fabricados aditivamente.

2.7.4 Integración con inteligencia artificial y machine learning

Una tendencia emergente con gran proyección es la integración de inteligencia artificial (IA) y técnicas de machine learning en el diseño y control de sistemas térmicos. Diversos estudios han empezado a utilizar redes neuronales y algoritmos de regresión no lineal para:

- Predecir distribuciones de temperatura a partir de datos experimentales o simulaciones previas.
- Optimizar geometrías de intercambiadores en función de criterios de eficiencia térmica y restricciones estructurales.
- Controlar en tiempo real el régimen térmico de dispositivos compactos, adaptando el caudal o la potencia de entrada en función de sensores integrados.

Aunque estas técnicas aún están en fase de exploración para muchas aplicaciones industriales, existe una tendencia clara hacia la hibridación entre modelos físicos simbólicos y aproximaciones predictivas basadas en datos, lo cual refuerza la utilidad de modelos como el propuesto en este trabajo, ya que pueden actuar como generadores de datos sintéticos para entrenar algoritmos de IA, o como referencia para validar sus predicciones.

2.7.5 Conclusión: posicionamiento del TFG dentro del estado actual:

Las investigaciones recientes en transferencia de calor en sistemas compactos confirman la necesidad de superar los modelos tradicionales, integrando enfoques más robustos que consideren:

- Geometrías reales (no ideales).

- Condiciones de contorno asimétricas y realistas.
- Régimen transitorio con interacción térmica y fluidodinámica acoplada.
- Métodos simbólicos útiles para interpretación física y diseño ingenieril.

El presente TFG se sitúa precisamente en este marco de innovación, al proponer un modelo teórico basado en ecuaciones fundamentales (continuidad, Navier-Stokes, energía), formuladas en coordenadas cartesianas y adaptadas a una configuración de canales horizontales tratada como medio poroso. Esta metodología, que combina rigor matemático y aplicabilidad práctica, representa una contribución alineada con las líneas de investigación más avanzadas del momento.

2.8 Síntesis y oportunidad del presente trabajo

El análisis exhaustivo realizado en los apartados anteriores permite establecer con claridad que el estudio de la transferencia de calor en canales cilíndricos horizontales embebidos en bloques sólidos constituye una línea de investigación vigente, relevante y escasamente abordada desde el punto de vista analítico. Si bien la literatura técnica cuenta con una base amplia en torno a canales verticales, microcanales rectangulares o intercambiadores clásicos, la combinación específica de geometría cilíndrica horizontal, fuente térmica inferior localizada y contornos no uniformes representa un desafío singular dentro del panorama actual de la ingeniería térmica.

En este contexto, el presente TFG no se limita a replicar esquemas previos, sino que propone un modelo simbólico adaptado a una configuración geométrica realista y funcional, siguiendo un enfoque riguroso desde el punto de vista físico y matemático. Inicialmente formulado en coordenadas cilíndricas, y posteriormente transformado a coordenadas cartesianas por razones de complejidad resolutive (como se detalla en el capítulo correspondiente), el modelo parte de los principios fundamentales de la mecánica de fluidos y la termodinámica, incluyendo las ecuaciones de continuidad, Navier-Stokes y energía. Todo ello se desarrolla bajo un conjunto de hipótesis físicamente justificadas y con una orientación hacia la aplicabilidad práctica.

El valor añadido de este trabajo no reside únicamente en el contenido técnico, sino también en su alineación con necesidades industriales, académicas y metodológicas emergentes. En particular, pueden destacarse tres factores clave que justifican la oportunidad y relevancia de la investigación desarrollada:

2.8.1 Relevancia tecnológica

Las configuraciones térmicas que combinan alta densidad de disipación, geometría tridimensional compacta y orientación horizontal son cada vez más comunes en una amplia gama de aplicaciones industriales:

- Dispositivos electrónicos de alta potencia y elevada integración.
- Módulos de baterías en vehículos eléctricos o híbridos.
- Equipos biomédicos y dispositivos portátiles de diagnóstico.
- Sistemas de recuperación térmica en espacios confinados.

En todos estos contextos, los intercambiadores con canales horizontales permiten una mayor integración estructural, mejor compatibilidad con componentes mecánicos y electrónicos, y una

gestión térmica más eficiente. Contar con un modelo simbólico como el desarrollado en este TFG facilita su diseño preliminar, permite evaluar el rendimiento térmico desde etapas tempranas, y proporciona una base para optimizaciones posteriores.

2.8.2 Necesidad académica

Desde el punto de vista académico, existe un vacío claro en la literatura en lo que respecta a modelos analíticos o semianalíticos aplicables a sistemas como el aquí planteado. Aunque existen estudios sobre canales cilíndricos verticales, intercambiadores de placas o cavidades calefactadas desde abajo, son escasos los trabajos que combinan orientación horizontal, fuente de calor inferior, régimen transitorio y condiciones reales de contorno.

Este trabajo responde a esa laguna metodológica, al integrar:

- Un tratamiento físico riguroso del problema (no basado en simplificaciones excesivas).
- Una geometría representativa de sistemas reales.
- Un desarrollo detallado de las ecuaciones gobernantes, condiciones de contorno y proceso de adimensionalización.
- Una aproximación porosa equivalente que permite representar el sistema de forma global, sin perder precisión física.

La formulación propuesta puede servir como base para otros estudios de grado o máster, para desarrollos posteriores en simulación CFD o validación experimental, y como herramienta pedagógica en cursos de transferencia de calor avanzada o modelado térmico.

2.8.3 Contribución metodológica

A nivel metodológico, el presente trabajo se caracteriza por un enfoque estructurado, progresivo y replicable, que puede sintetizarse en las siguientes etapas:

- Caracterización geométrica del sistema físico, incluyendo dimensiones reales, disposición de canales y condiciones térmicas.
- Formulación de hipótesis físicas realistas, justificadas en base a la literatura y a la experiencia experimental previa.
- Planteamiento matemático completo, incluyendo conservación de masa, momento y energía, adaptado inicialmente a coordenadas cilíndricas.
- Cambio estratégico de marco geométrico a coordenadas cartesianas, motivado por la complejidad no resoluble de la formulación inicial (como se argumenta en el capítulo correspondiente).
- Adimensionalización del sistema e identificación de parámetros clave (Reynolds, Nusselt, Prandtl), facilitando la generalización de los resultados.
- Resolución parcial del modelo y análisis funcional de los resultados, orientado a la comprensión física más que a la pura formalidad matemática.

Este camino metodológico no solo ofrece una solución al problema concreto del TFG, sino que establece una plantilla de trabajo válida para otras configuraciones térmicas complejas, tanto en entornos académicos como profesionales.

En definitiva, el presente trabajo responde a una necesidad tecnológica concreta, aborda un vacío académico evidente y aporta una herramienta metodológica sólida para el análisis térmico de sistemas compactos no ideales. Por su enfoque físico riguroso, su aplicabilidad a problemas reales y su estructura replicable, constituye una contribución relevante dentro del campo de la transferencia de calor y la ingeniería térmica aplicada.

3 DESARROLLO DEL TFG

3.1 Introducción al modelo físico y descripción geométrica del sistema

La transferencia de calor por convección interna en sistemas compactos con canales cilíndricos horizontales ha ganado un protagonismo creciente en la ingeniería térmica moderna, debido a su aplicabilidad directa en dispositivos de refrigeración de alta eficiencia y sistemas energéticos miniaturizados. El presente trabajo tiene como objetivo el desarrollo de un modelo físico simbólico, que permita describir con rigor el comportamiento térmico de un intercambiador de calor compacto compuesto por varios canales cilíndricos embebidos horizontalmente en un bloque sólido. Esta configuración geométrica, aunque menos tratada en la literatura que los intercambiadores de placas o canales rectangulares, presenta ventajas relevantes en términos de integración estructural, fabricación y eficiencia térmica localizada.

Este estudio parte del modelado térmico de un sistema tridimensional que combina conducción de calor en el sólido con convección forzada interna en los canales circulares. La principal particularidad del enfoque reside en que el análisis se plantea de forma completamente simbólica, sin imponer valores concretos a las dimensiones físicas, propiedades termofísicas del material o condiciones de contorno, lo que permite derivar expresiones generales aplicables a una amplia gama de diseños reales. La formulación se desarrolla en régimen estacionario y se apoya en una descripción en coordenadas cilíndricas locales para cada canal, lo que facilita la representación detallada del perfil térmico y del campo de velocidades.

3.1.1 Geometría del sistema

El sistema objeto de estudio está constituido por un bloque macizo de forma prismática rectangular, de dimensiones globales $L \times W \times H$, fabricado en un material de elevada conductividad térmica (como aluminio o cobre). Embebidos en la parte inferior de este bloque se encuentran cuatro canales cilíndricos horizontales, de sección transversal circular, alineados paralelamente en el plano inferior del sólido. Esta disposición tiene como finalidad optimizar la captación del calor procedente de una fuente térmica aplicada en la cara inferior del bloque, maximizando la conducción vertical y la posterior evacuación del calor a través del fluido refrigerante que circula en el interior de los canales.

Cada canal tiene un diámetro interior D , un radio $R=D/2$, y una longitud efectiva L , que coincide con la longitud total del intercambiador en la dirección del flujo. Los canales están separados entre sí

por una distancia interaxial S , lo que asegura tanto la integridad estructural del bloque como una distribución homogénea del calor entre canales. El diseño favorece una propagación de calor desde la base hacia los tubos, desde donde se transfiere por convección forzada al fluido circulante.

3.1.2 Sistema de coordenadas

Para representar la geometría y formular el modelo matemático, se utilizan dos sistemas de coordenadas complementarios:

- Un sistema de coordenadas cartesianas globales (x,y,z) , donde:
 - x : eje longitudinal del canal, coincide con la dirección principal del flujo del fluido.
 - y : eje vertical del bloque, relevante para la conducción térmica desde la base hasta los canales.
 - z : eje transversal, define la anchura del bloque y permite ubicar la posición relativa de los canales.

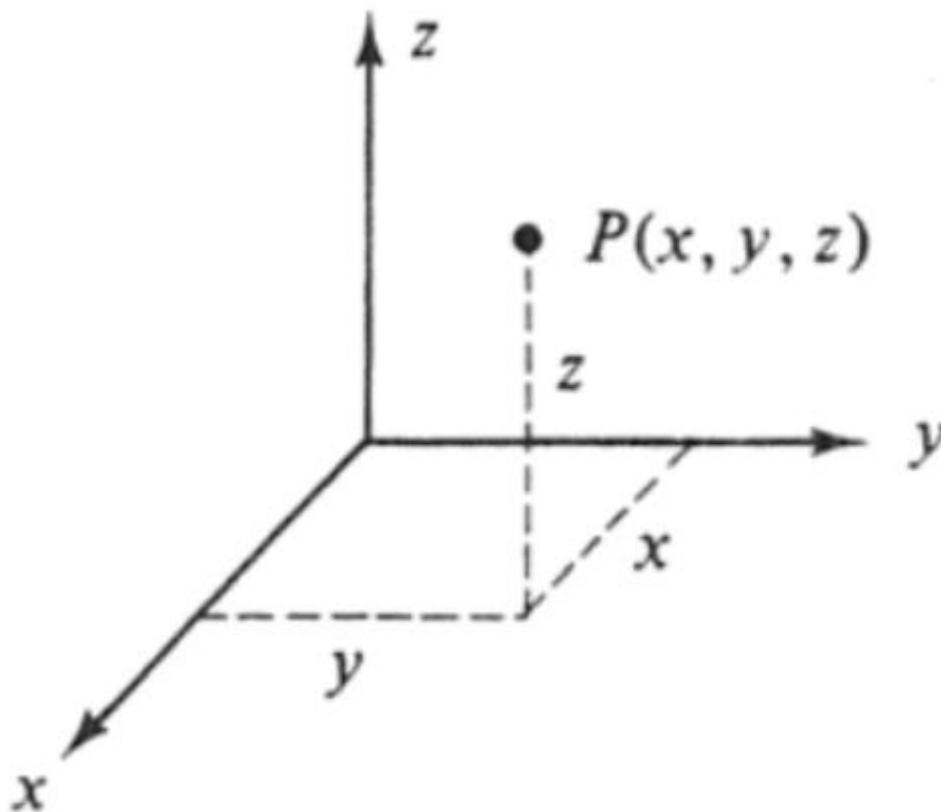


Figura 3-1. Coordenadas cartesianas. <https://www.learningaboutelectronics.com/>

- Un sistema de coordenadas cilíndricas locales (r, ϕ, z) centrado en cada canal, útil para describir el flujo interno del fluido. Dada la simetría circular del canal y la hipótesis de flujo unidireccional, se asume que no existe dependencia respecto al ángulo θ , por lo que las variables relevantes dependerán únicamente de r y z .

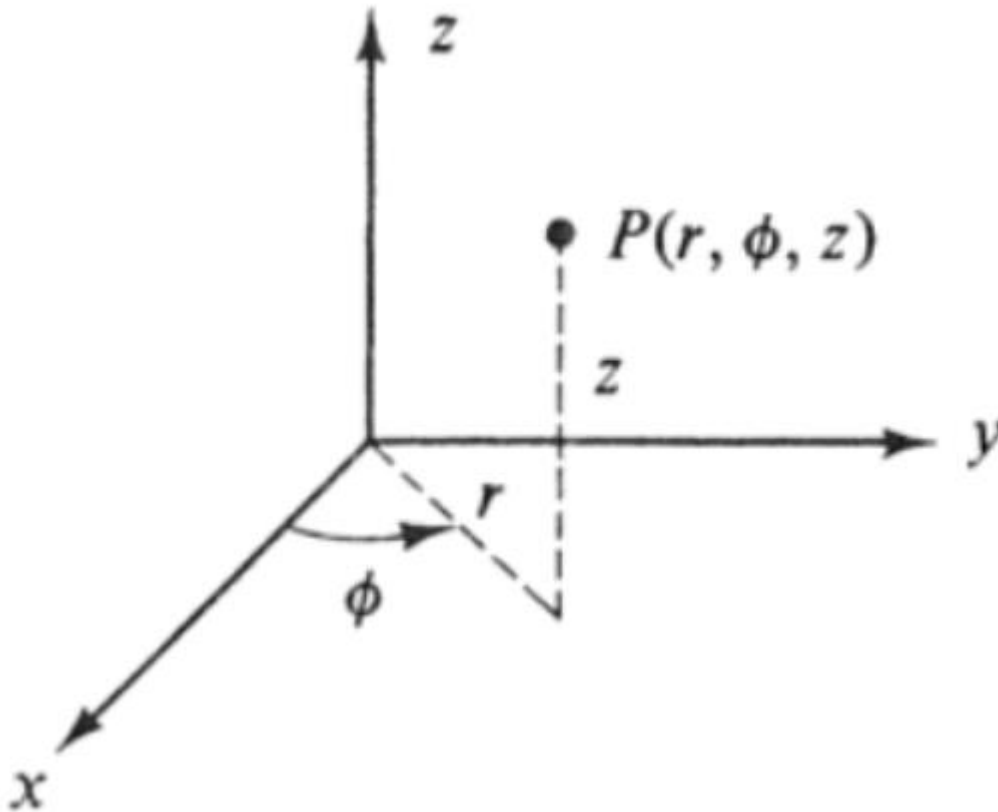


Figura 3-2. Coordenadas cilíndricas. <https://www.learningaboutelectronics.com/>

Esta dualidad de coordenadas permite representar de forma realista tanto la distribución externa del calor en el sólido como el comportamiento interno del fluido en cada canal.

3.1.3 Consideraciones físicas y simplificaciones

El análisis se realiza bajo el supuesto de régimen estacionario, es decir, se considera que el sistema ha alcanzado un equilibrio térmico y que todas las magnitudes físicas (velocidad, temperatura, presión) son independientes del tiempo. Esta hipótesis, aunque simplificadora, es adecuada para el estudio de dispositivos en régimen de operación continuo, y está respaldada por el planteamiento simbólico que busca obtener soluciones genéricas aplicables a escenarios estables.

El modelo térmico se basa en los siguientes fundamentos:

- Flujo laminar y completamente desarrollado en la dirección longitudinal: aunque no se impone a priori un perfil parabólico clásico, se considera que la distribución de velocidades es estable y dependiente únicamente de r y x .
- Transporte de calor en el fluido por convección interna, sin considerar efectos de radiación ni disipación viscosa. La conducción radial en el fluido también se contempla en el balance energético.
- Conducción térmica en el sólido desde la base del bloque hacia los canales, sin generación interna de calor y bajo la suposición de propiedades constantes.
- Condiciones adiabáticas en las paredes laterales del canal, lo que implica que no hay intercambio térmico en dirección angular ni transversal, simplificando así la resolución de las ecuaciones de energía.
- Medio poroso equivalente para el sistema global: con el fin de evitar la modelización individual de cada canal, se emplea un planteamiento basado en el modelo de Darcy-Brinkman, lo que permite describir el flujo y el transporte térmico en el conjunto del bloque poroso sin necesidad de resolver las ecuaciones para cada tubo.

Este enfoque tiene la ventaja de permitir un tratamiento simbólico de las ecuaciones gobernantes (continuidad, Darcy-Brinkman y energía), facilitando su posterior adimensionalización e interpretación en términos de números adimensionales clásicos como el de Nusselt, Reynolds, Prandtl y Darcy.

3.1.4 Parámetros geométricos de interés

- Área transversal del canal = $A = \frac{\pi D^2}{4}$
- Perímetro hidráulico = $P_h = \pi D$
- Volumen interno de un canal = $V = \pi R^2 L = \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) L$

Estos parámetros son relevantes no solo para el planteamiento de los balances, sino también para calcular el área específica de intercambio térmico y definir adecuadamente las condiciones de contorno.

3.1.5 Objetivo del modelo y papel del análisis simbólico

El objetivo principal de este modelo no es obtener una solución numérica cerrada, sino desarrollar un marco simbólico que permita comprender las interacciones térmicas y fluidodinámicas del sistema en función de sus propiedades geométricas y físicas. Para ello, se formulan ecuaciones diferenciales acopladas para el campo de velocidades y temperaturas, cuya resolución proporciona información sobre:

- El perfil de velocidad del fluido a lo largo del canal.
- La distribución de temperatura tanto en el sólido como en el fluido.
- El efecto de parámetros como la porosidad del sistema, la conductividad térmica relativa, la permeabilidad del medio, y la intensidad del gradiente de presión.

La posterior adimensionalización del sistema permitirá identificar los parámetros que gobiernan el comportamiento del intercambiador, y servirá de base para validar futuras simulaciones numéricas o experimentos. Además, esta formulación simbólica ofrece una herramienta útil para el diseño preliminar de sistemas térmicos compactos, facilitando decisiones sobre geometría, materiales y régimen de operación sin recurrir inmediatamente a técnicas de simulación CFD.

3.2 Hipótesis físicas del modelo

Para abordar el desarrollo simbólico del modelo matemático que describe la transferencia de calor en un intercambiador de calor compacto con canales cilíndricos horizontales embebidos en un bloque sólido, se plantean una serie de hipótesis simplificadoras. Estas hipótesis permiten capturar los fenómenos dominantes en el sistema, manteniendo un equilibrio entre fidelidad física, tratabilidad analítica y utilidad ingenieril. A continuación, se detallan las suposiciones adoptadas en la formulación:

- Fluido incompresible:

Se considera que el fluido refrigerante que circula por los canales posee densidad constante en todo el dominio, es decir, se comporta como un fluido incompresible. Esta hipótesis es válida en la mayoría de los líquidos técnicos, así como en gases a velocidades moderadas, donde las variaciones de presión y temperatura no generan cambios significativos de volumen. Esta simplificación elimina términos de derivada temporal de la densidad en la ecuación de continuidad y facilita el cierre del sistema de ecuaciones.

- Flujo transitorio no completamente desarrollado:

El flujo se modela en régimen transitorio, lo cual significa que las variables que lo describen (velocidad, temperatura y presión) dependen tanto del espacio como del tiempo. Esta hipótesis está en consonancia con los resultados experimentales obtenidos en estudios previos, donde se observó que el flujo no alcanza un estado permanente. Además, se asume que el flujo no está plenamente desarrollado ni térmica ni hidrodinámicamente a lo largo de los canales, por lo que no se imponen perfiles de velocidad o temperatura predefinidos.

- Flujo en estado permanente:

El análisis se realiza en régimen estacionario, por lo que todas las variables de interés —campo de velocidades, temperatura y presión— se consideran independientes del tiempo. Esta aproximación es adecuada cuando el sistema ha alcanzado un estado estable de operación, como suele ocurrir en intercambiadores de calor con caudal constante y condiciones térmicas estables. En este contexto, la formulación no incluye derivadas temporales, lo que reduce considerablemente la complejidad de las ecuaciones de conservación.

- Distribución espacial de velocidades:

A pesar de adoptar un régimen estacionario, no se presupone un perfil desarrollado ni uniforme para la velocidad del fluido dentro de los canales. Se considera que la componente axial de la velocidad, $u=u(x,y)$, varía tanto en la dirección longitudinal del canal como en la dirección radial, lo que permite representar el desarrollo espacial del flujo sin imponer un perfil parabólico idealizado. Esta hipótesis es coherente con estudios como el de Kim (1999), que también permiten variabilidad espacial significativa en configuraciones de microcanales.

- Omisión de las fuerzas viscosas:

Con el fin de simplificar el modelo de cantidad de movimiento, se omiten los términos viscosos del operador Laplaciano en la ecuación de Navier-Stokes, adoptando en su lugar la formulación de Darcy-Brinkman para medios porosos. Esta aproximación es razonable cuando se prioriza el análisis térmico sobre la precisión en la descripción detallada del flujo, o cuando se trata de un régimen de baja viscosidad relativa o elevada permeabilidad.

- Propiedades termofísicas constantes:

Se asume que las propiedades termofísicas tanto del fluido como del sólido (densidad, calor específico, viscosidad dinámica y conductividad térmica) permanecen constantes en todo el dominio. Esta suposición, común en análisis teóricos, es válida cuando las variaciones de temperatura son moderadas y no inducen cambios apreciables en las propiedades materiales. Permite formular la ecuación de energía en su forma lineal y aplicar soluciones analíticas o semianalíticas.

- Conductividad térmica constante del fluido y del sólido:

La conductividad térmica del fluido y del material sólido que conforma el bloque se considera constante. Esta hipótesis justifica el uso de la ecuación clásica de conducción de calor en el sólido y la ecuación advección-conducción en el fluido. Además, facilita el posterior proceso de adimensionalización y la identificación de parámetros clave como el número de Biot o la razón de conductividades.

- Transferencia de calor unidireccional desde la base:

La fuente térmica se encuentra exclusivamente en la base inferior del bloque sólido, desde donde el calor se propaga por conducción vertical hacia los canales. Las paredes laterales y la cara superior del sistema se consideran adiabáticas, es decir, sin flujo de calor. Esta condición se ajusta a la configuración experimental del sistema y evita introducir términos adicionales en las ecuaciones de contorno.

- Sin simetría radial en los canales:

Dado que el calor se aplica únicamente por la base del sistema, se descarta cualquier tipo de simetría radial en el campo de temperaturas dentro de los canales. Esta asimetría implica que la temperatura del fluido puede variar no solo en la dirección axial, sino también en sentido radial, sin depender únicamente de la distancia al eje del canal. Esto también afecta al perfil de velocidad, que puede adaptarse localmente en función de los gradientes térmicos.

- Ausencia de efectos de flotación y convección natural:

Al tratarse de un flujo forzado horizontal en canales de pequeño diámetro, los efectos de flotación inducidos por diferencias de densidad se consideran despreciables. El impulso del fluido es impuesto externamente por el colector de entrada, y el número de Grashof es mucho menor que la magnitud del número de Reynolds. Por tanto, no se incluye el efecto de la gravedad ni de la convección natural en las ecuaciones.

- No se considera disipación viscosa:

Se omite la disipación viscosa como mecanismo generador de calor en el balance energético. Esta suposición es válida en regímenes de bajo número de Eckert ($Ec \ll 1$), donde el calor generado por fricción interna del fluido es despreciable en comparación con la energía térmica aportada por la base. Su exclusión permite mantener la ecuación de energía en una forma lineal.

3.3 Definición técnica de variables

En esta sección se definen las principales variables físicas, propiedades termodinámicas y parámetros geométricos que intervienen en el análisis del modelo térmico propuesto. El objetivo es garantizar la claridad y el rigor conceptual, estableciendo una base coherente para el posterior desarrollo matemático. Las magnitudes se han clasificado según su naturaleza: variables de estado, propiedades termofísicas, variables de flujo y parámetros geométricos.

3.3.1 Variables de estado

Estas variables describen el estado termodinámico local del fluido refrigerante en cada punto del dominio:

- Presión (P): Se refiere a la presión estática del fluido dentro de los canales. Es una función del espacio y del tiempo, $P(x,y,t)$, y resulta esencial tanto en el análisis del gradiente impulsor del flujo como en la formulación de la ecuación de cantidad de movimiento. Aunque el modelo desprecia los efectos viscosos, la presión sigue siendo una variable clave para describir el comportamiento dinámico del fluido.
- Temperatura (T): Representa la distribución térmica dentro del fluido, $T(x,y,t)$. Es la variable principal del estudio energético, ya que permite cuantificar la evolución térmica del fluido en su tránsito a lo largo del canal.

3.3.2 Propiedades termofísicas del fluido

Estas propiedades caracterizan el comportamiento térmico e hidráulico del fluido, y en este modelo se consideran constantes:

- Densidad (ρ): Masa por unidad de volumen, en kg/m^3 . Bajo la hipótesis de incompresibilidad, esta magnitud permanece invariable en todo el dominio.
- Calor específico a presión constante (c_p): Cantidad de energía necesaria para elevar un grado la temperatura de un kilogramo de fluido, en $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Aparece en la ecuación de energía como factor de capacidad térmica.
- Conductividad térmica (k): Mide la capacidad del fluido para conducir calor, en $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Se asume constante en todo el dominio, lo cual permite aplicar la ley de Fourier en su forma clásica.
- Viscosidad dinámica (μ): Define la resistencia interna del fluido al movimiento. Aunque en este modelo se desprecia su efecto directo sobre la cantidad de movimiento, es relevante para interpretar el régimen de flujo en términos adimensionales (Reynolds).

- Difusividad térmica (α): Razón entre la conductividad térmica y la capacidad calorífica del fluido, definida como $\alpha = k / (\rho \cdot cp)$, con unidades m^2/s . Es el parámetro que rige la difusión del calor dentro del fluido.

3.3.3 Variables del flujo

Describen la evolución del movimiento del fluido dentro del canal:

- Velocidad axial (u): Componente de la velocidad del fluido a lo largo del eje x , $u = u(x, y, t)$. Se considera función tanto de la posición como del tiempo, y representa el movimiento predominante del fluido a través del canal.
- Velocidad transversal (v): Componente de la velocidad en dirección y , $v = v(x, y, t)$. Aunque su valor es pequeño en comparación con u , puede ser relevante en zonas de entrada o en presencia de perturbaciones térmicas.
- Caudal volumétrico (Q): Volumen de fluido que atraviesa una sección del canal por unidad de tiempo, expresado como

$$Q = \int A u(x, y, t) dA$$

3.3.4 Parámetros geométricos

Se definen a continuación las magnitudes que caracterizan la geometría del sistema:

- L : Longitud del canal, en dirección x (horizontal). Es el trayecto total que recorre el fluido desde el colector de entrada hasta el de salida.
- D : Diámetro interno de cada canal cilíndrico.
- R : Radio interno del canal, $R = D / 2$.
- H : Altura total del bloque sólido (en dirección z).
- W : Anchura del bloque, medida perpendicular al eje del canal.
- S : Separación entre centros de canales adyacentes.
- A canal: Área transversal del canal, $A = \pi \cdot D^2 / 4$.
- P hidráulico: Perímetro interno del canal, $P = \pi \cdot D$.
- V canal: Volumen interno del canal, $V = \pi \cdot R^2 \cdot L$.

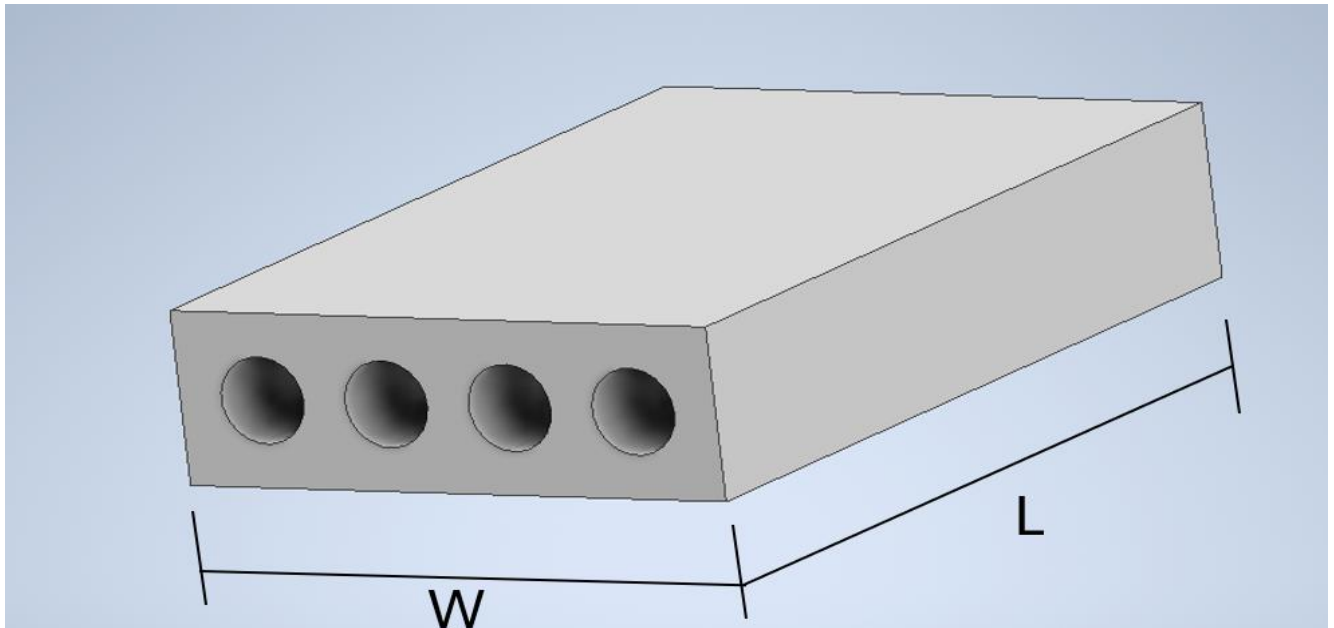


Figura 3-3. Modelo del sistema. Inventor

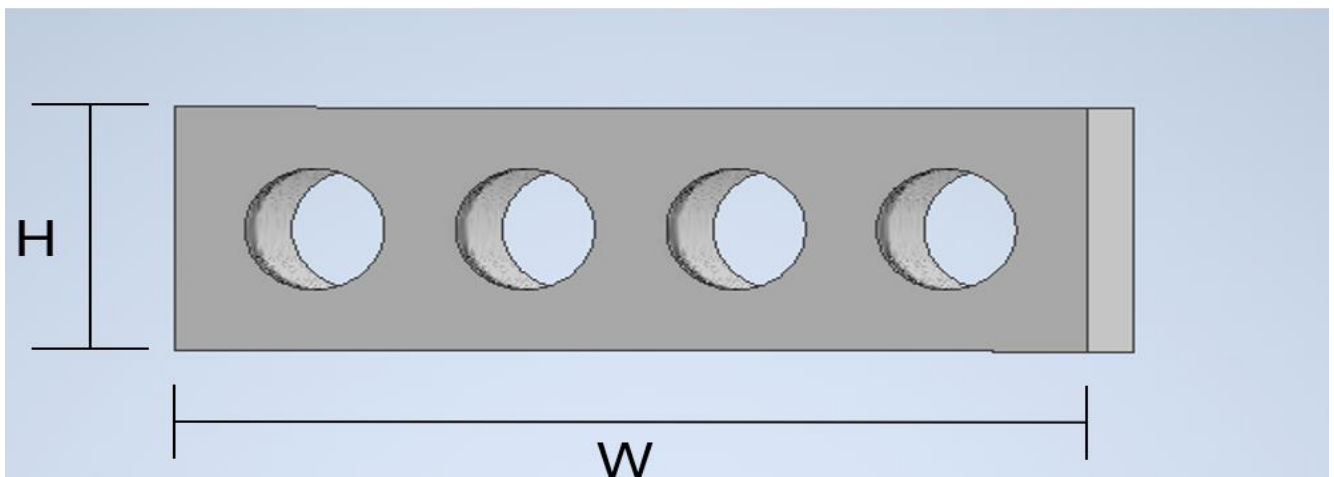


Figura 3-4. Modelo del sistema. Inventor

3.4 Condiciones de contorno

Para resolver de forma coherente y físicamente realista el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento térmico y fluidodinámico del intercambiador de calor, es necesario definir adecuadamente las condiciones de contorno en cada una de las fronteras relevantes del dominio. Estas condiciones son esenciales para garantizar la unicidad de la solución, y reflejan las interacciones físicas reales entre el sistema y su entorno. En este apartado se describen las condiciones aplicadas en las siguientes zonas: entrada y salida del canal, paredes internas, base calefactada y superficies externas del bloque.

3.4.1 Entrada del canal (superficie frontal del bloque)

El fluido refrigerante accede al intercambiador a través del colector de entrada, situado en la cara frontal del bloque. Las condiciones impuestas en este contorno son:

- Perfil de velocidad: En la entrada del canal ($x = 0$), no se conoce a priori la distribución de velocidades del fluido. Ni el perfil completo ni la velocidad media son datos impuestos, sino que deberán determinarse como parte de la solución del sistema. Por tanto, no se impone una condición de velocidad específica en este contorno.
- Temperatura de entrada constante: Se prescribe una temperatura de entrada constante e uniforme en el plano de entrada:

$$T(x = 0, y, t) = T_{in}$$

donde T_{in} representa la temperatura del fluido a la entrada del sistema.

3.4.2 Salida del canal (superficie posterior del bloque):

En el extremo opuesto del intercambiador se encuentra el colector de salida. Aquí se aplican condiciones abiertas para permitir el desarrollo natural del flujo y de la distribución térmica:

- Presión de salida: En la salida del canal ($x = L$), no se conoce el valor de la presión del fluido. A lo largo del canal se produce una caída de presión debido a las pérdidas por fricción, pero ni la presión de entrada ni la de salida son datos impuestos. Por tanto, no se aplica una condición de Dirichlet sobre la presión, y su distribución debe obtenerse a partir de la resolución del sistema de ecuaciones de cantidad de movimiento.

3.4.3 Condiciones de Neumann para velocidad y temperatura

En la salida del canal ($x = L$), no se impone una condición tipo Neumann. Aunque en algunos casos de flujo plenamente desarrollado se suele aplicar la suposición de gradiente nulo en la dirección del flujo ($\partial u / \partial x = 0$, $\partial T / \partial x = 0$), en este sistema dicha hipótesis no es válida. El perfil de velocidad y temperatura puede seguir evolucionando hasta la salida, por lo que las condiciones de contorno deben obtenerse directamente de la solución de las ecuaciones, sin suposiciones adicionales.

3.4.4 Paredes internas del canal

Las paredes cilíndricas internas de cada canal están en contacto con el fluido, pero solo las superficies cercanas a la base del bloque reciben flujo de calor directo. En este contexto, se adoptan las siguientes condiciones:

- Condición de no deslizamiento hidráulico:

Se impone que la velocidad del fluido en las paredes del canal sea nula (condición física de adherencia):

$$u(x, y = R, t) = 0$$

- Condición térmica en la mayor parte del canal:

Las paredes internas del canal no pueden considerarse adiabáticas, ya que constituyen la superficie de intercambio térmico entre el bloque sólido y el fluido refrigerante. Por lo tanto, se impone una condición de flujo de calor no nulo en estas superficies. En el modelo, se asume que existe una entrada de calor desde las paredes hacia el fluido, representada mediante una condición de Neumann con flujo de calor impuesto:

$$-k \partial T / \partial n = q''(y)$$

Donde $q''(y)$ representa el flujo de calor por unidad de superficie que entra al fluido desde la pared, y puede variar en función de la coordenada vertical.

3.4.5 Base inferior del bloque (zona calefactada):

La superficie inferior del bloque recibe un flujo de calor constante desde una fuente externa. Esta transferencia térmica se propaga por conducción a través del sólido hasta alcanzar los canales. La condición térmica se impone en la interfaz sólido-fluido en los puntos de contacto entre el canal y el bloque:

- Condición de flujo de calor constante (Neumann):

$$-k \partial T / \partial n |(base) = q$$

Donde q representa el flujo de calor superficial por unidad de área, constante y positivo en dirección hacia el interior del bloque.

Este valor se mantiene fijo durante todo el proceso de simulación, representando una fuente térmica continua.

3.4.6 Superficies externas del bloque (laterales y superior):

El resto de las superficies del bloque no interviene directamente en el intercambio térmico con el entorno. En consecuencia, se considera que estas superficies son perfectamente aisladas:

- Condición adiabática externa:

$$\partial T / \partial n = 0$$

En todas las caras externas no calefactadas.

Esta condición garantiza que toda la energía introducida por la base se transfiere hacia el fluido a través de los canales, sin pérdidas térmicas hacia el exterior.

3.5 Formulación matemática del modelo

El análisis del comportamiento térmico del intercambiador de calor se basa en la resolución de las ecuaciones que gobiernan el flujo de un fluido incompresible en un medio canalizado y la

transferencia de calor asociada. Estas ecuaciones se expresan en forma general y se simplifican progresivamente en función de las hipótesis físicas y las condiciones de contorno del sistema.

Dado que los canales por los que circula el fluido tienen sección circular, es natural plantear las ecuaciones de conservación —continuidad, cantidad de movimiento y energía— en coordenadas cilíndricas (r, θ, x) , con el eje axial alineado con la dirección del flujo (x). Esta formulación permite representar con precisión la simetría geométrica local de los canales y es particularmente adecuada para describir fenómenos como el gradiente térmico radial o la transferencia de calor desde las paredes cilíndricas.

Sin embargo, como se ha evidenciado en estudios previos, entre ellos el artículo de revisión de Al-Waeli et al. (2023) en su apartado 1.4, la utilización directa de las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas cilíndricas genera expresiones altamente complejas, especialmente cuando el sistema carece de simetría completa o presenta condiciones de contorno asimétricas, como ocurre en este caso, donde la fuente de calor se encuentra aplicada en la base del bloque. En particular, los términos asociados al operador Laplaciano y a las derivadas cruzadas dificultan la resolución analítica, lo cual puede comprometer la interpretación física y la obtención de soluciones simbólicas.

Por ello, aunque el planteamiento inicial del modelo se realiza en coordenadas cilíndricas para respetar la geometría local de los canales, llegado cierto punto se opta por una reformulación del sistema en coordenadas cartesianas, donde el análisis puede proseguir de forma más manejable sin perder validez física. Esta transición se justifica no como una decisión arbitraria, sino como una necesidad técnica derivada de la complejidad matemática intrínseca de las ecuaciones en coordenadas cilíndricas cuando no se dispone de simetrías simplificadoras.

3.5.1 Planteamiento inicial del modelo en coordenadas cilíndricas

- ¿Por qué coordenadas cilíndricas?

Los canales por donde circula el fluido en el intercambiador tienen **forma cilíndrica**, por lo que para describir con mayor precisión los gradientes de velocidad y temperatura dentro de estos canales, resulta natural utilizar coordenadas **cilíndricas** (r, θ, x) , donde:

- x : eje axial del canal (dirección del flujo del fluido).
- r : coordenada radial desde el centro del canal hacia su pared.
- θ : coordenada angular (aunque para flujo simétrico no aparece en las ecuaciones por simetría).

Como ventajas de este planteamiento, podemos resaltar que:

- Se adapta a la geometría física real.
- Permite aplicar condiciones de frontera más realistas en las paredes del canal.
- Simplifica el análisis cuando se supone simetría axial.

3.5.2 Ecuaciones en coordenadas cilíndricas:

- Ecuación de continuidad (conservación de masa)

Para flujo incompresible y sin dependencia angular:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru_r) + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$$

- u_r : componente de la velocidad en dirección radial.
- u_x : componente axial de la velocidad.

Interpretación: Esta ecuación asegura que no hay acumulación de masa en ningún punto del canal (flujo incompresible).

- Ecuaciones de cantidad de movimiento (Navier-Stokes)

Dirección radial (r):

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} \right]$$

Dirección axial (x):

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right]$$

Interpretación:

- Estas ecuaciones expresan el equilibrio entre las fuerzas de presión, viscosas e inerciales que actúan sobre el fluido.
- Reflejan cómo evoluciona la velocidad del fluido en función de su posición dentro del canal.

- Ecuación de energía (conservación térmica)

$$\rho c_p \left(u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$$

Interpretación: Esta ecuación modela cómo se transporta la energía térmica en el fluido debido a la convección (término izquierdo) y la conducción (término derecho).

Hipótesis consideradas

- Fluido incompresible.
- Propiedades constantes (densidad, viscosidad, conductividad).
- Flujo no desarrollado completamente.
- Flujo laminar o transición, según el caso base.
- No se considera disipación viscosa.

3.5.3 Reformulación del problema como medio poroso

Como se ha expuesto previamente, la resolución directa de las ecuaciones de conservación en coordenadas cilíndricas genera un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales de elevada complejidad, lo que dificulta su tratamiento analítico. Por este motivo, se adopta un enfoque alternativo: Representar el intercambiador de calor como un medio poroso saturado de fluido.

El volumen de control sobre el que se aplican las leyes de conservación ahora es el bloque completo del intercambiador, en lugar de los canales individuales. Esta estrategia se basa en las siguientes ideas clave:

- Homogeneización del dominio: El conjunto de microcanales cilíndricos se considera como una red periódica de poros a través del bloque, permitiendo describir el transporte con parámetros promedios.
- Analogía con sistemas geofísicos y biológicos, donde el análisis poroso ha demostrado ser efectivo para describir flujos internos de refrigeración o filtración.
- Simplicidad matemática: A través del modelo de Darcy o de Brinkman, se reducen las ecuaciones de cantidad de movimiento sin necesidad de resolver perfiles de velocidad locales en los canales.

Parámetros del medio poroso

Para representar este sistema, se definen:

- Porosidad (ϵ): fracción del volumen total del bloque ocupado por fluido.
- Permeabilidad (K): propiedad tensorial del medio poroso que representa la facilidad de paso del fluido.
- Capacidad térmica efectiva y conductividad térmica efectiva, que combinan propiedades del fluido y del sólido.

3.5.4 Ecuaciones gobernantes

A continuación, se reformulan las ecuaciones usando la teoría del transporte en medios porosos. En régimen estacionario y considerando un flujo monofásico incompresible:

Ecuación de continuidad (fluido incompresible):

$$\nabla \cdot u = 0$$

Ley de Darcy:

$$u = -\frac{K}{\mu} \nabla P$$

Donde:

- u es la velocidad de filtración del fluido (promediada),
- K la permeabilidad,
- μ la viscosidad dinámica,
- ∇P el gradiente de presión.

Si se desea mayor precisión (zonas de velocidad no despreciable), se puede usar la extensión de Brinkman:

$$\mu_e \nabla^2 u - \frac{\mu}{K} u = \nabla P$$

donde μ_e es la viscosidad efectiva del medio poroso. Esta será la ecuación que usaremos para este sistema.

Ecuación de energía del medio poroso:

- Fase líquida:

$$\varepsilon \rho_f c_{p,f} \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \cdot \nabla T_f \right) = \nabla \cdot (k_f \nabla T) - h_{sf} a_s (T_f - T_s)$$

- Fase sólida:

$$(1 - \varepsilon) \rho_s c_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) - h_{sf} a_s (T_s - T_f)$$

con:

ε = Porosidad del medio

$\rho_f, c_{p,f}, k_f$ = Densidad, calor específico y conductividad térmica del fluido

$\rho_s, c_{p,s}, k_s$ = Densidad, calor específico y conductividad térmica del sólido

u = Velocidad del fluido

h_{sf} = Coeficiente de transferencia de calor entre el sólido y el fluido

a_s = Área interfacial de intercambio por unidad de volumen

- La fase fluida incluye la convección y la conducción térmica, y también el intercambio de calor con el sólido.
- La fase sólida solo transfiere calor por conducción y por interacción con el fluido
- .
- La diferencia $(T_s - T_f)$ determina la dirección y magnitud del intercambio entre ambas fases.

3.5.5 Reformulación del sistema como medio poroso

Tras constatar que la resolución directa del sistema completo de ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) para el fluido en los canales individuales resulta intratable analíticamente, optamos por una estrategia alternativa. Se modela el intercambiador de calor completo como un medio poroso saturado de fluido. Esta técnica simplifica considerablemente el análisis sin perder fidelidad en la descripción del fenómeno de transporte de calor, siempre que se justifique adecuadamente.

Justificación del modelo poroso:

- El intercambiador se compone de múltiples microcanales cilíndricos paralelos embebidos en un bloque sólido.
- Si se considera el intercambiador como un bloque homogéneo en el que los microcanales representan poros por los que circula el fluido, se puede aplicar un modelo de medio poroso.
- Esta aproximación es coherente con el trabajo de Kim (1999), donde se analiza el flujo y la transferencia de calor en microestructuras aplicando un marco similar.
- Permite emplear una formulación promediada del flujo y temperatura sin necesidad de resolver el perfil local dentro de cada canal.

3.5.6 Parámetros clave del medio poroso

- Porosidad (ε): Fracción de volumen del intercambiador ocupado por el fluido:

$$\varepsilon = \frac{V_{fluido}}{V_{total}}$$

- Permeabilidad (K): Magnitud que representa la capacidad del medio poroso para permitir el paso del fluido. Depende de la geometría de los canales (radio, distribución, longitud, etc.).

Ventajas del enfoque poroso:

- Reduce la complejidad computacional y analítica.
- Integra el comportamiento global del intercambiador sin resolver perfiles locales.
- Conserva coherencia física con el sistema real.

Estas ecuaciones se expresan en coordenadas cartesianas ya que se ha pasado del análisis de canal individual (donde tendría sentido usar coordenadas cilíndricas) al modelo de todo el intercambiador como un prisma poroso.

3.5.7 Nuevas condiciones de contorno:

Para el modelo poroso:

- Entrada de fluido:

$$T(x = 0, y, z) = T_{in}, \quad u = u_0 x$$

- Superficie inferior:

$$-k_{eq} \frac{\partial T}{\partial z}, \text{ con } z = 0, = q'' (\text{flujo de calor constante})$$

- Superficie superior:

$$\frac{\partial T}{\partial z}, \text{ con } z = H, = 0 (\text{adiabática})$$

- Fronteras laterales:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 (\text{simetría o aislamiento térmico})$$

- Relevancia del planteamiento:

- Este planteamiento evita tener que resolver las ecuaciones de Navier-Stokes completas, ya que el flujo es simplificado mediante Darcy.
- Permite reducir el problema a una ecuación de convección-difusión en medios porosos, donde se estudia la evolución de la temperatura.
- El modelo puede ser abordado mediante técnicas numéricas como volúmenes o elementos finitos.

3.5.8 Adimensionalización del modelo

Para estudiar el problema de transferencia de calor y movimiento de fluido en un intercambiador de calor de microcanales, es útil transformar las ecuaciones gobernantes en una forma adimensional. Esto permite generalizar resultados, comparar diferentes configuraciones sin resolver cada caso con valores específicos, y reducir el número de parámetros independientes.

Variables características

Se eligen las siguientes escalas de referencia:

- Longitud axial: L
- Radio del canal (o diámetro): D

- Velocidad de referencia: U_{ref}
- Temperatura de referencia: T_{in}
- Diferencia de temperatura: $\Delta T = T_{base} - T_{in}$

3.5.9 Variables adimensionales

Se definen:

$$x^* = \frac{x}{L}$$

$$y^* = \frac{y}{D}$$

$$u^* = \frac{u}{U_{ref}}, v^* = \frac{v}{U_{ref}}$$

$$T^* = \frac{T - T_{in}}{\Delta T}$$

$$t^* = \frac{t U_{ref}}{L}$$

3.5.10 Análisis cualitativo del sistema

Una vez adimensionalizadas las ecuaciones, se identifican los números adimensionales que gobiernan el comportamiento físico:

- Número de Reynolds (Re)

$$Re = \frac{\rho U_{ref} D}{\mu}$$

Indica la relación entre fuerzas inerciales y viscosas. En microcanales, el número de Reynolds es usualmente bajo, indicando flujo laminar.

- Número de Prandtl (Pr)

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k}$$

Relaciona la difusión del momento con la difusión del calor. Determina cómo se distribuye la temperatura en relación con el campo de velocidades.

- Número de Nusselt (Nu): Relaciona la transferencia de calor por convección con la conducción térmica. Se puede obtener como resultado de la solución o estimar con correlaciones.
- Número de Peclet (Pe)

$$Pe = Re \cdot Pr$$

Indica la importancia relativa de la convección térmica frente a la conducción.

3.5.11 Conclusiones cualitativas

- Regímenes de flujo: En la mayoría de aplicaciones de microcanales, el régimen es laminar ($Re < 2300$), pero al haber transitorios o pulsaciones, puede requerirse modelado no estacionario.
- Distribución de temperatura: En sistemas con baja difusión térmica (alto Pe), el perfil térmico puede presentar fuertes gradientes en la dirección axial, siendo crucial una resolución adecuada del campo térmico.
- Importancia de adimensionalizar: Permite entender cómo se escala el comportamiento térmico e hidrodinámico con la geometría y condiciones del sistema, facilitando el diseño optimizado de intercambiadores.

3.5.12 Adimensionalización del modelo (flujo en microcanales como medio poroso)

Partimos de las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento (Darcy-Brinkman) y energía en un medio poroso saturado con fluido.

- Variables características
 - Longitud característica: L (longitud del intercambiador)
 - Diámetro hidráulico del canal: D_h
 - Velocidad característica: U_{ref}
 - Diferencia de temperatura: $\Delta T = T_{base} - T_{in}$
 - Tiempo característico: $t_{ref} = \frac{L}{U_{ref}}$
- Variables adimensionales

$$x^* = \frac{x}{L}$$

$$y^* = \frac{y}{D_h}$$

$$u^* = \frac{u}{U_{ref}}$$

$$v^* = \frac{v}{U_{ref}}$$

$$t^* = \frac{t \cdot U_{ref}}{L}$$

$$T^* = \frac{T - T_{in}}{\Delta T}$$

3.5.13 Ecuaciones adimensionalizadas

- Ecuación de continuidad

Sustituyendo u por $u^* \cdot u_0$ en la ecuación original:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (u) &= \nabla \cdot (u_0 \cdot u^*) = u_0 \nabla \cdot u = 0 \\ \Rightarrow \nabla \cdot u^* &= 0\end{aligned}$$

- Ecuación de Darcy-Brinkman (dirección y)

Partimos de:

$$\mu_e \nabla^2 u - \left(\frac{\mu}{K} \right) u = \nabla P$$

Sustituyendo:

- $u = u^* \cdot u_0$
- $\nabla = (1/L) \cdot \nabla^*$
- $\nabla^2 u = (1/L^2) \cdot \nabla^{*2} u \cdot u_0$
- $\nabla P = \nabla P \cdot (\mu u_0 / L^2)$

Se obtiene:

$$\left(\frac{\mu_e u^0}{L^2} \right) \nabla^{*2} u - \left(\frac{\mu u^0}{K} \right) u^* = \left(\frac{\mu u^0}{L^2} \right) \nabla P$$

Dividiendo toda la ecuación por $(\mu u_0 / L^2)$:

$$\Rightarrow \left(\frac{\mu_e}{\mu}\right) \nabla^2 u^* - \left(\frac{L^2}{K}\right) u^* = \nabla P$$

Definiendo los números adimensionales:

- $\beta = \mu_e / \mu$ (factor de corrección de viscosidad)
- $Da = K / L^2$

Entonces, la forma adimensional es:

$$\Rightarrow \beta \nabla^2 u^* - \left(\frac{1}{Da}\right) u^* = \nabla P^*$$

- Ecuación de energía

- Fase líquida:

Ecuación dimensional:

$$\varepsilon p_f c_{p,f} (u \cdot \nabla T_f) = \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) - h_{sf} \cdot a_s \cdot (T_f - T_s)$$

Sustituyendo:

- $u = u^* \cdot u_0$
- $T_f = T_0 + \Delta T \cdot T_f^*$
- $T_s = T_0 + \Delta T \cdot T_s^*$
- $\nabla = (1/L) \nabla^*$
- $\nabla T_f = (\Delta T / L) \nabla T_f^*$

Se obtiene:

$$\varepsilon p_f c_{p,f} u_0 \left(\frac{\Delta T}{L}\right) (u^f \cdot \nabla T_f^*) = k_f \left(\frac{\Delta T}{L^2}\right) \nabla^2 T_f^* - h_{sf} \cdot a_s \cdot (T_f^* - T_s^*)$$

Dividiendo por $p_f c_{p,f} u_0 \Delta T / L$:

$$\Rightarrow \varepsilon (u^* \cdot \nabla T_f) = \left(\frac{k_f}{\rho_f c_{p,f} u^0 L} \right) \nabla^2 T_f - \left(h_{sf} a_s \frac{L}{p_f c_{p,f} u^0} (T_f^* - T_s^*) \right)$$

Se definen:

- $a_f = k_f / \rho_f c_{p,f}$
- $Pe = u^0 L / a_f$
- $\Gamma = h_{sf} a_s L / p_f c_{p,f} u^0$

Entonces:

$$\Rightarrow \varepsilon (u^* \cdot \nabla T_f^*) = \left(\frac{1}{Pe} \right) \nabla^2 T_f^* - \Gamma (T_f^* - T_s^*)$$

- Fase sólida:

Ecuación dimensional:

$$0 = \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) - h_{sf} \cdot a_s \cdot (T_s - T_f)$$

Sustituyendo:

- $T_s = T_0 + \Delta T \cdot T_s^*$
- $T_f = T_0 + \Delta T \cdot T_f^*$
- $\nabla = (1/L) \nabla^*$
- $\nabla T_s = (\Delta T / L) \nabla T_s^*$

Se obtiene:

$$0 = k_s \left(\frac{\Delta T}{L^2} \right) \nabla^2 T_s^* - h_{sf} \cdot a_s \Delta T (T_s^* - T_f^*)$$

Dividiendo por $(k_f \Delta T / L^2)$:

$$\Rightarrow 0 = \left(\frac{k_s}{k_f} \right) \nabla^2 T_s^* - \left(\frac{h_{sf} \cdot a_s L^2}{k_f} \right) (T_s^* - T_f^*)$$

Se definen:

$$- \quad \kappa = \frac{k_s}{k_f}$$

$$- \quad \Gamma = h_{sf} a_s L^2 / k_f$$

Pero para mantener consistencia con la ecuación fluida, se reescala Γ como antes:

$$\Rightarrow 0 = \kappa \nabla^2 T_s^* - \Gamma (T_s^* - T_f^*)$$

Por tanto:

- Ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot u^* = 0$$

- Ecuación de Darcy-Brinkman:

$$\Rightarrow \beta \nabla^2 u^* - \left(\frac{1}{Da}\right) u^* = \nabla P^*$$

- Ecuación de energía:

Fluido:

$$\Rightarrow \varepsilon (u^* \cdot \nabla T_f^*) = \left(\frac{1}{Pe}\right) \nabla^2 T_f^* - \Gamma (T_f^* - T_s^*)$$

Sólido:

$$\Rightarrow 0 = \kappa \nabla^2 T_s^* - \Gamma (T_s^* - T_f^*)$$

3.5.14 Análisis cualitativo del comportamiento

- Flujo: dominado por la resistencia del medio poroso (pérdida de velocidad proporcional a u), se observa desaceleración del perfil respecto a flujo libre. Predomina la disipación por fricción con las paredes del canal.
- Temperatura: la convección depende fuertemente de la distribución de velocidades. Las líneas de corriente alineadas con x hacen que el frente térmico penetre progresivamente en el fluido.
- Tiempo: el comportamiento transitorio se manifiesta en la evolución de T^* y u^* hasta alcanzar un régimen estacionario.
- Adimensionalización: permite generalizar los resultados y hacerlos extrapolables a diferentes geometrías, escalas y condiciones de contorno, manteniendo la relevancia física mediante los números adimensionales.

3.5.15 Consideraciones sobre los gradientes y divergencias en el modelo térmico

En el desarrollo del modelo teórico para el estudio de la transferencia de calor en un medio poroso, es fundamental comprender el papel que juegan los operadores diferenciales, en particular los gradientes y las divergencias, así como sus implicaciones físicas y matemáticas dentro del sistema de ecuaciones que se plantea.

- Gradiente de presión (∇P)

En la ecuación de cantidad de movimiento formulada mediante el modelo de Darcy-Brinkman:

$$\mu_e \nabla^2 u - \left(\frac{\mu}{K}\right) u = \nabla P$$

El término ∇P representa el gradiente de presión que impulsa el flujo del fluido a través del medio poroso. Este término no se anula, ya que actúa como la fuerza motriz del sistema. En ausencia de un gradiente de presión, y bajo condiciones sin gravedad ni fuentes externas de aceleración, el fluido permanecería en reposo.

En este trabajo, se asume que dicho gradiente de presión es constante a lo largo de la dirección axial ($\partial P / \partial z = -C$), lo que es una hipótesis habitual en el estudio de flujos desarrollados o en regímenes estacionarios con condiciones de entrada bien definidas. Esta suposición permite resolver de forma más manejable la ecuación de movimiento, manteniendo al mismo tiempo una representación físicamente coherente del flujo forzado a través del canal.

- Divergencia del campo de velocidades ($\nabla \cdot u$)

La ecuación de continuidad para un fluido incompresible impone la condición:

$$\nabla \cdot u = 0$$

Esto implica que el campo de velocidades es libre de divergencia, es decir, que no hay acumulación ni generación neta de masa en el dominio. Esta es una condición común en flujos laminares estacionarios y se mantiene tras la adimensionalización del sistema. Esta hipótesis simplifica el análisis y garantiza que el volumen del fluido se conserva localmente en todo momento.

- Divergencia del flujo térmico ($\nabla \cdot (k \nabla T)$)

En el presente trabajo, el análisis se realiza bajo el régimen estacionario, lo cual implica que las propiedades termodinámicas del sistema —como la temperatura, la presión y la velocidad— no varían con el tiempo. Esto equivale a estudiar un instante fijo del sistema en el que se ha alcanzado el equilibrio térmico y dinámico, concretamente evaluado en $t = 0$ desde el punto de vista del modelado simbólico.

En este contexto, la ecuación de energía adopta su forma simplificada al desaparecer el término de derivada temporal ($\partial T / \partial t = 0$), quedando únicamente los términos espaciales de conducción y convección. Adicionalmente, dado que no se consideran fuentes volumétricas de generación de calor en el dominio (como reacciones químicas o disipación interna), el balance energético en estado estacionario se reduce a una ecuación de conservación del calor, en la que el flujo térmico que entra a una región es igual al que sale.

Esto se traduce matemáticamente en que el operador:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = 0$$

lo cual indica que la divergencia del flujo térmico es nula. Es decir, la temperatura puede variar espacialmente, pero el flujo neto de calor en cada punto se conserva, no hay acumulación interna ni disipación local de energía térmica.

Por tanto, bajo estas condiciones estacionarias, y evaluando el sistema en un instante donde el comportamiento dinámico ya se ha estabilizado, la divergencia del campo térmico (entendido como $\nabla \cdot (k \nabla T)$) se anula por conservación energética local.

4 RESULTADOS

4.1 Resolución de las ecuaciones

4.1.1 Uso de Mathematica en la resolución simbólica y representación gráfica

Con el objetivo de resolver simbólicamente las ecuaciones diferenciales planteadas en el modelo y facilitar su posterior representación gráfica, en este Trabajo de Fin de Grado se ha empleado el software Mathematica. Esta herramienta, ampliamente utilizada en el ámbito académico, destaca principalmente por su potencia en el cálculo simbólico, siendo especialmente valorada en disciplinas como las matemáticas teóricas.

Aunque *Mathematica* también dispone de capacidades numéricas y de visualización, su uso en este trabajo se justifica por el enfoque fundamentalmente teórico y analítico del modelo desarrollado. La necesidad de obtener soluciones generales, no dependientes de condiciones particulares o valores concretos, hace especialmente adecuada la elección de esta herramienta frente a otras de carácter más numérico.

A lo largo del desarrollo se han utilizado principalmente los siguientes comandos:

- **DSolve:** Permite resolver ecuaciones diferenciales de forma simbólica. En este trabajo se ha empleado para obtener la solución analítica exacta de la ecuación de velocidad y de las ecuaciones de energía en el dominio del canal.
- **Plot:** Se utiliza para representar gráficamente funciones univariantes (dependientes de una sola variable). En el contexto del TFG, se ha empleado para visualizar el perfil de velocidad dentro del canal y analizar su distribución espacial.
- **PlotLegends:** Complementa al comando Plot permitiendo añadir leyendas explicativas a las curvas representadas. Esto facilita la identificación de diferentes casos o parámetros evaluados, mejorando la claridad de las gráficas generadas.

El uso de Mathematica ha sido clave para validar las soluciones obtenidas simbólicamente y proporcionar una interpretación visual del comportamiento del sistema en condiciones específicas.

4.1.2 Resolución de la ecuación de velocidad

Obteniendo la solución de la velocidad a partir de la ecuación de Darcy-Brinkman, obtenemos la siguiente solución:

$$u(y) = -DaP_1(-1 + \cosh\left(\frac{1-2y}{2\sqrt{Da}\sqrt{\beta}}\right)\operatorname{sech}\left(\frac{1}{2\sqrt{Da}\sqrt{\beta}}\right))$$

Para conseguir una visualización gráfica de esta solución, damos los siguientes valores, provenientes del TFG del AN Cámara Colmenero, para:

- Número de Darcy: 0.001, 0.01, 0.05, 0.1
- β (relación de viscosidades o factor geométrico): 1
- P_1 (gradiente de presión adimensional): 1

Con estos valores, la representación gráfica obtenida en Mathematica es la siguiente:

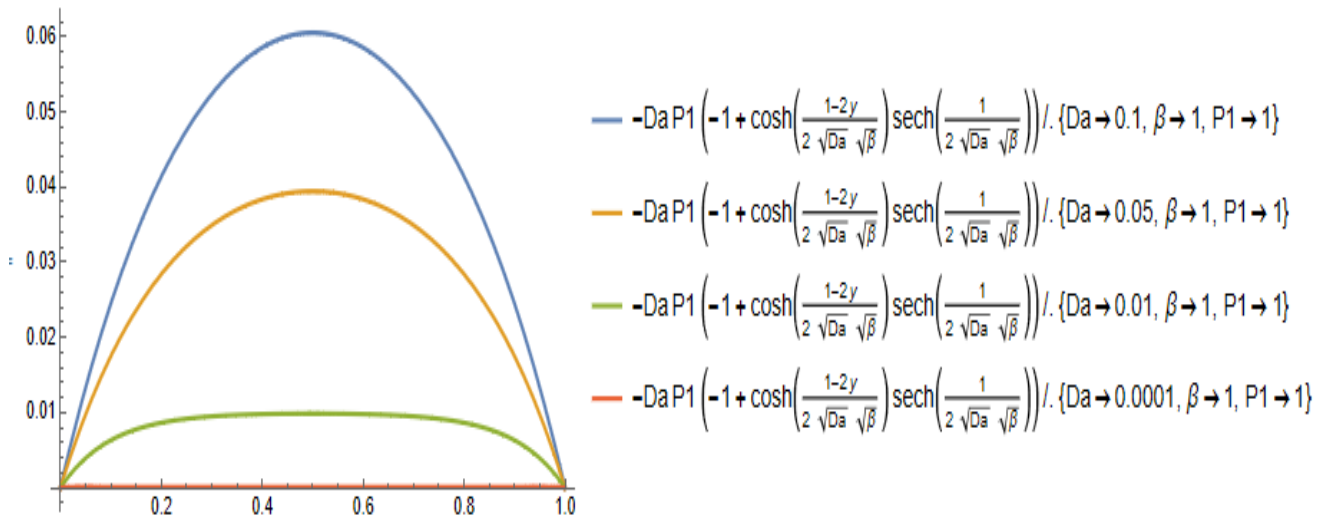


Figura 4-1. Gráfica de velocidades. Mathematica

```
Plot[{-Da P1 (-1 + Cosh[1 - 2 y / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])] Sech[1 / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])]) / (Da -> 0.1, beta -> 1, P1 -> 1), -Da P1 (-1 + Cosh[1 - 2 y / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])] Sech[1 / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])]) / (Da -> 0.05, beta -> 1, P1 -> 1), -Da P1 (-1 + Cosh[1 - 2 y / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])] Sech[1 / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])]) / (Da -> 0.01, beta -> 1, P1 -> 1), -Da P1 (-1 + Cosh[1 - 2 y / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])] Sech[1 / (2 Sqrt[Da] Sqrt[beta])]) / (Da -> 0.0001, beta -> 1, P1 -> 1)}, {y, 0, 1}, PlotLegends -> "Expressions"]
```

Figura 4-2. Comando usado para la representación gráfica. Mathematica

Como podemos observar, según disminuye la permeabilidad del canal, la velocidad es menor. Esto es debido a que dentro de un canal modelado como medio poroso, la permeabilidad representa la facilidad con la que el fluido puede atravesar el material. A menor permeabilidad, el medio opone mayor resistencia al paso del fluido, lo que se traduce en una disminución de la velocidad del flujo.

Este comportamiento queda reflejado en la ley de Darcy, donde la velocidad del fluido es directamente proporcional a la permeabilidad. Por tanto, al disminuir la permeabilidad, se reduce el caudal por unidad de área, lo que implica un flujo más lento en el interior del canal.

4.1.3 Resolución de las ecuaciones de temperaturas

La resolución simbólica de las ecuaciones de energía en el interior del canal, llevada a cabo mediante *Mathematica*, ha conducido a soluciones cuya complejidad no es meramente algebraica, sino analítica. En particular, las expresiones obtenidas dependen de integrales que el propio software no ha sido capaz de resolver de forma explícita. Esta dependencia impide obtener una solución cerrada completamente desarrollada y, en consecuencia, no es posible representar gráficamente el campo de temperaturas de manera directa.

Se han realizado intentos de resolver estas integrales para casos concretos, sin éxito, lo que confirma la dificultad asociada a su evaluación analítica. Por tanto, la solución final se presenta en forma simbólica dependiente de dichas integrales no resueltas.

Las expresiones completas obtenidas se han incluido en el Anexo III del presente trabajo para su consulta detallada.

4.1.4 Comparación de soluciones con el estudio de Kim

Con el objetivo de validar parcialmente el enfoque teórico seguido en este Trabajo Fin de Grado, se ha realizado una comparación cualitativa entre las soluciones obtenidas para las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía con las presentadas en el estudio de Kim et al. (1999), centrado en el análisis térmico de intercambiadores de calor con canales cilíndricos.

- Ecuación de cantidad de movimiento:

La solución obtenida en este trabajo para la ecuación de movimiento del fluido en el medio poroso parte de la formulación adimensional de la ley de Darcy-Brinkman, resolviéndose mediante Mathematica. El resultado es una expresión simbólica exacta del perfil de velocidad en función del número de Darcy (Da), el parámetro β y el gradiente de presión adimensional, presentando una distribución simétrica y parabólica ajustada por funciones hiperbólicas tipo Cosh y Sech.

Por su parte, el modelo de Kim describe el flujo en microcanales bajo régimen laminar mediante un planteamiento simplificado, centrado en el desarrollo del perfil de velocidad, sin resolver la ecuación con el mismo nivel de generalidad ni con dependencia explícita de parámetros adimensionales como Da o β . No obstante, ambos enfoques coinciden en la naturaleza del flujo previsto: simétrico, completamente desarrollado y con máxima velocidad en el eje central del canal.

- Ecuaciones de energía: temperatura en el fluido y en el sólido:

En cuanto a la distribución térmica, el presente trabajo proporciona soluciones analíticas completas para la temperatura tanto en la fase fluida como en el sólido. Las expresiones obtenidas, aunque extremadamente complejas, describen de forma detallada la evolución térmica en función de parámetros como el número de Péclet (Pe), la razón de difusividades térmicas (ε) y los gradientes de velocidad previamente calculados.

En contraste, el artículo de Kim plantea soluciones simplificadas o aproximadas para la temperatura, resolviendo solo casos particulares y combinando los resultados con simulaciones numéricas y validaciones experimentales. Aunque sus resultados permiten representar gráficamente la evolución térmica en condiciones controladas, no se desarrolla una solución cerrada con el nivel de detalle simbólico alcanzado en este trabajo.

- Síntesis comparativa:

En conjunto, el modelo desarrollado en este TFG ofrece una descripción simbólica más general y rigurosa de los campos de velocidad y temperatura, permitiendo el análisis paramétrico completo del sistema. El enfoque de Kim, por su parte, prioriza la validación empírica y la interpretación de resultados a partir de datos experimentales.

Ambos planteamientos se complementan: mientras que el presente trabajo establece una sólida base analítica para el estudio del fenómeno, el modelo de Kim permite explorar sus implicaciones prácticas y validar el comportamiento físico mediante mediciones reales.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones generales

El presente Trabajo Fin de Grado ha abordado el estudio teórico de la transferencia de calor por convección forzada en un intercambiador de calor compacto, compuesto por microcanales cilíndricos dispuestos horizontalmente e integrados en un bloque sólido. Para ello, se ha desarrollado un modelo físico-matemático simbólico que, mediante una formulación adimensional, permite describir el comportamiento térmico y dinámico del fluido refrigerante en el interior de un canal representativo del sistema.

La construcción del modelo se ha realizado a partir de un conjunto coherente de hipótesis físicas simplificadoras, las cuales han permitido reducir la complejidad de las ecuaciones sin comprometer la validez física de los resultados. En particular, se ha considerado un régimen estacionario, flujo laminar, fluido incompresible, y conducción térmica unidireccional desde la base del bloque hacia los canales.

La resolución analítica de la ecuación de cantidad de movimiento ha conducido a un perfil de velocidades parabólico, característico del flujo interno en régimen permanente. A partir de este resultado, se ha procedido a la formulación y adimensionalización de las ecuaciones de energía para las fases sólida y fluida, lo que ha permitido establecer la base para su análisis térmico en función de los parámetros de operación, como el número de Darcy, Péclet o el gradiente de presión.

Desde una perspectiva académica, el trabajo ha logrado consolidar un modelo de carácter general, riguroso y adaptable, que puede emplearse como punto de partida para futuros desarrollos numéricos, validaciones experimentales o estudios de optimización en sistemas térmicos miniaturizados.

5.2 Evaluación de objetivos alcanzados

A lo largo de este Trabajo Fin de Grado se han abordado de forma progresiva y rigurosa los objetivos propuestos inicialmente, centrados en el modelado teórico de un intercambiador de calor compacto con canales cilíndricos horizontales, bajo la aproximación de medio poroso saturado. El objetivo general era desarrollar un modelo simbólico y adimensional capaz de describir el comportamiento térmico del sistema, con especial atención a la distribución de temperatura y a la influencia de parámetros adimensionales representativos.

Los objetivos específicos se han cumplido en su mayoría, con los siguientes resultados destacados:

- Se ha realizado una descripción detallada del sistema físico, incluyendo la geometría tridimensional del bloque, la disposición de los canales, las dimensiones características y la justificación del modelo térmico. Esta caracterización ha sido clave para formular correctamente las condiciones de contorno y el enfoque de modelado.
- Se ha justificado el paso de un modelo detallado en coordenadas cilíndricas al enfoque poroso, argumentando la elevada complejidad analítica derivada de las ecuaciones de Navier-Stokes en geometrías curvilíneas. La decisión se ha sustentado tanto en criterios teóricos como en referencias bibliográficas relevantes.
- Se han formulado las ecuaciones gobernantes en régimen estacionario, incluyendo la ecuación de continuidad, la ecuación de Darcy-Brinkman y las dos ecuaciones de energía para las fases sólida y fluida. Estas se han desarrollado a partir de principios físicos, y se han planteado en coordenadas cartesianas para facilitar su resolución.
- Se ha llevado a cabo una adimensionalización sistemática del sistema, introduciendo los números de Darcy, Prandtl, Nusselt y otros parámetros relevantes. Esta reformulación ha permitido identificar relaciones funcionales generales y facilitar comparaciones con otros trabajos.
- Se ha interpretado cualitativamente el comportamiento del sistema en función de la variación de dichos parámetros, así como su implicación física en la eficiencia térmica del intercambiador. Además, se ha mostrado el impacto de la permeabilidad sobre la velocidad del flujo.
- Se ha realizado una representación gráfica precisa del sistema físico, incluyendo esquemas del dominio y de las condiciones de contorno, así como visualizaciones del campo de velocidades mediante solución analítica con *Mathematica*.

Sin embargo, dos de los objetivos no se han alcanzado plenamente:

- La resolución cerrada de la ecuación de energía no ha sido posible debido a la elevada complejidad matemática de su forma simbólica. Aunque se ha planteado correctamente y se ha obtenido su forma general en *Mathematica*, la solución completa excede los límites prácticos para su tratamiento manual. Esta parte ha sido derivada al Anexo III para referencia.
- No se ha realizado una validación experimental o computacional del modelo, lo cual limita las conclusiones cuantitativas. Aun así, el trabajo proporciona una base teórica sólida y perfectamente adaptable a simulaciones futuras o comparaciones con datos experimentales.

En definitiva, el TFG ha cumplido su propósito académico y metodológico, sentando una base firme para estudios más avanzados sobre transferencia de calor en medios porosos o sistemas miniaturizados. Se ha demostrado la viabilidad del enfoque simbólico para describir sistemas térmicos complejos, y se ha dejado una estructura clara para su futura aplicación y validación.

5.3 Líneas futuras del trabajo

A partir del trabajo desarrollado se identifican las siguientes líneas de ampliación o mejora:

- Resolución numérica de la ecuación de energía: Aplicar métodos como diferencias finitas o elementos finitos para obtener el campo de temperatura en el canal.
- Comparación con datos experimentales: Utilizar los resultados obtenidos por el AN CGA Cámara Colmenero u otros autores para validar el modelo con condiciones reales.

- Extensión a geometrías más complejas: Ampliar el modelo a más de un canal, o a canales con sección no circular, para estudiar efectos de interferencia térmica o hidráulica entre canales.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Boyd Corporation, «Intercambiadores de calor», *Boyd Corporation*. [En línea]. Disponible en: <https://es.boydcorp.com/thermal/liquid-cooling-systems/heat-exchangers.html>
- [2] Kim, S. J., & Kim, D. (1999). *Forced convection in microstructures for electronic equipment cooling*. Journal of Heat Transfer, ASME. Korea Advanced Institute of Science and Technology.
- [3] Bozbiei, L. S., & Tkachenko, V. I. (2015). *Heat and mass transfer in the heated from below free cylindrical elementary convection cell with a conical cavity bottom*. International Young Scientists Forum on Applied Physics (YSF-2015), Dnipropetrovsk, Ucrania.
- [4] Lee, J., & Vafai, K. (2000). *Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 43(6), 1219-1238.
- [5] Tuckerman, D. B., & Pease, R. F. W. (1981). *High-performance heat sinking for VLSI*. IEEE Electron Device Letters, 2(5), 126–129.
- [6] Ethier, C. R., & Steinman, D. A. (2003). *Exact fully 3D Navier–Stokes solutions for benchmarking*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 41(2), 219–232.

- [7] Bendahmane, M., Ouakrim, Y., Ouzrour, Y., & Zagour, M. (2021). *Mathematical analysis and numerical simulation of a nonlinear radiofrequency ablation model in cardiac tissue*. Computers in Biology and Medicine, 136, 104728.

- [8] Lienhard, J. H., & Lienhard, J. H. IV. (2011). *A Heat Transfer Textbook* (4th ed.). Cambridge, MA: Phlogiston Press.

- [9] Cámara Colmenero, J. (2022). *Estudio analítico del transporte térmico en un intercambiador con canales horizontales microestructurados*. Universidad de Valladolid, Trabajo de Fin de Grado.

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

El estudio, diseño y optimización de intercambiadores de calor con microcanales o canales de dimensiones reducidas, como los que se analizan en este trabajo, no se limita a un ejercicio teórico o académico. Al contrario, su impacto trasciende ampliamente los límites de la investigación, generando implicaciones de gran relevancia tanto en el ámbito social como en el económico y ambiental. A continuación, se desarrollan en profundidad los efectos que esta tecnología conlleva en cada uno de estos planos.

Desde el punto de vista social, la mejora de los sistemas de intercambio de calor tiene una influencia directa en la calidad de vida de la población, en particular a través de su aplicación en tecnologías fundamentales del día a día:

- **Electrónica de consumo y sistemas médicos:** Los dispositivos electrónicos, desde teléfonos móviles hasta equipos médicos de alta precisión, requieren una gestión térmica eficiente para funcionar correctamente y de forma segura. El uso de intercambiadores de calor miniaturizados permite el desarrollo de equipos más compactos, potentes y duraderos. Esto se traduce en mejoras en el acceso a tecnologías médicas avanzadas, así como en la fiabilidad de dispositivos de comunicación, educación y trabajo.
- **Climatización y confort térmico:** Las tecnologías de climatización, tanto en viviendas como en espacios públicos y de trabajo, se benefician de intercambiadores de calor más eficientes. Esto tiene un impacto directo en la salud, el confort y la productividad de los ciudadanos, especialmente en regiones con climas extremos.
- **Aplicaciones en movilidad eléctrica y transporte:** En vehículos eléctricos y sistemas de movilidad sostenible, la gestión térmica de baterías y componentes electrónicos es esencial. La utilización de sistemas compactos y eficientes permite mejorar el rendimiento, reducir el riesgo de fallos y aumentar la autonomía, lo que tiene un impacto directo en la adopción social de estas tecnologías limpias.
- **Educación e investigación:** Este tipo de desarrollos impulsa la innovación y la formación de capital humano cualificado en ingeniería térmica y ciencias aplicadas, fomentando el avance del conocimiento y de la capacidad tecnológica nacional.

El aspecto económico representa uno de los factores más significativos en la evolución y aplicación de sistemas avanzados de intercambio térmico. Las implicaciones económicas del desarrollo de este tipo de tecnologías se pueden resumir en los siguientes puntos:

- **Reducción de costes operativos:** Al mejorar la eficiencia energética de procesos industriales y sistemas térmicos, los intercambiadores de calor optimizados permiten reducir el consumo de energía. Esto implica una disminución directa en los costes de operación, algo especialmente relevante en sectores como la automoción, la electrónica, la producción energética o la climatización industrial.
- **Aumento de la vida útil y fiabilidad de los equipos:** Al controlar mejor la temperatura de operación de los componentes, se minimiza el riesgo de fallo por sobrecalentamiento, lo que reduce los gastos de mantenimiento, reparaciones o reposiciones no planificadas.

- **Competitividad industrial:** Las empresas que logren integrar soluciones térmicas más compactas y eficientes pueden ofrecer productos más avanzados y atractivos, lo que mejora su posición en mercados altamente competitivos, como el tecnológico, el aeronáutico o el energético.
- **Nuevas oportunidades de negocio y empleo:** El desarrollo de sistemas térmicos avanzados genera demanda de perfiles técnicos especializados, impulsa la creación de start-ups y la aparición de nuevas líneas de negocio, como la refrigeración electrónica o la impresión 3D de microcanales personalizados.
- **Ahorro energético a gran escala:** En sistemas energéticos centralizados o de cogeneración, la mejora de la eficiencia térmica se traduce en millones de euros en ahorro energético anual, con implicaciones directas sobre el PIB de sectores estratégicos.

En un contexto global de emergencia climática y transición energética, el desarrollo de tecnologías térmicas eficientes representa una de las herramientas más potentes para reducir la huella ambiental de procesos industriales y tecnológicos. Las implicaciones ambientales más relevantes son:

- **Reducción del consumo energético:** Sistemas térmicos más eficientes reducen la demanda energética global, especialmente en procesos de refrigeración, climatización y conversión de energía. Esto conlleva una disminución directa de las emisiones de gases de efecto invernadero asociadas al consumo eléctrico (cuando éste proviene de fuentes fósiles).
- **Minimización de pérdidas térmicas:** Al mejorar la transferencia de calor y reducir los gradientes térmicos innecesarios, los intercambiadores de calor optimizados permiten evitar pérdidas energéticas que, de otro modo, requerirían una mayor generación de calor artificial.
- **Integración en energías renovables:** Muchos sistemas basados en energías limpias, como la solar térmica o la geotermia, requieren intercambiadores de calor eficientes para operar correctamente. Mejorar estos dispositivos facilita la adopción de estas tecnologías, potenciando la descarbonización.
- **Reducción de materiales y residuos:** Al desarrollar intercambiadores más compactos y con menos masa, se reduce el uso de materiales como aluminio, cobre o aceros especiales. Esto tiene un efecto directo sobre la sostenibilidad de la cadena de suministro y la cantidad de residuos industriales generados al final de la vida útil del equipo.
- **Disminución del impacto acústico y térmico ambiental:** Equipos más eficientes operan a menores temperaturas y requieren menos ventilación forzada, lo que disminuye el ruido y el calor diseminado al entorno urbano o industrial, contribuyendo a la mejora de la calidad ambiental en entornos densamente poblados.

En conjunto, el desarrollo de intercambiadores de calor basados en microcanales cilíndricos no es únicamente un avance técnico, sino que tiene implicaciones multisectoriales con impacto real sobre la sostenibilidad del modelo energético, la competitividad industrial, la salud pública y el desarrollo científico. Estos factores refuerzan la motivación de trabajos como el presente TFG, que buscan contribuir a una transición tecnológica responsable, eficiente y respetuosa con el entorno.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

La elaboración de este Trabajo Fin de Grado ha supuesto no solo un ejercicio académico y técnico, sino también una oportunidad para reflexionar sobre el papel que juega la ingeniería térmica en la sociedad y los compromisos éticos que conlleva su aplicación.

- Responsabilidad social y sostenibilidad energética:

Uno de los principales ámbitos donde los sistemas de intercambio térmico como el aquí modelado tienen impacto es en la eficiencia energética de procesos industriales, sistemas de refrigeración electrónica y tecnologías sostenibles. Mejorar el diseño y análisis de intercambiadores de calor contribuye directamente a la reducción del consumo energético, minimizando así el impacto ambiental asociado al uso de recursos no renovables y la emisión de gases de efecto invernadero.

Desde esta perspectiva, el desarrollo de modelos teóricos precisos y fiables no es solo una contribución académica, sino una herramienta para el diseño responsable. Los ingenieros tienen la obligación ética de emplear sus conocimientos para optimizar procesos que afecten al entorno natural y al bienestar social, y este trabajo pretende alinearse con ese compromiso.

- Investigación ética y uso de herramientas computacionales:

Durante el desarrollo de este trabajo se ha hecho uso de herramientas simbólicas como Mathematica, que permiten la resolución de sistemas complejos con un alto grado de precisión. El uso de software avanzado debe realizarse con un criterio riguroso, sin perder de vista la transparencia, trazabilidad y verificabilidad de los resultados. Se ha evitado la dependencia ciega de los resultados computacionales y se ha procurado mantener una base teórica sólida en cada etapa.

Asimismo, se ha respetado la propiedad intelectual de fuentes bibliográficas y artículos científicos utilizados como referencia. Se ha realizado una correcta citación de autores, evitando el plagio, y se ha valorado críticamente la información antes de integrarla al desarrollo del modelo.

- Formación, equidad y acceso al conocimiento:

La producción de conocimiento técnico debe ir acompañada de la voluntad de difundirlo de forma abierta y equitativa. En un contexto donde el acceso a tecnologías de simulación avanzada puede estar limitado por cuestiones económicas o geográficas, se hace necesario impulsar prácticas académicas que fomenten la colaboración abierta, la educación accesible y la justicia tecnológica.

Este trabajo, al plantear un modelo simbólico con potencial de generalización y adaptación a otros casos, contribuye modestamente a ese objetivo, al ofrecer una base teórica que puede ser aprovechada por otros estudiantes e investigadores sin depender exclusivamente de simulaciones numéricas costosas o experimentación de laboratorio.

- Impacto indirecto en tecnologías aplicadas:

Los microintercambiadores de calor como los aquí estudiados tienen múltiples aplicaciones en sistemas biomédicos, automoción, energías renovables o electrónica de potencia. Un uso ético del conocimiento generado implica tener en cuenta no solo su eficiencia técnica, sino también su impacto en la salud, la seguridad y la equidad en el acceso a tecnologías de alto rendimiento.

En ese sentido, la ingeniería térmica no puede desvincularse de su dimensión humana y social. La tecnología debe estar al servicio de las personas, y los desarrollos académicos como este deben contribuir a formar profesionales conscientes del contexto ético más amplio en el que se inscribe su actividad.

ANEXO III: SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES

En este anexo se recogen las expresiones completas de las soluciones analíticas obtenidas mediante el software *Mathematica* para el modelo desarrollado en este Trabajo Fin de Grado. En particular, las soluciones de la ecuación de energía, tanto para la fase fluida como para la sólida, presentan un alto grado de complejidad analítica, debido a la aparición de integrales no resueltas por el propio entorno simbólico. Esta característica impide obtener soluciones completamente explícitas y dificulta su tratamiento manual. Por ello, se ha optado por incluir directamente las salidas gráficas del software, facilitando así la consulta y verificación de las expresiones obtenidas, sin realizar una transcripción completa de las mismas.

Estas soluciones representan el resultado del proceso de resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en el modelo adimensional, utilizando los comandos DSolve para la ecuación de cantidad de movimiento y Function para las expresiones de temperatura. Las imágenes permiten visualizar con claridad tanto la forma funcional como la estructura de las soluciones, que dependen de parámetros adimensionales como el número de Péclet, la porosidad o la relación de conductividades entre fases.

Estas expresiones, aunque de difícil interpretación directa, constituyen la base para un análisis posterior más detallado (numérico o gráfico) y reflejan el grado de desarrollo simbólico alcanzado en el presente trabajo.

Con el fin de resolver analíticamente las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema, se ha empleado el software Mathematica, el cual requiere una sintaxis específica y una nomenclatura computacional compatible con su entorno de álgebra simbólica. Por esta razón, ha sido necesario reescribir las ecuaciones originales del modelo —formuladas en notación matemática tradicional— en un formato aceptado por Mathematica, adaptando tanto los nombres de variables como la forma de representar derivadas y funciones. Esta transformación ha respetado la equivalencia física de cada término, asegurando que los resultados obtenidos mantengan coherencia con el planteamiento teórico inicial.

A continuación, se presenta una tabla de equivalencias que permite interpretar correctamente las expresiones simbólicas usadas en Mathematica, facilitando su comparación con las ecuaciones originales del modelo.

Símbolo / Variable (original)	En Mathematica	Descripción / Comentario
∇ (nabla, gradiente o divergencia)	D[...] o ∂ [...]	Representa derivadas parciales, según contexto.
P (presión)	P1	Se utiliza P1 como constante de presión en la solución analítica.
u(x, y)	u[x, y]	Notación funcional explícita en Mathematica.
T (temperatura del fluido o sólido)	Tf y Ts	Se separa en Tf (fluido) y Ts (sólido).
q" (flujo térmico superficial)	q0	Se representa como constante de flujo de calor.
k (conductividad térmica)	k	Se mantiene igual.

Símbolo / Variable (original)	En Mathematica	Descripción / Comentario
α (difusividad térmica)	α o alpha	En algunos casos puede usarse alpha.
Da (número de Darcy)	Da	Sin cambios. Aparece directamente en la solución.
β (coeficiente de interacción)	β	Se mantiene igual.
R (radio del canal)	R	Sin cambios.
Pe (número de Péclet)	Pe	Sin cambios, aunque no aparece directamente en las soluciones, sí en adimensionalización.
cp (calor específico)	cp	Se mantiene.
ρ (densidad)	ρ o rho	En Mathematica suele usarse rho.
t (tiempo)	t	Idéntico.
x, y (coordenadas cartesianas)	x, y	Se mantiene en notación funcional.
sech (función hiperbólica)	Sech[...]	Mathematica usa Sech para la función 1/cosh.
tanh	Tanh[...]	Para función hiperbólica tangente.

A continuación, se adjuntan las imágenes de las soluciones de las ecuaciones de velocidad y de las temperaturas en el fluido y en el sólido.

`DSolve[{{β D[U[y], y, y] - 1/Da U[y] == P1, U[0] == 0, U[1] == 0}, U[y], y] // FullSimplify`
[resolvidor] [deriva] [simplifica completamente]

$$\left\{ \left\{ U[y] \rightarrow Da P1 \left(-1 + \cosh \left[\frac{1 - 2y}{2 \sqrt{Da} \sqrt{\beta}} \right] \operatorname{sech} \left[\frac{1}{2 \sqrt{Da} \sqrt{\beta}} \right] \right) \right\} \right\}$$

Figura A-1. Solución ecuación de la velocidad. Mathematica

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible]

Figura A-6. Solución de la temperatura en el sólido (2º parte). Mathematica

[illegible]

Figura A-7. Solución de la temperatura en el sólido (3º parte). Mathematica