



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Sistema de posicionamiento solar para buques

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Pedro de Marcos González

DIRECTORES: José González Coma
José Ignacio Valles Cancela

CURSO ACADÉMICO: 2021-2022

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Sistema de posicionamiento solar para buques

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Cuerpo General

Universida_deVigo

RESUMEN

Ante un evento de fallo o ausencia de disponibilidad de los medios comunes de posicionamiento en alta mar, como el GPS o los facilitados por medio de satélites, surge la necesidad de disponer de un sistema automático alternativo. Dicho sistema tiene como finalidad proporcionar la latitud y longitud del barco mediante la observación de la altura del Sol con el sextante, y está basado en la resolución del problema astronómico de la meridiana, definido como el momento donde el Sol alcanza la altura máxima durante su trayectoria diaria.

El presente trabajo comprende el estudio de los métodos matemáticos basados en trigonometría esférica que permiten el posicionamiento mediante la observación del Sol, y la implementación de los mismos en una aplicación software, que lo muestra de forma clara y didáctica. Como producto final se proporciona una interfaz que, con los valores de altura del Sol en la mañana y la meridiana, obtenga la posición del buque automáticamente, sin necesidad de tener que hacer uso de otros medios como el Almanaque Náutico. Este software podrá ser de utilidad para los barcos tanto civiles como de la Armada en navegaciones transoceánicas, ya que en alta mar no es posible situarse mediante referencias costeras.

PALABRAS CLAVE

Astronomía, Sol, Navegación, Situación y Recta de altura.

ABSTRACT

In the event of failure or unavailability of the common means of positioning at sea, such as GPS or those provided by satellites, the need for an alternative automatic system arises. This system aims to provide the latitude and longitude of the ship by observing the height of the Sun with the sextant, and it is based on the resolution of the astronomical problem of the meridian, defined as the moment where the Sun reaches the maximum height during its daily trajectory.

The present work includes the study of the mathematical methods based on spherical trigonometry that allow the positioning through the observation of the Sun, and its implementation in a software application, which shows the results in a clear and didactic way. As a final product we provide an interface that, with the input values of the height of the Sun in the morning and the meridian, obtains the position of the ship automatically, without having to make use of other means such as the Nautical Almanac. This software will be useful for both civilian and Navy ships in transoceanic navigations, where it is not possible to find the ship's position by means of coastal references.

KEY WORDS

Astronomy, Sun, Navigation, Location and Altitude line.

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer este trabajo a todo el mundo que me ha apoyado durante mi paso por la Escuela Naval Militar.

En primer lugar, agradecerles a mis tutores del trabajo, José González Coma y el Capitán de Corbeta José Ignacio Valles Cancela, por todo el apoyo y ayuda recibida durante estos meses en el desarrollo de este trabajo.

En segundo lugar, a toda mi familia y amigos que han estado conmigo tanto en los buenos momentos como en los malos durante mi formación en la Escuela Naval Militar. Ellos han sido un pilar fundamental en mi formación como futuro oficial de la Armada española.

Por último, agradecerles a “las plantas” mi grupo de amigos, por tantos momentos inolvidables vividos juntos durante estos últimos cinco años.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas.....	5
1 Introducción y objetivos.....	6
1.1 Motivación	6
1.2 Objetivos	7
1.3 Estructura de la memoria	7
2 Estado del arte	8
2.1 Fundamentos de navegación	8
2.1.1 Navegación astronómica.....	8
2.2 Tiempo	18
2.2.1 El problema de la longitud.	22
2.3 Triángulo de posición	27
2.3.1 Trigonometría esférica.....	28
2.4 Almanaque náutico	31
2.5 Sextante.....	31
2.6 Recta de altura	33
2.7 Situación de estima.	35
2.7.1 Carta mercatoriana.....	37
2.8 Órbita aparente del sol.	38
3 Desarrollo del TFG	42
3.1 Matlab	42
3.2 Función principal.....	43
3.3 Función para el cálculo de la altura estimada.	47
3.4 Función para el cálculo del azimut.	47
3.5 Función para el cálculo de la hora de la meridiana.	48
3.6 Función para el cálculo de las correcciones de una altura observada.....	48
3.7 Función para el cálculo de la estima.	50
3.8 Función para el cálculo de la situación de estima de la meridiana.....	51
3.9 Función para el cálculo del coeficiente de pagel.	52
3.10 Función para la resolución gráfica de la meridiana.	53
4 Resultados	54
4.1 Interfaz de la meridiana	54

4.1.1 Barra de ejemplos.	55
4.1.2 Fecha de la observación.	55
4.1.3 Situación de estima inicial.	55
4.1.4 Navegación.	56
4.1.5 Observación de la mañana y de la meridiana.	56
4.1.6 Botón de simular.	57
4.1.7 Recuadro de resultados y cálculos intermedios.	57
4.1.8 Representación gráfica.	59
5 Conclusiones y líneas futuras.	61
5.1 Conclusiones.	61
5.2 Líneas futuras.	62
5.2.1 Desarrollo de una App para móvil.	62
5.2.2 Sistema de posicionamiento por la estrella Polar.	62
5.2.3 Sistema de posicionamiento por el corte de tres rectas de altura.	62
6 Bibliografía.	63
Anexo I: Ejemplo problema navegación astronómica con estima.	65
Anexo II: Criterio de signos para aplicar pagel.	80

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Esfera terrestre.....	9
Figura 2-2 Paralelos y zonas de la esfera terrestre.	10
Figura 2-3 Meridianos de la esfera terrestre.	11
Figura 2-4 Milla náutica.....	12
Figura 2-5 Sistema de coordenadas polares.	13
Figura 2-6 Esfera celeste.....	14
Figura 2-7 Horizontes [4].....	15
Figura 2-8 Coordenadas horizontales.	16
Figura 2-9 Azimuts.	17
Figura 2-10 Husos horarios [5].	18
Figura 2-11 Hora civil de lugar [6].....	19
Figura 2-12 División del tiempo por longitud [7].	20
Figura 2-13 Comparación horas civiles de lugar y Greenwich [6].	20
Figura 2-14 Comparativa de tipos de horas [3].....	21
Figura 2-15 Cronómetro marino [8].	22
Figura 2-16 Coordenadas horarias.....	23
Figura 2-17 Explicación ángulo en el polo [9].....	24
Figura 2-18 Explicación del horario de Greenwich [9].	25
Figura 2-19 Astro visible (A) y astro no visible (B).....	26
Figura 2-20 Triángulo de posición.	27
Figura 2-21 Nomenclatura triángulo esférico [10].....	29
Figura 2-22 Almanaque náutico [12] y [13].	31
Figura 2-23 Sextante [14].	32
Figura 2-24 Imágenes movimiento del sextante [15].	33
Figura 2-25 Círculos de altura [6].	34
Figura 2-26 Recta de altura y determinante.	35
Figura 2-27 Situación de estima [6].	36
Figura 2-28 Derrotas loxodrómicas y ortodrómicas.....	37
Figura 2-29 Carta mercatoriana [18].	38
Figura 2-30 Órbitas real y aparente del Sol [19].	39
Figura 2-31 Eclíptica del Sol [20].	39
Figura 2-32 Trayectoria del Sol [6].	40
Figura 3-1 Icono de Matlab [22].	42
Figura 3-2 Tipos de lenguajes de programación [24].	43

Figura 3-3 Código de la función correcciones.	49
Figura 3-4 Apartamiento e incremento de latitud [25].	50
Figura 3-5 Representación gráfica de un ejemplo en la interfaz.	53
Figura 4-1 Interfaz de la meridiana.	54
Figura 4-2 Barra de ejemplos.	55
Figura 4-3 Calendario con día de la observación.	55
Figura 4-4 Situación de estima.	56
Figura 4-5 Datos de navegación.	56
Figura 4-6 Datos de la observación de la mañana.	56
Figura 4-7 Datos de la observación de la meridiana.	57
Figura 4-8 Botón de simular.	57
Figura 4-9 Situaciones de estima.	58
Figura 4-10 Cálculos intermedios de la mañana.	58
Figura 4-11 Cálculos intermedios de la meridiana.	59
Figura 4-12 Representación gráfica del problema astronómico de la meridiana.	60
Figura 0-1 Diferentes casos para determinar coeficiente de pagel [10].	80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1 Tabla resumen sistemas de coordenadas terrestres horizontales y horarias [3].	30
---	----

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

En este capítulo se desarrollan los objetivos del trabajo con una breve explicación de la motivación de porqué existe la necesidad de realizar dicho proyecto y una descripción de cómo se organiza el mismo.

1.1 Motivación

La determinación de la posición de un buque en el mar es y ha sido siempre un aspecto clave para la navegación. Como bien sabemos, el 70,8 % de la superficie de la Tierra está cubierta por los océanos. Por ello, el mar siempre ha sido considerado de vital importancia para la humanidad, suscitando curiosidad y grandes ansias de conocimiento. Sin embargo, hay que resaltar que el mar es un medio hostil que puede llegar a arrebatar vidas, pero que, aun así, grandes marinos como Cristóbal Colón o Juan Sebastián de Elcano, decidieron arriesgar sus vidas en busca de la gloria en el mar. Desde que los primeros marinos se adentraron en los océanos para lanzarse a la aventura de la navegación, el principal problema ha sido saber dónde se encontraban. Los astros, única referencia para los navegantes en alta mar, les permitieron terminar sus viajes con éxito, desarrollando a lo largo de los años los procedimientos de la denominada navegación astronómica. Este tipo de navegación es fundamental para un marino pues proporciona la capacidad de poder zarpar de un puerto siguiendo una derrota prevista en alta mar y poder llegar al destino final, sin necesidad de hacer uso de sistemas de posicionamiento global por satélite como el GPS, sirviéndose tan solo de la carta náutica, la observación de los astros y unos buenos conocimientos de navegación.

La motivación fundamental de este trabajo es la mejora de la seguridad en la navegación, mediante el desarrollo de una herramienta de software que muestre de manera sencilla y gráfica la situación observada del barco, obtenida por el corte de rectas de altura. Pudiendo llegar a servir, además, como base para la posible implementación de dicho software en las unidades de la Armada española.

Hoy en día, los sistemas de posicionamiento global por satélite son una herramienta fundamental para la navegación y se encuentran integrados en los puentes de todos los barcos que operan a nivel mundial. Pero el problema es que estos sistemas pueden averiarse y que, además, son externos y ajenos al buque. Por ello, en caso de avería o circunstancias que afecten a su operatividad, el barco quedaría totalmente aislado y sin referencias externas para obtener su posición en alta mar. En este caso, se podría disponer de la situación del buque en alta mar mediante el mantenimiento de una buena situación de estima, corregida por medio de situaciones observadas obtenidas con el uso de este software.

Es también un apoyo para la motivación docente en la Escuela Naval Militar (ENM), más concretamente en la rama específica de maniobra y navegación. Con dicho software será más fácil la explicación de la navegación astronómica y más visual, de forma que sea una motivación para el estudio por sus alumnos.

1.2 Objetivos

El objetivo fundamental del trabajo es la creación de un software que permita obtener la posición del buque con la observación del sol. Además de crear la interfaz para el usuario, un objetivo secundario del trabajo es dar a conocer la Astronomía Náutica de una forma clara y sencilla, que sea fácil de interpretar por cualquier persona que tenga interés en la navegación.

Otros objetivos intermedios son la resolución matemáticamente del problema de las rectas de altura que se explica más detalladamente en el siguiente capítulo. También, el desarrollo de un algoritmo que pueda implementarse para resolver el problema de las rectas de altura, y la integración de dicho algoritmo en un software que sea sencillo y fácil de trabajar.

1.3 Estructura de la memoria

El trabajo posee la siguiente estructura:

En el capítulo 2, se describe el estado del arte con los fundamentos de la navegación astronómica. En el apartado 2.1 se definen los conceptos básicos y de forma clara para transmitir al lector la idea fundamental de la navegación astronómica. En los diferentes subapartados, se definen las coordenadas terrestres y celestes fundamentales para obtener la posición del barco en la mar. Se explica el triángulo de posición y su forma de obtención, para poder resolver posteriormente el problema astronómico. También se hace hincapié en el tiempo y su forma de medición para la navegación astronómica, destacando los husos horarios y la importancia de la longitud. Se describe el Almanaque Náutico y su importancia a la hora de la resolución del problema astronómico, junto con el sextante, instrumento fundamental para obtener la altura del sol y de los astros a observar, además se describe su forma de uso. Se define qué es la recta de altura y cómo la usaremos en nuestro trabajo. Se hace mención a cómo llevaremos la navegación de estima y así poder tener una mejor precisión en nuestro trabajo, a la hora de obtener la posición del buque en la mar. Y finalmente, se explica el movimiento del Sol y cómo nos afecta a la hora de realizar las observaciones y los cálculos necesarios para hallar nuestra posición. Con estos conocimientos de navegación astronómica podremos pasar al siguiente capítulo donde desarrollaremos a fondo el trabajo.

En el capítulo 3, se define el desarrollo del trabajo. Tras una descripción de Matlab, que es el software utilizado para el trabajo, se definen y explican los comandos diseñados para ejecutar la interfaz. En resumen, se explica el problema astronómico aplicado en Matlab.

En el capítulo 4, se da a conocer la interfaz como resultado del presente trabajo y se presentan una serie de ejercicios como ejemplos para comprobar que la interfaz se ejecuta correctamente.

Por último, en el capítulo 5 se desarrollan las conclusiones del trabajo y las diversas ideas futuras para el mismo.

Descrita ya la estructura de nuestro trabajo, pasamos al capítulo 2 donde daremos a conocer al lector de una forma sencilla y didáctica la astronomía náutica.

2 ESTADO DEL ARTE

En este capítulo, se definirán los conceptos de navegación astronómica fundamentales para el desarrollo del trabajo. Antes de empezar con el trabajo en sí, es fundamental conocer la terminología con la que vamos a trabajar. Por ello, en primer lugar, definiremos unos conceptos básicos que nos servirán de referencia para alcanzar nuestro objetivo final que es el posicionamiento de un barco mediante la observación del Sol.

2.1 Fundamentos de navegación

Según la Real Academia Española (RAE), se define la navegación como la acción de navegar, un viaje que se realiza con la nave o la ciencia y el arte de navegar [1]. Es por ello, que la navegación marítima es el arte y la ciencia de gobernar una embarcación de un punto a otro de forma segura.

Existen pues diversos tipos de navegación como, por ejemplo, la navegación de estima, que determina la situación del buque por medios analíticos, la navegación costera que se basa en observación de demoras y distancias a puntos notables de costa, navegación electrónica, basada en sistemas de posicionamiento global (GPS) o la navegación inercial que se basa en determinar la situación del buque por medio de datos que dan los giróscopos y acelerómetros [2], entre otros. Pero la modalidad de navegación objeto de este trabajo y que explicaremos a continuación, es la navegación astronómica.

2.1.1 Navegación astronómica

La navegación astronómica es aquella parte de la navegación que estudia las posiciones en las que vemos los astros y a partir de ella obtiene la situación del barco en la mar. Los astros son todos los cuerpos que vemos proyectados en el firmamento, como por ejemplo los planetas y las estrellas [3].

La Tierra es un cuerpo redondo de forma irregular, al estar achatada por los polos, y ensanchada por el Ecuador. Es aproximadamente un elipsoide de revolución, es decir, una elipse que gira alrededor de un eje, en este caso la línea que une ambos polos. A este cuerpo se le llama “esferoide terrestre”.

Para la navegación astronómica se considera una esfera perfecta debido a que la diferencia entre sus dos ejes, distancia entre polos y el Ecuador, es muy pequeña en comparación con las distancias a los astros. Solo hay una excepción, que es la luna, ya que al estar más cerca de la Tierra se debe de tener en cuenta el radio de distancia donde se encuentra el observador. Por ello, para situarnos mediante observaciones de la Luna, deberemos de aplicar unas correcciones específicas.

A continuación, definiremos unas coordenadas terrestres que son fundamentales para la navegación y otras coordenadas celestes que usaremos en Astronomía. Empezaremos pues, definiendo las coordenadas terrestres, de conocimiento imprescindible para cualquier marino.

▪ Coordenadas terrestres.

Para poder definir la situación geográfica en la que se encuentra el observador, deberemos definir un sistema de coordenadas, que serán fundamentales para la navegación. Para ello, vamos a definir los puntos y líneas principales de la Tierra:

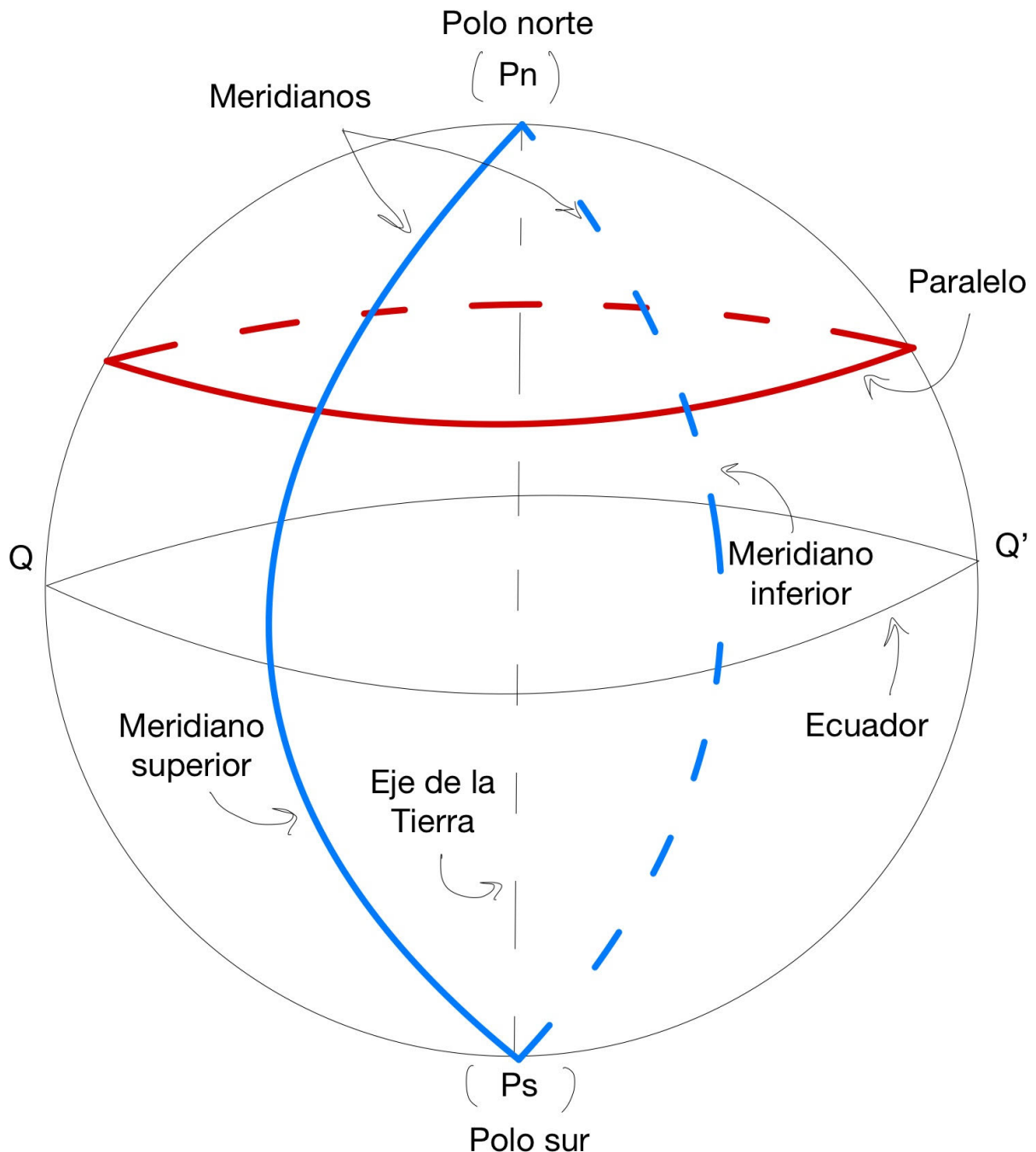


Figura 2-1 Esfera terrestre.

Eje y polos: La Tierra gira alrededor de un diámetro que se llama eje de la Tierra y a sus extremos se les llaman polos, norte (Pn) y sur (Ps). Como se refleja en la Figura 2-1.

El círculo máximo es aquel círculo que pasa por el centro de la Tierra y posee el diámetro terrestre. Mientras que los círculos menores son aquellos que poseen un diámetro inferior al terrestre y no pasan por el centro de la Tierra. Podemos afirmar pues que todos los paralelos salvo el Ecuador son círculos menores, ya que no pasan por el centro de la Tierra, pero, sin embargo, todos los meridianos son círculos máximos ya que contiene al centro de la Tierra y pasan siempre por los polos.

Ecuador: Es el círculo máximo normal al eje de la Tierra (QQ'). Éste divide la Tierra en dos hemisferios, el norte y el sur. Se puede observar en la Figura 2-1.

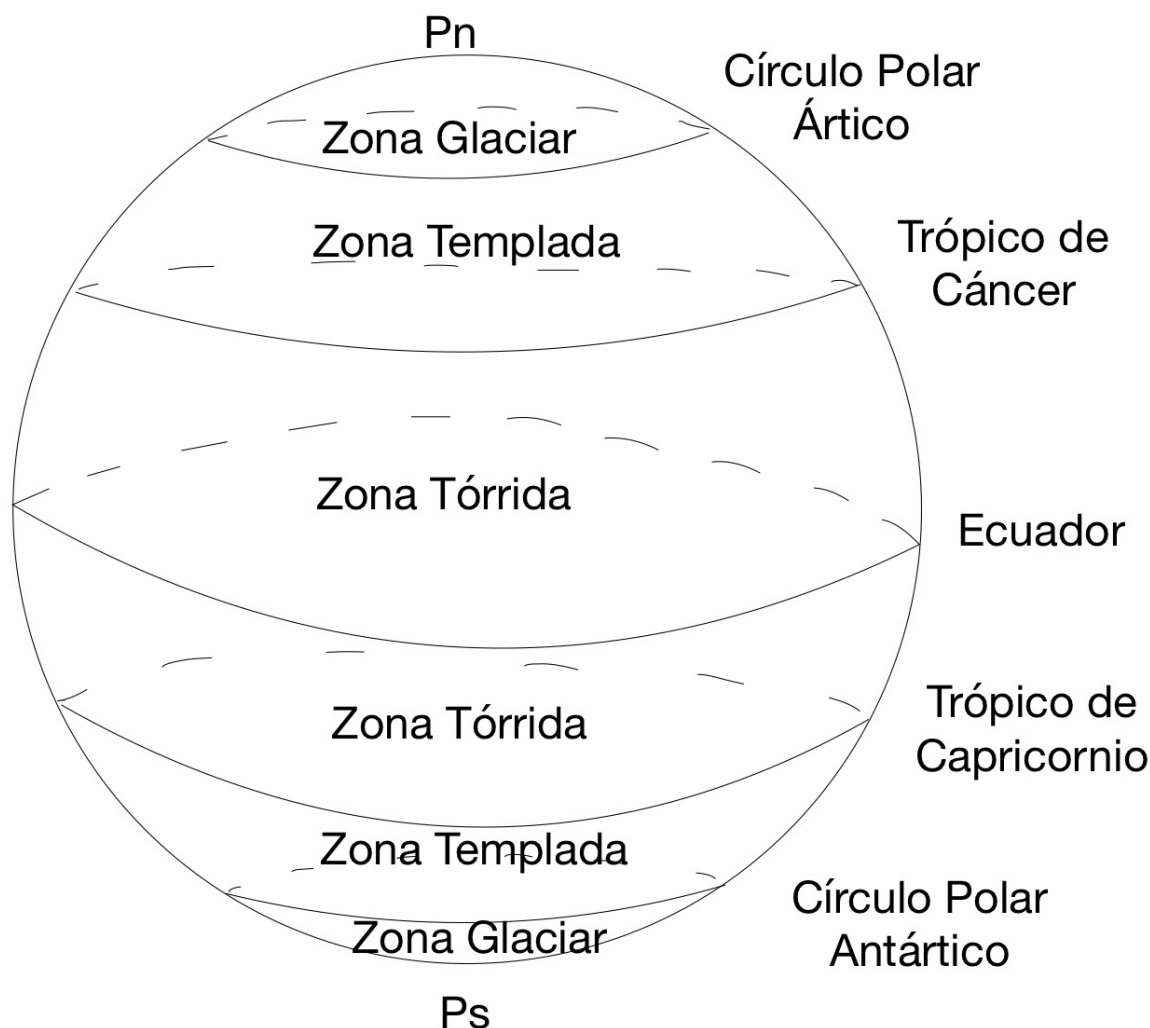


Figura 2-2 Paralelos y zonas de la esfera terrestre.

Paralelos: Son los círculos menores paralelos al Ecuador. Algunos por su relevante posición geográfica tienen nombres específicos, como se observa en la Figura 2-2, estos son:

Trópico de Cáncer: Paralelo del hemisferio norte separado del Ecuador $23^{\circ} 27'$. Es decir, si trazamos un arco de meridiano desde el Ecuador y subimos 23° y $27'$ hacia el norte, el paralelo resultante a dicha latitud es el trópico de cáncer.

Trópico de Capricornio: Paralelo del hemisferio sur, separado del Ecuador $23^{\circ} 27'$. Es decir, si trazamos un arco de meridiano desde el Ecuador y bajamos 23° y $27'$ hacia el sur, el paralelo resultante a dicha latitud es el trópico de capricornio.

Ambos trópicos son simétricos, pero se encuentran en diferentes hemisferios.

Círculo Polar Ártico: Paralelo que se encuentra separado del polo norte $23^{\circ} 27'$. Es decir, si trazamos un arco de meridiano desde el polo norte y bajamos 23° y $27'$ hacia el sur, el paralelo resultante a dicha latitud es el círculo polar Ártico.

Círculo Polar Antártico: Paralelo que está separado del polo sur $23^{\circ} 27'$. Es decir, si trazamos un arco de meridiano desde el polo sur y subimos 23° y $27'$ hacia el norte, el paralelo resultante a dicha latitud es el círculo polar Antártico.

Ambos círculos polares son simétricos, pero se encuentran en diferentes hemisferios.

Dichos paralelos de nombres importantes, se representan en la Figura 2-2. Además, podemos observar la importancia de éstos, ya que dividen a la Tierra en diferentes zonas que serán de vital importancia a la hora de entender cómo funciona el movimiento de la Tierra tanto de rotación como de traslación y en definitiva definir el tipo de clima que se vive en las diferentes zonas y en las diferentes estaciones del año. Estas zonas son:

Una zona tórrida comprendida entre los trópicos de Cáncer y Capricornio, que el Ecuador divide en dos partes iguales.

Dos zonas templadas que van desde los trópicos hasta los círculos polares. En el hemisferio norte desde el trópico de Cáncer hasta el círculo polar Ártico y en el sur desde el trópico de Capricornio hasta el círculo polar Antártico.

Dos zonas glaciares desde los círculos polares a los polos. En el polo norte está la zona glaciar Ártica y en el polo sur la zona glaciar Antártica [3].

Meridianos: Son los círculos máximos que pasan por los polos y son normales al Ecuador. Existen dos meridianos esenciales para el cálculo de la situación de un buque, se pueden observar en la Figura 2-3:

Meridiano de Greenwich: aquel que se toma como referencia para obtener la longitud de nuestra posición.

Meridiano del lugar: aquel que pasa por el punto donde se encuentra el buque.

En la Figura 2-3, se pueden apreciar los meridianos nombrados anteriormente.

Arco de meridiano: parte del meridiano que va desde un punto del meridiano a otro. Normalmente, se suele escoger desde el Ecuador hasta la latitud en donde nos encontramos, que es la que nos interesa a la hora de realizar el problema de astronomía.

Una vez explicados los conceptos anteriores, podemos definir las coordenadas terrestres, que son la latitud y la longitud, con las que podemos situar a un buque en la mar.

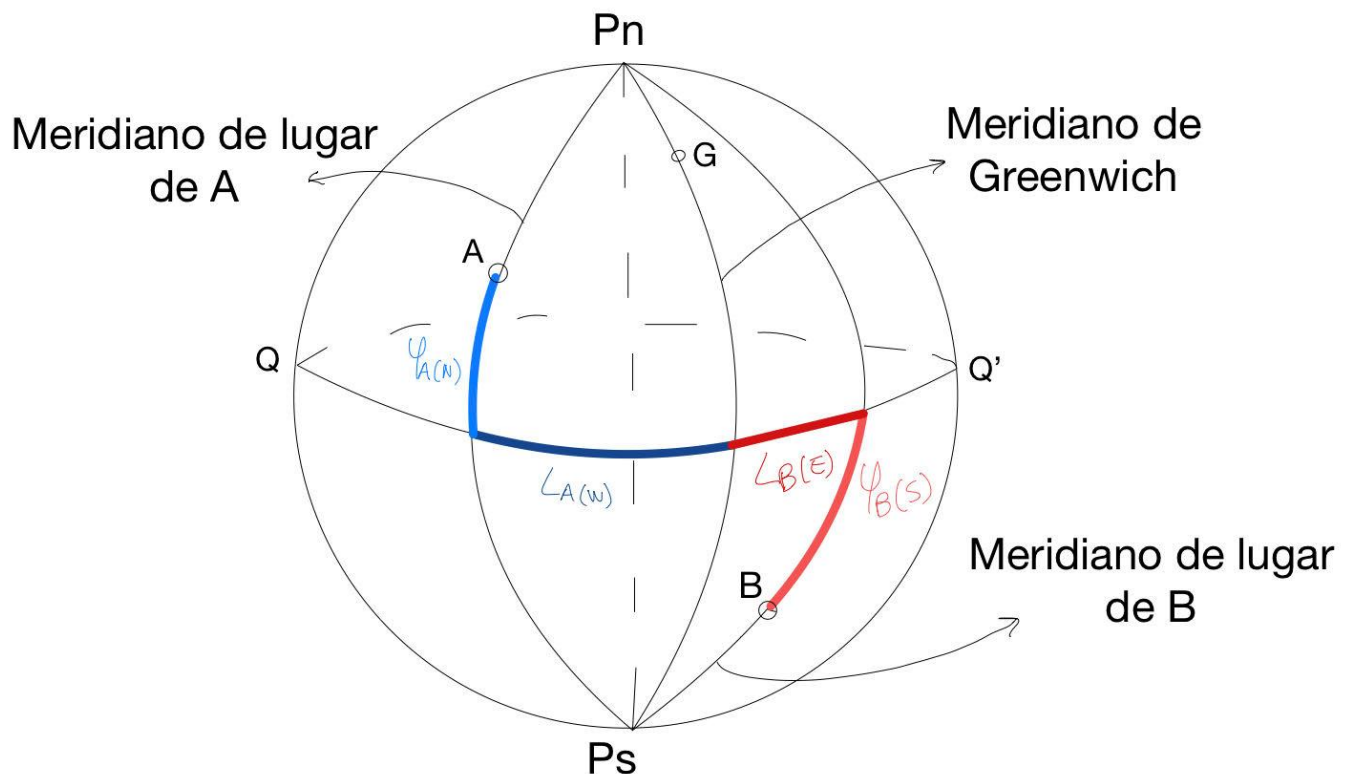


Figura 2-3 Meridianos de la esfera terrestre.

En navegación las distancias se miden en *millas náuticas*, que es la longitud de un minuto de arco de meridiano. Además, corresponde a 1.852 metros cuya equivalencia es 2000 yardas. Se describe a continuación en la Figura 2-4. Dicho valor se adoptó en 1929 como la longitud de un minuto de arco o la sesentava parte de un grado sexagesimal de latitud terrestre. Sesenta millas náuticas de latitud equivalen a una diferencia de un grado de latitud, es por eso por lo que se usa la milla náutica para navegar. De la milla náutica se deriva también la medida de velocidad que se usa en navegación, que es el *nudo*, entendiendo como un nudo a la velocidad igual a una milla por hora.

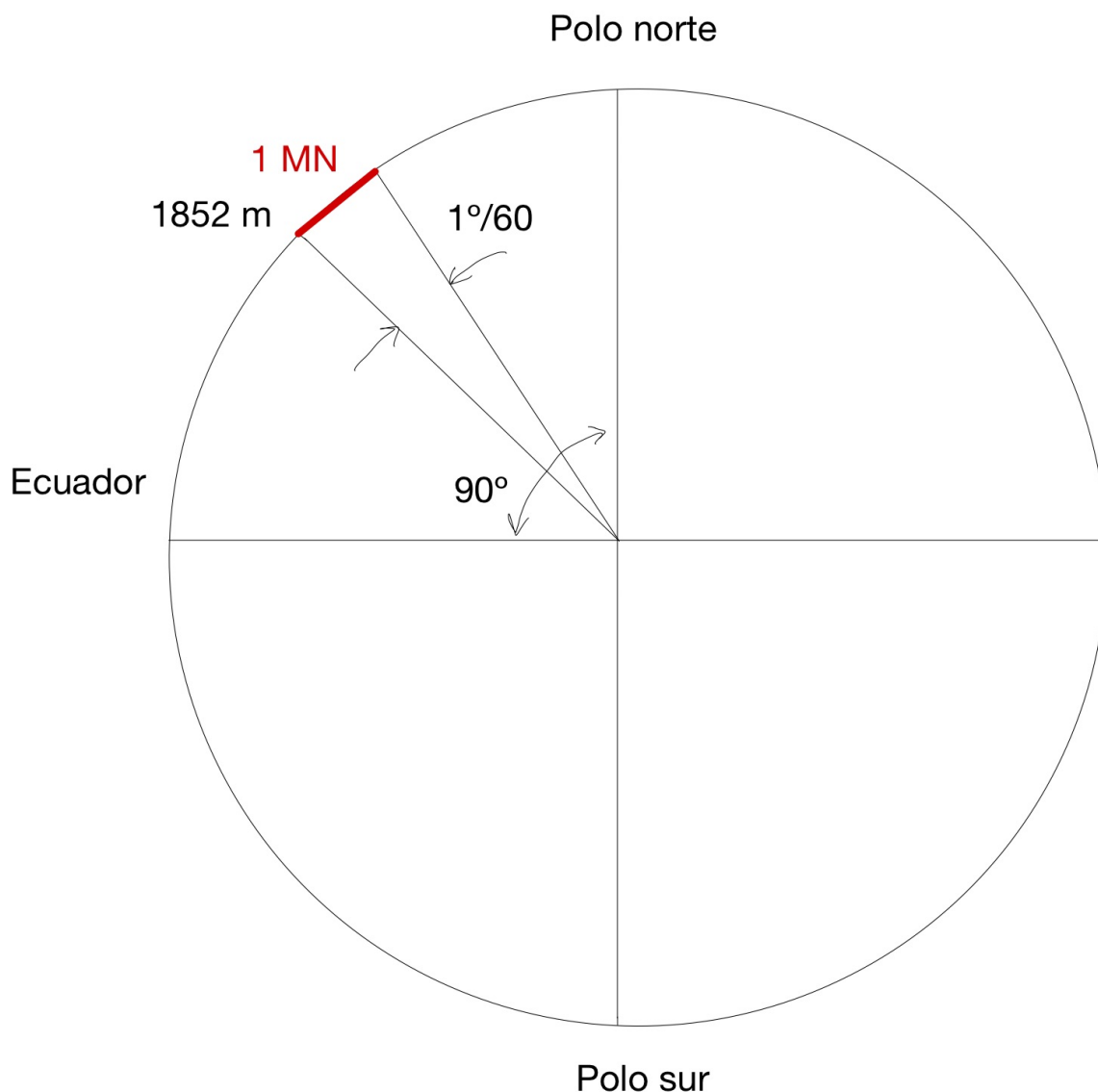


Figura 2-4 Milla náutica.

Latitud (ϕ): Es el arco de meridiano contado desde el Ecuador al punto donde se encuentra el buque. Siempre es menor a 90° y va acompañado de la letra (N) si estamos en el hemisferio norte y de la (S) si estamos en el hemisferio sur.

Longitud del arco: es la distancia medida en millas náuticas del arco de meridiano. En definitiva, la distancia entre dos puntos del mismo meridiano.

La diferencia de latitud de dos lugares es la longitud del arco de meridiano entre los paralelos de ambos lugares.

En la Figura 2-3, se distinguen las diferentes latitudes de dos puntos cualesquiera de la Tierra.

Longitud (L): Es el arco de Ecuador contado desde el meridiano superior de Greenwich hasta el meridiano superior de lugar. Es menor de 180° , llamándose longitud Oeste (W) cuando vista desde fuera de la Tierra y con el polo norte arriba, el meridiano de lugar queda a la izquierda del de Greenwich. Y Longitud este (E) cuando el meridiano de lugar queda a la derecha del de Greenwich.

La diferencia de longitud de dos lugares es el arco más corto de Ecuador entre los meridianos superiores de dichos lugares. En la Figura 2-3, se distinguen las diferentes longitudes de dos puntos cualesquiera de la Tierra.

Arco de Ecuador: es el que forman dos puntos cualesquiera del Ecuador. Se escogen dichos puntos para medir la distancia que los separan, que en definitiva es la diferencia de longitud. Entendiendo como tal la distancia medida en millas náuticas desde dos puntos con diferentes longitudes.

▪ Coordenadas celestes.

Una vez definidas las coordenadas terrestres, pasamos a definir las coordenadas celestes, que usaremos en las navegaciones astronómicas. En Astronomía Náutica siempre se obtienen la posición de los astros por coordenadas polares. En el sistema polar de coordenadas se determina la posición de un punto con dos ángulos (α y β) y la distancia (D) del origen al astro. En la Figura 2-5, se muestra gráficamente el sistema de coordenadas polares. Hay que destacar que son más importantes los ángulos α y β que la distancia que nos separa del astro, que como ya mencionamos anteriormente es enorme.

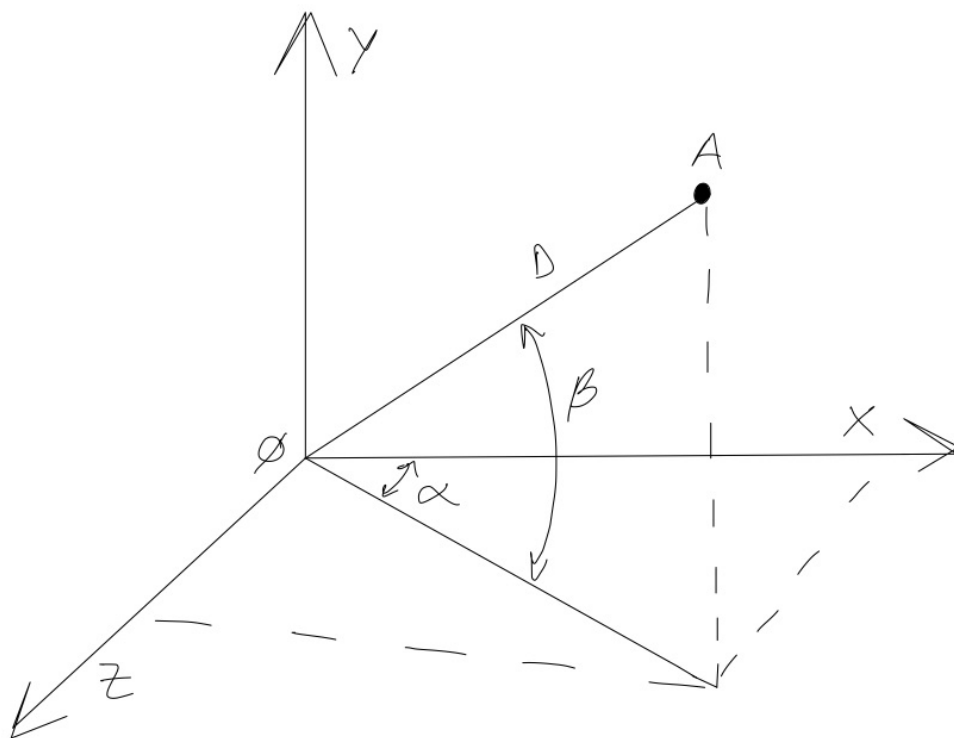


Figura 2-5 Sistema de coordenadas polares.

Los astros se encuentran a enormes distancias de la Tierra, por ello, el observador no aprecia que unos estén más cerca que otros, sino que le parece que todos están a la misma distancia. Por ello, para la resolución de problemas de Astronomía Náutica se supone que todos los astros están en una gran superficie esférica de radio arbitrario (dependiendo de la distancia al astro que escojamos para situarnos), llamada “esfera celeste”.

De este sistema de coordenadas celestes, podemos sacar unos puntos y líneas importantes como hicimos con las coordenadas terrestres. Estos puntos están reflejados en la Figura 2-6 y son:

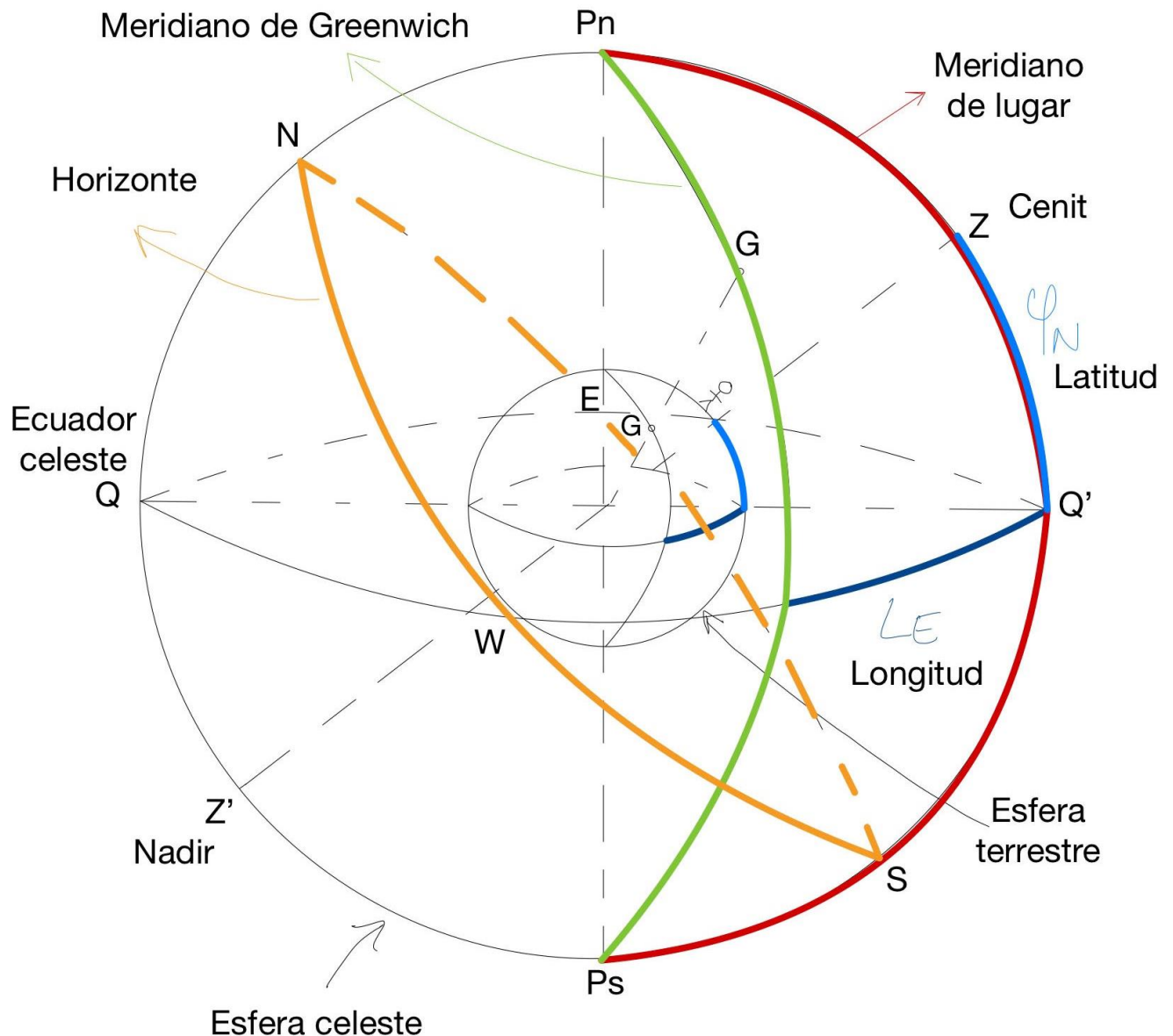


Figura 2-6 Esfera celeste.

Cénit (Z): Si unimos el centro de la Tierra con el lugar donde está el buque, y prolongamos la línea, dicha línea cortará a la esfera celeste en un punto imaginario llamado cenit, que estará siempre encima de nosotros.

Nadir (Z'): Si dicha línea que unía nuestro buque con el centro de la Tierra la prolongamos en dirección contraria, cortará a la esfera celeste en un punto llamado nadir.

La línea que une el cenit con nadir es el diámetro de la esfera celeste.

Polos celestes: Si prolongamos el eje de la Tierra o la línea que une los polos, donde corte con la esfera celeste hallaremos los polos celestes. Dichos polos reciben el mismo nombre que los de la esfera terrestre, polo norte y polo sur.

Ecuador celeste (QQ'): es el círculo máximo perpendicular a los polos celestes.

Una cuestión muy importante es saber diferenciar que, en la Tierra, los polos y el Ecuador existen, mientras que en la esfera celeste no son más que líneas y puntos imaginarios, que definimos para poder referenciar nuestra posición en función de un astro.

Meridiano del lugar: Es el círculo máximo que pasa por los polos celestes, el cenit y nadir.

Meridiano de Greenwich: Es el círculo máximo que pasa por los polos y el cenit del observatorio de la ciudad inglesa de Greenwich.

Ambos meridianos comunes a las esferas terrestres y celestes.

Horizonte: Es el círculo perpendicular a la línea Cenit-Nadir. Éste divide a la esfera celeste en dos hemisferios, uno visible que contiene al cenit y otro no visible que contiene al nadir. Esto se ve reflejado en la Figura 2-19. Podemos clasificar el horizonte en tres clases, reflejados en la Figura 2-7:

Horizonte verdadero o real: Es el que tiene de centro el centro de la Tierra, siendo un círculo máximo que posee los puntos cardinales. Estos puntos cardinales son el norte (N), sur (S), este (E) y oeste (W). Estos puntos cardinales se pueden apreciar en la Figura 2-8Figura 2-8.

Horizonte aparente: Es aquel que tiene el centro al observador, siendo pues un círculo menor en la esfera terrestre. Debido a que el radio de la Tierra es muy pequeño en comparación con la distancia a las estrellas, los horizontes verdaderos y aparentes, se suponen iguales. Pero, si observamos el Sol, debemos aplicar unas correcciones.

Horizonte visible o de la mar: Es el formado por las visuales a la superficie de la Tierra. Este horizonte depende de la elevación del observador sobre la mar. Las alturas tomadas a los astros y al Sol se miden siempre desde este horizonte.

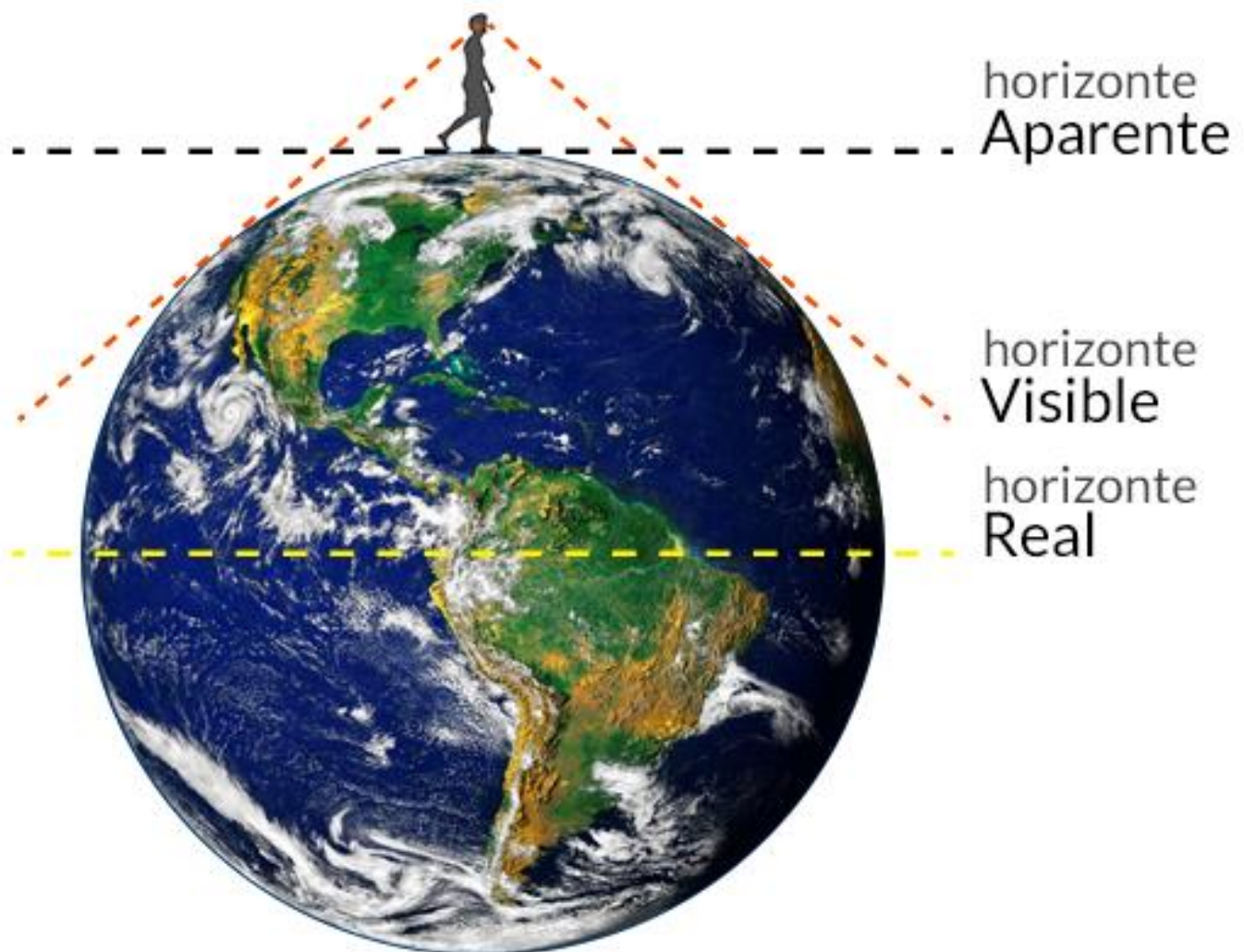


Figura 2-7 Horizontes [4].

Una vez definidos estos dos tipos de coordenadas generales que son las coordenadas terrestres y celestes, pasamos a definir las coordenadas que dependen del horizonte del observador, que son las coordenadas horizontales, y que usaremos para localizar al astro a partir del horizonte. Dichas coordenadas, al ser dependientes del observador, serán de gran utilidad para obtener la situación geográfica mediante la observación de los astros.

▪ Coordenadas horizontales.

Estas coordenadas se encuentran en los círculos máximos perpendiculares del Horizonte y Vertical, que es el círculo máximo que pasa por el cenit (Z) y nadir (Z') del astro. A diferencia de las anteriores coordenadas que escogíamos los polos norte y sur como referencia, estas coordenadas destacan por tener el horizonte y el cenit como referencia, como podemos ver en la Figura 2-8. Estas coordenadas son:

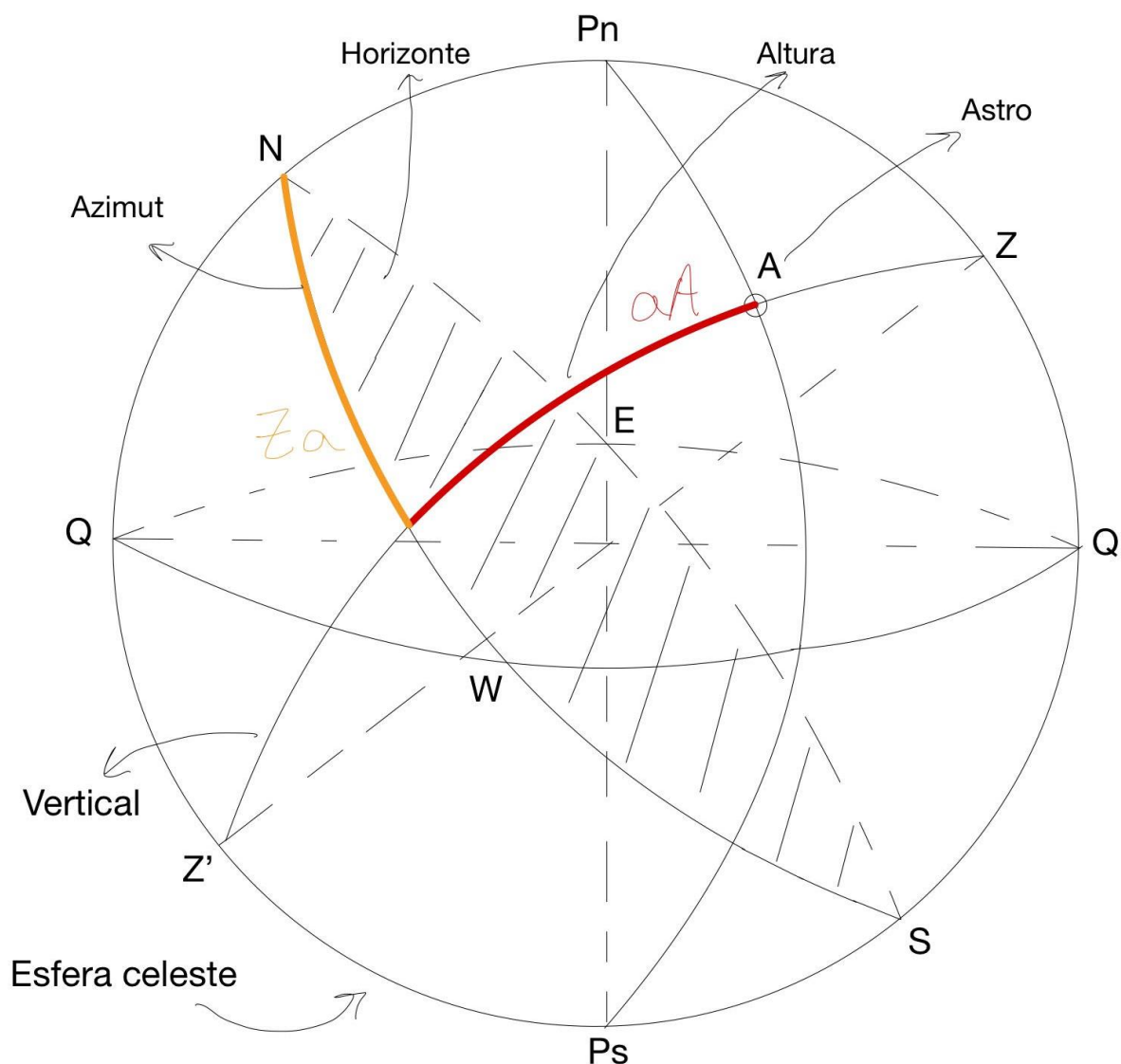


Figura 2-8 Coordenadas horizontales.

Altura (a): es el arco de vertical desde el Horizonte hasta el astro. Es positiva si el astro es visible y negativa si no lo es, es decir, está bajo el horizonte. Los astros con la misma altura, están en el mismo almicantarato, que es el círculo menor paralelo al horizonte.

El arco de vertical es aquel que se mide desde un punto de la Vertical del astro a otro. Normalmente se escoge el que va desde el astro hasta nuestro Horizonte donde nos encontramos. Todo ello, viene reflejado en la Figura 2-8.

Azimut (Z): es el arco de horizonte que va desde los puntos cardinales norte o sur hasta el vertical del astro. El que se usa en Astronomía Náutica es el azimut astronómico, que va desde el punto cardinal N o S (el del mismo nombre que la latitud donde estemos) hasta el vertical del astro, llamándose oriental u occidental si va hacia el E u W. Siempre es menor de 180° , por ejemplo: $Z_a=130^\circ$ oriental o 130° E.

El arco de horizonte es aquel que se mide desde un punto del horizonte a otro. Normalmente se escoge el que va desde el meridiano que contiene al astro a la posición donde nos encontramos. Todo ello, viene reflejado en la Figura 2-8.

Podemos diferenciar distintas formas de referirnos al azimut, siendo el más empleado el azimut náutico o astronómico. Los diferentes tipos de azimut son:

Azimut náutico: Aquel que va desde el norte (N) hacia el este (E) hasta llegar al astro. Toma valores de 0° a 360° .

Azimut astronómico: Aquel que va desde el norte (N) o sur (S), dependiendo del polo elevado, es decir de la latitud del observador hacia el este (oriental) u oeste (occidental) hasta el astro. Toma valores de 0° a 180° .

Azimut por cuadrantes: Aquel que divide la Tierra en cuadrantes y va del norte (N) o sur (S) hacia el este (E) u oeste (W) dependiendo de la posición del astro. Toma valores de 0° a 90° .

A continuación, se expone la Figura 2-9, que explica los diferentes azimuts vistos desde el polo:

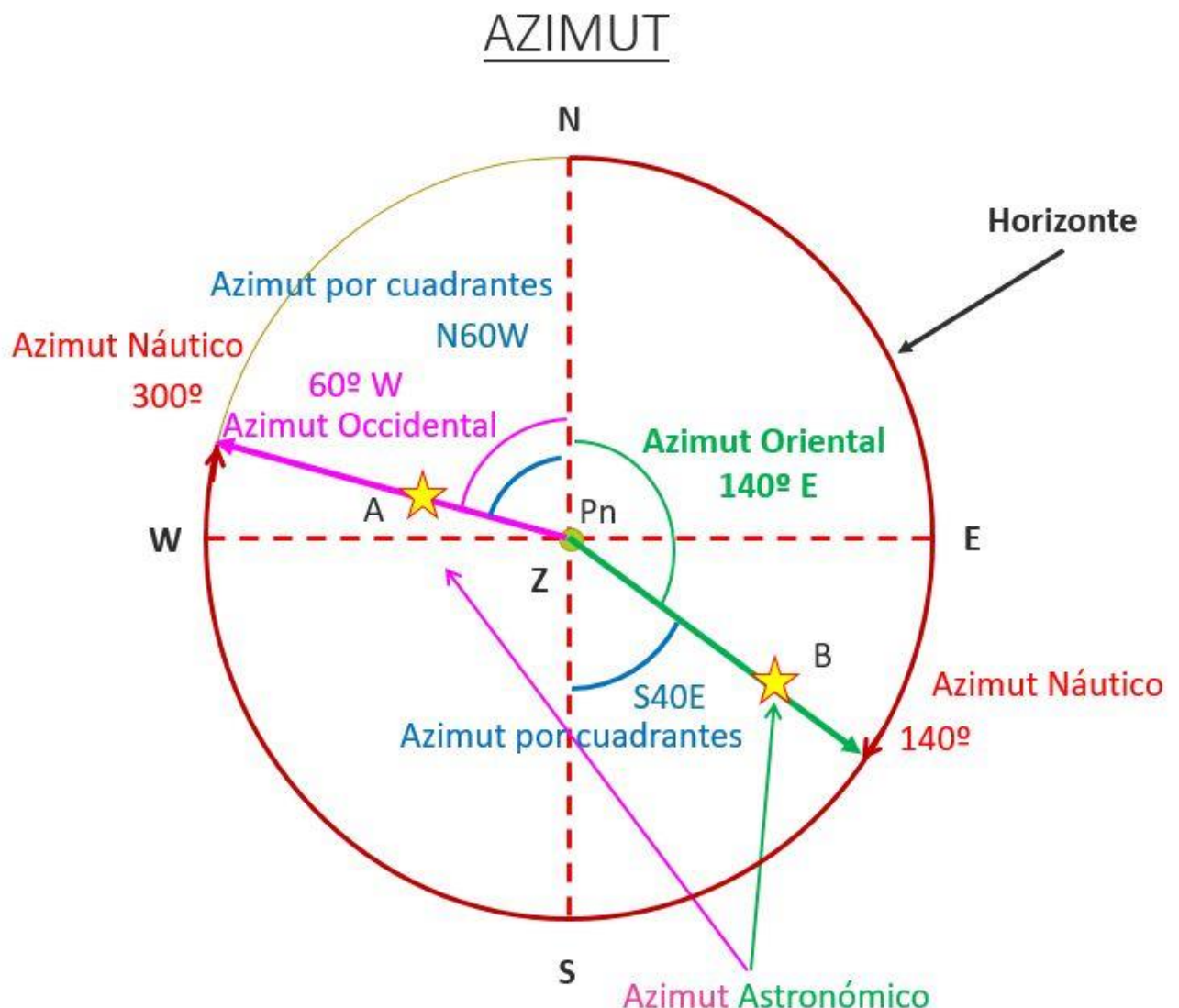


Figura 2-9 Azimuts.

2.2 Tiempo

La Tierra tiene un movimiento de rotación que hace que se diferencien el día de la noche en diferentes lugares de la Tierra, por eso no es lo mismo estar en España que en Estados Unidos, es decir, mientras es de noche en España, en algunas partes de Estados Unidos sigue siendo de día. Existen diferentes zonas horarias para diferentes sitios geográficos de la Tierra. Es por eso que el mundo se divide en diferentes husos horarios, es decir, reparten la Tierra en veinticuatro regiones de tiempo. Cada una de estas regiones se denomina zona horaria y tiene su propio huso horario, con un horario específico asignado que comparten todas las zonas geográficas con el mismo meridiano. Esto nos permite calcular el tiempo de cada país sumando o restando tantas horas como sean necesarias para llegar desde nuestro huso horario al de referencia que es el que se encuentra en el observatorio de Greenwich en Inglaterra. A partir de éste surge el Tiempo Coordinado Universal (“UTC”-*Universal Time Coordinated*) que se acepta por convenio y que da paso al resto de husos horarios [5], como podemos apreciar en la Figura 2-10.

Como explicaremos más adelante, existen diferentes tipos de horas, está la hora civil de lugar que es la que corresponde a la situación geográfica donde nos encontremos, la hora oficial que es aquella que pone el gobierno de cada nación de acuerdo con sus intereses y la hora legal que depende del huso horario donde nos encontremos. Es por ello, que en astronomía es muy importante llevar bien el tiempo y saber con qué hora estamos trabajando, para no cometer errores en los cálculos y poder resolver el problema sin ninguna complicación.

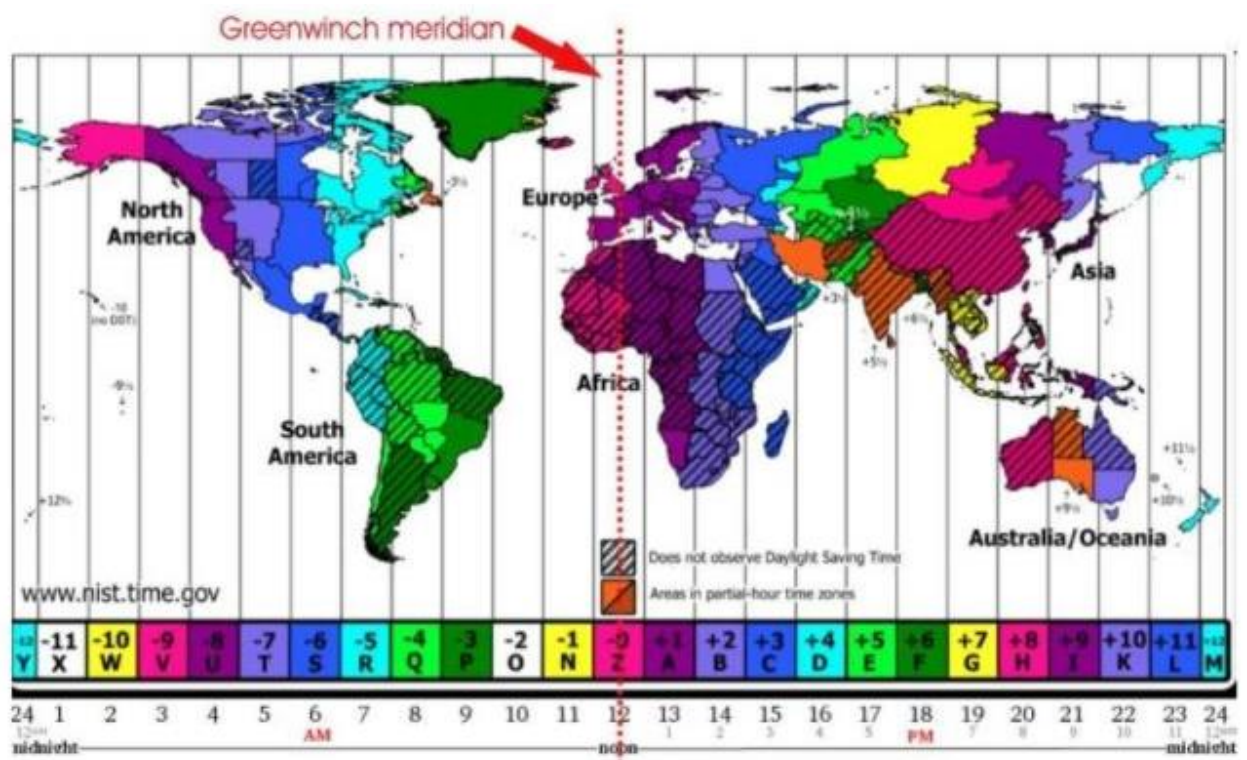


Figura 2-10 Husos horarios [5].

Los husos horarios son una referencia que adoptan las naciones para el manejo del tiempo en la Tierra. Pero hay que tener en cuenta, que existen países con más de un huso horario debido a su gran extensión como Estados Unidos y otros países como España, exceptuando las islas Canarias, que tienen un huso horario diferente al que le correspondería geográficamente. Estas excepciones que nos podemos encontrar tienen un fundamento ya sea político, económico o incluso histórico. Por ello, hay que saber diferenciar bien entre la hora oficial que es aquella que pone oficialmente el estado, de la hora civil o local que es aquella que le corresponde geográficamente. Un buen ejemplo es nuestro país, España debería de tener el huso horario de Greenwich, pero sin embargo posee el UTC+2 en verano y el UTC+1

en invierno. Este hecho también viene definido por el ahorro energético, aprovechamiento de las horas de luz del día, el turismo etc. Hoy en día la Unión Europea todavía tiene problemas con España porque exige que se adopte un único horario para todo el año, pero los españoles ya están acostumbrados a cambiar de hora dos veces al año.

Para los cálculos que se realizarán en este trabajo, es importantísimo tener claro qué es el tiempo y en qué huso horario nos encontramos. Por ello, definiremos una serie de conceptos del tiempo que serán fundamentales y que deberemos dominar para que las futuras correcciones que se realicen con el almanaque náutico sean las correctas:

Día civil: es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol medio por el mismo meridiano inferior del lugar.

Tiempo civil: Es aquel que definimos como el que transcurre cuando el Sol pasa dos veces consecutivas por el meridiano inferior de lugar, que es el que se encuentra justo en la parte opuesta del meridiano superior de lugar. Es decir, el meridiano de lugar se compone del superior que es aquel que se encuentra sobre nosotros; (delante de la Tierra), y el inferior, aquel que está en el lado opuesto de la Tierra; (detrás de nosotros). Al tomar de referencia el meridiano opuesto a nuestra posición necesitamos recorrer 180° que son 12 horas desde el meridiano inferior hasta el superior. Es por ello que el día empieza con las doce de medianoche.

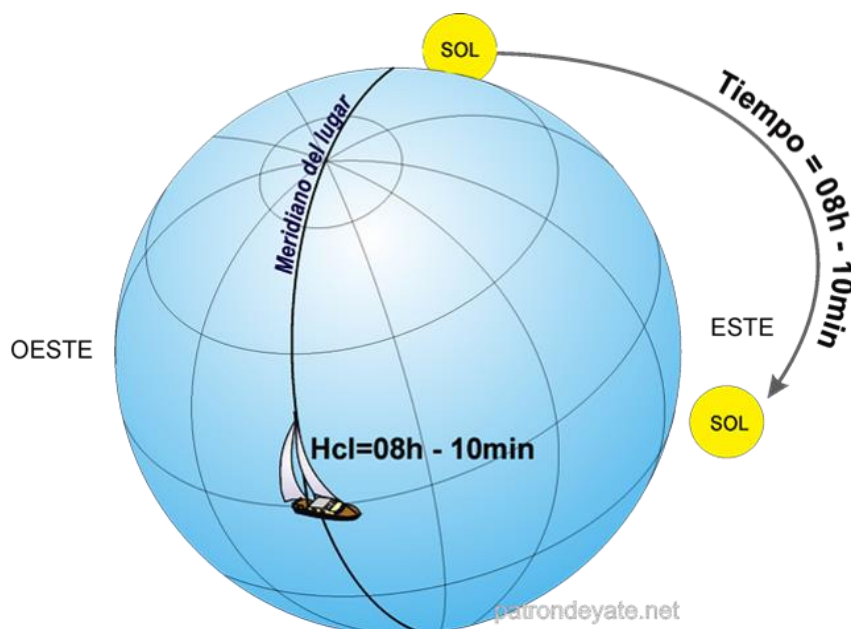


Figura 2-11 Hora civil de lugar [6].

Hora civil de lugar (HcL): Es el tiempo que ha transcurrido desde que el Sol medio pasó por el meridiano inferior de lugar. Es la hora que le corresponde al buque cuando se encuentra navegando. Está regulado por el Sol medio, que es un Sol ideal que se supone recorre el Ecuador celeste con movimiento uniforme, tardando en recorrer el Ecuador celeste el mismo tiempo que el verdadero en recorrer la Eclíptica, recorrido aparente del Sol sobre la Tierra. Éste se define en el apartado 2.8 Órbita aparente del sol. A continuación en la Figura 2-12, podemos observar la división que se ha tomado en el mundo en función de la longitud en donde nos encontremos. La división es de 1 hora por cada 15° , ya que, si consideramos la esfera como forma geométrica, ésta posee 360° que deberán repartirse entre 24 horas que dura un día. Si se realiza la operación se obtiene: 15° Longitud es 1h en tiempo.

La diferencia de horas en el mismo instante entre la HcL y HcG es igual a la Longitud, convertida en tiempo con la operación anterior ($15^\circ=1h$).

$$HcG = HcL + L \text{ (Longitudes W signo positivo y longitudes E signo negativo).}$$

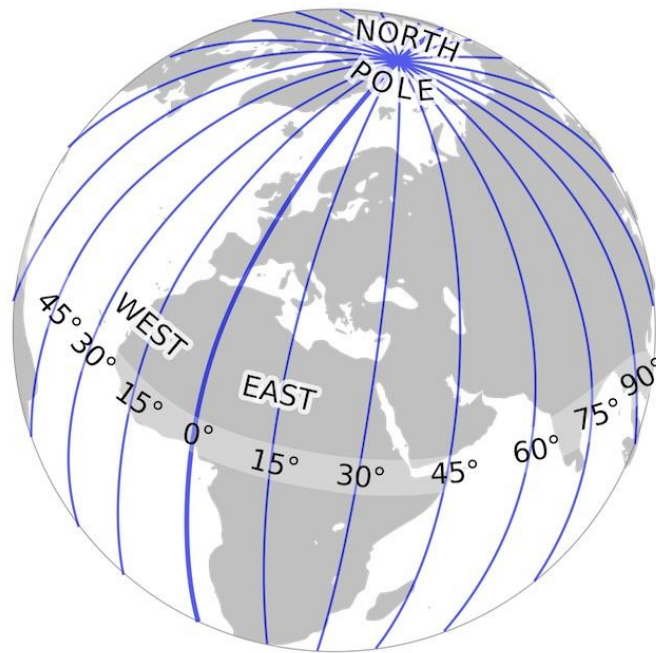


Figura 2-12 División del tiempo por longitud [7].

Hora civil en Greenwich (HcG): También llamado tiempo universal (UTC), es el tiempo que transcurrió desde que el Sol medio pasó por el meridiano inferior de Greenwich. Por ejemplo, si son las 0100h UT (HcG) significa que el sol medio pasó hace una hora por el meridiano inferior de Greenwich. Por tanto, en un mismo instante todos los lugares de longitudes diferentes tendrán una HcL diferente porque los orígenes son diferentes, pero todos tendrán la misma HcG porque el origen es común para todos los meridianos inferiores de Greenwich y por tal motivo se llama tiempo universal (UTC).

$$H_{CL} = UT \pm L$$

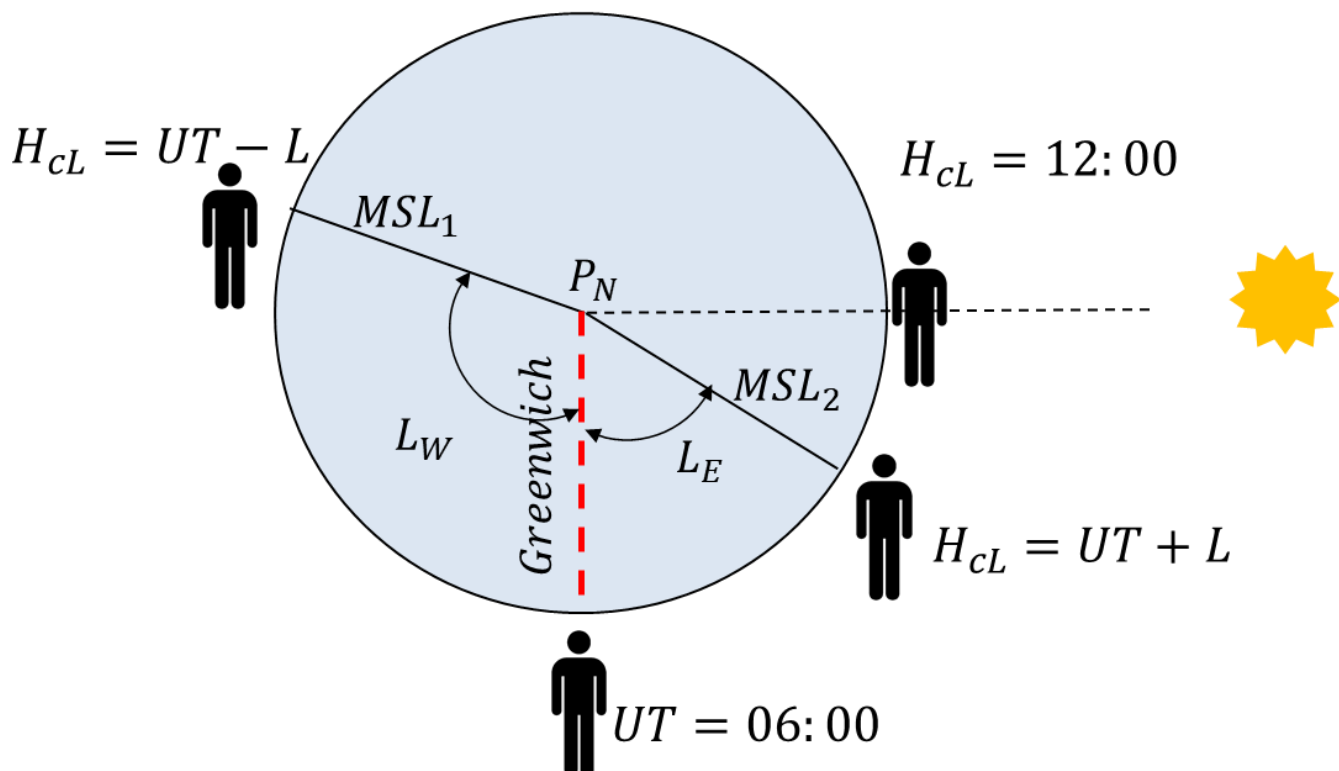


Figura 2-13 Comparación horas civiles de lugar y Greenwich [6].

Hora legal (Hz): Como la HcL no es utilizable en los buques que navegan puesto que al tener cada meridiano su propia hora, tendrían que estar cambiando hora constantemente al cambiar de longitud, se llegó a la hora legal. Se dividió la superficie terrestre en 24 husos horarios como puede verse en la Figura 2-10, de 15° de longitud, representados por la letra Z, dentro de estos husos o zonas horarias se lleva la misma hora, llamada hora legal. El valor de Z puede ser positivo o negativo, por eso siempre hay que tener claro estas fórmulas, para no equivocarnos con el signo:

$$HcG = Hz + Z \quad Hz = HcG - Z$$

Hora oficial (Ho): Es la que establece el gobierno de la nación por diversas razones, ahorro de energía para trabajar con luz natural, o cualquier otra razón. Esta hora se diferencia del Hz en una cantidad que se denomina "O". En España, esta hora varía según la época del año, de tal forma que, durante los siete meses que dura el horario de primavera-verano, España está en la zona UTC +2 (Canarias en la zona UTC +1) y durante los cinco meses que dura el horario de otoño-invierno, España está en la zona UTC +1 (Canarias en la zona UTC 0).

$$HcG = Ho + O \quad Ho = HcG - O$$

A continuación, en la Figura 2-14, se describe un gráfico donde se expresan los tres tipos de horas con las que podemos llegar a trabajar:

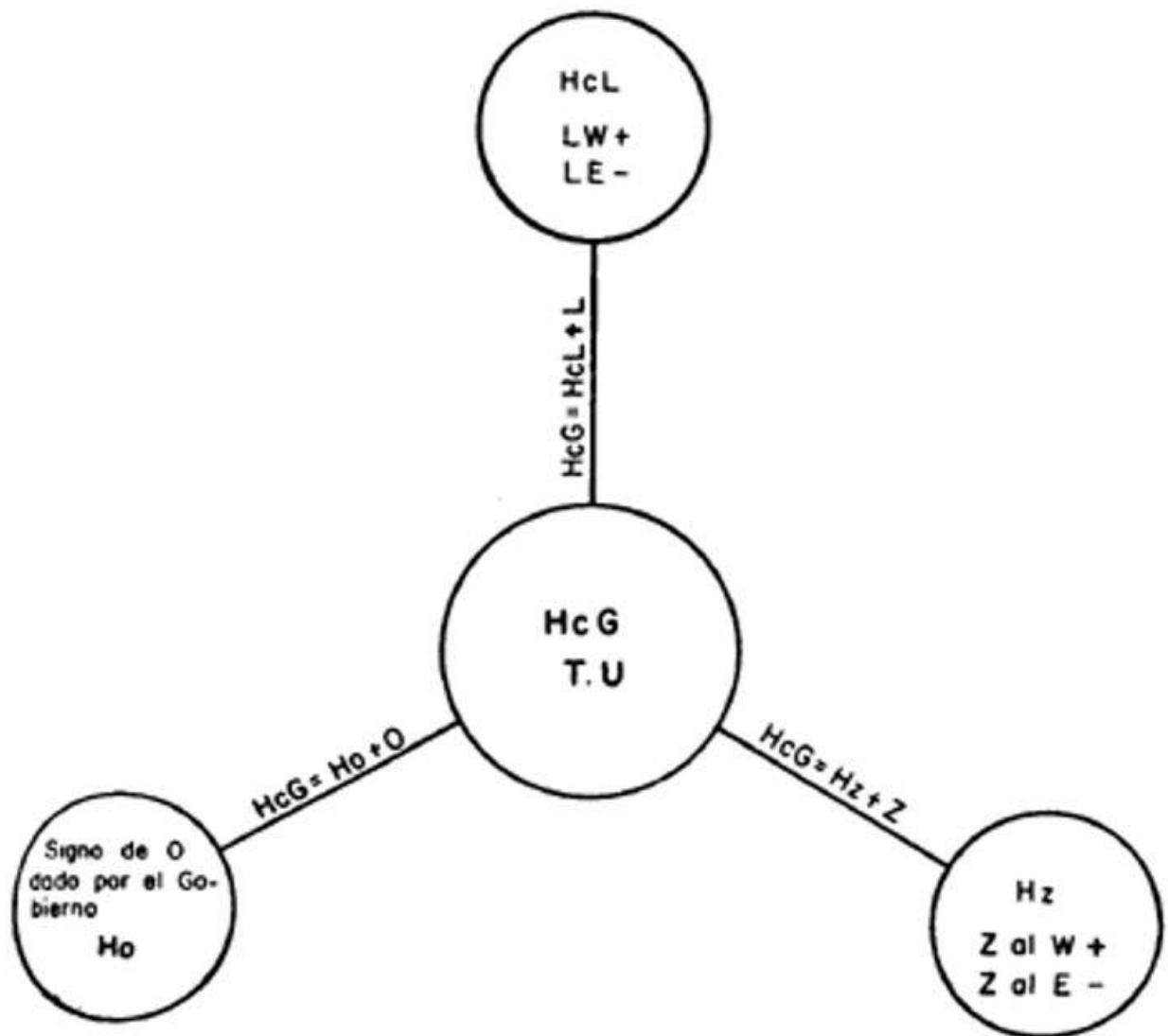


Figura 2-14 Comparativa de tipos de horas [3].

2.2.1 El problema de la longitud.

Uno de los hitos más importantes para la navegación astronómica fue el poder situarse en latitud con la observación del sol cuando era de día y de algunas estrellas importantes como la Polar cuando era de noche. Pero el gran problema era cómo poder situarse en longitud, porque para poder determinar la longitud del barco, era necesario conocer con exactitud la hora local donde se hallaba el barco y la hora con un meridiano de referencia. Esto que en la teoría puede parecer sencillo, en la práctica era muy complicado debido a las condiciones del mar y emisiones radio magnéticas. Además, siempre se ha perseguido la precisión, ya que un error de un grado suponía un error de 60 millas náuticas. Es por ello, que siempre se ha querido recompensar de forma enormemente agradecida a quien pudiera resolver dicha cuestión. Reyes como Felipe II o Luis XIV establecieron recompensas que fueron aumentadas por sus herederos como Felipe III para encontrar una solución viable. Pero no fue hasta cuando el inglés Tobias Mayer quién valiéndose de estudios previos de la materia, consiguió realizar unas tablas de distancias lunares cuyo método estaba basado en el movimiento relativamente rápido de la Luna a través del firmamento, la cual completa un ciclo de 360 grados en 27,3 días, por tanto, en una hora, se mueve alrededor de 0,5 grados respecto a las estrellas y el Sol. Más tarde, Nevil Maskelyne en 1767 desarrolla la publicación anual del almanaque náutico en el cual se muestra la posición diaria del Sol, Luna y estrellas propicias para la navegación, así como las distancias lunares diarias, facilitando mucho el uso de esta técnica y permitiendo así su expansión [7].

La solución, pues, más conveniente para que tenga menos errores asociados, es poder medir el tiempo del meridiano de Greenwich con un reloj lo suficientemente preciso que soporte los vaivenes de la navegación y que no se atrase lo más mínimo durante una travesía larga. Fue entonces cuando John Harrison crea un reloj independiente a la gravedad solventando así el problema que mostraban en alta mar los relojes de péndulo de la época. Este reloj además de preciso era ligero y manejable, pues media solo 13 cm de diámetro y pensaba alrededor de 1,5 kg. Estos relojes dieron pie a los cronómetros marinos actuales que se usan para poder saber la hora navegando, aunque hoy en día existan otros tipos de dispositivos más modernos y fiables. Podemos apreciar un ejemplo de un cronómetro marino en la Figura 2-15.

En los barcos para numerosos problemas necesitamos conocer exactamente la hora con precisión para la resolución de problemas astronómicos. Es por ello, que se usan los cronómetros marinos que son instrumentos que conservan el tiempo civil a bordo sin que sea alterado. Lo que se pretende con estos instrumentos es que su movimiento esté regulado por el tiempo civil, o sea que al transcurrir una hora en el cronómetro haya transcurrido una hora de tiempo civil.



Figura 2-15 Cronómetro marino [8].

Estas coordenadas se cuentan en los círculos máximos perpendiculares Ecuador y círculo horario del astro. Con ellas tenemos una referencia del astro con las coordenadas celestes. Estas son las que se ven a continuación en la Figura 2-16. Además, en función de si dichas coordenadas están por encima del horizonte, será un astro visible, pero si por el contrario se encuentran por debajo del horizonte, entonces tendremos un astro no visible. Con estas coordenadas el astro queda definido en referencia al Ecuador. Sabiendo que el cinturón de Orión¹ es una constelación por donde pasa el Ecuador, será de fácil situar al astro en función de dichas coordenadas.



23

Horario de lugar (hL): Es el arco de Ecuador desde el punto de corte del meridiano superior de lugar hacia el W hasta el círculo horario del astro. El círculo horario del astro es el círculo máximo que pasa por el astro y corta a la Tierra en los polos celestes. También se puede contar desde el punto de corte con el meridiano superior de lugar, pero en ese caso hace falta decir si es occidental u oriental, es decir, si va hacia el W o E. Este horario es igual al ángulo en el polo (P), se caracteriza porque:

Si hL es menor de $180^\circ \rightarrow Pw = hL$.

Si hL es mayor a $180^\circ \rightarrow Pe = 360 - hL$.

A continuación en la Figura 2-17, se explica de forma gráfica y detallada la diferencia que existe entre un astro que tiene un ángulo en el polo menor a 180° y que es por tanto un ángulo occidental (W), de otro astro que tiene un ángulo en el polo mayor a 180° y que es por tanto un ángulo oriental (E). Todo esto por supuesto es referenciado al hemisferio norte, es decir cuando el polo norte está arriba, ya que, si estuviéramos en el hemisferio sur, sería al revés.

Para entender la Figura 2-17 definiremos las abreviaturas que se usan: (Mi) es meridiano inferior, (Ms) es meridiano superior, (Pn) es el polo norte, representado por un punto azul, (Z) es el cenit del observador, (hL) es el ángulo horario de lugar del astro que está dibujado en azul, (Pw y Pe) son el ángulo en el polo dibujado en rojo, que como vemos y ya mencioné antes varía de un dibujo a otro, (A) es el astro y por último los puntos cardinales de este y oeste (E y W).

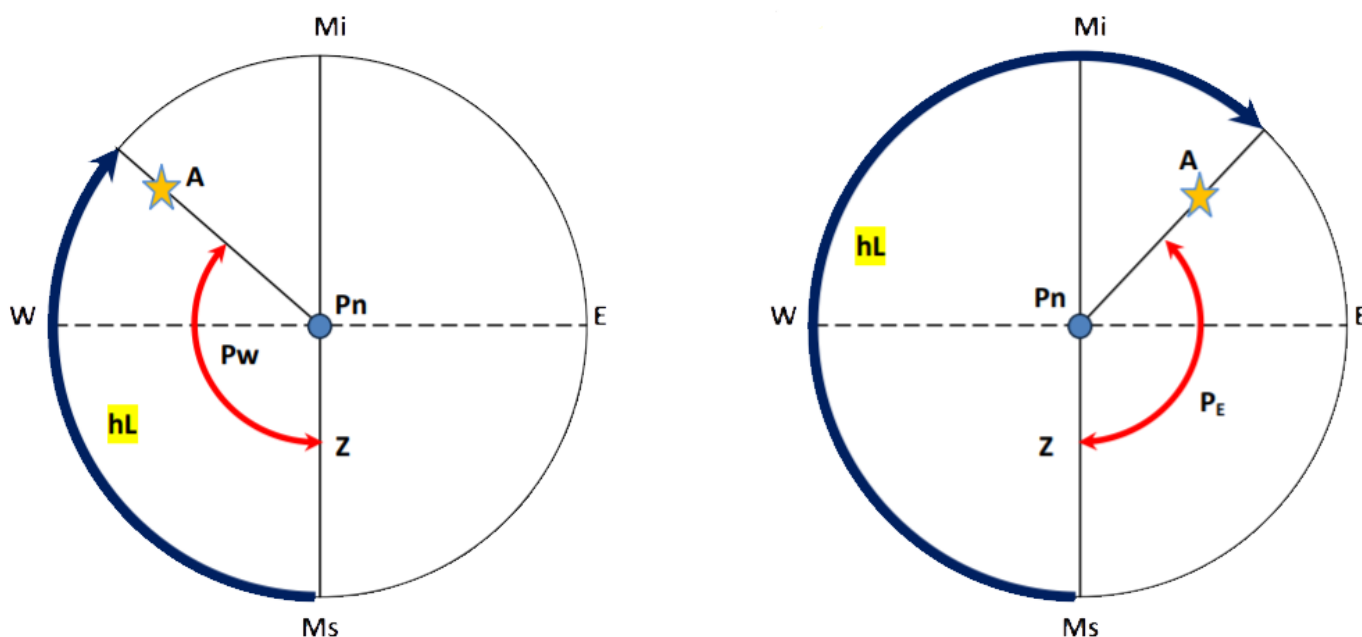


Figura 2-17 Explicación ángulo en el polo [9].

Horario de Greenwich (hG): Es igual al de lugar, pero contado desde el meridiano de Greenwich. Ambos se relacionan con la longitud del observador:

$$hG = hL + L (LW). \quad hG = hL - L (LE).$$

Como hicimos anteriormente, para entender la Figura 2-18, definiremos las abreviaturas que se usan. En este caso tenemos los puntos cardinales del horizonte (N, S, E, W), el polo norte está representado por un punto azul, (hl*) es el ángulo horario del astro que está dibujado en azul, (hG*) es el ángulo horario en Greenwich del astro que está dibujado en verde, (P) es ángulo en el polo dibujado en rojo, la línea negra es el meridiano del observador y la línea verde el meridiano de Greenwich.

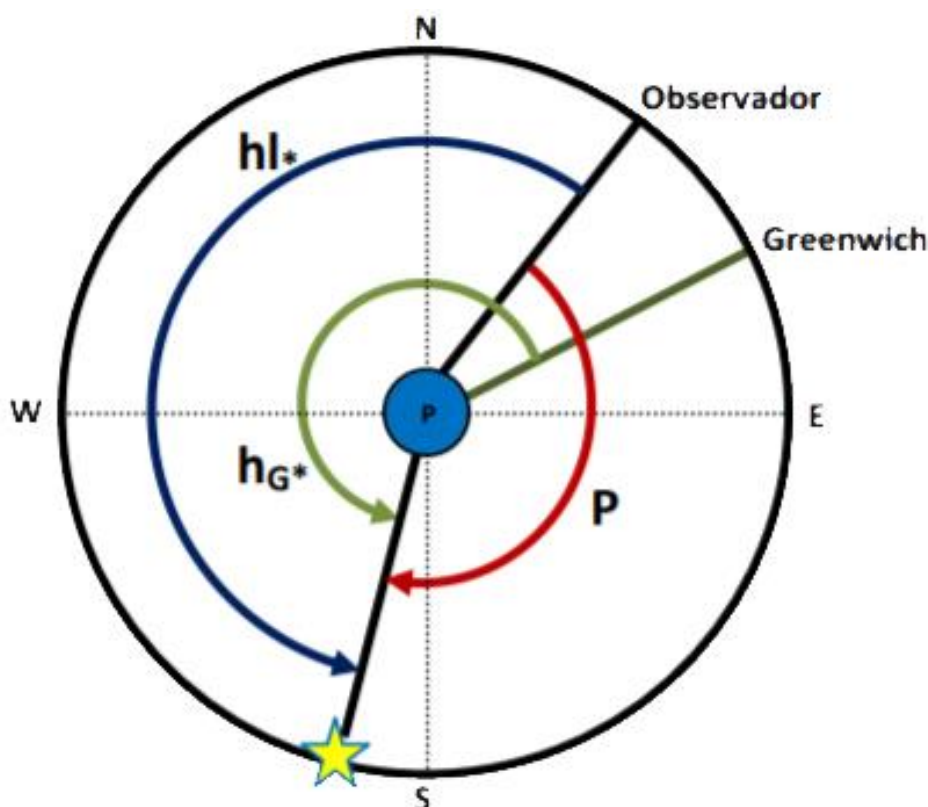


Figura 2-18 Explicación del horario de Greenwich [9].

Declinación (δ): Es el arco de círculo horario contado desde el Ecuador (QQ') hasta el astro (A), siempre es menor a 90° . Es positiva si es norte y negativa si es sur. Es independiente del observador, por lo que siempre la da el Almanaque Náutico. Se puede observar uno ejemplo en la Figura 2-16.

El arco de círculo horario se refiere al círculo máximo que pasa por el astro y los polos. Es decir, es una parte de dicho círculo máximo, que va desde un punto a otro. Normalmente se escoge desde el Ecuador, que es nuestra referencia, hasta el astro. Como dijimos antes al definir el tiempo, la Tierra se divide en 24 husos horarios que hacen referencia a esos 24 círculos horarios característicos.

Codeclinación (Δ): También se le llama “distancia polar” y es el arco de círculo horario que va desde el polo elevado del observador hasta el astro. Su valor es 90° menos la declinación. Se aprecia mejor en la Figura 2-20 Triángulo de posición.

Es importante saber que estas coordenadas son dependientes del observador si se escoge el horario de lugar, pero independientes si se hace con el horario de Greenwich. Es decir, dichas coordenadas toman como referencia el Ecuador, por lo que si definimos un punto fijo de la Tierra, que es Greenwich, podremos utilizar dichas coordenadas independientemente de nuestra posición.

A continuación, en la Figura 2-19, se muestran dos astros, uno visible (A), porque está por encima del horizonte y otro que no lo está (B) y por ello es un astro no visible para el observador. Además, se puede distinguir los diferentes tipos de horarios de lugar que dan pie a ángulos de polo diferentes, uno este (B) y otro oeste (A). Y por último vemos diferentes declinaciones, una norte (δ_A) que es positiva y la otra sur (δ_B) que será negativa.

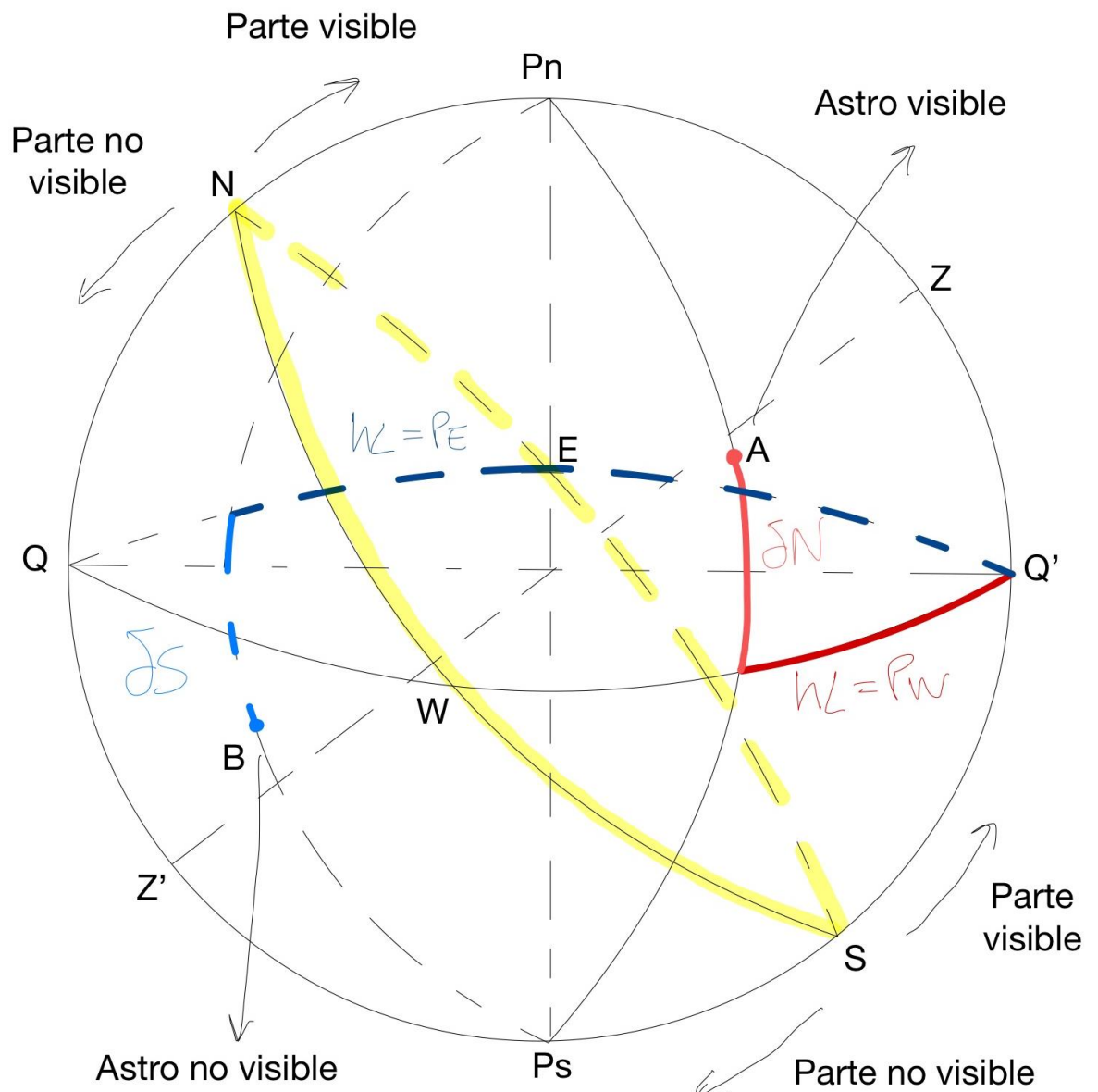


Figura 2-19 Astro visible (A) y astro no visible (B).

Después de conocer los tipos de coordenadas a manejar, podemos estudiar el triángulo de posición, que va a ser fundamental para la resolución de los problemas astronómicos, y a través del cual nos apoyaremos para obtener las fórmulas matemáticas de trigonometría esférica necesarias para realizar el problema de la meridiana.

2.3 Triángulo de posición

El triángulo de posición es aquel que lo forman el meridiano superior de lugar (meridiano donde está el buque), el círculo horario del astro y la vertical del mismo (coordenadas celestes del astro). Para ello, nombraremos de forma específica todas las partes importantes del triángulo de posición, que se observan en la Figura 2-20:

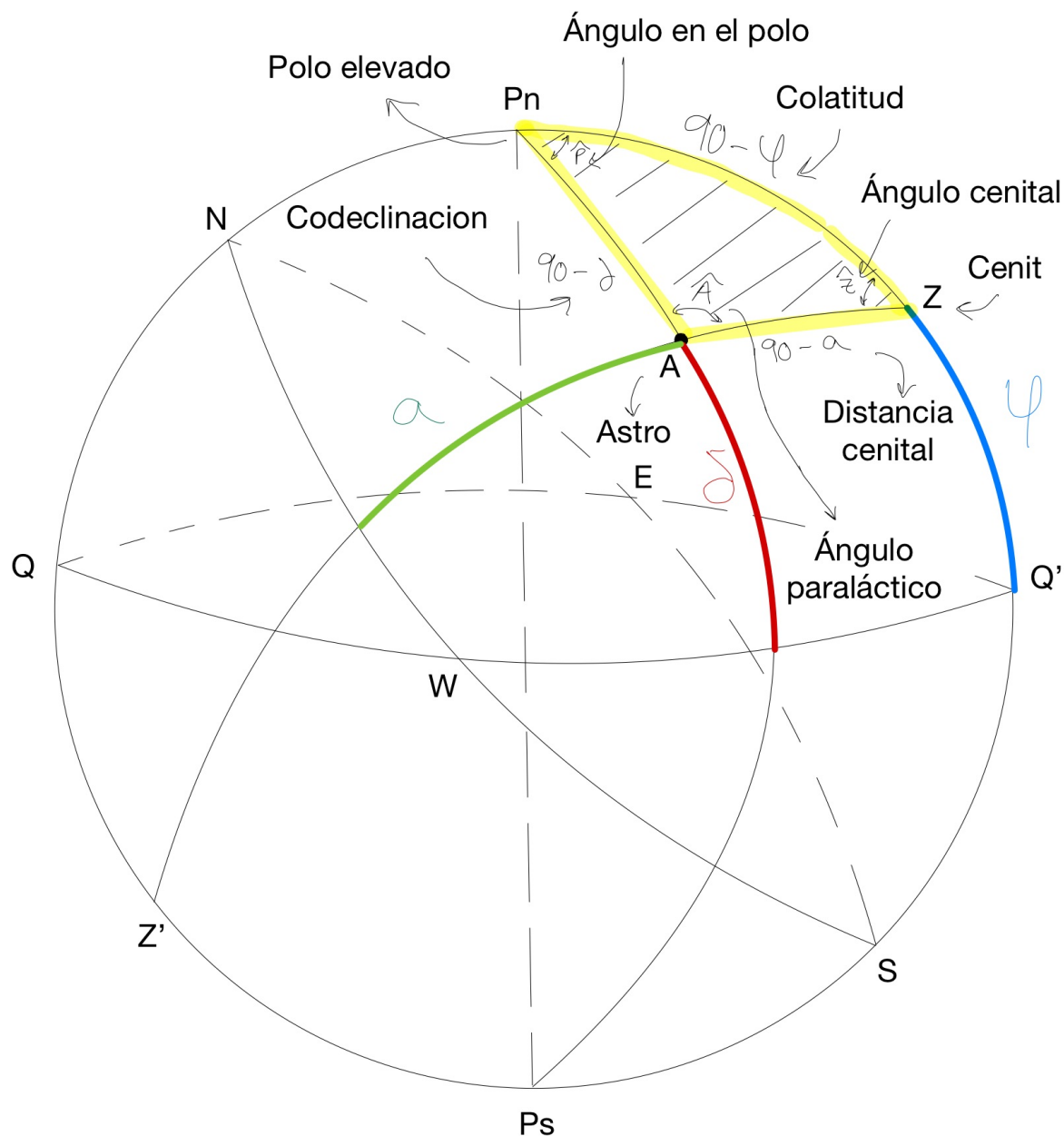


Figura 2-20 Triángulo de posición.

Los vértices de este triángulo, son:

1. Polo elevado² (igual nombre que la latitud), (Pn/Ps).
2. Cenit (Z).
3. Astro (A).

² Cuando usamos la expresión de “polo elevado” nos referimos a que si estamos en el hemisferio norte el polo que hacemos referencia es el polo norte y si por el contrario estamos en el hemisferio sur, el polo es el polo sur. De ahí viene la expresión de “igual nombre” se refiere a que si es latitud norte es polo norte y si es latitud sur es polo sur.

Estos vértices, son los puntos que hemos estado utilizando para la explicación de los diferentes tipos de coordenadas que vimos anteriormente. Estos puntos, son los que van a definir el triángulo de posición.

Los lados del triángulo de posición, son:

1. Colatitud (va del polo elevado al cenit). Como se puede observar, es el lado complementario de la latitud, es decir, su valor es $c=90^\circ - \varphi$.
2. Distancia cenital (va del cenit al astro). Como vemos en la figura, es el arco de vertical del astro complementario a la altura, es decir, su valor es $z=90^\circ - a$.
3. Codeclinación (va del polo elevado al astro). En la figura se aprecia que es el arco de meridiano complementario a la declinación, es decir, su valor es $\Delta=90^\circ \pm \delta$. Restando cuando la declinación y la latitud son del mismo nombre y sumando cuando son de distinto nombre.

Los lados del triángulo de posición serán importantes a la hora de calcular la altura estimada del astro, ya que, como veremos más adelante, con trigonometría esférica sabiendo el valor de estos lados y los valores de los ángulos, podremos determinar el valor de la altura a la que se encuentra el astro al que hemos realizado la observación.

También es muy importante saber, para cerciorarnos de que estamos realizando el problema sin ningún fallo, que los lados del triángulo de posición siempre serán menores a 90° cuando está en el mismo hemisferio que el observador. Y que solo tendrá el lado de la codeclinación mayor de 90° cuando estés en diferente hemisferio. Es decir, el triángulo de posición tendrá lados menores a 90° si el astro se encuentra en el mismo hemisferio que el observador y solo tendrá el lado de la codeclinación mayor a 90° en el caso de que el astro esté en distinto hemisferio que el observador.

Los ángulos del triángulo de posición, son:

1. Ángulo en el polo (vértice en el polo elevado). Como podemos ver en la figura, es aquel formado por la colatitud y la codeclinación. Se representa con la letra P. Es también el horario de lugar del astro (hL).
2. Ángulo cenital (vértice en el cenit). Es aquel formado por la distancia cenital y la colatitud. Se representa con la letra Z. Es también el azimut (Z) con que se observa el astro.
3. Ángulo paraláctico (vértice en el astro). Es aquel que lo forman la distancia cenital del astro y su codeclinación. Se representa con la letra A.

Con este triángulo de posición, podemos situar al buque mediante la observación de un astro. Si resolvemos matemáticamente la trigonometría esférica de dicho triángulo, obtenemos nuestra posición. Más adelante, se explicarán las fórmulas utilizadas para obtener la posición del buque y las diferentes reglas que se siguen en función de donde se encuentre dicho triángulo de posición.

2.3.1 Trigonometría esférica

Para tener más claro el concepto del triángulo de posición, explicaremos a continuación, las ecuaciones matemáticas que usaremos para la resolución de nuestro problema astronómico. Antes de ello, deberemos explicar el concepto de trigonometría esférica. Entendiendo como tal, la trigonometría que estudiamos en una esfera. Un triángulo esférico es la parte de la superficie de una esfera limitada por tres círculos máximos que se cortan entre sí. Los lados del triángulo son, por tanto, arcos (trozos) de círculo máximo y, como tales, los mediremos en grados, igual que medimos en grados la diferencia de longitud entre dos puntos de la Tierra que es el arco de Ecuador (un círculo máximo) comprendido entre los meridianos de ambos lugares. También mediremos en grados los ángulos del triángulo esférico (al igual que se hace en la trigonometría plana) [10].

En cualquier triángulo esférico se cumple que cualquiera de los lados o de los ángulos es menor o igual que 180° pues, de lo contrario, los círculos máximos no se cortarían formando un triángulo. La nomenclatura que se suele utilizar en trigonometría esférica es: letras minúsculas para los lados y con la misma letra, pero mayúscula al correspondiente ángulo opuesto. Se puede observar un ejemplo, a continuación, en la Figura 2-21:

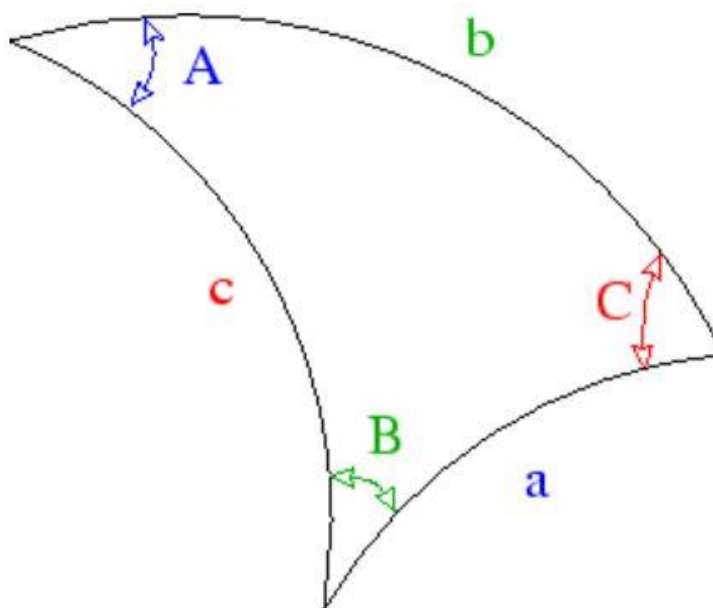


Figura 2-21 Nomenclatura triángulo esférico [10].

Los teoremas de trigonometría esférica, son aquellos que salen de las relaciones entre los lados y los ángulos del triángulo esférico. Se pueden obtener el valor de los lados a partir de los ángulos y viceversa, aplicando trigonometría esférica. Aunque existen muchos teoremas, sólo dos de ellos son necesarios para resolver todos los problemas de navegación astronómica:

1. Ley de los cosenos:

Podemos expresar el coseno de un lado en función de los otros dos lados y el ángulo opuesto:

$$\cos(a) = \cos(b) \cos(c) + \sin(b) \sin(c) \cos(A).$$

y similares expresiones utilizando los otros lados y ángulos.

2. Ley de las cotangentes:

La cotangente de un lado por el seno de otro es igual al coseno de este último lado por el coseno del ángulo comprendido más el seno de éste último ángulo por la cotangente del ángulo opuesto al primer lado:

$$\cotg(a) \sin(b) = \cos(b) \cos(C) + \sin(C) \cotg(A).$$

y similares expresiones utilizando los otros lados y ángulos.

En resumen, hay que tener muy claro el concepto del triángulo de posición para poder resolver nuestro problema astronómico. Siempre intentaremos escoger astros que se encuentren en nuestro mismo hemisferio para que la resolución sea más simple. Ya que navegando podemos observar astros que están en diferentes hemisferios, debido a que nuestro horizonte varía en función de nuestra posición. En nuestro caso, al observar únicamente al Sol, puede ser que tengamos un triángulo esférico como en el de la figura o que, por el contrario, tengamos un triángulo con un lado mayor a 90°.

Tras realizar un estudio detallado de todas las posibles coordenadas que vamos a utilizar en nuestro trabajo y del estudio del triángulo de posición, exponemos a continuación, a modo de resumen la Tabla 2-1 con todas las coordenadas estudiadas y sus características correspondientes, así como una serie de observaciones para su mejor entendimiento. En dicha tabla resaltamos las coordenadas que dependen del observador, para saber cuáles son y describir claramente qué coordenadas son dependientes y cuáles son independientes del observador.

Tabla 2-1 Tabla resumen sistemas de coordenadas terrestres horizontales y horarias [3].

Nombre	Contada en	Desde	hasta	Límites	Observaciones
Latitud (φ)	Meridiano	Ecuador	Cenit	0° - 90°	N(+) S(-)
Longitud (L)	Ecuador	Meridiano de Greenwich	Meridiano de lugar	0° - 180°	W(+) E(-)
Azimut (Z)	Horizonte	Norte Cuadrantes	Vertical del astro	0° - 360° 0° - 90°	Ejemplo: Z=150 Ejemplo: Z=S30E
Altura (a)	Vertical	Horizonte	Astro	0° - 90°	Positivo si astro visible
Distancia cenital (z)	Vertical	Cenit	Astro	0° - 90°	$Z=90^\circ-a$
Horario de lugar (hL)	Ecuador	Meridiano superior	Círculo máximo del astro	0° - 360°	$hL=hG-L$
Horario en Greenwich (hG)	Ecuador	Meridiano de Greenwich	Círculo máximo del astro	0° - 360°	$hG=hL+L$
Ángulo en el Polo (P)	Ecuador	Meridiano superior	Círculo máximo del astro	0° - 180°	$P_w=hL$ $P_e=360-hL$
Declinación (δ)	Círculo máximo del astro	Ecuador	Astro	0° - 90°	N(+) S(-)
Codeclinación (Δ)	Círculo máximo del astro	Polo elevado	Astro	0° - 180°	(δ) y (φ) igual hemisferio ($\Delta=90^\circ-\delta$) (δ) y (φ) distinto hemisferio ($\Delta=90^\circ+\delta$)

- Un conjunto de espejos que hacen que podamos reflejar el astro y así poder moverlo por la vertical hasta el horizonte.
- Varias lentes o cristales de color que mejoran la observación atenuando la luz y protegiéndonos los ojos.
- Un mango detrás del sextante que sirve para coger el sextante y realizar la observación del astro.

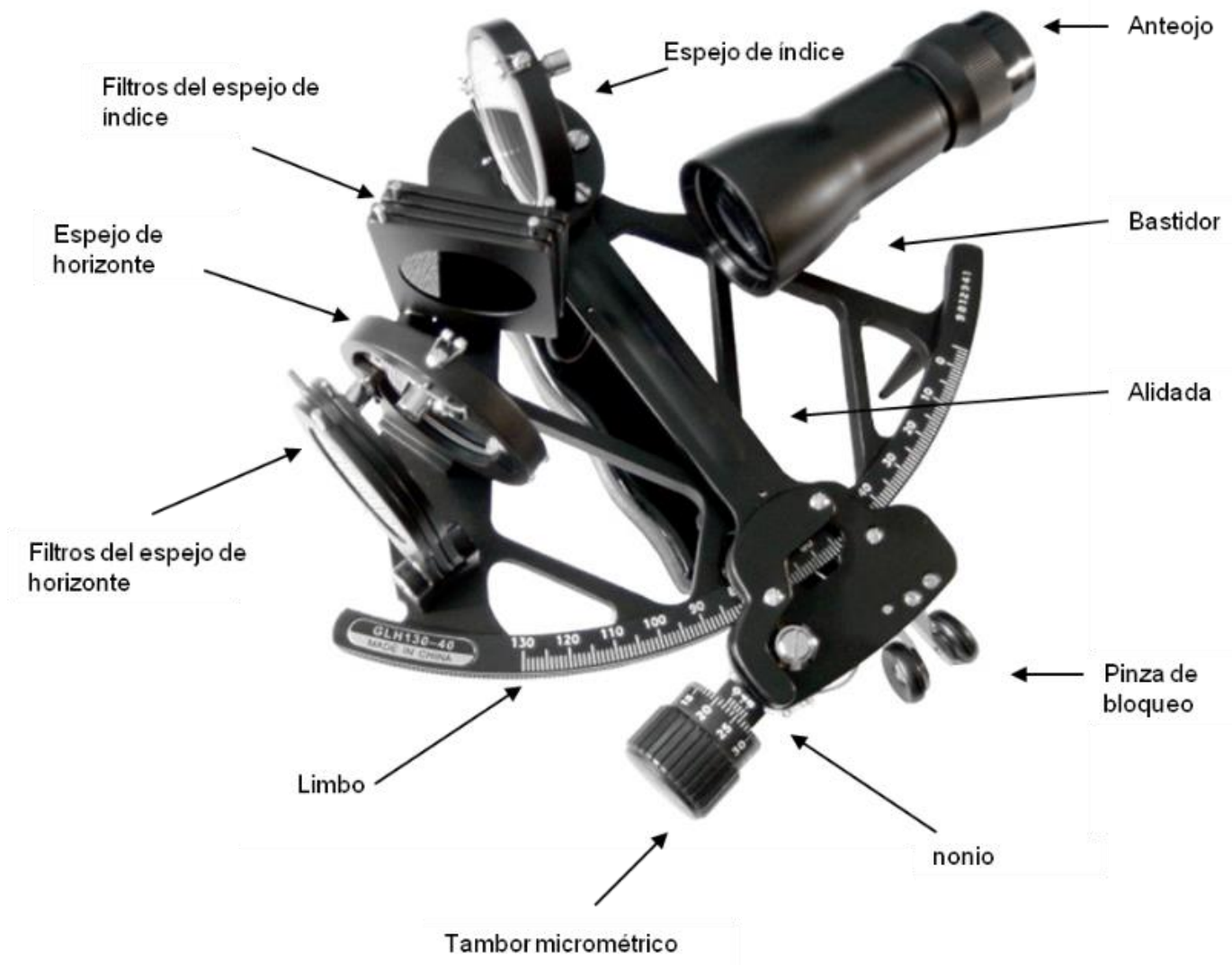


Figura 2-23 Sextante [14].

Al usar el sextante, siempre hay que tener en cuenta que existe un valor llamado error de índice que hay que sumar o restar dependiendo de si es positivo o negativo a todas las alturas observadas con el sextante. Este error es único para cada sextante y se debe determinar observando el horizonte y viendo cuantos minutos se desfasa. Esto se obtiene sabiendo que el horizonte observado debe ser perpendicular a la imagen refractada en el espejo del sextante.

“Se llama observar un astro a obtener su altura con el sextante sobre el horizonte de la mar, o lo que es lo mismo, a medir el arco de la vertical comprendido entre el astro y el horizonte visible”.

La observación se hace llevando la imagen del astro del espejo de la parte izquierda hasta hacerlo coincidir con el horizonte en la parte derecha. Antes de observar cualquier astro limpiar los espejos y lentes, graduar el anteojo, elegir bien el sitio de observación y comprobar la corrección de índice del sextante.

Existen también unas sugerencias para la observación como no observar astros menores a 15° ni mayores a 65° para así no tener un círculo de altura demasiado pequeño ni demasiado grande y que no tengamos que hacer tantas correcciones. Además, si observamos más de un astro que estén separados 120° entre sí para que las rectas de altura, definidas en el punto 2.6, puedan cortarse entre sí. Por último, hacer más de una observación para disminuir el error y a la hora de observar balancear el sextante para asegurarnos que el astro sea tangente al horizonte y así poder tomar la medida como buena.

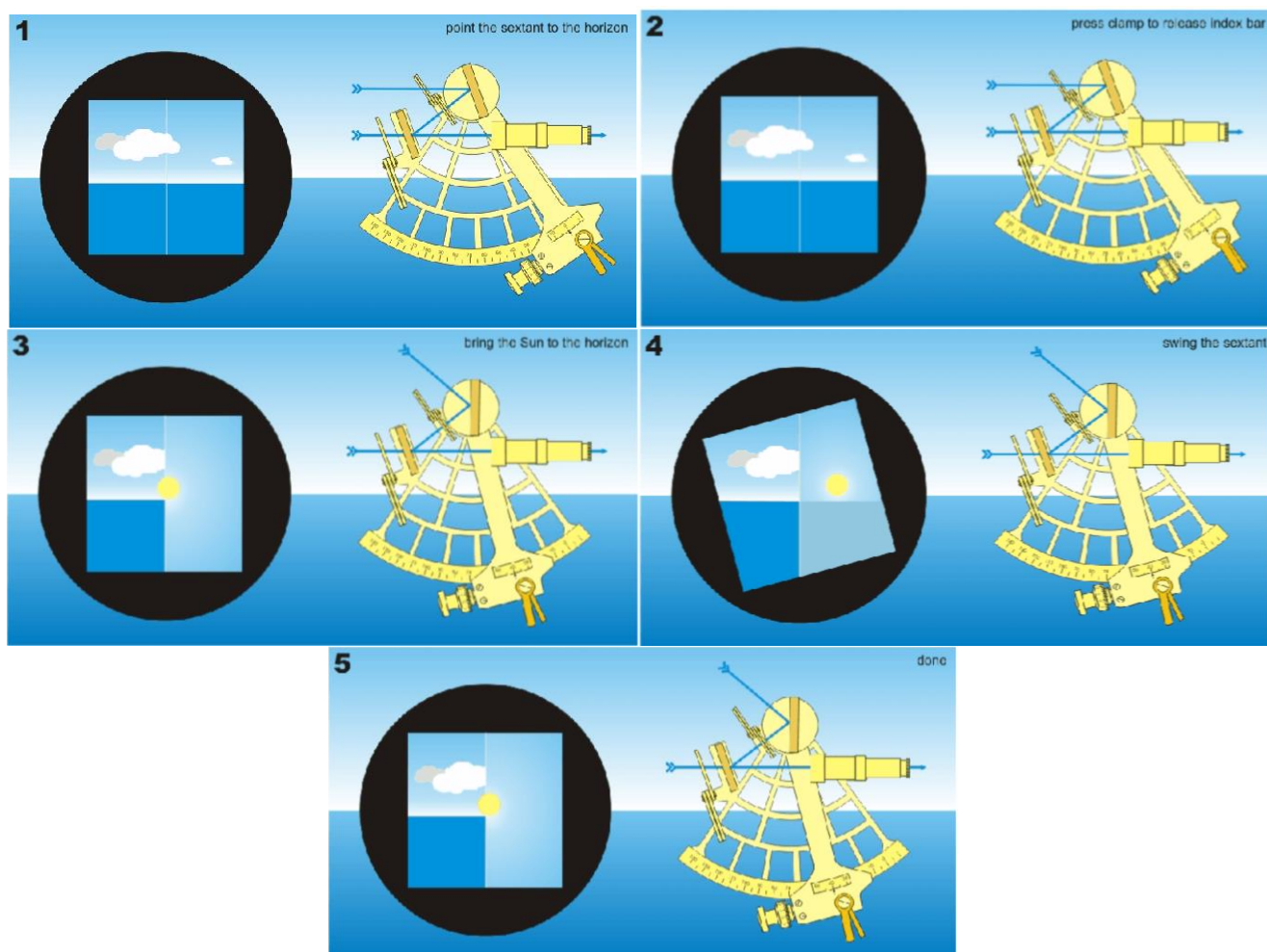


Figura 2-24 Imágenes movimiento del sextante [15].

2.6 Recta de altura

Antes de definir la recta de altura debemos recordar los puntos principales del 2.3 Triángulo de posición. En dichos puntos celestes, podemos destacar el punto astral o polo de iluminación, que es aquel punto de la Tierra desde donde se realiza la observación de dicho astro.

Cuando se observa la altura del astro, se obtiene la distancia cenital, que es la separación entre el astro y el cenit. En dicho instante de observación, si se traza una circunferencia con centro en el astro y radio distancia cenital, el observador debería de encontrarse en cualquier punto de dicha circunferencia. Si proyectamos dicha circunferencia sobre la esfera terrestre, se obtiene lo que se denomina el círculo de altura que se define como: “el lugar geométrico de los puntos de la Tierra desde que en un mismo instante se observa al astro con igual altura” [3]. A continuación se puede observar la Figura 2-25, donde se observa la posición obtenida por el corte de dos círculos de altura.

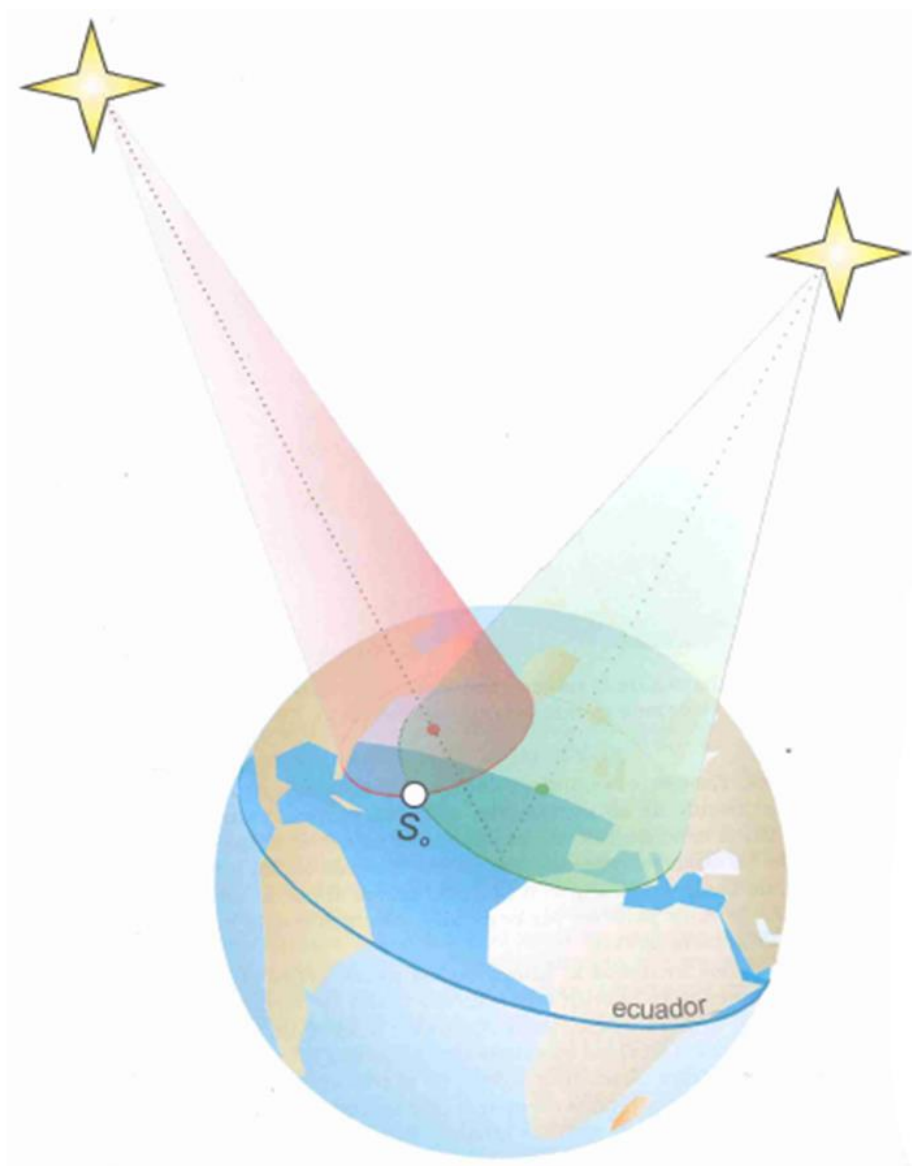


Figura 2-25 Círculos de altura [6].

Representar el círculo de altura en la carta de navegación es un proceso laborioso y complicado con fundamento matemático detrás, es por ello, que se asume un pequeño error en la estima, definido por el tiempo transcurrido desde la última observación, condiciones de mar y viento, las corrientes que aumentan la deriva del buque, etc. Para ello, se traza un círculo con centro en el punto de estima y radio el error de estima que se suponga. Encontrándose el buque dentro de dicho círculo y siendo la situación más fiable el punto tangente al círculo de estima y la recta tangente al círculo de altura, llamándose a dicha recta, recta de altura.

Existen muchas maneras de representar dicha recta de altura, actualmente, se trabaja con la recta de altura tangente, definida por el determinante (D) que se compone de un punto del círculo de altura y una dirección, como podemos apreciar en la Figura 2-26. Esta recta de altura es casi tangente al círculo de altura del astro. Se aproxima debido a que el error es mínimo. Para su representación, se dibuja un círculo de estima de radio el error de estima que tenemos y se unen la proyección del astro en la esfera terrestre y la situación de estima en una recta. El corte de dicha recta con el error de estima, nos da el punto del determinante, si dibujamos la recta tangente al círculo de estima sobre ese punto, obtenemos la recta de altura. Con estos datos que forman el determinante es suficiente para poder representar en la carta de navegación la recta de altura de un astro.

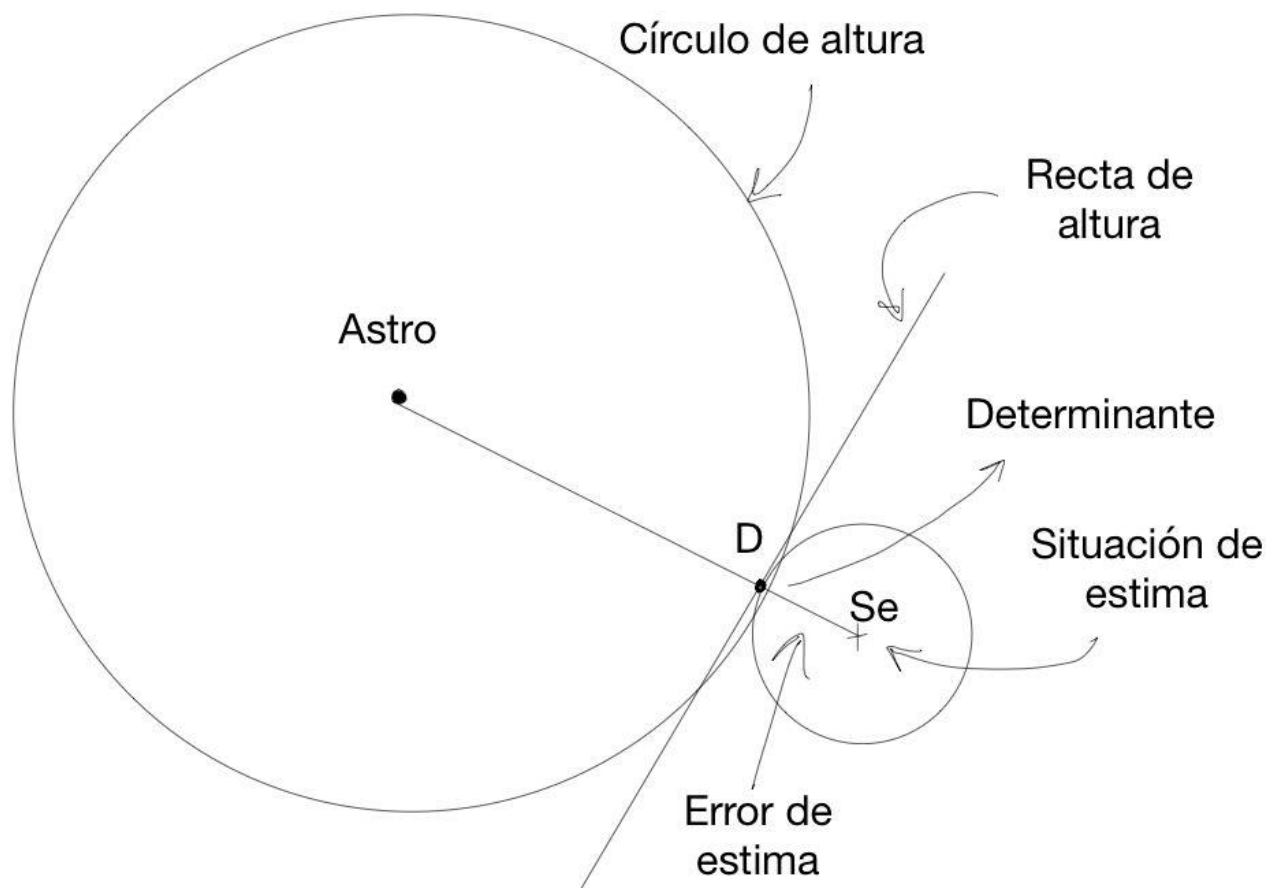


Figura 2-26 Recta de altura y determinante.

2.7 Situación de estima.

Como bien definimos anteriormente en el apartado 2.1 Fundamentos de navegación, la navegación de estima es aquella que se hace sobre la carta o por cálculo suponiendo que el barco navega a una velocidad y rumbo determinado. Llevar una buena estima es muy importante en las navegaciones oceánicas, entendiendo como tales, aquellas que se alejan de costa y transitan por los océanos con una duración más o menos larga, al no disponer de referencias costeras para situarnos con frecuencia y así poder disponer en todo momento de una situación lo más próxima posible a la posición real del buque, para ajustar el rumbo en demanda del puerto de recalada o reaccionar ante cualquier imprevisto o situación relativa a la seguridad en la navegación.

La navegación astronómica también está relacionada con la estima que lleva el barco porque para la resolución del problema de la determinación de la situación de un buque por medios astronómicos es necesario y conveniente el cálculo y mantenimiento de una buena situación de estima. Aunque esto suene fácil, puede llegar a ser complicado, ya que existen pequeños errores que se van arrastrando a lo largo de la navegación que pueden derivar en un gran error de estima, afectando a la exactitud de posición obtenida tras la resolución del problema astronómico. Esto hace que nos situemos mal y podamos tener algún percance navegando. En la Figura 2-27, podemos observar la recta de altura con la situación de estima y el error en altura, es decir, la diferencia entre la altura verdadera y la altura estimada del astro. Con esta figura obtenemos la situación observada que es aquella que corta la recta de altura y el determinante.

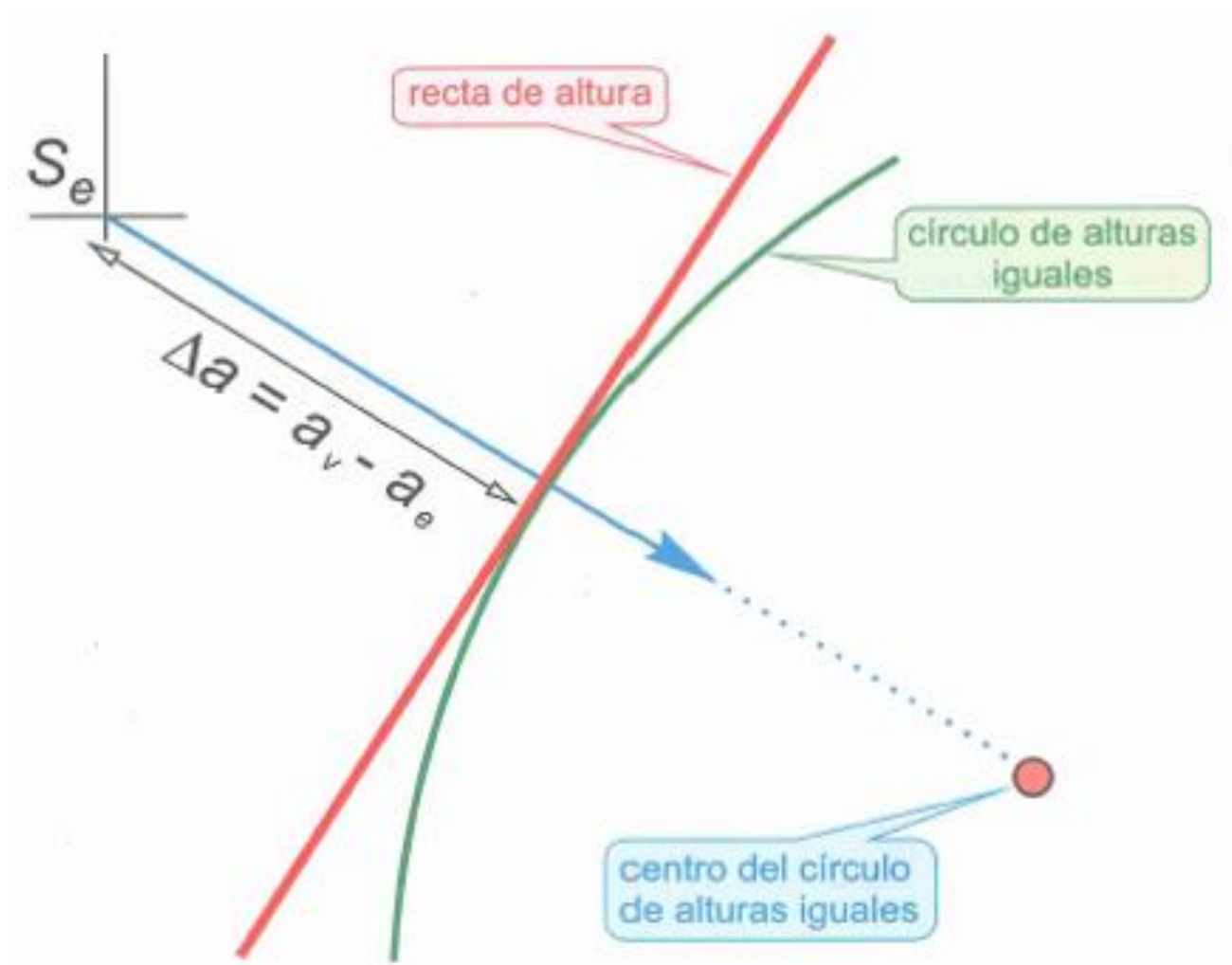


Figura 2-27 Situación de estima [6].

La situación de estima es aquella que se obtiene al navegar por estima y se representa con el centro de un círculo de situación probable, cuyo radio depende de los errores de estima que son aquellos debidos a la navegación y a los cálculos realizados. Todas las situaciones de estima que siguen un rumbo fijo se dicen que están realizando una derrota loxodrómica. Dicha derrota loxodrómica es aquella que une dos puntos cualesquiera de la navegación a rumbo constante. Dicha derrota está formada por la línea loxodrómica que es la curva que trazada sobre la esfera corta a todos los meridianos con ángulos iguales. Si siguiéramos a rumbo constante todo el rato, llegaríamos a un punto en el que terminaría nuestra derrota en los Polos. Por ello, la loxodrómica es conveniente para navegaciones cortas y medias ya que queda representada en la carta mercatoriana por una recta; más adelante en el punto 2.7.1 definiremos por qué se usa dicha carta náutica para navegar. Por otra parte, existe la llamada navegación ortodrómica, que es aquella que une dos puntos de la navegación por el arco de círculo máximo y que cambia de rumbo constantemente. Por eso, es la distancia más corta entre dos puntos de una esfera. En la Figura 2-28, se pueden apreciar las diferencias entre las derrota ortodrómicas y loxodrómicas.

La ganancia es la diferencia en distancia entre la derrota loxodrómica y ortodrómica. La derrota ortodrómica posee mayor ganancia que la loxodrómica, esta ganancia es significativa solo para grandes distancias, es decir, que es mejor usar la derrota ortodrómica en navegaciones largas ya que la ganancia es mayor y por consiguiente se navega menos distancia. Pero no todo es tan sencillo, ya que a lo mejor dicha derrota transcurre por aguas poco seguras, por ello, es conveniente realizar una derrota mixta, que utilice ambos sistemas. En las navegaciones se divide la derrota ortodrómica en varios puntos y se navega de un punto a otro por loxodrómica. Primero se escoge un rumbo inicial y se navega durante un intervalo de tiempo, luego se estima la situación del buque, es decir, se calcula ya sea por estima o

astronómicamente donde se encuentra el barco, y se recalcula un rumbo para llegar al siguiente punto de la derrota. Se repite este proceso hasta llegar al final de la derrota o al destino. Las fórmulas de la derrota ortodrómica se hallan dibujando el correspondiente triángulo de posición, en dicho triángulo tenemos el vértice del polo elevado y los otros dos vértices son el punto de partida, que es el cenit, y el de llegada, que es el del astro observado, y el ángulo en el polo es el incremento de longitud entre ambos puntos. Todos estos cálculos se llevan a cabo con las llamadas tablas náuticas³ que nos ayudan a resolver los problemas de estima. En el Anexo I hay un ejemplo de cómo resolver un problema de navegación astronómica [16].



Figura 2-28 Derrotas loxodrómicas y ortodrómicas.

2.7.1 Carta mercatoriana.

Las cartas náuticas son una representación de toda la superficie terrestre y marítima usadas para la navegación. En esta representación deben figurar las coordenadas geográficas con todos los detalles que afecten a la seguridad y exactitud de la navegación. En dicha carta náutica se deben poder apreciar las distancias, rumbos, demoras y accidentes geográficos de forma fácil e intuitiva. Es imposible poder representar la Tierra sobre un plano, ya que la esfera no es desarrollable en un plano. Para ello, se utilizan diversos procedimientos que permiten la reproducción fiel y exacta de las características que más interesa al tipo de navegación que se va a efectuar. Normalmente, las cartas náuticas se obtienen proyectando una parte de la superficie terrestre sobre un plano o una figura geométrica que luego se desarrolla y se obtiene la carta. Un ejemplo es la Figura 2-29.

Existen dos tipos de cartas para la navegación, las gnomónicas que son usadas para derrotas ortodrómicas y las mercatorianas, las que nos interesan, que son usadas para navegaciones con derrotas loxodrómicas. La proyección mercatoriana se basa en un cilindro, donde los meridianos quedan como rectas paralelas y a igual distancia y los paralelos también como rectas, pero cuya distancia va aumentando al mismo tiempo que se alejan del Ecuador [17]. Dicha carta náutica es muy usada, debido a que la representación por coordenadas geográficas es muy sencilla, ya que queda definida por el corte del paralelo y del meridiano correspondiente a dicha situación geográfica. Se realiza con un compás apoyando la punta en el meridiano más próximo y ajustando hasta minutos y segundos de la posición deseada, se marca la posición y luego yendo a los paralelos se escoge el más próximo y se ajusta como antes a minutos y segundos, se marca y donde corten las dos marcas, tendremos nuestra situación. Para trazar un rumbo en la carta, se coloca el transportador en el punto deseado de la carta con el norte mirando

³ Las tablas náuticas son un conjunto de valores con los que podemos resolver problemas complejos de navegación simplemente con sumas y restas. Simplifican los problemas de navegación y son muy utilizadas para obtener los rumbos a seguir en las derrotas de una navegación.

hacia arriba y se marca en el borde del transportador el rumbo deseado, de tal forma que se une con el punto que escogimos anteriormente y tenemos el rumbo que queríamos. Las distancias se miden siempre en los meridianos, es decir, en los marcos verticales que representan la latitud. *Una milla es un minuto de latitud*. Para su medición es tan simple como llevarse el compás a la distancia que queremos medir y llevarlo luego hasta la latitud, comprobando así su medición en distancia, medido en millas náuticas.

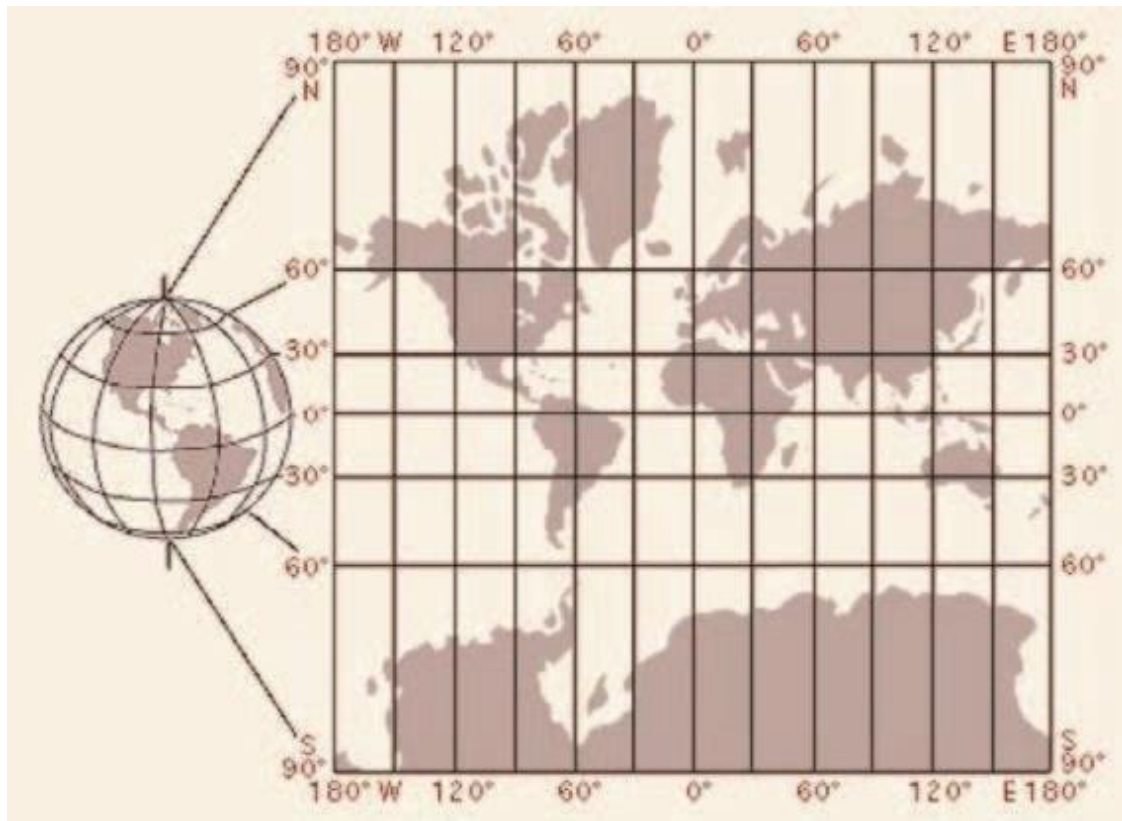


Figura 2-29 Carta mercatoriana [18].

2.8 Órbita aparente del sol.

Tras haber visto con detenimiento todas las coordenadas con las que vamos a trabajar cada vez que realicemos un ejercicio de astronomía, pasamos a describir el astro más importante de nuestro sistema solar y con el que trabajaremos en este proyecto, dicho astro es el Sol. Antes de todo, debemos destacar los movimientos que tiene la Tierra, uno de rotación sobre su propio eje, el cuál tarda 24 horas en dar una vuelta completa y nos diferencia el día de la noche y otro de traslación alrededor del Sol que tarda un año en realizarse. La Tierra como todos los planetas, gira alrededor del Sol siguiendo las leyes de Kepler. Esta órbita es una elipse de muy poca excentricidad inclinada respecto al Ecuador un ángulo aproximado de $23^{\circ} 27'$. Dicha órbita inclinada es la que se conoce como Eclíptica.

Ahora bien, nosotros no nos damos cuenta de que la Tierra está girando alrededor del Sol, sino que parece que estamos parados y es el Sol el que se mueve. En la siguiente Figura 2-30, se diferencian las órbitas reales y aparentes de la Tierra sobre el Sol. Por ello, para realizar nuestros problemas astronómicos, podemos decir que la posición verdadera del Sol respecto de la Tierra es fija en un foco de la órbita elíptica terrestre y que recorre un movimiento aparente llamado Eclíptica, definida como el círculo máximo de la esfera celeste formado por las proyecciones del Sol en un año. La denominación de Eclíptica proviene del hecho de que los eclipses sólo son posibles cuando la Luna se encuentra sobre la Eclíptica o muy próxima a ella [3].

Además, destacamos dos puntos importantes en la órbita aparente del Sol que son el apogeo (A), aquel punto más lejano, y el perigeo (P), aquel más próximo. Y al eje mayor de la elipse se le llama línea de los ápsides.

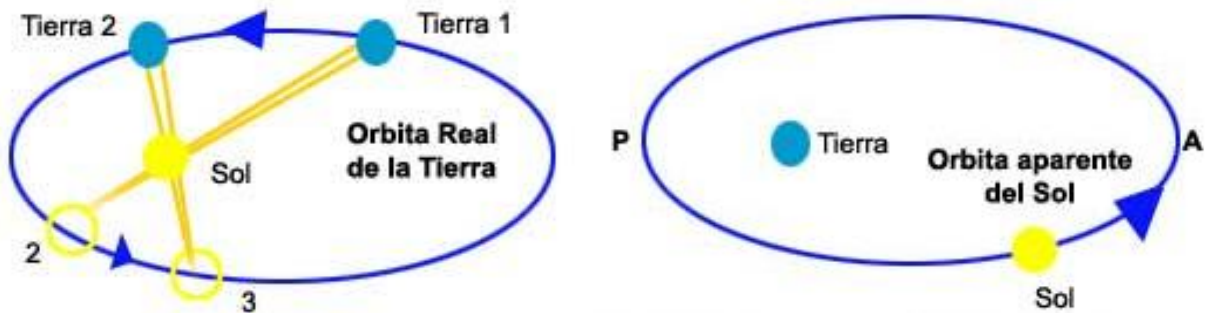


Figura 2-30 Órbitas real y aparente del Sol [19].

En la Eclíptica los puntos de corte de este círculo máximo se conocen como puntos equinocciales: Uno es el Aries que es la intersección del Ecuador con la Eclíptica o el punto del cielo en que aparece el Sol en el instante del equinoccio de primavera, el 21 de marzo. En ese momento, el Sol pasa de tener declinación negativa a positiva, en el hemisferio norte y al revés en el sur. Otro punto importante es Libra, que corresponde a la entrada del otoño en el hemisferio norte y el principio de la primavera en el hemisferio sur. Aquí pasa lo contrario, el Sol pasa de tener declinación positiva a negativa en el hemisferio norte y negativa a positiva en el sur.

El punto donde el Sol alcanza su altura máxima sobre el Ecuador del hemisferio norte, es el llamado solsticio de verano que ocurre el 21 de junio y señala el día en que comienza el verano en el hemisferio norte, mientras que en el hemisferio sur el Sol alcanza el punto más bajo y señala el principio del invierno. El 21 de diciembre llega al punto más bajo del hemisferio norte, dando lugar al solsticio de invierno, señalando el principio del invierno y el más alto en el hemisferio sur indicando el principio del verano. Todo ello se ve reflejado en la Figura 2-31.

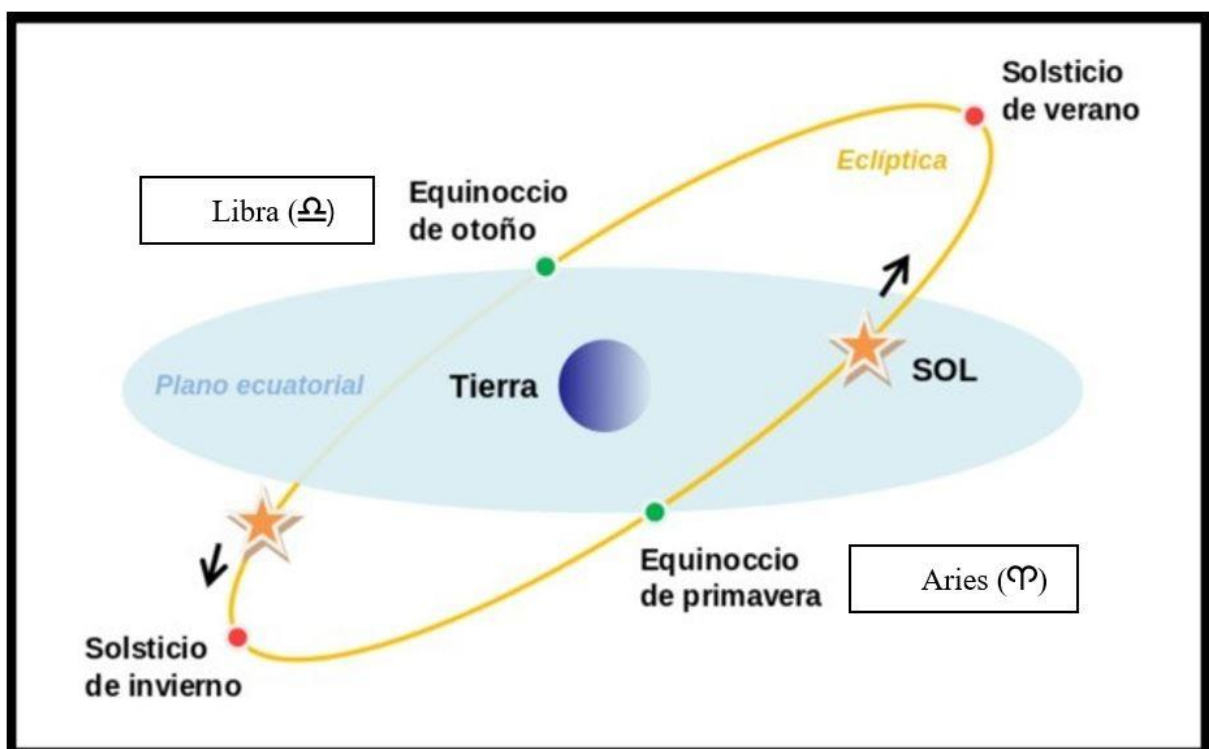


Figura 2-31 Eclíptica del Sol [20].

Debido al movimiento aparente del Sol, que es la Eclíptica, tanto el Azimut al orto y al ocaso como la altura meridiana varían diariamente para un mismo lugar, cosa que no ocurre con las estrellas que, por estar aparentemente fijas, siempre salen y se ponen en el mismo azimut y la altura al observarlas no varía. Esto también tiene que ver con que el Sol está mucho más cerca que las estrellas, por eso tiene una variación, aunque pequeña, que no tienen las estrellas [19]. En la siguiente Figura 2-32, se puede apreciar el movimiento del Sol y su variación tanto en azimut como en altura durante el día.

Trayectoria del Sol. La variación de su Altura y Azimut

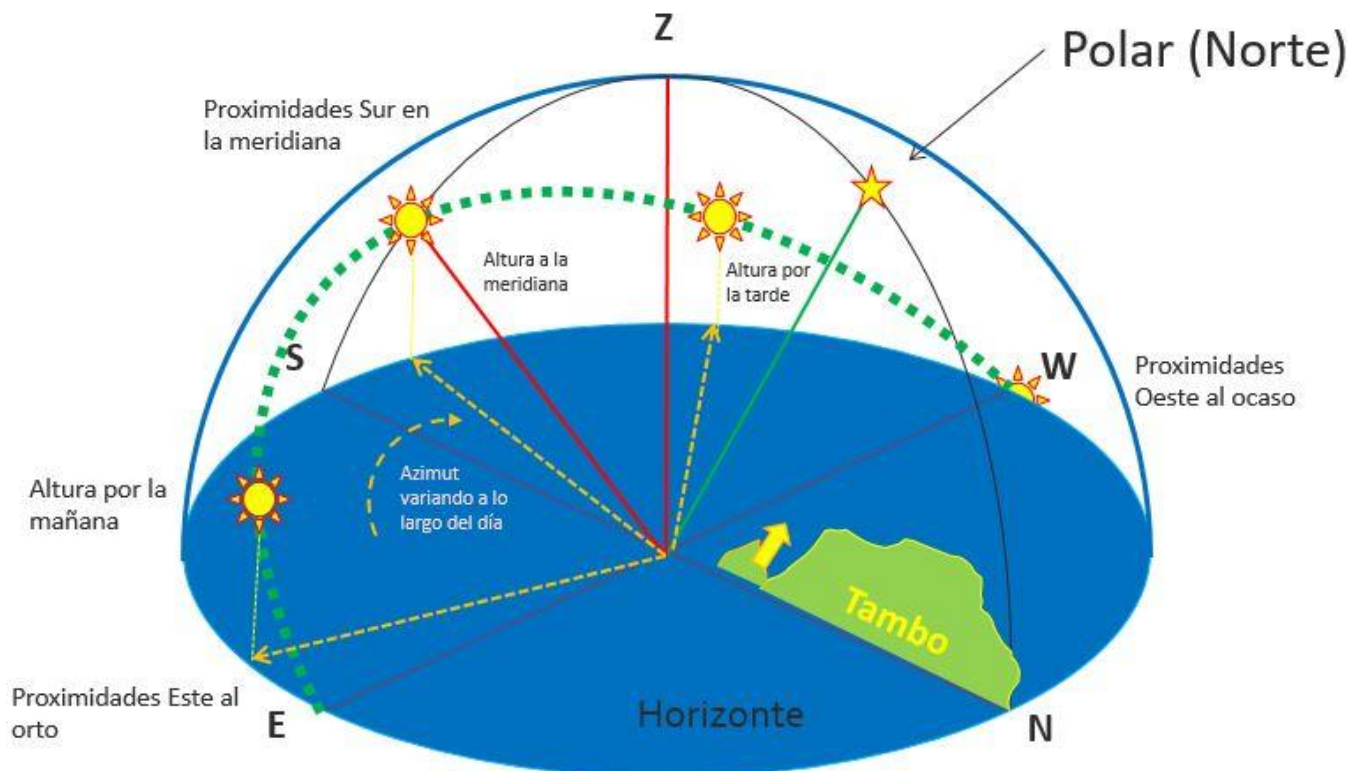


Figura 2-32 Trayectoria del Sol [6].

Una vez estudiada la trayectoria del Sol, podemos destacar un punto muy importante e imprescindible para nuestro trabajo. A este punto, le llamamos la meridiana. La meridiana, se determina por la posición del Sol en el momento que alcanza su máxima altura sobre el horizonte. El Sol sale aproximadamente por el este y a medida que transcurre el día va alcanzando mayor altura sobre el horizonte. En un momento determinado pasa por su punto más alto, y en este momento es donde se observa la meridiana. A partir de ahí inicia su descenso hasta ponerse aproximadamente por el oeste. El punto de salida y puesta del sol varían a lo largo del año. La salida y puesta de Sol coinciden exactamente con las direcciones este y oeste solamente en los equinoccios⁴ [21]. En la Figura 2-32, podemos ver la meridiana del Sol.

⁴ Para ser más exactos, en los meses de verano (entre los equinoccios de marzo y septiembre), época de días largos, el sol sale y se pone un poco hacia el norte de estos puntos este y oeste. En los meses de invierno (entre los equinoccios de septiembre y marzo), época de días cortos, el sol sale y se pone algo hacia el sur de estos puntos.

En 2.1 Fundamentos de navegación, hablamos de que la Tierra se dividía en cinco zonas por los trópicos y los círculos polares. Esta división corresponde también a un comportamiento climático distinto para cada zona. De tal forma que en la zona Tórrida coincide con la máxima y mínima declinación del Sol, haciendo que el Sol tome los valores en el cenit dos veces al año coincidiendo con grandes alturas, por lo que los rayos solares inciden casi perpendicularmente a la Tierra, lo que la hace la zona más calurosa. En las dos zonas templadas, los rayos del Sol inciden oblicuamente y al aumentar la latitud, el Sol tiene menos altura, por lo que la temperatura es menor. Finalmente, en las zonas glaciares, los rayos solares inciden muy oblicuamente, calentando poco, haciéndolas las zonas más frías de la Tierra⁵. Todo ello está reflejado en la Figura 2-2 Paralelos y zonas de la esfera terrestre.

Los equinoccios y los solsticios dividen a la Eclíptica en cuatro cuadrantes que coinciden con cuatro intervalos diferentes de tiempo de duración aparente del movimiento del Sol que dan lugar a las estaciones. Estas estaciones son: primavera (21 de marzo a 21 de junio), verano (21 de junio a 23 de septiembre), otoño (23 de septiembre a 21 de diciembre) e invierno (21 de diciembre a 21 de marzo). Estas estaciones, no tienen la misma duración debido a que el movimiento aparente del Sol es una elipse, además, la línea de los ápsides tiene una cierta inclinación y la velocidad de traslación es variable. El Sol recorre un arco de elipse grande y su velocidad es menor durante el apogeo (verano), mientras que recorre menos distancia, pero a más velocidad en el perigeo (invierno). Lo podemos apreciar también en la Figura 2-31 Eclíptica del Sol .

Con todos estos conocimientos sobre navegación astronómica, podemos seguir el trabajo en el siguiente capítulo, desarrollando de forma más exhaustiva el problema de navegación sobre la meridiana y las diferentes rectas de altura tomadas al Sol que será nuestro objetivo en este trabajo.

⁵ Una curiosidad sobre este tema, es que, en las zonas glaciares, los días y las noches tienen grandes duraciones, hasta llegar a los polos, en que la noche y el día tienen una duración de 6 meses. Aunque existen los crepúsculos que duran unos dos meses. Esto es debido a la inclinación que posee la Tierra, justo al momento en el que el Sol no alcanza los polos, ocurriendo meses de oscuridad.

3 DESARROLLO DEL TFG

En este capítulo, se describirán los comandos que hemos realizado para desarrollar la interfaz de la meridiana. Se realizará una breve introducción sobre Matlab, que es el software utilizado, para más tarde adentrarnos en el programa que hemos desarrollado.

3.1 Matlab

MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory, «laboratorio de matrices»), es una plataforma de programación y cálculo numérico [22], que hemos usado para el desarrollo de nuestra interfaz. Es una herramienta diseñada para la resolución de problemas matemáticos de forma sencilla. En nuestro caso, asimilaremos el problema astronómico de la meridiana a un problema matemático que deberemos resolver con esta herramienta.

Además, cuenta con Apps interactivas que le permiten ver cómo funcionan diferentes algoritmos con datos distintos. En nuestro caso, hemos utilizado el App Designer para el desarrollo de nuestra interfaz. Primero se escribe el código del programa con MATLAB y luego, se automatiza en forma de interfaz con la ayuda de la App Designer. Por eso, debemos de resolver el problema astronómico con la programación de MATLAB, para luego trasladarlo a dicha interfaz. Alcanzando así nuestro objetivo final, que es el desarrollo de la interfaz que resuelva el problema astronómico de la meridiana.

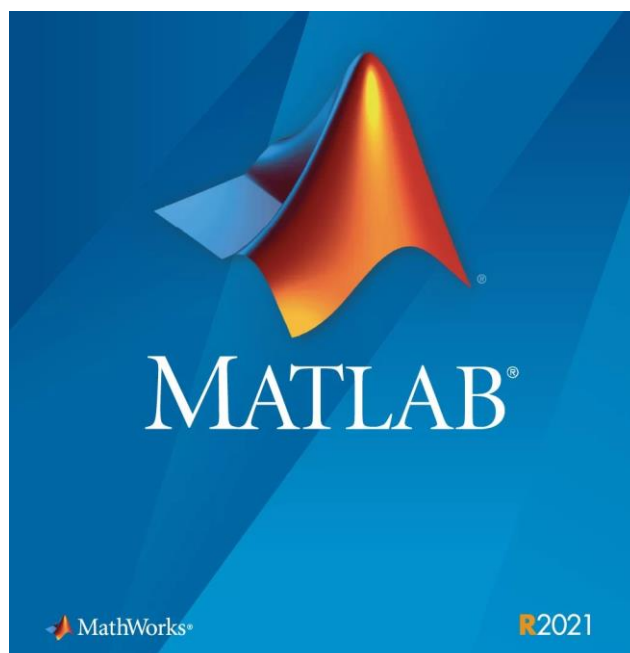


Figura 3-1 Icono de Matlab [22].

Matlab es un lenguaje de cálculo técnico desarrollado por MathWorks, en un entorno de programación para el desarrollo de algoritmos, análisis de datos, visualización y cálculo numérico. Además, Matlab es conocido como un tipo de lenguaje de programación de alto nivel.

Un lenguaje de programación, es un lenguaje que puede ser utilizado para controlar el comportamiento de una máquina. Consiste en un conjunto de reglas sintácticas y semánticas que definen su estructura y el significado de sus elementos, respectivamente. Los lenguajes más próximos a la arquitectura hardware se denominan lenguajes de bajo nivel y los que se encuentran más cercanos a los programadores y usuarios se denominan lenguajes de alto nivel [23]. Matlab pues, se encuadra dentro del lenguaje de alto nivel.

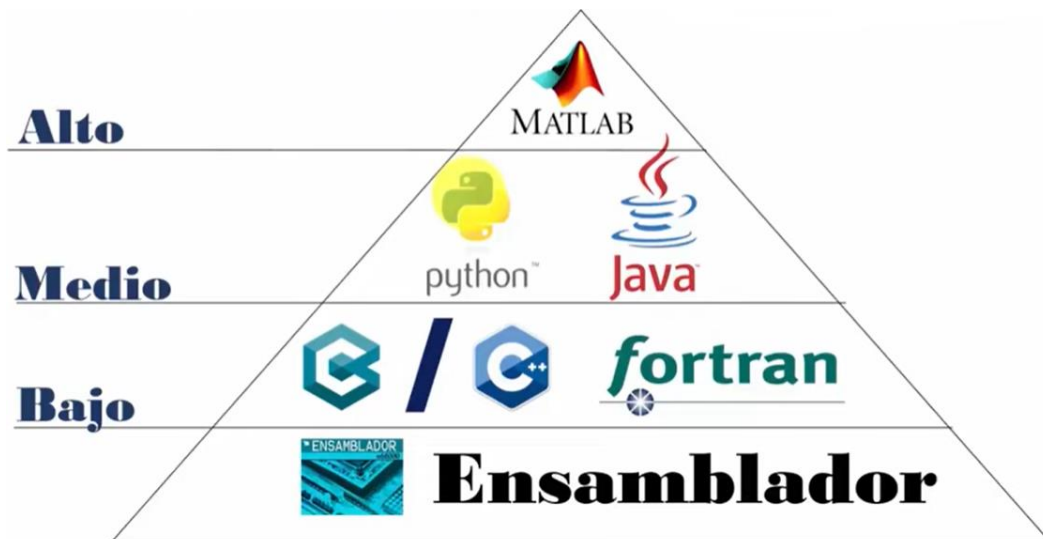


Figura 3-2 Tipos de lenguajes de programación [24].

A continuación, pasaremos a explicar cómo funciona la interfaz que hemos desarrollado para la resolución de nuestro problema astronómico. Para ello, explicaremos de forma general lo que realizan cada una de las funciones del programa, en los siguientes puntos. Una función es una colección de operaciones cuyo objetivo es realizar una tarea particular. En general una función puede recibir uno o varios valores de entrada (input1, input2, ...) y producir como salida uno o varios valores (output1, output2, ...). Estas funciones, las utilizaremos para resolver el problema astronómico de la meridiana.

Destacar también que algunas de las funciones se nutren de datos del Almanaque Náutico, cuya versión está en Excel. Más adelante explicaremos cuáles son y qué datos cogen para realizar los diversos cálculos para la resolución del problema de la meridiana. La idea es entender el problema y luego presentar en el capítulo 4, la interfaz definitiva que hemos desarrollado. Se recomienda también, consultar el Anexo I: Ejemplo problema navegación astronómica con estima., donde se explica con un ejemplo, paso a paso la resolución de dicho ejercicio.

3.2 Función principal

En este apartado, pasaremos a explicar la función principal de la interfaz, en los siguientes pasos:

1. En las primeras líneas del código, se leen los valores de fecha y situación de estima, tanto latitud, como longitud, que introduce el usuario a través de la interfaz.
2. Con la fecha de la observación, el programa entra en el Excel del Almanaque Náutico y selecciona la hoja correspondiente al día de la observación. Para ello, se guarda en la variable (t) el número del día del año gracias a la función "datetime". Con ese número, entra en la hoja correspondiente del día del Excel del Almanaque Náutico y guarda en una tabla todos los valores de esa hoja.

Destacar que, para nuestro trabajo, solo nos interesan los valores del horario de Greenwich del Sol y la declinación. Si bien el resto de valores serán importantes para otro tipo de problemas astronómicos.

3. El usuario introduce la hora de la observación de la mañana, seleccionando la hora, minutos y segundos correspondientes.
4. Seguidamente, hacemos un índice para que busque en la tabla los valores de horario de Greenwich del Sol y su respectiva declinación en función de la hora a la que hemos observado por la mañana.
5. Así pues, cogemos los valores de grados y minutos de cada variable. Además, cogeremos el nombre de la declinación, entendiendo como tal norte (N) si es positiva y sur (S) si es negativa.
6. Calculamos las correcciones en minutos y segundos para el horario en Greenwich del Sol. Para ello, entra en el Excel de correcciones de minutos y segundos y coge el valor de la corrección debido a los minutos y segundos de la observación de la mañana. Esto se hace, abriendo el Excel de correcciones de minutos y segundos y almacenando sus datos en una tabla. Este Excel, tiene una hoja por cada minuto, de tal forma que entramos en la hoja del minuto correspondiente, y la fila serán los segundos correspondientes de la observación. Entrará en dicha fila, y cogerá los valores de la segunda columna, que serán los grados a corregir y la tercera columna que serán los minutos a corregir.
7. Con dichas correcciones (ms), se calcula el horario en Greenwich del Sol (hG), para más adelante obtener el horario de lugar del Sol (hL). Dichos horarios se obtienen como explicamos en el capítulo anterior:

$$\begin{aligned}hG &= hG + ms. \\hL &= hG - L (LW). \\hL &= hG + L (LE).\end{aligned}$$

8. Una vez obtenido el horario de lugar del Sol (hL), calculamos el ángulo en el polo (P). Como definimos en las coordenadas horarias, sabemos que el ángulo en el polo será igual que el horario de lugar del Sol si éste es menor a 180° y en caso contrario, será 360° menos el horario de lugar del Sol. Además, le damos el valor de W/E en función del valor obtenido en el ángulo del polo (P), dicho cálculo como resaltamos en el capítulo anterior será:

$$\begin{aligned}\text{Si } hL \text{ es menor de } 180^\circ &\rightarrow Pw = hL. \\ \text{Si } hL \text{ es mayor a } 180^\circ &\rightarrow Pe = 360 - hL.\end{aligned}$$

9. Una vez obtenido el valor del ángulo en el polo (P), procedemos a calcular el determinante de la mañana, que como ya dijimos antes, está compuesto por el azimut de la mañana (Z) y el error de altura (Δa). Para ello, haremos uso de la función del cálculo de la altura estimada (ae), que me calculará la altura estimada del Sol a la hora de la observación de la mañana, en función de los parámetros de ángulo en el polo (P), declinación del Sol (d) y latitud de estima (le). Todos estos parámetros obtenidos anteriormente. La fórmula a usar, será:

$$\text{sen}(ae) = \text{sen}(le) * \text{sen}(d) + \cos(le) * \cos(d) * \cos(P).$$

10. Una vez calculada dicha altura, calcularemos el azimut (Z) de la mañana en función de los parámetros de ángulo en el polo (P), declinación (d), latitud (le), gracias a la función del cálculo del azimut. La ecuación que usamos es:

$$\text{ctg}(Z) = \left(\frac{\text{tg}(d)}{\text{sen}(P)} - \frac{\text{tg}(le)}{\text{tg}(P)} \right) \times \cos(le).$$

11. Ahora, se introducirá el valor de la altura observada al Sol por la mañana (a_i), dicha altura se corregirá con la corrección de índice (c_i), para obtener la altura observada corregida por el sextante (a_o):

$$a_o = a_i + c_i.$$

12. Pasamos pues, a calcular la altura verdadera (a_v) del Sol a la hora de la observación con la suma de las correcciones. Esto, se hace con la función de correcciones que, introduciendo la altura observada con el sextante y el mes de la observación, devuelve en grados la corrección (C) que debemos de aplicar para obtener la altura verdadera:

$$C = c_1 + c_2 + c_3.$$

$$a_v = a_o + C.$$

13. Ahora, podemos calcular el error de altura que será la resta de la altura verdadera (a_v) menos la altura estimada (a_e) calculadas anteriormente. Este error estará en grados y al ser muy pequeño, se deberá pasar a minutos:

$$\Delta a = a_v - a_e.$$

Con esto ya tendríamos el determinante de la mañana, que estaría formado por el azimut (Z) y el error de altura (Δa).

14. A continuación, calcularemos la hora a la cuál va a ser la meridiana. Para ello, usaremos la función que obtiene la hora de la meridiana. Para obtener dicha hora, meteremos los valores de longitud (L) y su nombre (E/W) y hallamos la hora civil de lugar de la meridiana (H_z) y la hora en Greenwich de la meridiana (H_cG). Como ya explicamos en el capítulo 2, usaremos las siguientes ecuaciones:

$$H_cG = H_cL + L \text{ (Longitudes W signo positivo y longitudes E signo negativo).}$$

$$H_z = H_cG - Z.$$

15. Ahora, pasamos a calcular la altura del Sol en la meridiana, para ello, necesitamos introducir el valor de la altura del sol observada en la meridiana (a_{om}) y calcular sus correcciones. Como hicimos antes, usamos la función correcciones, pero esta vez con esta nueva altura y tendremos una nueva corrección (C_m) que sumaremos a nuestra altura observada. Además, calcularemos su distancia cenital (z_m) que será 90° menos dicha altura:

$$a_m = a_{om} + C + c_i.$$

$$z_m = 90^\circ - a_m.$$

16. A continuación, calcularemos la latitud en la meridiana (l_m). Para ello, cogemos la hora civil de Greenwich que introduce el usuario. Con dicha hora, volvemos a repetir lo mismo que hicimos antes para obtener la declinación de la mañana. Es decir, abrimos el Excel del Almanaque Náutico y almacenamos sus datos en una tabla. Con dicha hora entra en la fila correspondiente,

y nos devuelve el valor en grados y minutos de la declinación de la meridiana (dm), que deberemos de sumar. Además, nos devuelve el valor del nombre de la declinación (N/S).

Para obtener el valor de la declinación, se hace una interpolación en los minutos de la declinación. Hay que tener claro que esta interpolación, variará en función de la época del año y al final nos dará el resultado de la declinación en la meridiana (dm).

17. Obtenemos pues la latitud de la meridiana sumando la distancia cenital en la meridiana (zm) a la declinación en la meridiana (dm). Por último, le pondremos nombre (N) si es positiva y (S) si es negativa:

$$lm = zm \pm dm = 90^\circ - am \pm dm.$$

Es importante resaltar que en función de si el usuario está mirando al norte o al sur a la hora de la meridiana, dicha latitud en la meridiana variará. Cuando la declinación y latitud son del mismo signo, es decir, del mismo nombre, y la declinación es mayor que la latitud la observación se realiza cara al polo elevado, es decir al polo del mismo nombre que la latitud. En los demás casos, la observación será cara al polo depresso; el contrario al polo elevado. La interfaz contempla todos los casos posibles:

- a) Sol cara al sur (S) y declinación negativa (S) $\rightarrow lm = zm - dm$.
- b) Sol cara al sur (S) y declinación positiva (N) $\rightarrow lm = zm + dm$.
- c) Sol cara al norte (N) y declinación positiva (N) $\rightarrow lm = zm - dm$.
- d) Sol cara al norte (N) y declinación negativa (S) $\rightarrow lm = zm + dm$.

18. A continuación, haremos uso de la estima para obtener las situaciones de estima y la situación observada en la meridiana. Para ello, introduciremos los valores de rumbo y distancia que hemos navegado desde la observación de la mañana hasta la meridiana. Usamos la función de estima, para obtener el apartamiento (A), con el que calculamos el incremento de longitud (ΔL), e incremento de latitud (Δl) desde la situación de estima de la mañana hasta la situación de estima de la meridiana. Las fórmulas matemáticas que usaremos son:

$$\begin{aligned}\Delta l &= D * \cos(R). \\ A &= D * \sin(R). \\ \Delta L &= \frac{A}{\cos\left(\frac{le + let}{2}\right)}\end{aligned}$$

19. A continuación, usaremos la función del cálculo de la situación de estima para hallar la situación de estima en la meridiana. Las fórmulas matemáticas que usaremos serán:

$$\begin{aligned}let &= le \pm \Delta l. \\ Let &= Le \pm \Delta L.\end{aligned}$$

Estos incrementos tanto de latitud como de longitud, se sumarán si tienen mismo nombre y se restarán en caso contrario.

20. Por último, hallaremos la situación observada en la meridiana con la función pagel que nos dará el incremento en longitud (ΔL) para asimismo hallar la longitud en la meridiana (L_m). Con estos parámetros obtendremos la situación observada en la meridiana que es donde se encuentra el barco actualmente. Las fórmulas son:

$$\begin{aligned}\Delta l &= l_m - let \\ l_m &= let \pm \Delta l.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta L &= \text{pagel} = p * \Delta l. \\ L_m &= Let \pm \Delta L.\end{aligned}$$

Para más fácil entendimiento del problema de la meridiana por parte del usuario, se dibuja una gráfica con las tres situaciones descritas anteriormente. Dicha función que usamos para la representación gráfica del problema astronómico resume el problema astronómico de la meridiana en una figura.

3.3 Función para el cálculo de la altura estimada.

La función que hemos usado para el cálculo de la altura estimada, obtiene la altura estimada (ae) a partir de los parámetros de ángulo en el polo (P), declinación (d) y latitud (le). Además, necesita también el nombre de la latitud de estima (le) y de la declinación (d) para su resolución. Esta función se basa en trigonometría esférica, de tal forma que usa el triángulo de posición para obtener su resultado.

Primero calcula el valor de (A) como la multiplicación del seno en grados de la latitud y el seno en grados de la declinación. Luego obtiene (B) como la multiplicación de los cosenos en grados de la latitud, declinación y ángulo en el polo. Por último, obtiene la altura estimada haciendo el arco seno de la suma de A y B. Esta fórmula matemática de la altura viene del triángulo de posición formado por estos tres ángulos a los que se les aplica trigonometría esférica para hallar el valor de la altura. En el apartado de 2.3.1 Trigonometría esférica, viene explicado con todo detalle, nosotros usaremos esta fórmula:

$$\begin{aligned} \text{sen}(ae) &= \text{sen}(le) * \text{sen}(d) + \cos(le) * \cos(d) * \cos(P). \\ A &= \text{sen}(le) * \text{sen}(d). \\ B &= \cos(le) * \cos(d) * \cos(P). \\ \text{sen}(ae) &= A + B. \\ ae &= \arcsen(A + B). \end{aligned}$$

Los signos de A y B dependerán del nombre de la latitud y del nombre de la declinación: (A) será positivo cuando la latitud y la declinación sean del mismo nombre, en caso de tener distinto nombre, (A) será negativo. (B) será positivo si el ángulo en el polo es menor de 90°, en caso contrario será negativo.

3.4 Función para el cálculo del azimut.

Esta función realiza el cálculo del azimut del Sol en la observación de por la mañana. Los parámetros de entrada de esta función son: el ángulo en el polo (P), la declinación (d), la latitud de estima (le) y el nombre de la latitud de estima. Los parámetros de salida son: el azimut (Z) y el nombre del azimut. La fórmula que se usa para la obtención del azimut, también se resuelve con trigonometría esférica, pero nosotros lo vamos a simplificar a dos factores (p') y (p'') que son:

- (p') es la división de la tangente en grados de la declinación entre el seno en grados del ángulo en el polo.
- (p'') será el número negativo de la división de la tangente en grados de la latitud entre la tangente en grados del ángulo en el polo.

Si sumamos ambos valores obtendremos (p). Con dicho parámetro podemos sacar el azimut, sabiendo que éste será igual al arco tangente de la inversa de la multiplicación de (p) por el coseno en grados de la latitud. Dicho ángulo será expresado en grados y para su mejor entendimiento y posterior representación gráfica, nos quedaremos con la parte positiva y entera de su valor. La ecuación matemática que usaremos será la ley de las cotangentes de trigonometría esférica aplicada a nuestro triángulo de posición. En el apartado de 2.3.1 Trigonometría esférica, viene explicado con todo detalle, dicha fórmula matemática es:

$$\text{ctg}(Z) = \left(\frac{\text{tg}(d)}{\text{sen}(P)} - \frac{\text{tg}(le)}{\text{tg}(P)} \right) \times \cos(le).$$

$$\begin{aligned}p' &= \frac{tg(d)}{sen(P)} \\p'' &= -\frac{tg(le)}{tg(P)} \\p &= p' + p'' \\Z &= arctg\left(\frac{1}{p * cos(le)}\right).\end{aligned}$$

Los símbolos de los diferentes parámetros de la función serán: (p') será positivo cuando la latitud y la declinación tengan el mismo nombre, en caso contrario será negativo, (p'') será positivo cuando el ángulo en el polo sea menor a 90°, en caso contrario, será negativo.

La última parte de la función halla el valor del nombre del azimut. Éste, vendrá dado en función del valor de p (si es positivo o negativo) y del nombre de la latitud de estima (si es N o S). En las diferentes condiciones que se expresan en la función se puede apreciar con qué valores el nombre del azimut puede ser norte (N) o sur (S). De tal forma que, el azimut (Z) viene expresado por cuadrantes y será (E/W) igual al nombre del polo y (N/S) dependiendo de (p) y la latitud de estima (le):

Si (p) es positivo, entonces el nombre del azimut será igual que el de la latitud.

Si (P) es negativo, entonces el nombre del azimut será el contrario al de la latitud.

Los casos que se contemplan son: NE, NW, SE y SW.

3.5 Función para el cálculo de la hora de la meridiana.

Esta función realiza el cálculo de la hora estimada para la meridiana, devuelve la hora legal (Hz) y en Greenwich (HcG) de la meridiana. Los parámetros de entrada son la longitud de estima (Le) y el nombre de la longitud de estima.

Se introduce la hora civil de lugar (HcL) del paso del Sol por el meridiano superior de Greenwich, también conocido como PMG. A continuación, se realizan dos posibles condiciones en función del nombre de la longitud, de tal forma que si estamos al W tendremos que sumar la longitud convertida a horas al PMG para obtener la hora en Greenwich. Más tarde con el valor del huso horario hallamos la hora legal de la meridiana en función de nuestra situación. En caso de ser longitud E, será al revés, es decir habrá que restar. Las fórmulas aplicadas a esta función son:

$$PMG = HcL.$$

$$HcG = HcL \pm L \text{ (Longitudes W signo positivo y longitudes E signo negativo).}$$

$$1h = 15^\circ \text{ de longitud.}$$

$$Z = \text{Huso horario.}$$

$$HZ = HcG - Z.$$

3.6 Función para el cálculo de las correcciones de una altura observada.

Esta función calcula el valor de las correcciones (C) que debemos de aplicar a las alturas observadas al Sol con el sextante. Primero, abrimos el Excel de las correcciones del Sol y estrellas y nos quedamos con la primera hoja que es la del Sol. Creamos una tabla con todos los datos para obtener las correcciones.

El usuario introducirá en metros la elevación a la que se encuentra respecto al nivel del mar. Y se creará un array de una columna y noventa y cinco filas lleno de ceros, al que llamaremos alturas. Pasamos al bucle que recorrerá el array alturas y pondrá en cada fila los valores de la primera columna de la tabla.

Se creará un vector de dos valores donde el primer valor será la resta en valor absoluto de alturas menos la altura a buscar introducida por el usuario. El segundo valor será el número de fila donde se encuentra dicho valor mínimo, éste será el índice que es el valor que más se aproxima de la tabla a la altura introducida por el usuario. Entonces, hallaremos el primer valor de corrección (c1) como aquel que se encuentra en la segunda columna y en la fila del valor del índice. Para mejor entendimiento, en la siguiente figura se muestran las líneas de código correspondiente a la obtención de dicha corrección:

```

489     altura_buscar=app.ElevacindelobservadorEditField.Value;
490     alturas = zeros(94,1);
491     for i=1:94
492         alturas(i)=B{i,1};
493     end
494     [~,indice]=min(abs(alturas-altura_buscar*ones(size(alturas))));
495     c1=B{indice,2};

```

Figura 3-3 Código de la función correcciones.

De forma análoga, se obtiene por valor más próximo las correcciones (c2), que depende de la altura observada (ao) y (c3) que depende del mes. Dichas correcciones se encuentran expresadas en minutos en la tabla, por lo que las sumaremos todas y el resultado lo dividiremos entre sesenta para obtener la corrección total (C) en grados, y así poder luego sumárselo a las alturas correspondientes en la función principal. Las fórmulas matemáticas de las correcciones de las alturas observadas son:

$$ao = ai + ci.$$

Las correcciones serán:

- a. Depresión del horizonte, que es la altura del observados expresada en metros.

$$m \rightarrow c1.$$

- b. Refracción atmosférica, que se obtiene con la altura aparente (ap). Esta altura aparente es la altura observada (ao) corregida por la corrección de índice (ci) y la depresión del horizonte (c1).

$$ap = ao + c1 \rightarrow c2.$$

- c. Semidiámetro del sol, como observamos al limbo inferior, entraremos en dicha tabla con el mes.

$$mes \rightarrow c3.$$

Tendremos una corrección total de (C), que es lo que nos devuelve la función:

$$C = c1 + c2 + c3.$$

La altura verdadera del astro será: $av = ao + C.$

3.7 Función para el cálculo de la estima.

Esta función calcula el apartamiento (A) y el incremento de latitud (ΔI) que tenemos desde la situación de estima hasta la meridiana. Los parámetros de entrada son: el rumbo seguido desde la mañana hasta la meridiana (R), la distancia recorrida (D), el azimut (Z) con su nombre, el error de altura (Δa) y el nombre del ángulo en el polo. Y los parámetros de salida serán: el apartamiento (A) y su nombre, incremento de latitud (ΔI) y su nombre.

A continuación, se aprecian una serie de condiciones, en las que se determina el valor del incremento de latitud ($i1$) en función del rumbo como la multiplicación de la distancia por el seno en grados del rumbo y el valor del apartamiento (A1) como la multiplicación de la distancia por el coseno en grados del rumbo. Para mejor entendimiento, en la siguiente figura se distingue la diferencia entre apartamiento e incremento de latitud en función del ángulo que forman, que es nuestro rumbo.

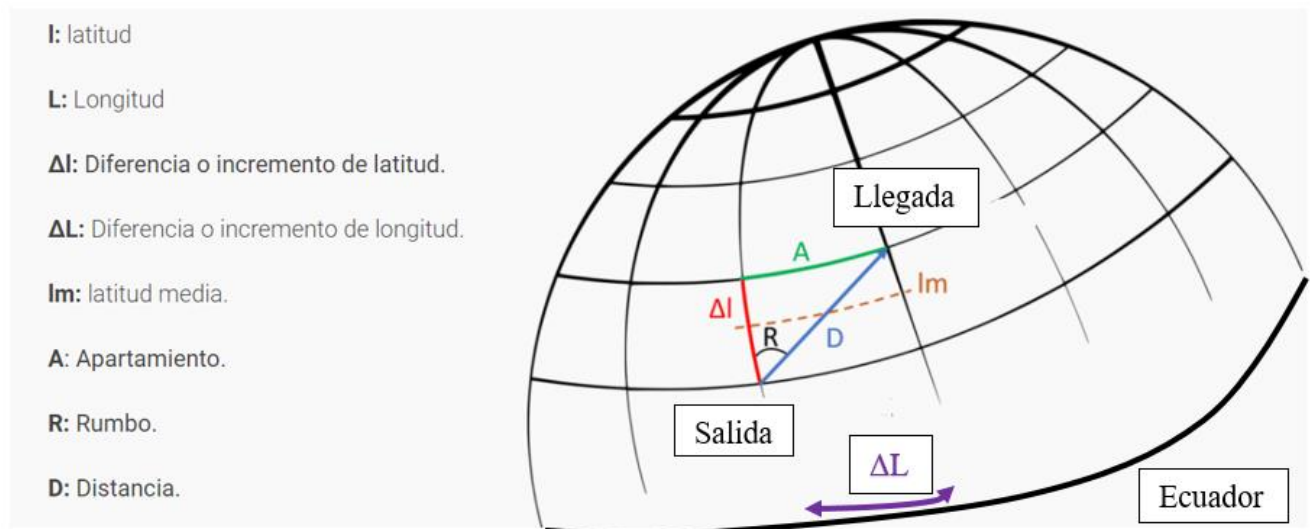


Figura 3-4 Apartamiento e incremento de latitud [25].

Existen excepciones en función de los rumbos donde si son enteramente norte o sur solo tendremos incremento de latitud ($i1$) y si son oeste u este solo habrá apartamiento (A1) y sus valores serán la distancia recorrida. Además, tendremos los nombres del incremento de latitud (`nombre_i1`) y del apartamiento (`nombre_A1`) en función del rumbo y del cuadrante en el que nos encontremos. En el código se aprecia esta asignación de manera visual. Destacar que la variable de `nombre_i1` podrá tomar solo valores N o S y que la variable `nombre_A1` podrá tomar solo valores E o W. Dichas condiciones se resumen en estas fórmulas matemáticas:

$$\Delta I = D * \cos(R).$$

$$\Delta I1 = D * \cos(R).$$

El nombre de N o S, depende del rumbo, si éste va hacia el N será N y si va hacia S, será S. Es decir, rumbos de 0° - 90° y 270° - 360° serán N y rumbos de 90° - 270° serán S.

$$A = D * \sin(R).$$

$$A1 = D * \sin(R).$$

El nombre de E u W, depende del rumbo, si éste va hacia el E será E y si va hacia W, será W. Es decir, rumbos de 0° - 180° serán E y rumbos de 180° - 360° serán W.

En esta segunda parte de la función, se analiza de manera análoga a la anterior pero ahora con los valores del azimut ($Z \rightarrow R2$) y el error de altura ($\Delta a \rightarrow D2$). De tal forma, que el incremento en latitud (Δl) será el error de altura por el seno en grados del azimut y el incremento de apartamiento ($A2$) será por el coseno. Las fórmulas matemáticas usadas para este cálculo son:

$$\Delta l = \Delta a * \cos(Z).$$

$$\Delta l2 = D2 * \cos(R2).$$

El nombre de N o S, depende del azimut, si éste va hacia el N será N y si va hacia S, será S. Es decir, azimuts de 0° - 90° y 270° - 360° serán N y azimuts de 90° - 270° serán S.

$$A = \Delta a * \sin(Z).$$

$$A2 = D2 * \sin(R2).$$

El nombre de E u W, depende del azimut, si éste va hacia el E será E y si va hacia W, será W. Es decir, azimuts de 0° - 180° serán E y azimuts de 180° - 360° serán W.

Más adelante, se sumarán los incrementos de latitudes y apartamientos si son del mismo nombre, y en caso contrario se restarán, dando lugar a un incremento de latitud (Δlt) y de apartamiento (At) totales. Estos incrementos estarán en millas náuticas, que son minutos y los dividiremos entre sesenta para obtenerlos en grados y poder sumarlos a la situación de estima que tenemos en la función principal.

$$\Delta lt = \Delta l1 \pm \Delta l2.$$

$$At = A1 \pm A2.$$

Estos incrementos tanto de latitud como de apartamiento, se sumarán si tienen mismo nombre y se restarán en caso contrario.

3.8 Función para el cálculo de la situación de estima de la meridiana.

Esta función calcula la situación de estima en la meridiana. Los parámetros de entrada son: incremento de latitud (Δl) y su nombre, apartamiento (A) y su nombre, latitud de estima (le) y su nombre, longitud de estima (Le) y su nombre. Los parámetros que devuelve la función son: la latitud de estima en la meridiana (let) y su nombre, la longitud de estima en la meridiana (Let) y su nombre.

La función empieza con una condición la cual dice que, si la latitud de estima y su incremento tienen el mismo nombre, se sumarán para obtener la latitud de estima en la meridiana, y en caso contrario se restarán. La siguiente condición se cumplirá solo si se cambia de hemisferio, es decir, en el caso de que la latitud de estima de la meridiana pase a ser negativa, siendo la de estima positiva, o, al contrario. En este caso, se cambiará también su nombre, pasaremos de norte a sur o viceversa. La fórmula utilizada es:

$$let = le \pm \Delta l.$$

A continuación, se calcula la latitud media (lm) para el cálculo de incremento de longitud (iL) que será el apartamiento entre el coseno de la latitud media. Usaremos estas fórmulas:

$$lm = \frac{le + let}{2}$$

$$\Delta L = \frac{At}{\cos lm}$$

El nombre de este incremento de longitud (iL) será el mismo que el nombre del apartamento (A).

Por último, se calculará la longitud de estima de la meridiana (Let) sumando la longitud de estima y el incremento de longitud si ambos poseen el mismo nombre, y se restará en caso contrario. La última condición es cuando se pasa de longitudes W a E, es decir, cuando la longitud de estima de la meridiana pase a ser negativa, siendo la de estima positiva o, al contrario. Y por ello, se cambiará su nombre. La fórmula usada será:

$$Let = Le \pm \Delta L.$$

3.9 Función para el cálculo del coeficiente de pagel.

Esta función calcula el coeficiente de pagel y con él, la longitud de la meridiana, último parámetro que necesitamos saber para obtener la situación observada del usuario en la meridiana.

Los parámetros de entrada son: latitud de la meridiana (lm), latitud de estima de la meridiana (let), longitud de estima de la meridiana (Let) y su nombre, ángulo en el polo (P) y su nombre, declinación (d), latitud de estima (le) y azimut (Z) y su nombre. Los parámetros de salida son: longitud de la meridiana (Lm) y su nombre.

La función empieza calculando el incremento de latitud (Δl) como la resta entre la latitud de la meridiana menos la latitud de estima de la meridiana. Le pone el nombre de norte si es positivo y sur si es negativo, si estamos en el hemisferio norte. En caso de estar en el hemisferio sur, será al revés. La fórmula utilizada será:

$$\Delta l = lm - let.$$

Luego, pasamos a una serie de condiciones en las que devuelve el nombre del coeficiente de pagel que puede ser W o E, en función de los nombres del incremento de latitud y del nombre del ángulo en el polo. Para mejor entendimiento del nombre que se le da al coeficiente de pagel, se recomienda la lectura del Anexo II: Criterio de signos para aplicar pagel. Volvemos a calcular los parámetros (p' y p'') como hicimos en el azimut de la mañana para obtener el valor de (p) con las fórmulas que previamente describimos en el cálculo del azimut. El valor del coeficiente de pagel (pagel), será la multiplicación de (p) por el incremento de latitud, ambos calculados anteriormente:

$$pagel = p * \Delta l.$$

Una vez calculado el coeficiente de pagel y su nombre, hallaremos la longitud de la meridiana (Lm) como la suma de pagel y la longitud de estima de la meridiana en caso de que coincidan los nombres de la longitud de estima de la meridiana y pagel. En caso contrario, se restará. La fórmula será:

$$Lm = Let \pm pagel.$$

Por último, se le asignará el nombre de la longitud de estima de la meridiana (Let) a la longitud de la meridiana (Lm), en caso de ser positiva la operación anterior y si es negativa, el nombre de pagel (pagel) será el de la longitud de la meridiana (Lm).

3.10 Función para la resolución gráfica de la meridiana.

Esta función representa gráficamente el problema astronómico de la meridiana, con las tres situaciones de estima calculadas anteriormente.

Empezamos llamando a la figura y definiendo los parámetros de latitud negativa si es sur y longitud negativa si es oeste para que vayan incrementando hacia abajo y hacia la izquierda, respectivamente. Es decir, definimos los ejes de la gráfica como el norte arriba, el sur abajo, el este a la derecha y el oeste a la izquierda.

A continuación, realizamos una conversión de incrementos de latitudes, para que la representación sea igual a la de una carta mercatoriana. Definimos los puntos de situación de estima, situación de estima de la meridiana y situación observada de la meridiana. Dibujamos el azimut y la recta de altura sobre la situación de estima, se traza una paralela de la recta de altura sobre la situación de estima de la meridiana, y donde corte con la latitud de la meridiana se obtiene la situación observada de la meridiana.

Establecemos el título de la gráfica, los títulos de las variables y la leyenda que aparecen en la gráfica, para un mejor entendimiento del usuario. Con todo esto, quedarían definidas todas las funciones que posee la interfaz.

Si ejecutamos un ejemplo en la interfaz, la representación gráfica quedaría:

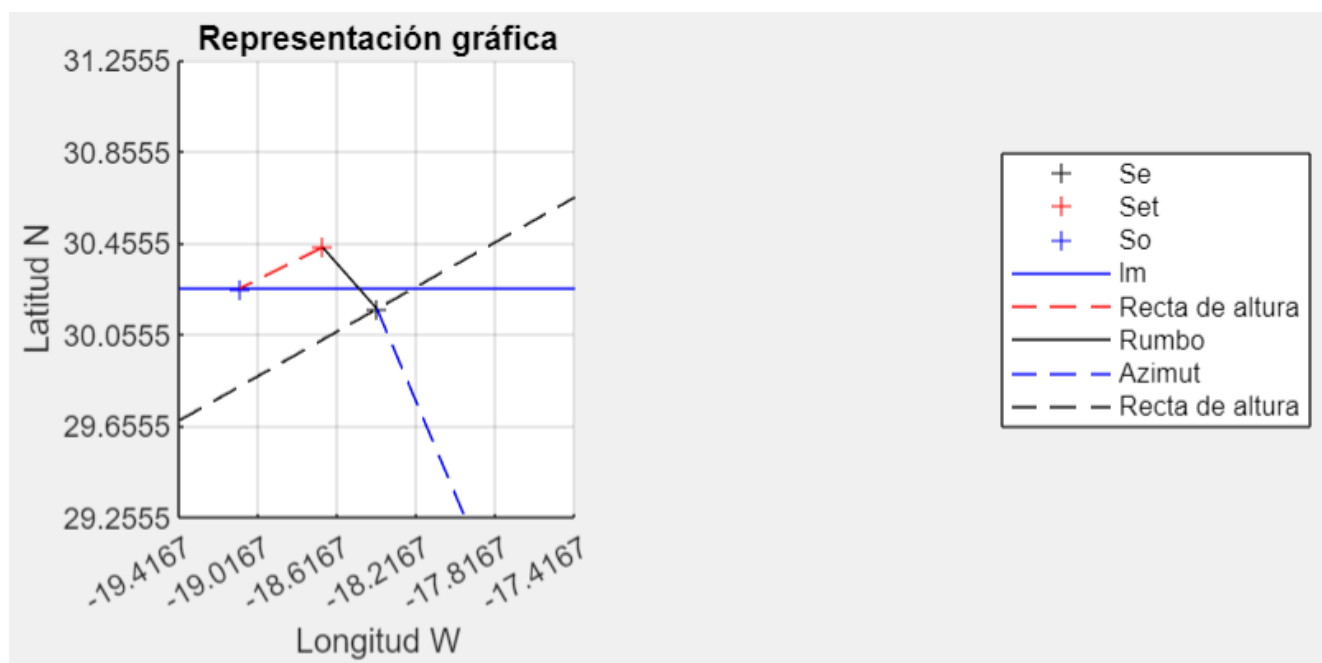


Figura 3-5 Representación gráfica de un ejemplo en la interfaz.

Una vez explicadas todas las funciones que posee nuestro programa del cálculo de la situación de la meridiana, pasaremos a aplicarlos a una interfaz para que resulte más cómodo y dinámico para el usuario. Para ello, usaremos la App Designer de Matlab y explicaremos en el siguiente capítulo cómo hemos desarrollado esta interfaz.

4 RESULTADOS

En este capítulo, definiremos la interfaz que como el resultado de todas las funciones definidas en el capítulo anterior con la App Designer de Matlab. Además, explicaremos su funcionamiento y las instrucciones que debemos de seguir para el correcto funcionamiento de la interfaz.

4.1 Interfaz de la meridiana

Para empezar a explicar la interfaz que hemos desarrollado para la resolución del problema astronómico de la meridiana, visualizaremos una captura de pantalla de dicha interfaz.

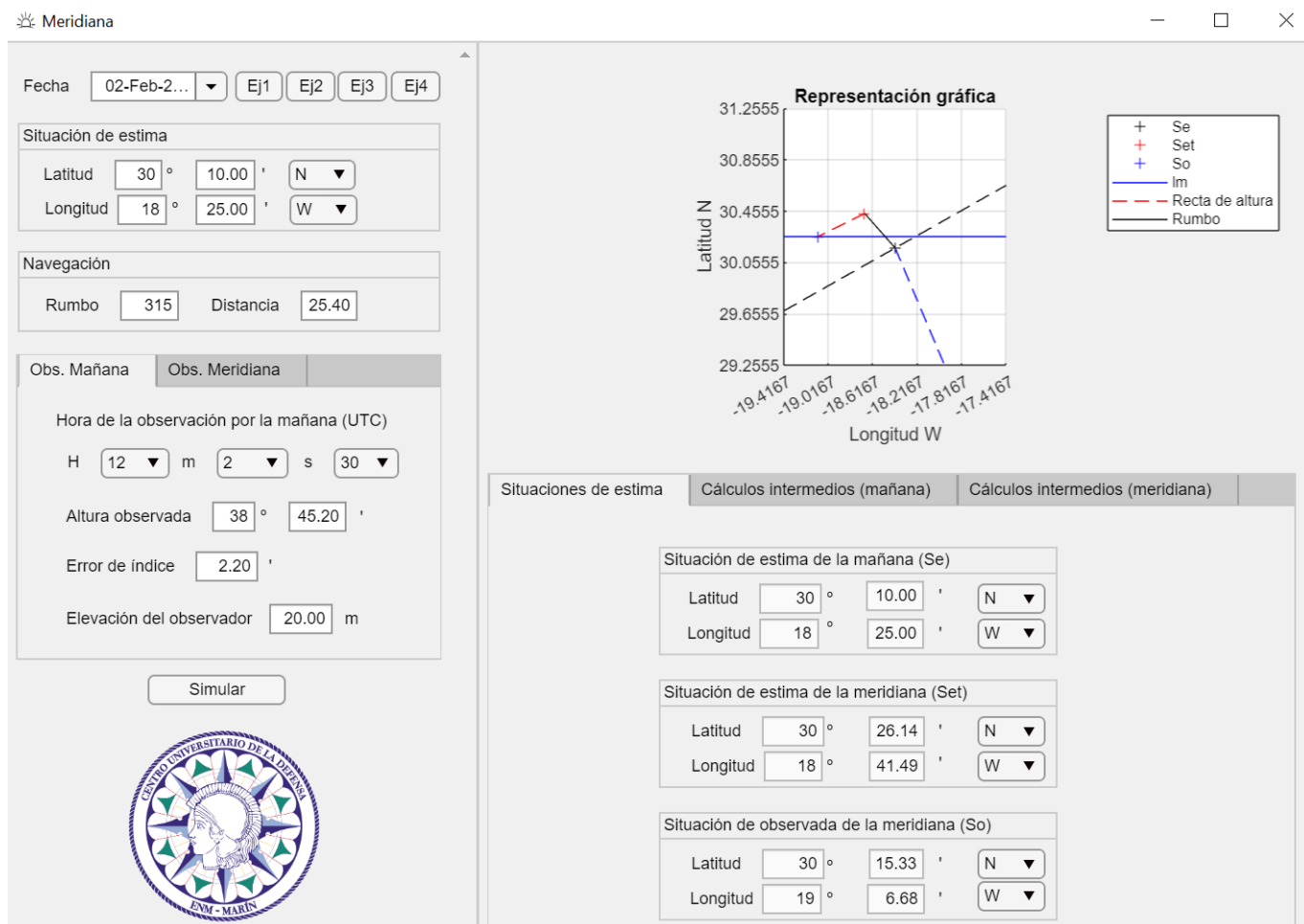


Figura 4-1 Interfaz de la meridiana.

Como observamos en la Figura 4-1, podemos dividir la interfaz en diferentes partes:

4.1.1 Barra de ejemplos.

En la parte superior izquierda, tenemos cuatro botones con cuatro ejemplos diferentes. Cada ejemplo corresponde a una situación geográfica diferente. De tal forma que:

1. El primer ejemplo, es una situación que se encuentra en el océano Atlántico, al norte de las islas Canarias. La situación inicial del problema es NW.
2. El segundo ejemplo, es una situación que se encuentra en el mar Árabe, en el Golfo de Adén. La situación inicial del problema es NE.
3. El tercer ejemplo, es una situación que se encuentra en el medio del océano Pacífico sur. La situación inicial del problema es SW.
4. El cuarto ejemplo, es una situación que se encuentra en mitad del océano Índico. La situación inicial del problema es SE.

Estos ejemplos sirven de guía para la resolución de cualquier problema de la meridiana, además de ser un referente para el usuario a la hora de resolver su propio problema de la meridiana. En la Figura 4-2, observamos los cuatro ejemplos:



Figura 4-2 Barra de ejemplos.

4.1.2 Fecha de la observación.

En la parte superior izquierda de la interfaz, tenemos un calendario para poder escoger el día de la observación de la meridiana. En la Figura 4-3, vemos un ejemplo:

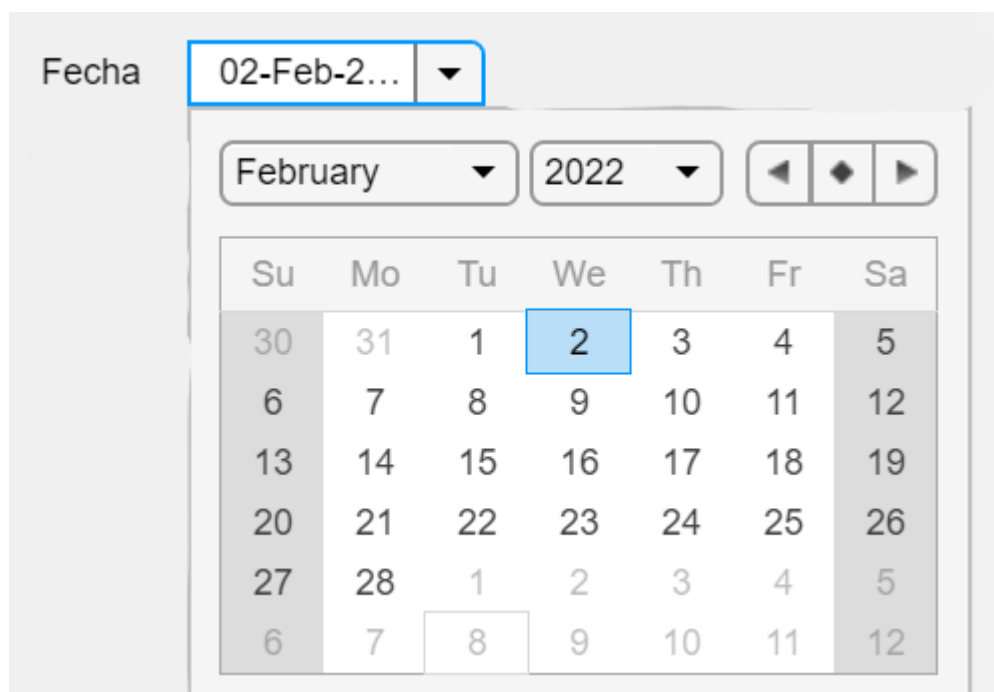


Figura 4-3 Calendario con día de la observación.

4.1.3 Situación de estima inicial.

En la parte superior izquierda de la interfaz, debemos de introducir en grados y minutos la latitud y la longitud de estima, de la cuál partimos para la resolución de nuestro problema astronómico. En la Figura 4-4, vemos un ejemplo:

Situación de estima			
Latitud	30	°	10.00
			'
			N ▼
Longitud	18	°	25.00
			'
			W ▼

Figura 4-4 Situación de estima.

4.1.4 Navegación.

En el siguiente recuadro, debemos de introducir los datos de navegación de rumbo y velocidad efectivos que hemos realizado desde la observación de la mañana hasta la observación de la meridiana. En la Figura 4-5, vemos un ejemplo:

Navegación	
Rumbo	315
Distancia	25.40

Figura 4-5 Datos de navegación.

4.1.5 Observación de la mañana y de la meridiana.

Las observaciones de la mañana y de la meridiana se encuentran en un mismo recuadro, en dos pestañas diferentes.

Primero introduciremos los datos de la mañana en su pestaña correspondiente. Introducimos la hora de observación de la mañana, seleccionando la hora, los minutos y segundos de la observación. Luego, debemos de introducir la altura observada con el sextante en grados y minutos, junto con el error de índice del sextante y la altura en metros a la que nos encontremos. En la Figura 4-6, vemos un ejemplo:

Obs. Mañana	Obs. Meridiana
Hora de la observación por la mañana (UTC)	
H	12 ▼ m 2 ▼ s 30 ▼
Altura observada	38 ° 45.20 '
Error de índice	2.20 '
Elevación del observador	20.00 m

Figura 4-6 Datos de la observación de la mañana.

Ahora, pasamos a la pestaña de la observación de la meridiana e introducimos la hora de la observación de la meridiana, seleccionando la hora, minutos y segundos que correspondan. Luego, introducimos la altura observada al Sol en la meridiana, en grados y minutos. Seleccionamos en el recuadro de abajo a la derecha si hemos observado cara al norte o cara al sur. Por último, introducimos el PMG y el huso horario donde nos encontremos. En la Figura 4-7, vemos un ejemplo:

Formulario de observación de la meridiana. El formulario tiene dos pestañas: 'Obs. Mañana' y 'Obs. Meridiana'. La pestaña 'Obs. Meridiana' está activa. El formulario contiene los siguientes campos:

- Hora de la observación de la meridiana (UTC):** H: 13, m: 27, s: 20.
- Altura observada:** 42 ° 50.90 '.
- Huso horario (z):** 1.
- PMG:** H: 12, m: 13, s: 40.
- Cara:**
 - ☐ Cara N
 - ☒ Cara S

Figura 4-7 Datos de la observación de la meridiana.

4.1.6 Botón de simular.

En la parte inferior izquierda de la interfaz, tenemos el botón de simular. Con dicho botón, se ejecutan todos los comandos de la interfaz y resuelve el problema astronómico de la meridiana. En la Figura 4-8, vemos el botón de simulación:

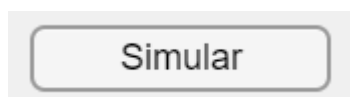


Figura 4-8 Botón de simular.

4.1.7 Recuadro de resultados y cálculos intermedios.

En la parte inferior derecha, tenemos un recuadro con todas las situaciones finales obtenidas y datos relevantes que se usan para el cálculo de éstas. Todo ello, está repartido en tres pestañas. Destacar que ninguno de estos datos se puede modificar, a diferencia de los anteriores que deben ser introducidos por el usuario. Estos valores no pueden ser modificados por el usuario, ya que son los resultados obtenidos por la interfaz que hemos desarrollado.

En la primera pestaña, aparecen la situación de estima inicial que introdujo el usuario en la parte de la izquierda, la situación de estima de la meridiana calculada por la interfaz, y la situación observada de la meridiana final. Dicha situación es la que estamos buscando con nuestro problema astronómico. En la Figura 4-9, vemos un ejemplo:

Situaciones de estima	Cálculos intermedios (mañana)	Cálculos intermedios (meridiana)
Situación de estima de la mañana (Se) Latitud 30 ° 10.00 ' N ▼ Longitud 18 ° 25.00 ' W ▼		
Situación de estima de la meridiana (Set) Latitud 30 ° 26.14 ' N ▼ Longitud 18 ° 41.49 ' W ▼		
Situación de observada de la meridiana (So) Latitud 30 ° 15.33 ' N ▼ Longitud 19 ° 6.68 ' W ▼		

Figura 4-9 Situaciones de estima.

En la segunda pestaña, tenemos los datos intermedios de la mañana, que utilizamos en la interfaz. Estos datos son relevantes, debido a que son utilizados para el cálculo del determinante de la mañana, por eso se muestran en la interfaz. Se componen de dos recuadros:

1. Los valores de la mañana, que son: el ángulo en el polo, expresado en minutos y segundos, con su nombre correspondiente (E/W), la declinación de la mañana, también en grados y minutos y con su nombre correspondiente (N/S), y las alturas estimada y verdadera, expresadas en grados y minutos, obtenidas con las funciones de la interfaz.
2. El determinante de la mañana, que está compuesto por el azimut expresado en cuadrantes, y el error de altura expresado en minutos.

Un ejemplo de esta pestaña se muestra en la Figura 4-10:

Situaciones de estima	Cálculos intermedios (mañana)	Cálculos intermedios (meridiana)
Valores de la mañana Ángulo en el polo 21 ° 12.50 ' E ▼ Declinación -16 ° 44.18 ' S ▼ Altura estimada 38 ° 50.46 ' Altura verdadera 38 ° 54.60 '		
Determinante de la mañana Azimut S ▼ 26 E ▼ Error 4.14 '		

Figura 4-10 Cálculos intermedios de la mañana.

En la tercera pestaña, tenemos los datos intermedios de la meridiana, que son valores de especial relevancia en nuestro problema astronómico, ya que son utilizados para la obtención de la latitud de la meridiana. Estos datos son:

1. La altura verdadera en la meridiana, expresada en grados y minutos.
2. La distancia cenital, expresada en grados y minutos.
3. La declinación a la hora de la meridiana, expresada en grados y minutos y con su nombre (N/S).
4. La latitud de la meridiana, en grados y minutos y con su nombre (N/S).
5. La hora local que se estima que va a ser la meridiana, según rumbo y velocidad.
6. El coeficiente de pagel con su nombre (E/W), expresado en minutos.

Un ejemplo de esta pestaña se muestra en la Figura 4-11:

The screenshot shows a software interface with three tabs: 'Situaciones de estima', 'Cálculos intermedios (mañana)', and 'Cálculos intermedios (meridiana)'. The 'Cálculos intermedios (meridiana)' tab is active. It contains a form titled 'Valores de la meridiana' with the following fields and values:

- Altura verdadera: 43 ° 0.50 '
- Distancia cenital: 46 ° 59.50 '
- Declinación: -16 ° 44.17 ' S
- Latitud de la meridiana: 30 ° 15.33 ' N
- Hora local estimada de la meridiana: H 12 m 27 s 20
- Pagel: 25.19 ' W

Figura 4-11 Cálculos intermedios de la meridiana.

4.1.8 Representación gráfica.

Por último, en la parte superior derecha de la interfaz, tenemos una representación gráfica del problema astronómico de la meridiana. Dicha representación gráfica, se elabora con la función que previamente hemos descrito en el capítulo anterior.

Esta representación gráfica dibuja las siguientes líneas y puntos:

1. La situación de estima (Se), que se representa con una cruz negra.
2. La situación de estima en la meridiana (Set), que se representa con una cruz roja.
3. La situación observada de la meridiana (So), que se representa con una cruz azul.
4. El azimut, representado por una línea discontinua azul.
5. La recta de altura de la mañana, representada por una línea discontinua negra en la situación de estima, que se traslada paralelamente hasta la situación de estima de la meridiana, donde se representa por una línea discontinua roja.
6. El rumbo, representado por una línea negra, que va desde la situación de estima, hasta la situación de estima de la meridiana.

Además, expresa la escala correspondiente a la latitud de estima que haya introducido el usuario. Los valores de la gráfica están expresados en grados y tienen los nombres de los ejes correspondientes, en función de donde nos encontremos. Es decir, escribe en los ejes la latitud norte o sur y la longitud este u oeste.

En la Figura 4-12, podemos ver un ejemplo:

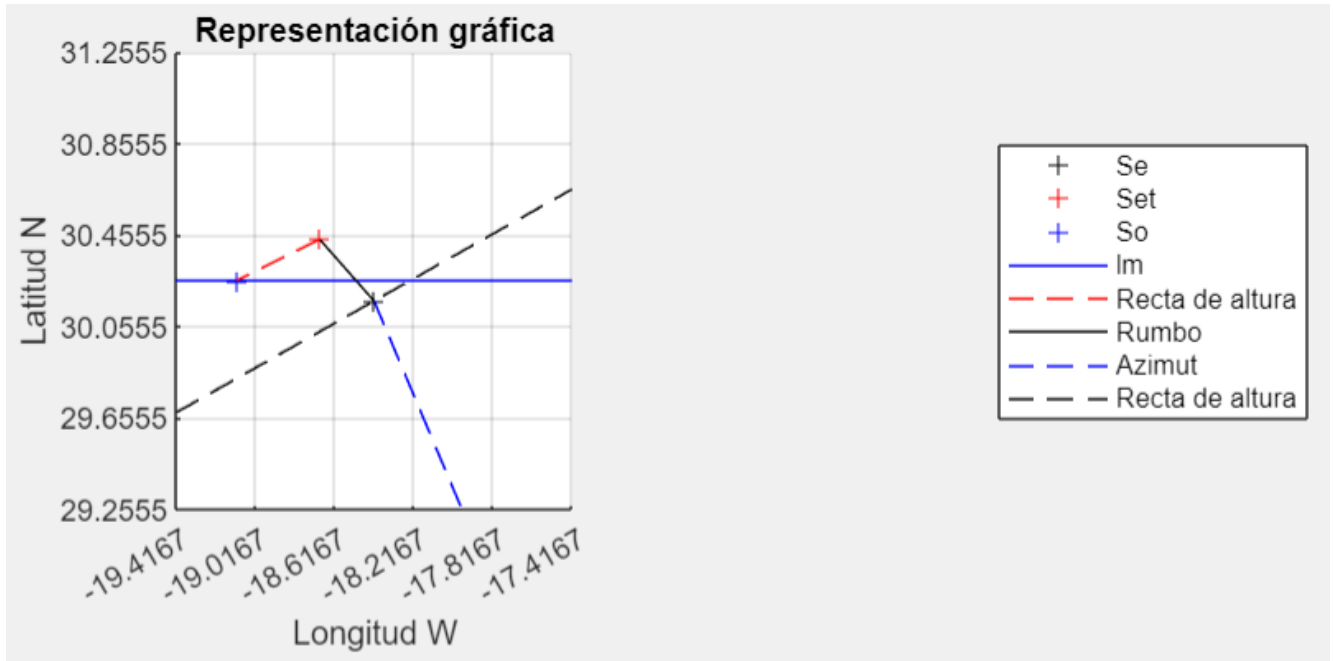


Figura 4-12 Representación gráfica del problema astronómico de la meridiana.

Una vez explicado todo el funcionamiento de la interfaz, y habiendo realizado las pruebas necesarias para su correcto funcionamiento. Podemos pasar al siguiente capítulo del trabajo donde expondremos las conclusiones obtenidas del trabajo y las posibles líneas futuras que se pueden desarrollar a partir del mismo.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

En este capítulo, definiremos las conclusiones de nuestro trabajo y las diferentes líneas futuras que pueden tomarse, a raíz de los resultados obtenidos.

5.1 Conclusiones.

El presente trabajo ha alcanzado los objetivos definidos y, además, ha conseguido añadir aspectos que consiguen un mejor entendimiento del trabajo para el lector. El objetivo principal era realizar un software que nos situemos geográficamente al buque con la altura observada al Sol. Este objetivo se ha alcanzado con la aplicación “Meridiana” desarrollada con App Designer de Matlab. Esta aplicación proporciona latitud y longitud a la hora de la meridiana, con la observación del Sol durante la mañana y en la meridiana. Además, dibuja gráficamente el problema astronómico, para facilitar su entendimiento por parte del usuario y así poder trasladarlo de forma sencilla a la carta náutica de navegación.

Otro objetivo secundario, era el de dar a conocer de forma sencilla y amena la astronomía. En el capítulo 2, se ha realizado un resumen de los conocimientos básicos de astronomía que debe tener un marino. Además, este resumen cuenta con figuras ilustrativas que hacen más intuitiva la explicación. Esta parte de la memoria puede servir de referente para el estudio de la astronomía por parte de los alumnos de la Escuela Naval Militar. Además, cuenta con la resolución paso a paso del problema astronómico de la meridiana que puede servir de ayuda y ejemplo para la resolución del problema sobre la obtención de la latitud en la meridiana.

Este trabajo ha conseguido informatizar en forma de una interfaz el problema astronómico de la meridiana. De tal forma que, introduciendo los datos de estima y las alturas observadas al Sol durante la mañana y la meridiana, obtenemos la situación de estima a la hora de la meridiana y además conseguimos ilustrarlo gráficamente. Hemos conseguido combinar de forma didáctica y sencilla nuestros conocimientos sobre astronomía con nuestros conocimientos informáticos sobre Matlab. Además, hemos integrado de forma clara y concisa la resolución matemática del problema astronómico de la meridiana, aspecto clave para haber podido desarrollar el código del programa. Resaltar también, que el Almanaque Náutico se carga de forma automática en el programa y gracias a toda la información que posee, se puede resolver el problema astronómico sin mucha complicación.

Por último, hemos conseguido elaborar una interfaz que, con la ayuda de un sextante, puede conocer con una precisión aceptable la situación del barco en cualquier lugar del mundo a la hora de la meridiana. Esto evita que nuestro barco dependa de otros sistemas de posicionamiento como el GPS, y así poder tener siempre un sistema alternativo cuando naveguemos en alta mar, en caso de que falle el GPS.

5.2 Líneas futuras.

5.2.1 *Desarrollo de una App para móvil.*

El código desarrollado en Matlab se puede tomar como referencia para implementar una aplicación móvil y así poder realizar el problema de la meridiana desde cualquier lugar. Esta idea sería más útil, debido a que es posible que en los barcos no se pueda implementar dicho software por los sistemas operativos que tengan. Sin embargo, hoy en día todo el mundo tiene un móvil y se podría desarrollar esta misma App para Android o IOS, y así sería de utilidad en distintos escenarios prácticos.

5.2.2 *Sistema de posicionamiento por la estrella Polar.*

Esta línea futura, consiste en el desarrollo de otra interfaz que permita obtener la posición por la noche, es decir, sería una interfaz análoga a la que hemos desarrollado en este trabajo, pero en vez de utilizar el Sol como astro para posicionarnos, utilizaremos también la estrella Polar. Es decir, se guarda una recta de altura del sol de por la tarde, se obtiene en el crepúsculo la altura de la Polar y se obtiene el coeficiente de pagel con la latitud obtenida de la Polar y la recta de altura del sol previa trasladada, como en la meridiana. Es decir, podríamos llevar una estima de forma continua, de día se observaría el Sol y de noche la estrella Polar, si estamos en el hemisferio norte. De esta forma, podríamos navegar astronómicamente de forma continua desde un lugar a otro. Esta aplicación tendría como limitación, que sólo podría ser usada en el hemisferio norte.

Hay que tener en cuenta que las estrellas solo se pueden observar con el sextante en los crepúsculos, ya que tiene que verse el horizonte, para poder bajar con el sextante la estrella Polar hasta el horizonte. Además, debemos de resaltar, que la resolución del problema astronómico varía, debido a que se tienen que utilizar otras correcciones específicas al estar observando la estrella Polar.

5.2.3 *Sistema de posicionamiento por el corte de tres rectas de altura.*

Este sistema de posicionamiento se puede hacer de dos formas distintas:

- Con el Sol.

En este caso, deberíamos de observar el Sol en tres momentos distintos y trasladar las rectas de altura para obtener la posición.

- Con tres estrellas diferentes.

En este caso, cuando estemos navegando, durante el crepúsculo, escogeremos tres estrellas y las observaremos de forma casi simultánea. Estas tres estrellas nos darán tres rectas de alturas distintas. Deberemos de trasladar las rectas de altura con referencia a la última estrella observada y donde se corten las bisectrices de dichas rectas, tendremos nuestra posición.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] RAE. [En línea]. Available: <https://dle.rae.es/navegaci%C3%B3n>. [Último acceso: 28 12 2021].
- [2] «ElCano Estudios Náuticos,» [En línea]. Available: <https://cenelcano.com/tipos-de-navegacion-maritima/>. [Último acceso: 28 12 2021].
- [3] C. M. C. y. C. M. Jiménez, Astronomía y Navegación, vol. 1, L. S. José, Ed., Vigo, Pontevedra.
- [4] «aulanautica,» [En línea]. Available: <https://aulanautica.org/unit/teoria-de-navegacion-capitan-yate/>. [Último acceso: 03 02 2022].
- [5] «Concepto,» [En línea]. Available: <https://concepto.de/husos-horarios/>. [Último acceso: 25 01 2022].
- [6] «patrondeyate,» [En línea]. Available: <https://patrondeyate.net/>. [Último acceso: 03 02 2022].
- [7] «Historias de Ciencia y pasión,» [En línea]. Available: <https://ulum.es/historia-de-las-mediciones-iii-harrison-y-el-problema-de-la-longitud/>. [Último acceso: 25 01 2022].
- [8] «Nautic Expo,» [En línea]. Available: <https://www.nauticexpo.es/prod/gerhard-d-wempe-kg-division-chronometerwerke/product-27252-313060.html>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [9] «clubelcano,» [En línea]. Available: <https://clubelcano.com/documentos/coordenadashorarias.pdf>. [Último acceso: 08 02 2022].
- [10] L. Mederos, «rodamedia,» [En línea]. Available: http://rodamedia.com/navastro/libros/libro_na/libro.htm. [Último acceso: 04 03 2022].
- [11] A. Española, «Instituto Hidrográfico de la Marina,» [En línea]. Available: <https://armada.defensa.gob.es/ArmadaPortal/page/Portal/ArmadaEspañola/cienciai1m1/prefLang-es/>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [12] «Librería Náutica,» [En línea]. Available: <https://www.librerianautica.com/producto/almanaque-nautico-2022/>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [13] «Nautic Almanar,» [En línea]. Available: <https://www.nauticalalmanac.it/es/astronomia-navegacion/almanaque-nautico.html>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [14] «singladuras náuticas,» [En línea]. Available: <http://singladurasnauticas.yolasite.com/sextante.php>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [15] «Univision,» [En línea]. Available: <https://www.univision.com/explora/el-sextante-y-la-navegacion-astronomica>. [Último acceso: 27 01 2022].
- [16] D. Ortodrómica, «Estudias o navegas,» [En línea]. Available: <https://www.estudiasonavegas.com/118-apuntes-navegacion-astronomica-capitan-de-yate/453-derrota-ortodromica>. [Último acceso: 28 01 2022].

- [17] «Anclademia,» [En línea]. Available: <https://anclademia.com/blog/cartas-nauticas/>. [Último acceso: 29 01 2022].
- [18] «Revista de marina,» [En línea]. Available: <https://revistamarina.cl/es/articulo/proyeccion-cartografica-y-sistema-de-referencia>. [Último acceso: 29 01 2022].
- [19] «masmar,» [En línea]. Available: <http://www.masmar.com/index.php/esl/Apuntes-N%C3%A1uticos/Astronom%C3%ADa-N%C3%A1utica/Movimiento-aparente-sol-Ecl%C3%ADptica-Zod%C3%ADaco>. [Último acceso: 01 02 2022].
- [20] «equinoccio,» [En línea]. Available: <https://equinoccio.com/invierno/equinoccios-y-solsticios-20/>. [Último acceso: 01 02 2022].
- [21] M. C. y. P. Closas, «ApEA,» [En línea]. Available: <https://www.apea.es/wp-content/uploads/24-El-Meridiano-y-la-Meridiana.pdf>. [Último acceso: 28 02 2022].
- [22] MATLAB, «mathworks,» [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>. [Último acceso: 28 02 2022].
- [23] A. Moons. [En línea]. Available: <https://moonantonio.github.io/post/2018/dev/004/>. [Último acceso: 28 02 2022].
- [24] S. Castaño, «Tutorial Matlab,» [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=2eo0jffQ92M&t=21s>. [Último acceso: 28 02 2022].
- [25] «Neptuno escuela náutica,» [En línea]. Available: <https://www.neptuno.es/formulas-para-el-examen-patron-de-yate/>. [Último acceso: 09 03 2022].

ANEXO I: EJEMPLO PROBLEMA NAVEGACIÓN ASTRONÓMICA CON ESTIMA.

El 2 de febrero de 2022 navegando a un rumbo NW dando una velocidad de 18 nudos al ser las 12 horas 02 minutos y 30 segundos en Greenwich. Nos encontramos en situación de estima $30^{\circ} 10' N$ y $018^{\circ} 25' W$. Observando en ese instante el limbo inferior del sol a $38^{\circ} 45,2'$. Continuamos navegando hasta mediodía, donde observamos la meridiana a una altura de $42^{\circ} 50,9'$. Se sabe que tenemos un error de índice del sextante de $+2,2'$ y que estamos a 20 m de la superficie del mar. ¿Cuál es nuestra situación a mediodía?

$$\text{Situación de estima} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_e = 30^{\circ} 10' N. \\ Le = 008^{\circ} 25' W. \end{array} \right.$$

Partimos desde la situación de estima y vamos a obtener los datos del determinante de la mañana (Azimut y error de altura) y la latitud de la meridiana para obtener nuestra situación final observada de la meridiana mediante la resolución del problema astronómico con estos pasos:

1. Obtener el horario en Greenwich del Sol con las correcciones necesarias por minutos y segundos del Almanaque Náutico. (Escoger datos de las 12h).

Almanaque Náutico - 2022

Sol

A.H.G.

declinación

h	°	'	°	'	
O	176	35,9	-16	52,9	S
1	191	35,8		52,2	
2	206	35,7		51,5	
3	221	35,7		50,8	
4	236	35,6		50,0	
5	251	35,5		49,3	
6	266	35,4	-16	48,6	S
7	281	35,4		47,9	
8	296	35,3		47,1	
9	311	35,2		46,4	
10	326	35,1		45,7	
11	341	35,0		45,0	

12	356	35,0	-16	44,2	S
13	11	34,9		43,5	
14	26	34,8		42,8	
15	41	34,8		42,1	
16	56	34,7		41,3	
17	71	34,6		40,6	

18	86	34,5	-16	39,9	S
19	101	34,5		39,1	
20	116	34,4		38,4	
21	131	34,3		37,7	
22	146	34,2		36,9	
23	161	34,2		36,2	

24	176	34,1	-16	35,5	S
----	-----	------	-----	------	---

vt = -0,1

vd = 0,7"

semidiámetro 16,23"

Miércoles

2

Febrero

Paso Meridiano del Sol - Greenwich

12 h 13 m 40 s U.T.

Lat.	crepúsculo náutico		salida	
	h	m	h	m
52° N	6	21	7	2
50° N	6	18	6	57
45° N	6	12	6	47
40° N	6	7	6	39
35° N	6	1	6	31
30° N	5	56	6	25
20° N	5	46	6	12
10° N	5	35	6	0
Ecuador	5	24	5	49
10° S	5	10	5	36
20° S	4	54	5	22
30° S	4	33	5	4
40° S	4	4	4	41

Lat.	puesta		crepúsculo náutico	
	h	m	h	m
52° N	16	49	17	26
50° N	16	55	17	30
45° N	17	9	17	40
40° N	17	20	17	48
35° N	17	29	17	56
30° N	17	38	18	3
20° N	17	52	18	15
10° N	18	5	18	27
Ecuador	18	17	18	39
10° S	18	29	18	51
20° S	18	43	19	6
30° S	18	58	19	23
40° S	19	17	19	47

Punto Aries

A.H.G.

h	°	'
O	132	10,0
1	147	12,5
2	162	15,0
3	177	17,4
4	192	19,9
5	207	22,4

6	222	24,8
7	237	27,3
8	252	29,8
9	267	32,2
10	282	34,7
11	297	37,2

12	312	39,6
13	327	42,1
14	342	44,5
15	357	47,0
16	12	49,5
17	27	51,9

18	42	54,4
19	57	56,9
20	72	59,3
21	88	1,8
22	103	4,3
23	118	6,7

24	133	9,2
----	-----	-----

(Escoger datos de 2m 30s).

Intervalos de tiempo - ángulo horario (vt) y declinación (vd)

0 m			1 m			2 m			3 m		
sec	sol	aries	sec	sol	aries	sec	sol	aries	sec	sol	aries
	° ' "	° ' "		° ' "	° ' "		° ' "	° ' "		° ' "	° ' "
1	0,3	0,3	1	15,0	15,0		30,0	30,1		45,0	45,1
2	0,5	0,5	2	15,3	15,3	1	30,3	30,3	1	45,3	45,4
3	0,8	0,8	3	15,5	15,5	2	30,5	30,6	2	45,5	45,6
4	1,0	1,0	4	15,8	15,8	3	30,8	30,8	3	45,8	45,9
5	1,3	1,3	5	16,0	16,0	4	31,0	31,1	4	46,0	46,1
6	1,5	1,5	6	16,3	16,3	5	31,3	31,3	5	46,3	46,4
7	1,8	1,8	7	16,5	16,5	6	31,5	31,6	6	46,5	46,6
8	2,0	2,0	8	16,8	16,8	7	31,8	31,8	7	46,8	46,9
9	2,3	2,3	9	16,8	16,8	8	32,0	32,1	8	47,0	47,1
10	2,5	2,5	10	17,0	17,0	9	32,3	32,3	9	47,3	47,4
11	2,8	2,8	11	17,3	17,3	10	32,5	32,6	10	47,5	47,6
12	3,0	3,0	12	17,5	17,5	11	32,8	32,8	11	47,8	47,9
13	3,3	3,3	13	17,8	17,8	12	33,0	33,1	12	48,0	48,1
14	3,5	3,5	14	18,0	18,1	13	33,3	33,3	13	48,3	48,4
15	3,8	3,8	15	18,3	18,3	14	33,5	33,6	14	48,5	48,6
16	4,0	4,0	16	18,5	18,6	15	33,8	33,8	15	48,8	48,9
17	4,3	4,3	17	18,8	18,8	16	34,0	34,1	16	49,0	49,1
18	4,5	4,5	18	19,0	19,1	17	34,3	34,3	17	49,3	49,4
19	4,8	4,8	19	19,3	19,3	18	34,5	34,6	18	49,5	49,6
20	5,0	5,0	20	19,5	19,6	19	34,8	34,8	19	49,8	49,9
21	5,3	5,3	21	19,8	19,8	20	35,0	35,1	20	50,0	50,1
22	5,5	5,5	22	20,0	20,1	21	35,3	35,3	21	50,3	50,4
23	5,8	5,8	23	20,3	20,3	22	35,5	35,6	22	50,5	50,6
24	6,0	6,0	24	20,5	20,6	23	35,8	35,8	23	50,8	50,9
25	6,3	6,3	25	20,8	20,8	24	36,0	36,1	24	51,0	51,1
26	6,5	6,5	26	21,0	21,1	25	36,3	36,4	25	51,3	51,4
27	6,8	6,8	27	21,3	21,3	26	36,5	36,6	26	51,5	51,6
28	7,0	7,0	28	21,5	21,6	27	36,8	36,9	27	51,8	51,9
29	7,3	7,3	29	21,8	21,8	28	37,0	37,1	28	52,0	52,1
30	7,5	7,5	30	22,0	22,1	29	37,3	37,4	29	52,3	52,4
31	7,8	7,8	31	22,3	22,3	30	37,5	37,6	30	52,5	52,6
32	8,0	8,0	32	22,5	22,6	31	37,8	37,9	31	52,8	52,9
33	8,3	8,3	33	22,8	22,8	32	38,0	38,1	32	53,0	53,1
34	8,5	8,5	34	23,0	23,1	33	38,3	38,4	33	53,3	53,4
				23,3	23,3	34	38,5	38,6	34	53,5	53,6
				23,5	23,6						

De las tablas anteriores podemos sacar los valores:

$$hG = hG + ms.$$

$$hG = 356^{\circ}35' + 37,5' = 357^{\circ}12,5'.$$

2. Hallar el horario de lugar del Sol con la fórmula:

$$hL = hG - L (LW).$$

$$hL = 357^{\circ}12,5' - 18^{\circ}25' = 338^{\circ}47,5'.$$

3. Comprobar si es mayor a 180° , en caso afirmativo como es este caso, obtener el ángulo en el polo con la fórmula:

$$Pe = 360 - hL.$$

$$Pe = 360 - 338^{\circ}47,5' = 21^{\circ}12,5'.$$

4. Anotar la declinación correspondiente a esa hora interpolando con la siguiente en función de los minutos y segundos de la hora de la observación. La declinación la obtenemos como con el horario en Greenwich del Sol, en la misma página. En este caso es:

$$\delta = -16^{\circ}44,2 S.$$

H_G	12h 02m 30s	
Por H	356° 35'	AN. "Correcciones"
"m/s	37,5'	Pág. 425-454
h_G⊙	357° 12,5'	HL = HG - L
L	18° 25' (+)	LE (-)
h⊙	338° 47,5'	LW (+)
P	21° 12,5' E	
δ	-16° 44,2' S	

5. Hallar el azimut de la mañana del Sol con las fórmulas:

$$ctg(Z) = \left(\frac{tg(\delta)}{sen(P)} - \frac{tg(\varphi)}{tg(P)} \right) \times \cos(\varphi).$$

$$p' = \frac{tg(\delta)}{sen(P)} = \frac{tg(-16^{\circ}44,2')}{sen(21^{\circ}12,5')} = -0,83.$$

$$p'' = -\frac{tg(\varphi)}{tg(P)} = -\frac{tg(30^{\circ}10')}{tg(21^{\circ}12,5')} = -1,61.$$

$$p = p' + p'' = -0,83 - 1,61 = -2,44.$$

$$ctg(Z) = p * \cos(\varphi) = -2,44 * \cos(30^{\circ}10') = -2,10.$$

$$Z = arctg\left(\frac{1}{-2,10}\right) = -25^{\circ}28'.$$

p': +, Si φ y δ mismo nombre.

p': -, Si φ y δ distinto nombre.

p'': -, Si $P < 90$.

p'': +, Si $P > 90$.

Z por cuadrantes.

W o E según ángulo de P

Si p +, N ó S igual que φ .

Si p -, N ó S distinto que φ .

Con los datos obtenidos y las fórmulas anteriores podemos concluir que nuestro azimut es:

$$Z = S25E.$$

Resaltar en estas ecuaciones los diferentes signos, tanto (+) y (-) que pueden llegar a tomar la ecuación en función de los diferentes parámetros.

Anotamos a continuación los datos en la plantilla:

P'	-0,83
P''	-1,61
P	-2,44
Z	S 25E

6. Calculamos la altura estimada del Sol con la situación de estima de la mañana, con la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned} \text{sen}(ae) &= \text{sen}(\varphi) * \text{sen}(\delta) + \cos(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(P). \\ A &= \text{sen}(\varphi) * \text{sen}(\delta) = \text{sen}(30^\circ 10') * \text{sen}(-16^\circ 44,2') = -0,1447. \\ B &= \cos(\varphi) * \cos(\delta) * \cos(P) = \cos(30^\circ 10') * \cos(-16^\circ 44,2') * \cos(21^\circ 12,5') = 0,7718. \\ \text{sen}(ae) &= A + B = -0,1447 + 0,7718 = 0,6272. \\ ae &= \arcsen(0,6272) = 38^\circ 50,4'. \end{aligned}$$

A: +, Si φ y δ mismo nombre.

A: -, Si φ y δ distinto nombre.

B: +, Si $P < 90$.

B: -, Si $P > 90$.

Resaltar en esta ecuación los diferentes signos, tanto (+) y (-) que pueden llegar a tomar la ecuación en función de los diferentes parámetros.

Tenemos ya pues la altura estimada del Sol por la mañana: $ae = 38^\circ 50,4'$.

7. Ahora, medimos la altura del Sol con el sextante y le aplicaremos las correcciones pertinentes por depresión del horizonte, refracción atmosférica, semidiámetro del limbo inferior y corrección de índice del sextante.

La altura observada con el sextante y su corrección de índice son:

$$ai = 38^\circ 45,2'.$$

$$ci = 2,2'.$$

$$ao = 38^\circ 47,4'.$$

Las correcciones serán:

- a. Depresión del horizonte, que es la altura del observados expresada en metros.
 $20\text{ m} \rightarrow c1 = -7,9'.$

- b. Refracción atmosférica, que se obtiene con la altura aparente (ap). Esta altura es la suma de la altura observada con su corrección de índice (ao) y la corrección debido a la depresión del horizonte (c1).

$$ap = 38^\circ 39,5' \rightarrow c2 = -1,1'.$$

- c. Semidiámetro del sol, como observamos al limbo inferior, entremos en dicha tabla con el mes de febrero y tenemos:

$$\text{Febrero} \rightarrow c3 = 16,2'.$$

Tendremos una corrección total de:

$$C = c1 + c2 + c3 = -7,9 - 1,1 + 16,2 = 7,2'.$$

La altura verdadera del astro será:

$$av = ao + C = 38^{\circ}47,4' + 7,2' = 38^{\circ}54,6'.$$

Si restamos la altura verdadera de la altura estimada calculada anteriormente, obtendremos el error de altura para nuestro determinante:

$$av = 38^{\circ}54,6'.$$

$$ae = 38^{\circ}50,4'.$$

$$\Delta a = 4,2'.$$

A continuación, se ve en la imagen cómo coger las correcciones del Almanaque Náutico:

Sol - correcciones					
Depresión del horizonte elevacion del observador en metros				Refracción atmosférica	
m		m		altura aparente	
0,00	0,0	10,71	-5,8	15	16
0,46	-1,2	11,08	-5,9	15	41
0,54	-1,3	11,46	-6,0	16	8
0,63	-1,4	11,84	-6,1	16	37
0,72	-1,5	12,23	-6,2	17	7
0,82	-1,6	12,63	-6,3	17	38
0,92	-1,7	13,04	-6,4	18	12
1,03	-1,8	13,45	-6,5	18	48
1,15	-1,9	13,86	-6,6	19	26
1,28	-2,0	14,29	-6,7	20	7
1,40	-2,1	14,72	-6,8	20	51
1,54	-2,2	15,15	-6,9	21	38
1,68	-2,3	15,59	-7,0	22	29
1,83	-2,4	16,05	-7,1	23	24
1,99	-2,5	16,50	-7,2	24	23
2,15	-2,6	16,96	-7,3	25	26
2,32	-2,7	17,43	-7,4	26	35
2,49	-2,8	17,90	-7,5	27	51
2,68	-2,9	18,38	-7,6	29	14
2,87	-3,0	18,87	-7,7	30	44
3,06	-3,1	19,37	-7,8	32	23
3,26	-3,2	19,87	-7,9	34	13
3,47	-3,3	20,37	-8,0	36	15
3,68	-3,4	20,89	-8,1	38	31
3,90	-3,5	21,40	-8,2	41	3
4,13	-3,6	21,93	-8,3	43	52
4,36	-3,7	22,46	-8,4	47	4
4,60	-3,8	22,99	-8,5	50	39
4,84	-3,9	23,54	-8,6	54	42
5,10	-4,0	24,09	-8,7	59	15
5,35	-4,1	24,65	-8,8	64	24
5,61	-4,2	25,22	-8,9	70	6
5,88	-4,3	25,78	-9,0	76	21
6,17	-4,4	26,94	-9,2	83	3
6,45	-4,5	28,12	-9,4	90	0
6,74	-4,6	29,33	-9,6		
7,04	-4,7	30,57	-9,8		
7,34	-4,8	31,82	-10,0		
7,64	-4,9	33,11	-10,2		
7,96	-5,0	34,42	-10,4		
8,28	-5,1	35,76	-10,6		
8,61	-5,2	37,12	-10,8		
8,94	-5,3	38,51	-11,0		
9,29	-5,4	39,92	-11,2		
9,63	-5,5	41,36	-11,4		
9,98	-5,6	42,83	-11,6		
10,34	-5,7	44,32	-11,8		

Semidiámetro	
limbo inferior	
Enero	+ 16,3
Febrero	+ 16,2
Marzo	+ 16,1
Abril	+ 15,9
Mayo	+ 15,8
Junio	+ 15,7
Julio	+ 15,7
Agosto	+ 15,8
Septiembre	+ 15,9
Octubre	+ 16,0
Noviembre	+ 16,2
Diciembre	+ 16,3

limbo superior	
Enero	- 16,3
Febrero	- 16,2
Marzo	- 16,1
Abril	- 15,9
Mayo	- 15,8
Junio	- 15,7
Julio	- 15,7
Agosto	- 15,8
Septiembre	- 15,9
Octubre	- 16,0
Noviembre	- 16,2
Diciembre	- 16,3

refracción: 10° C (temp.) y 1010 mb (presión atmosférica)

otras temperaturas y presiones atmosféricas : factor multiplicativo = (presión mb/1010) · 283/(temperatura C° + 273)
--

$$LW = 018^{\circ}25' = 1h\ 13,7m.$$

$$HcG = HcL + L = 12h\ 13,7m + 1h\ 13,7m = 13h\ 27,4m.$$

Como nos encontramos en longitud oeste, estamos en el huso horario (N) que es $Z=1h$. Calculamos pues la hora a la que deberá ser la meridiana según nuestra posición:

$$HZ = HcG - Z = 13h\ 27,4m - 1 = 12h\ 27,4m.$$

$$HZ = 12h\ 27,4m.$$

A continuación, se puede apreciar el cálculo en la plantilla:

H O R A

$$HcL = 12h\ 13,7m$$

$$L = +1h\ 13,7m$$

$$H_G = 13h\ 27,4m$$

$$Z = -1h$$

$$H_z = 12h\ 27,4m$$

11. Obtener la altura verdadera de la meridiana a partir de la altura observada en la meridiana con sus correcciones.

Partimos del valor de la altura de la meridiana que nos da el enunciado:

$$aom = 42^{\circ} 50,9'.$$

$$ci = 2,2'.$$

Las correcciones serán:

d. Depresión del horizonte, que es la altura del observados expresada en metros.
 $20\ m \rightarrow c1 = -7,9'.$

e. Refracción atmosférica, que se obtiene con la altura aparente de la meridiana.
 $ap = aom + ci + c1 = 42^{\circ}45,2' \rightarrow c2 = -1'.$

f. Semidiámetro del sol, como observamos al limbo inferior, entremos en dicha tabla con el mes de febrero y tenemos:

$$Febrero \rightarrow c3 = 16,2'.$$

Tendremos una corrección total de:

$$C = c1 + c2 + c3 = -7,9 - 0,9 + 16,2 = 7,4'.$$

La altura verdadera del astro será:

$$am = aom + C + ci = 42^{\circ}50,9' + 7,4 + 2,2' = 43^{\circ} 0,5'.$$

La altura de la meridiana será: $am = 43^{\circ}.$

A continuación, se observa en la figura las correcciones que hemos usado para obtener la altura del Sol en la meridiana:

Sol - correcciones

Depresión del horizonte

elevación del observador en metros

m	'	m	'
0,00	0,0	10,71	-5,8
0,46	-1,2	11,08	-5,9
0,54	-1,3	11,46	-6,0
0,63	-1,4	11,84	-6,1
0,72	-1,5	12,23	-6,2
0,82	-1,6	12,63	-6,3
0,92	-1,7	13,04	-6,4
1,03	-1,8	13,45	-6,5
1,15	-1,9	13,86	-6,6
1,28	-2,0	14,29	-6,7
1,40	-2,1	14,72	-6,8
1,54	-2,2	15,15	-6,9
1,68	-2,3	15,59	-7,0
1,83	-2,4	16,05	-7,1
1,99	-2,5	16,50	-7,2
2,15	-2,6	16,96	-7,3
2,32	-2,7	17,43	-7,4
2,49	-2,8	17,90	-7,5
2,68	-2,9	18,38	-7,6
2,87	-3,0	18,87	-7,7
3,06	-3,1	19,37	-7,8
3,26	-3,2	19,87	-7,9
3,47	-3,3	20,37	-8,0
3,68	-3,4	20,89	-8,1
3,90	-3,5	21,40	-8,2
4,13	-3,6	21,93	-8,3
4,36	-3,7	22,46	-8,4
4,60	-3,8	22,99	-8,5
4,84	-3,9	23,54	-8,6
5,10	-4,0	24,09	-8,7
5,35	-4,1	24,65	-8,8
5,61	-4,2	25,22	-8,9
5,88	-4,3	25,78	-9,0
6,17	-4,4	26,94	-9,2
6,45	-4,5	28,12	-9,4
6,74	-4,6	29,33	-9,6
7,04	-4,7	30,57	-9,8
7,34	-4,8	31,82	-10,0
7,64	-4,9	33,11	-10,2
7,96	-5,0	34,42	-10,4
8,28	-5,1	35,76	-10,6
8,61	-5,2	37,12	-10,8
8,94	-5,3	38,51	-11,0
9,29	-5,4	39,92	-11,2
9,63	-5,5	41,36	-11,4
9,98	-5,6	42,83	-11,6
10,34	-5,7	44,32	-11,8

Refracción atmosférica

altura aparente		
°	'	"
15	16	-3,4
15	41	-3,3
16	8	-3,2
16	37	-3,1
17	7	-3,0
17	38	-2,9
18	12	-2,8
18	48	-2,7
19	26	-2,6
20	7	-2,5
20	51	-2,4
21	38	-2,3
22	29	-2,2
23	24	-2,1
24	23	-2,0
25	26	-1,9
26	35	-1,8
27	51	-1,7
29	14	-1,6
30	44	-1,5
32	23	-1,4
34	13	-1,3
36	15	-1,2
38	31	-1,1
41	3	-1,0
43	52	-0,9
47	4	-0,8
50	39	-0,7
54	42	-0,6
59	15	-0,5
64	24	-0,4
70	6	-0,3
76	21	-0,2
83	3	-0,1
90	0	0,0

Semidiámetro

limbo inferior		'
Enero	+	16,3
Febrero	+	16,2
Marzo	+	16,1
Abril	+	15,9
Mayo	+	15,8
Junio	+	15,7
Julio	+	15,7
Agosto	+	15,8
Septiembre	+	15,9
Octubre	+	16,0
Noviembre	+	16,2
Diciembre	+	16,3

limbo superior		'
Enero	-	16,3
Febrero	-	16,2
Marzo	-	16,1
Abril	-	15,9
Mayo	-	15,8
Junio	-	15,7
Julio	-	15,7
Agosto	-	15,8
Septiembre	-	15,9
Octubre	-	16,0
Noviembre	-	16,2
Diciembre	-	16,3

refracción: 10° C (temp.) y 1010 mb (presión atmosférica)

otras temperaturas y presiones atmosféricas :
 factor multiplicativo =
 $(\text{presión mb}/1010) \cdot 283/(\text{temperatura } ^\circ\text{C} + 273)$

12. Para el cálculo de la latitud en la meridiana, debemos de obtener la declinación del Sol a la hora de la meridiana con el Almanaque Náutico:

Almanaque Náutico - 2022					
Sol			Miércoles		2
A.H.G.			Febrero		
h	°	'	declinación		
0	176	35,9	-16	52,9	S
1	191	35,8		52,2	
2	206	35,7		51,5	
3	221	35,7		50,8	
4	236	35,6		50,0	
5	251	35,5		49,3	
6	266	35,4	-16	48,6	S
7	281	35,4		47,9	
8	296	35,3		47,1	
9	311	35,2		46,4	
10	326	35,1		45,7	
11	341	35,0		45,0	
12	356	35,0	-16	44,2	S
13	11	34,9		43,5	
14	26	34,8		42,8	
15	41	34,8		42,1	
16	56	34,7		41,3	
17	71	34,6		40,6	
18	86	34,5	-16	39,9	S
19	101	34,5		39,1	
20	116	34,4		38,4	
21	131	34,3		37,7	
22	146	34,2		36,9	
23	161	34,2		36,2	
24	176	34,1	-16	35,5	S
vt = -0,1		vd = 0,7'			
semidiámetro		16,23'			

Punto Aries		A.H.G.	
h	°	'	
0	132	10,0	
1	147	12,5	
2	162	15,0	
3	177	17,4	
4	192	19,9	
5	207	22,4	
6	222	24,8	
7	237	27,3	
8	252	29,8	
9	267	32,2	
10	282	34,7	
11	297	37,2	
12	312	39,6	
13	327	42,1	
14	342	44,5	
15	357	47,0	
16	12	49,5	
17	27	51,9	
18	42	54,4	
19	57	56,9	
20	72	59,3	
21	88	1,8	
22	103	4,3	
23	118	6,7	
24	133	9,2	

Paso Meridiano del Sol - Greenwich			
12 h	13 m	40 s	U.T.
Lat.	crepúsculo náutico		salida
	h	m	h m
52° N	6	21	7 38
50° N	6	18	7 32
45° N	6	12	7 19
40° N	6	7	7 7
35° N	6	1	6 58
30° N	5	56	6 50
20° N	5	46	6 35
10° N	5	35	6 22
Ecuador	5	24	6 10
10° S	5	10	5 58
20° S	4	54	5 45
30° S	4	33	5 30
40° S	4	4	5 10
Lat.	puesta		crepúsculo náutico
	h	m	h m
52° N	16	49	17 26
50° N	16	55	18 9
45° N	17	9	18 15
40° N	17	20	18 21
35° N	17	29	18 26
30° N	17	38	18 31
20° N	17	52	18 42
10° N	18	5	18 52
Ecuador	18	17	18 39
10° S	18	29	19 17
20° S	18	43	19 33
30° S	18	58	19 54
40° S	19	17	20 23

Para obtener la declinación en la hora de la meridiana, debemos de interpolar los datos resaltados en la imagen de tal forma que obtengamos su valor a la hora de la meridiana que será:

$$HcG = 13h 27,4m.$$

Esto nos da un valor de: $\delta m = -16^{\circ} 43,2' S.$

13. Hallar la distancia cenital, con la fórmula: $Zm = 90^{\circ} - am = 90^{\circ} - 43^{\circ} = 47^{\circ}.$

14. Obtener la latitud estimada en la meridiana, para ello usaremos esta fórmula:

$$\phi m = Zm \pm \delta m = 90^{\circ} - am \pm \delta m.$$

$$\phi m = 90^{\circ} - 16^{\circ} 43,2' - 43^{\circ} = 30^{\circ} 16,3' N.$$

Como la declinación es sur, será negativa, por lo que tendremos que restársela a la distancia cenital para obtener el valor de la latitud en la meridiana. Si el resultado de la fórmula sale negativo, significa que estamos en el hemisferio contrario, es decir, en el hemisferio sur. Como es positivo, nos encontramos en el hemisferio norte por lo que la latitud en la meridiana valdrá:

$$\phi m = 30^{\circ} 16,3' N.$$

15. Rellenar todo el apartado de la meridiana en la plantilla:

MERIDIANA	
<u>H O R A</u>	
H_{cl} = 12h 13,7m	a_e = 42° 50,9'
L = +1h 13,7m	C+c = 7,4'+2,2'
H_G = 13h 27,4m	am = 43° 0,5'
Z = -1H	Z_m = 46° 59,5'
H_z = 12h 27,4m	δ = -16° 43,2' S
	φ = 30° 16,3' N

16. Calcular la estima:

Antes de empezar a calcular la estima, debemos definir nuevas abreviaturas: R es el rumbo, D es la distancia navegada y en la plantilla los puntos cardinales serán donde pondremos nuestras millas náuticas en función de hacia donde vayan (N, S, E u W).

- a. Incremento de latitud, que son las millas náuticas que hay en latitud desde un punto a otro. En este caso, tendremos que calcularlo dos veces, uno para la distancia navegada desde la mañana hasta la meridiana y otra para el determinante:

$$\Delta\varphi = D * \cos(R).$$

$$\Delta\varphi_1 = 25,4 * \cos(315^\circ) = 17,9' \text{ N.}$$

$$\Delta\varphi_2 = 4,2 * \cos(155^\circ) = 13,8' \text{ S.}$$

$$\Delta\varphi_t = \Delta\varphi_1 \pm \Delta\varphi_2 = 17,9' \text{ N} - 13,8' \text{ S} = 14,1' \text{ N.}$$

El signo de N o S, depende del rumbo, si éste va hacia el N será N y si va hacia S, será S. Es decir, rumbos de 0°-90° y 270°-360° serán N y rumbos de 90°-270° serán S.

- b. Apartamiento, son las millas náuticas que hay de longitud desde un punto a otro. Es decir, son el cateto opuesto del rumbo, la otra parte del triángulo. También tendremos dos, uno para el rumbo de por la mañana y otro para el determinante:

$$A = D * \sin(R).$$

$$A_1 = 25,4 * \sin(315^\circ) = 17,9' \text{ W.}$$

$$A_2 = 4,2 * \sin(155^\circ) = 1,8' \text{ E.}$$

$$A_t = A_1 \pm A_2 = 17,9' \text{ W} - 1,8' \text{ E} = 16,1' \text{ W}$$

El signo de E u W, depende del rumbo, si éste va hacia el E será E y si va hacia W, será W. Es decir, rumbos de 0°-180° serán E y rumbos de 180°-360° serán W.

- c. Latitud media, será la media de las latitudes de estima y la estimada. Es decir, la latitud de por la mañana y que la tendremos ahora después de navegar hasta la meridiana:

$$\varphi_m = \frac{\varphi_e + \varphi_t}{2} = \frac{30^\circ 10' \text{ N} + 30^\circ 24' \text{ N}}{2} = 30^\circ 17' \text{ N.}$$

- d. Incremento de longitud, será la diferencia de longitud que hay desde la situación de la mañana hasta la situación de la meridiana:

$$\Delta L = \frac{A_t}{\cos(\varphi_m)} = \frac{16,1' \text{ W}}{\cos(30^\circ 17')} = 18,6' \text{ W.}$$

Destacar que en el cuadro de la estima se pondrán los resultados de incremento de latitud y de apartamiento en función del rumbo escrito en cuadrantes. Es decir, si tenemos NW, estos valores irán a la parte de N y W. Para la suma total se sumaran los de igual nombre y restaran los de distinto nombre y el que sea el mayor será el nombre de los valores de $\Delta\varphi$ y A .

A continuación, se reflejan los datos en la plantilla:

R	D	N	S	E	W
N45W	25,4	17,9			17,9
S25E	4,2		13,8	1,8	
$\Delta\phi = D \cos R$		$A = D \sen R$			
$\Delta\phi = 14,1' \text{ N}$		$A = 16,1' \text{ W}$			
$\Delta L = A / \cos \phi_m$					
$\Delta\phi = 14,1' \text{ N}$		$\Delta L = 18,64' \text{ W}$			

17. Obtener las situaciones de estima con la posición inicial.

$$\varphi_{et} = \varphi_e \pm \Delta\varphi = 30^\circ 10' \text{ N} + 14' \text{ N} = 30^\circ 24' \text{ N}.$$

$$\text{Let} = \text{Le} \pm \Delta L = 18^\circ 25' \text{ W} + 18,64' = 18^\circ 43,6' \text{ W}.$$

Saber que si los incrementos tienen mismo nombre se sumarán y si tienen diferente nombre se restarán. Es decir, si tenemos latitud N y un incremento de latitud N los sumamos, pero si por el contrario éste es S se restará. También pasará lo mismo para la longitud, de tal forma que si tenemos longitud W y un incremento hacia el W se suman, pero si fuese hacia el E, se restarían.

$$\Delta\varphi = 14,1' \text{ N} \quad \Delta L = 18,64' \text{ W}$$

$$\varphi_e = 30^\circ 10' \text{ N} \quad \text{Le} = 018^\circ 25' \text{ W}$$

$$\varphi_{et} = 30^\circ 24' \text{ N} \quad \text{Let} = 018^\circ 43,6' \text{ W}$$

18. Hallar el coeficiente de pagel. Para ello usaremos la siguiente fórmula, que relaciona la latitud de la meridiana con la de la situación estimada que deberíamos tener en la meridiana:

$$\Delta\varphi = \varphi_m - \varphi_{et} = 30^\circ 16' \text{ N} - 30^\circ 24' \text{ N} = -8' \text{ S}.$$

$$\varphi_{et} = 30^\circ 24' \text{ N}$$

$$\varphi_m = 30^\circ 16' \text{ N}$$

$$\Delta\varphi = 8' \text{ S}$$

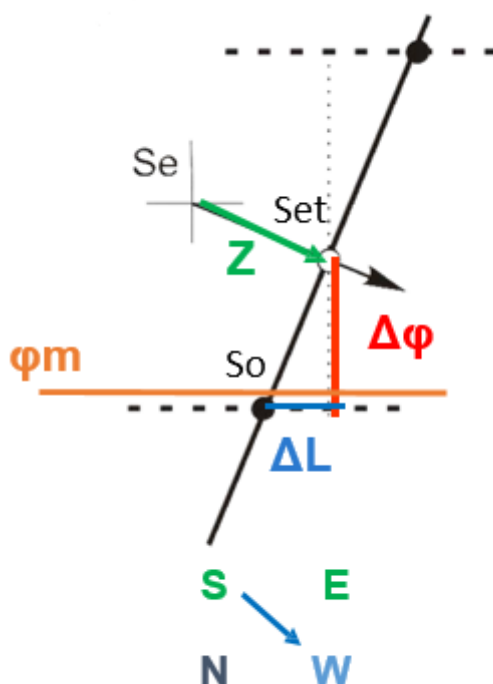
El nombre de $\Delta\varphi$ dependerá de tal forma que si nuestra situación observada de la meridiana (φ_m) está más al norte que la de estima (φ_{et}), pues será N de lo contrario será S. Sabemos que si la ecuación anterior es +, $\Delta\varphi$ es N si es -, $\Delta\varphi$ será S.

Ahora, usamos hallamos pagel multiplicando el valor de p del azimut de por la mañana con el valor obtenido antes de incremento de latitud:

$$\text{pagel} = p * \Delta\varphi = 2,44 * 8 = 19,5'.$$

$$p\Delta\varphi = 2,44 \cdot 8 = 19,5' \text{ W}$$

Aquí, tenemos que tener en cuenta cómo es la situación de estima respecto de la recta de altura y de la latitud de la meridiana calculadas anteriormente. De tal forma que a partir de nuestro azimut dibujamos la situación de estima. Ahora dibujamos el incremento de latitud que tengamos calculado anteriormente y donde nos corte con la situación observada obtenemos el incremento de longitud. Para ver su nombre es tan simple como cruzar una línea en función del incremento de latitud. Primero anotamos los nombres del azimut y dibujamos una línea desde el nombre de latitud cruzándola hasta hallar el de la longitud. Se ve gráficamente a continuación:



Nuestro azimut es SE y el incremento de latitud es S por lo que dibujamos una línea desde S hasta W, por ello nuestro coeficiente de pagel será W.

19. Obtener la situación en la meridiana con los datos de estima obtenidos anteriormente.

$$\varphi_m = \varphi_{et} \pm \Delta \varphi = 30^\circ 24' N - 8' S = 30^\circ 16' N.$$

$$L_m = L_{et} \pm \text{pagel} = 18^\circ 43,6' W + 19,5' W = 19^\circ 03' W.$$

$$\Delta \varphi = \dots \mathbf{14,1' N} \quad \Delta L = \dots \mathbf{18,64' W}$$

$$\varphi_e = \dots \mathbf{30^\circ 10' N} \quad L_e = \dots \mathbf{018^\circ 25' W}$$

$$\varphi_{et} = \dots \mathbf{30^\circ 24' N} \quad L_{et} = \dots \mathbf{018^\circ 43,6' W}$$

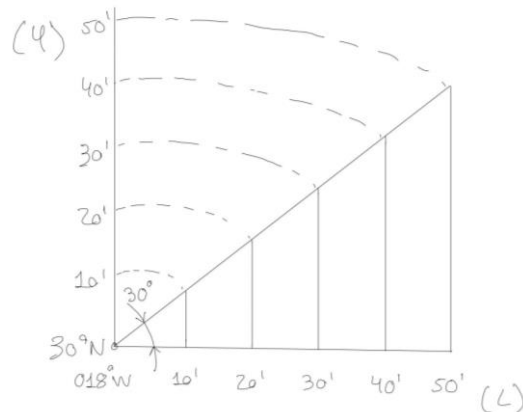
$$\boxed{\varphi_m = \mathbf{30^\circ 16' N}} \quad p\Delta\varphi = \mathbf{2,44 \cdot 8 = 19,5' W}$$

$$\Delta \varphi = \dots \mathbf{8' S} \quad \boxed{L_m = \mathbf{019^\circ 3' W}}$$

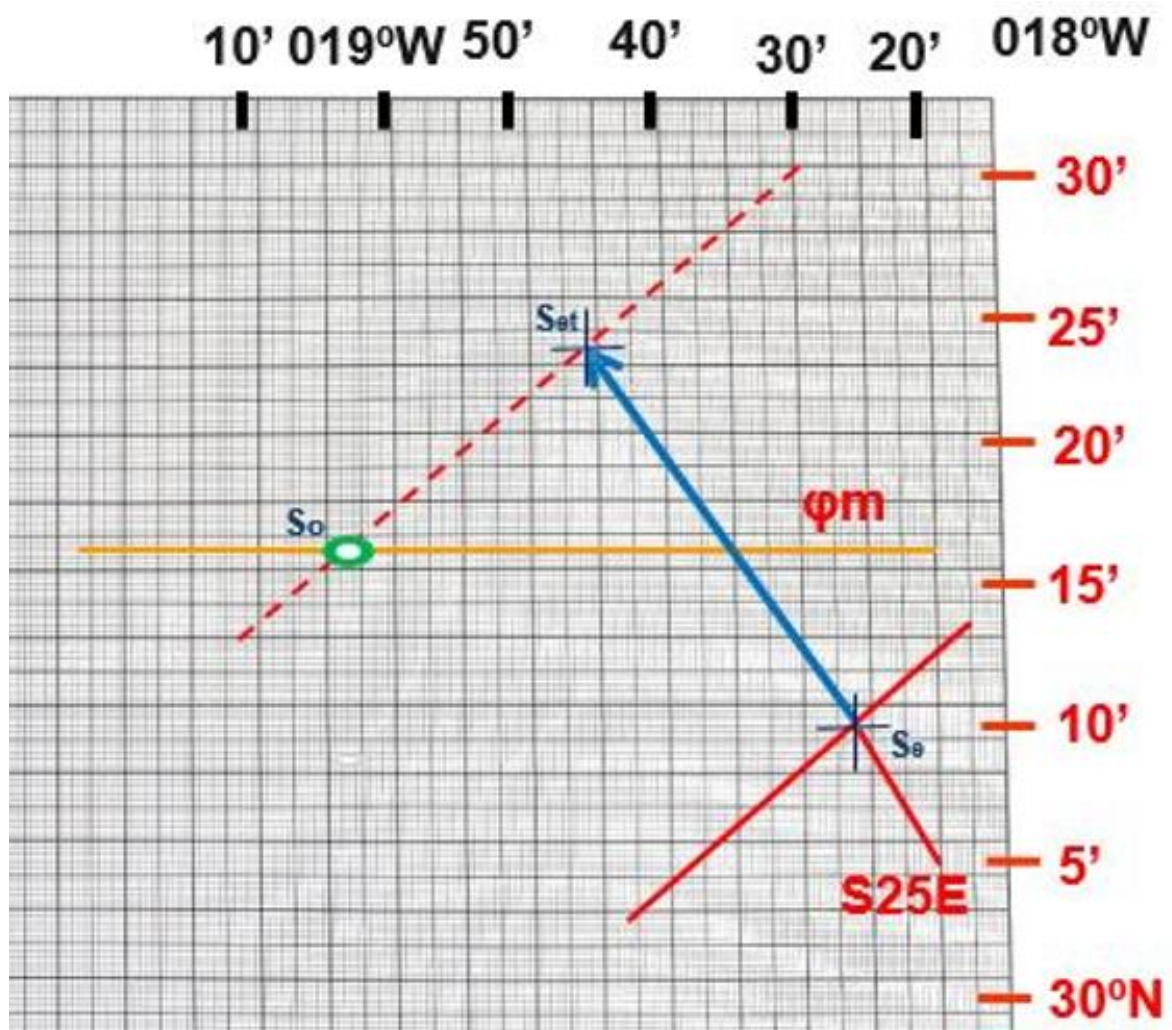
H_z = 12h 27,4m	S_e	
L =		φ_m = 30° 16' N
Crd =		L_m = 019° 3' W

20. Dibujar gráficamente la solución obtenida.

Para dibujar el problema astronómico tenemos que tener claro como levantar una carta en blanco. Esto es muy fácil, solo debemos coger una cuadrícula y dividir en partes iguales las longitudes. A partir de ahí, con un transportador de ángulos, transportamos la latitud donde nos encontremos, trasladamos las diferentes longitudes y por el teorema de tales obtenemos las medidas en la longitud.



Una vez tenemos dibujada ya la carta mercatoriana en la plantilla, debemos de dibujar la (Se) y el azimut. Hacemos la perpendicular al azimut y tenemos la recta de altura. Dibujamos un vector al rumbo dado con distancia la que hemos navegado hasta la observación de la meridiana. En ese punto (Set) trazamos una paralela a la recta de altura de la mañana y donde corte esa recta con la latitud de la meridiana calculada tenemos nuestra situación observada a mediodía (So).



78

Resolución gráfica

Nombre
AF de Marcos González, Pedro

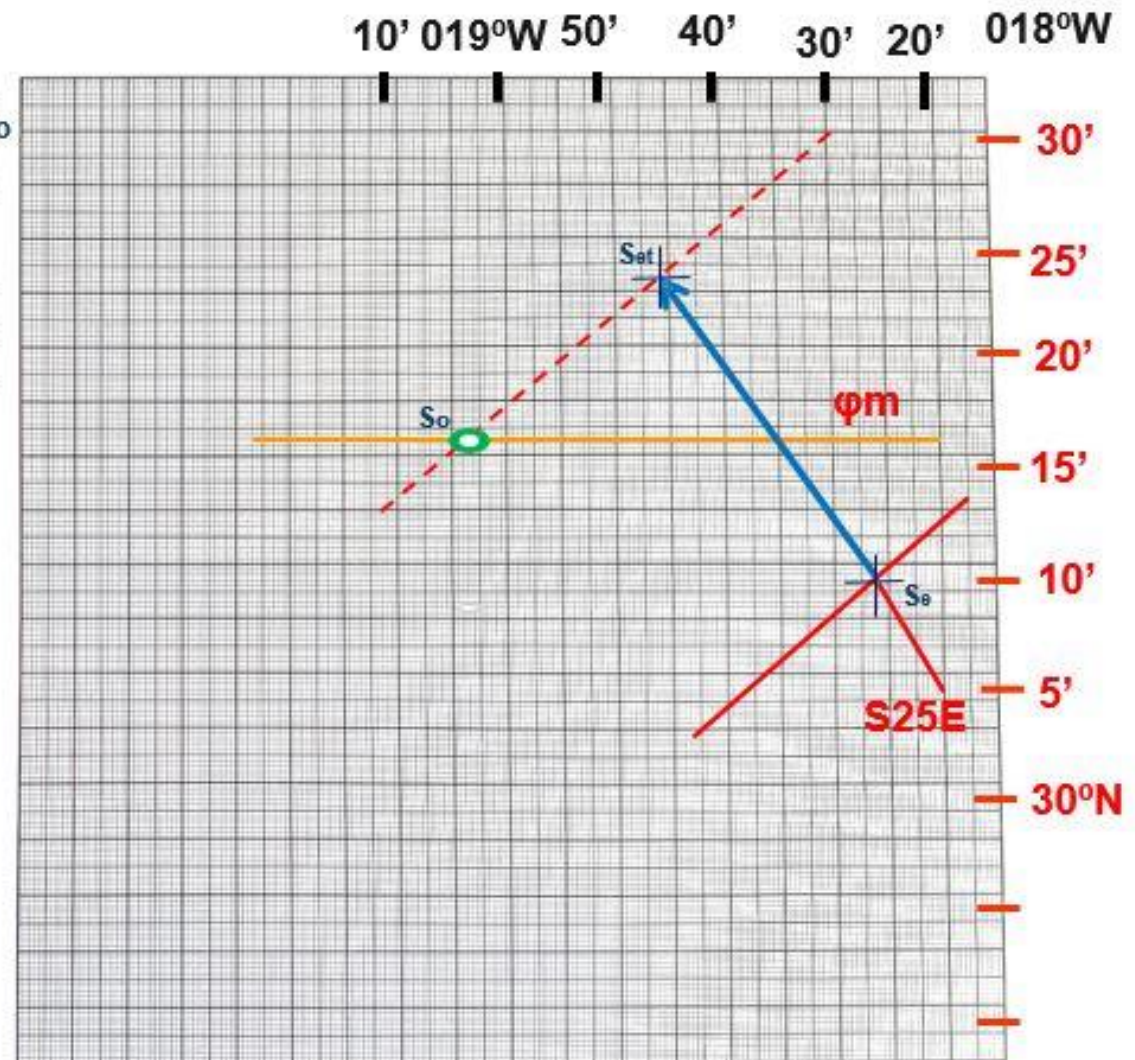
Fecha 02/02/2022

Situación a 12h 27m N (-1)
 $\varphi = 30^{\circ} 16' N$
 $L = 019^{\circ} 3' W$
 Crd =

Observaciones:

$\varphi_o: 30^{\circ} 10' N$
 $L_o: 018^{\circ} 25' W$
 $\Delta a = 4,2'$
 $Z = S 25 E$

$\varphi_{et}: 30^{\circ} 24' N$
 $L_{et}: 018^{\circ} 43,6' W$



ANEXO II: CRITERIO DE SIGNOS PARA APLICAR PAGEL.

Calculado (p) con los datos del Sol correspondientes a la observación de la mañana y obtenida la latitud de la meridiana (φ_m) una vez medida la altura meridiana del Sol. Calculamos la longitud de la meridiana (L_m) mediante la ecuación:

$$\text{pagel} = p * \Delta\varphi$$

Falta solamente determinar si esa diferencia de longitud es E o W para obtener la longitud al mediodía (L_m). Un análisis gráfico de todas las situaciones posibles, representadas en la Figura 0-1, nos permite fácilmente llegar al siguiente criterio de signos que tenemos que aplicar:

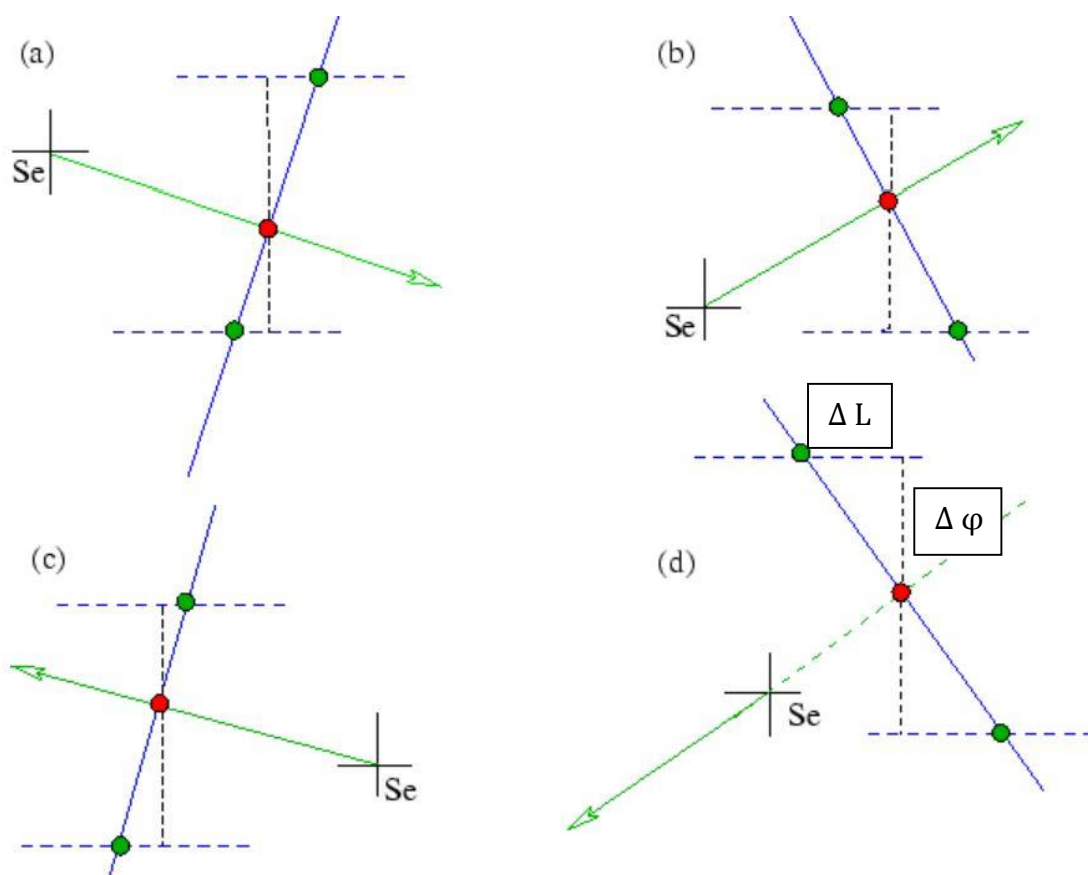


Figura 0-1 Diferentes casos para determinar coeficiente de pagel [10].

A continuación, expresamos el azimut del Sol en el momento de la observación de la mañana de forma cuadrantal, escribiendo en una línea los puntos cardinales que lo definen y, debajo, los puntos cardinales opuestos. Por ejemplo, en el caso (d) el azimut cuadrantal es S Z W. Construido este diagrama, trazamos la diagonal que empieza en la letra correspondiente al incremento de latitud ($\Delta\varphi$), que en este caso es norte (N) y el final de esa diagonal nos indica la letra correspondiente al incremento de longitud (ΔL).

