



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Detección de adrizamiento mediante imágenes astrales de largo
período de exposición*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Celia Rodríguez Sánchez

DIRECTORES: Pedro Azorín Montesinos
José González Coma

CURSO ACADÉMICO: 2024-2025

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Detección de adrizamiento mediante imágenes astrales de largo periodo de exposición

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Cuerpo General

UniversidadeVigo

RESUMEN

Ante la creciente vulnerabilidad de los sistemas GNSS, se hace necesario el desarrollo de métodos de posicionamiento en la mar alternativos que no dependan de señales satelitales. Este trabajo propone un sistema autónomo basado en principios de navegación astronómica, utilizando imágenes astrales capturadas mediante cámaras astrofotográficas instaladas en el buque.

Estas imágenes se toman durante un ciclo de adrizamiento (de escora a escora), de modo que los astros aparecen como trazas en lugar de puntos. El objetivo principal es identificar el instante de adrizamiento, es decir, el momento en el que el buque se encuentra vertical respecto al plano del mar. Para ello se emplea una técnica basada en el análisis de basura espacial, combinando el estudio del perfil de brillo de las trazas estelares con los datos proporcionados por los sensores del propio buque.

A partir del momento de adrizamiento, se comparan algunas estrellas detectadas con catálogos astronómicos, asignando coordenadas celestes a la imagen. Esto permite determinar el cenit astronómico y, por tanto, calcular la posición geográfica del buque de forma autónoma, sin intervención humana ni dependencia de señales externas.

PALABRAS CLAVE

Adrizamiento, Cenit, Escora, Estabilidad, Posicionamiento

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas.....	5
1 Introducción y objetivos	7
1.1 Introducción y motivación	7
1.2 Objetivos	7
2 Estado del arte	9
2.1 Principales alternativas al GNSS	9
2.1.1 Sistemas de Navegación Inercial (INS).....	9
2.1.2 E-Loran	9
2.1.3 Sistema de navegación basado en Iridium (STL)	10
2.2 Estudios previos sobre la automatización de la navegación astronómica	10
2.2.1 Método asistido por software.....	12
2.2.1 Método totalmente automatizado	13
2.3 Diferencias entre un sistema de referencia geocéntrico y topocéntrico	14
2.3.1 La esfera celeste	14
2.3.2 Sistema de referencia topocéntrico	15
2.3.3 Sistema de referencia geocéntrico	16
2.4 Modelos matemáticos para el análisis de trazas estelares en imágenes de largo período de exposición	17
2.4.1 Función de Gauss.....	18
2.4.2 Función Tepui	19
2.4.3 Conclusión	20
2.5 Estabilidad estática en buques.....	21
2.5.1 Estabilidad transversal	23
2.5.2 Estabilidad longitudinal	25
2.6 Balance y estabilidad dinámica.....	25
2.6.1 Movimiento de balance.....	26
2.6.2 Movimiento de cabezada.....	26
3 Desarrollo del TFG	27
3.1 Análisis de trazas estelares.....	27
3.2 Modelado del perfil de brillo	29
3.2.1 Ajuste del perfil de brillo de una traza a la función de Gauss	31
3.2.2 Ajuste del perfil de brillo de una traza a la función Tepui	32

3.2.3 Comparación de la función de Gauss y la función Tepui	34
3.3 Determinación teórica del punto de adrizamiento	36
3.3.1 Caso 1: Buque inicialmente adrizado	36
3.3.1 Caso 2: Buque con escora permanente	38
4 Resultados / Validación	43
4.1 Resultados sobre datos simulados	43
4.2 Validación del método	46
4.2.1 Validación cualitativa con imagen real	46
4.2.2 Validación del ajuste	47
4.2.3 Validación de la correspondencia con las condiciones dinámicas del buque	48
4.2.4 Limitaciones en la validación	49
5 Conclusiones y líneas futuras	51
5.1 Conclusiones	51
5.2 Líneas futuras	52
6 Bibliografía	53
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	55
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	56
Anexo III: Código MATLAB para ajuste de brillo de trazas estelares	57
Anexo IV: Ajuste Tepui a traza real con SAOImage DS9 y MATLAB	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Sextante [8] y almanaque náutico [9]	11
Figura 2-2 Esfera celeste [14].....	14
Figura 2-3 Coordenadas horizontales del astro [15].....	15
Figura 2-4 Coordenadas horarias del astro [15]	16
Figura 2-5 Imagen de trazas (a) frente a imagen de punto (b) [18].....	17
Figura 2-6 Función de Gauss para $A=3$ y $\sigma=3$ [Elaboración propia]	18
Figura 2-7 Pares de arco tangente para diferentes parámetros [Elaboración propia]	19
Figura 2-8 Formación de función Tepui (b) con la suma de arco tangentes (a) [Elaboración propia]	20
Figura 2-9 Comparación entre función Tepui asimétrica y Gaussiana [Elaboración propia]	21
Figura 2-10 Fuerzas que experimenta un cuerpo a flote [Elaboración propia]	21
Figura 2-11 Puntos relacionados con la estabilidad inicial [Elaboración propia]	22
Figura 2-12 Momento de adrizamiento en ángulos de escora pequeños [Elaboración propia]	23
Figura 2-13 Ejemplo de curva transversal de estabilidad [23].....	24
Figura 2-14 Ejemplo de curva de estabilidad inicial [22]	24
Figura 2-15 Estabilidad longitudinal [Elaboración propia]	25
Figura 3-1 Traza sintética [Elaboración propia].....	27
Figura 3-2 División de zonas en la traza [Elaboración propia]	28
Figura 3-3 Mapa 3D del perfil de brillo de una traza estelar [Elaboración propia]	29
Figura 3-4 Gráfica de la variación de brillo en la longitud de la traza [Elaboración propia]	30
Figura 3-5 Zona de estudio del brillo de la traza [Elaboración propia].....	30
Figura 3-6 Ajuste de la función de Gauss al perfil de brillo [Elaboración propia]	31
Figura 3-7 Parámetros iniciales (a) y parámetros del ajuste (b) de Gauss [Elaboración propia]	32
Figura 3-8 Ajuste del perfil de brillo de una estrella puntual a la función de Gauss [Elaboración propia]	32
Figura 3-9 Ajuste de la función Tepui al perfil de brillo [Elaboración propia]	33
Figura 3-10 Parámetros iniciales (a) y parámetros del ajuste (b) de Tepui [Elaboración propia]	34
Figura 3-11 Comparación del ajuste con Gauss y Tepui [Elaboración propia]	34
Figura 3-12 Buque inicialmente adrizado [Elaboración propia]	37
Figura 3-13 Gráfica del brillo de una traza [Elaboración propia]	37
Figura 3-14 Ajuste Tepui y resultados valores ajustados [Elaboración propia].....	38
Figura 3-15 Buque inicialmente con escora permanente [Elaboración propia]	38
Figura 3-16 Deducción del ángulo de escora permanente [Elaboración propia]	39
Figura 3-17 Ajuste de la función Tepui [Elaboración propia]	40

Figura 3-18 Posición del astro en el ajuste Tepui [Elaboración propia]	41
Figura 4-1 Perfil de brillo de la traza a estudiar [Elaboración propia]	43
Figura 4-2 Valores iniciales [Elaboración propia]	44
Figura 4-3 Ajuste perfil de brillo a función Tepui y resultados valores ajustados [Elaboración propia]	44
Figura 4-4 Deducción del ángulo de escora permanente [Elaboración propia]	45
Figura 4-5 Momento de adrizamiento en la traza con escora permanente [Elaboración propia]	46
Figura 4-6 Imagen real desde buque en navegación	47
Figura 4-7 Ajuste Tepui a una traza real [Elaboración propia]	47
Figura 4-8 Ejemplo gráfico de operadores de amplitud de respuesta para los diferentes grados de libertad de un barco [20]	48

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1 Complementariedad entre la navegación astronómica y el INS: Ventajas y Limitaciones	13
Tabla 3-1 Valores del error cuadrático medio (MSE) para cada ajuste [Elaboración propia]	35
Tabla 3-2 Datos disponibles	36

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción y motivación

Hace tiempos inmemoriales que el humano decidió adentrarse por primera vez en los océanos, ya fuese para obtener alimentos o por la necesidad de explorar nuevos horizontes. Desde entonces, la navegación ha estado marcada por un desafío: conocer la ubicación en mar abierto, donde no existen referencias terrestres.

Uno de los primeros métodos de posicionamiento en la mar fue el uso de los astros como punto de referencia. Esta técnica evolucionó con la invención del astrolabio y, más tarde el sextante, dando origen a la navegación astronómica. Sin duda, era un método mucho más complejo que utilizar referencias terrestres, debido principalmente al movimiento aparente que experimentan los astros, pero los estudios astronómicos permitieron su desarrollo [1]. Este fue el principal sistema de posicionamiento en alta mar, y gracias a estos avances, los marinos de aquellos tiempos lograron completar sus travesías con éxito, lo que marcó un hito en la exploración marítima y permitió el desarrollo de rutas comerciales.

Con el paso del tiempo, el desarrollo tecnológico ha transformado significativamente los métodos de posicionamiento en la mar. En la actualidad, los sistemas globales de navegación por satélite (GNSS), como por ejemplo el GPS (*Global Positioning System*), han sustituido casi por completo a los métodos tradicionales, proporcionando una localización precisa, instantánea y automatizada en cualquier lugar del mundo. Esto ha convertido al GPS en el dispositivo más utilizado en la navegación aérea, terrestre y marítima, así como en numerosos sectores, desde la logística hasta el ámbito militar.

A primera vista, los sistemas GNSS parecen ofrecer innumerables ventajas por sus favorables características. Sin embargo, no está exento de vulnerabilidades. Estas mismas características han creado una gran dependencia del sistema que ha incentivado el desarrollo de tecnologías destinadas a perturbar o denegar su funcionamiento. Amenazas como el *jamming* (interferencias que bloquean la señal) o el *spoofing* (suplantación de señal con datos falsos) representan un riesgo especialmente crítico para buques militares en situación de conflicto [2]. La facilidad con la que estos ataques pueden llevarse a cabo, utilizando dispositivos accesibles y de bajo costo, agrava aún más la exposición del sistema a posibles manipulaciones.

Además de las amenazas deliberadas, el GPS también enfrenta riesgos derivados de fenómenos naturales y factores externos. Uno de los más preocupantes es la basura espacial, compuesta por fragmentos de satélites inactivos y restos de colisiones, que orbitan la Tierra.

Otro factor a considerar es la debilidad de la señal del GPS. Estas señales pueden verse afectadas por tormentas solares y otros eventos geomagnéticos, lo que compromete la precisión del sistema en determinadas circunstancias.

Dado este panorama, resulta evidente que, si bien el GPS ha revolucionado la navegación global, su popularidad y omnipresencia lo han convertido en un sistema vulnerable a múltiples amenazas. Esto subraya la necesidad de explorar alternativas o sistemas complementarios que operen de forma autónoma e independiente y garanticen la seguridad de la navegación, especialmente en entornos críticos como el marítimo [2]. La automatización de la navegación astronómica se presenta como una opción viable.

1.2 Objetivos

El desarrollo de un sistema autónomo de navegación basado en la observación de los astros ofrece una alternativa viable y autónoma al GPS, combinando los principios tradicionales de la navegación astronómica con los avances tecnológicos actuales. Una línea de trabajo posible consiste en la sustitución del tradicional sextante por cámaras astrofotográficas y técnicas avanzadas de procesamiento de imágenes, similares a las utilizadas en la observación de satélites, para determinar con precisión la ubicación del buque en la esfera terrestre [3].

El objetivo principal es la detección del momento de adrizamiento, es decir, identificar el instante exacto en el que la cámara apunta directamente al cenit¹, perpendicular al plano del mar. Dado que un buque en el mar está en constante movimiento debido al balanceo, cabeceo y guiñada, capturar una imagen en el momento preciso de adrizamiento resulta prácticamente imposible.

Para superar esta limitación, se propone un enfoque basado en imágenes astrales de largo período de exposición, con lo cual se obtendrán los astros como trazas y no como puntos. En lugar de intentar obtener una captura en el instante de adrizamiento, se analizarán las trazas de los astros en la imagen, permitiendo reconstruir el movimiento del buque y calcular el punto exacto en el que se encuentra en posición horizontal [3]. Para alcanzar este objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Estudio del perfil de brillo de las trazas estelares y ajuste a modelos matemáticos. Relacionar las zonas de brillo con la orientación dinámica del buque respecto al cielo. Para caracterizar su forma, se realiza un ajuste a modelos matemáticos para determinar cuál ofrece una representación más precisa.
- Identificación del instante de adrizamiento a partir del análisis de trazas. Detectar este punto permite tomar la imagen como una referencia cenital fija, lo que facilita la asignación de coordenadas astronómicas precisas y la posterior determinación de la posición geográfica del buque.
- Validación del método con imagen real. Para garantizar la viabilidad del sistema propuesto. Esto permite evaluar la robustez y aplicabilidad práctica del sistema, posicionándolo como una alternativa viable de navegación astronómica en entornos donde el uso de sistemas GNSS pueda verse comprometido.

¹ Intersección de la vertical de un lugar con la esfera celeste [4].

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Principales alternativas al GNSS

Aunque el GNSS ha transformado la navegación y el posicionamiento global, su popularidad también lo ha convertido en un blanco para amenazas tecnológicas, subrayando la necesidad de reforzar su seguridad y explorar sistemas alternativos o complementarios. Aquí se muestran las principales alternativas que se han estudiado para sustituir a los sistemas GNSS.

2.1.1 *Sistemas de Navegación Inercial (INS)*

La navegación inercial (INS) es un sistema autónomo que utiliza giróscopos y acelerómetros para calcular la posición, velocidad y orientación de un vehículo sin necesidad de referencias externas, a partir de una situación inicial conocida. Su principal ventaja frente al GPS es que no depende de señales satelitales, lo que lo hace útil en entornos donde estas no están disponibles, como en submarinos en inmersión o en zonas con interferencias electrónicas.

El INS puede considerarse realmente como una forma muy precisa de navegación a estima [5]. Es decir, necesita un punto inicial de referencia y calcula los movimientos a partir de él. Puede considerarse muy exacto a corto plazo, pero insuficiente como único método de posicionamiento a largo plazo ya que los errores en las mediciones de los sensores y las incertidumbres en las condiciones iniciales generan una deriva acumulativa en los cálculos de posición y velocidad. Para corregir este problema, el INS requiere calibraciones periódicas, que suelen realizarse con datos del GPS, perdiendo así su autonomía total [1].

Por esta razón, el INS no puede sustituir completamente al GNSS, pero se emplea como complemento en sistemas de navegación híbridos, combinando la autonomía del INS con la precisión de otros sistemas para mejorar la fiabilidad y robustez de la navegación.

2.1.2 *E-Loran*

Loran es la contracción de *Long Range Navigation* y es un sistema de radionavegación desarrollado en Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial para el posicionamiento mediante señales de radio de baja frecuencia emitidas por estaciones terrestres. Su funcionamiento se basa en la medición de la diferencia de tiempo en la llegada de las señales de varias estaciones, lo que permite al receptor calcular su posición con precisión.

Debido a la importancia que adquirió, el sistema fue mejorado en varias ocasiones siendo Loran-C el modelo que alcanzó mayor popularidad y uso [1]. Esta versión mejorada ofrecía mayor precisión, un mayor rango de cobertura y mayor capacidad de atender a múltiples usuarios. Sin embargo, con la llegada del GPS, Loran-C perdió relevancia, ya que su precisión y cobertura no eran comparables a las

de este nuevo sistema hasta llegar a tal punto de valorar desmantelar el sistema por considerarlo obsoleto y prescindible [6]. No obstante, se volvió a evaluar su utilidad, dando lugar al desarrollo de e-Loran (Enhanced Loran), una versión modernizada con la gran peculiaridad de poseer una alta resistencia a interferencias, lo que lo convierte en un posible sistema complementario al GPS en caso de fallo o ataques. Además, se añade la incorporación de un canal de datos, que permite transmitir información adicional, como correcciones y advertencias de integridad de la señal. Esto lo hace útil para aplicaciones críticas como por ejemplo el guiado preciso de buques para la entrada en puerto en baja visibilidad. Por último, a diferencia del INS, la calidad no se degrada con el tiempo por lo que puede considerarse un sistema autónomo.

A pesar de sus ventajas, no se apuesta por e-Loran como sustituto para el GPS ya que, entre otras cosas, su cobertura sigue siendo limitada al depender de estaciones terrestres. Conseguir una cobertura global requiere la creación muy costosa de la infraestructura a nivel mundial, y su mantenimiento correspondiente, lo cual resulta inviable a día de hoy.

2.1.3 Sistema de navegación basado en Iridium (STL)

Como innovación y solución al problema del posicionamiento, en 2016 surge el sistema *Iridium Satellite Time and Location* (STL), desarrollado por la empresa Satelles en conjunto con la constelación de satélites de comunicaciones Iridium. Este sistema forma parte de una estrategia de Posicionamiento, Navegación y Tiempo (PNT) que aprovecha satélites ya existentes para proporcionar un servicio complementario y resistente a interferencias.

A diferencia del GNSS, los satélites de la constelación Iridium operan en órbita terrestre baja (LEO), lo que permite señales más robustas y con mayor resistencia a interferencias, como *jamming* y *spoofing*. Además, el STL incorpora técnicas criptográficas avanzadas para garantizar la seguridad y autenticidad de sus señales de tiempo y ubicación, aumentando la confiabilidad del sistema en aplicaciones donde la resiliencia y la integridad de la señal son críticas [1].

Sin embargo, su principal desventaja es que su precisión sigue siendo inferior a la del GPS, lo que impide que el STL pueda sustituirlo por completo. Por ello, se considera también un sistema complementario al GNSS, útil como respaldo en situaciones donde la señal satelital tradicional pueda verse comprometida [7].

Hoy en día se sigue estudiando la posibilidad de extender esta funcionalidad a otras constelaciones de satélites de cobertura global, como Starlink o OneWeb. Estas redes de satélites en órbitas LEO han sido diseñadas originalmente para proveer acceso a internet de alta velocidad, pero sus características podrían ser aprovechadas para el desarrollo de un sistema de posicionamiento alternativo al GNSS. Sin embargo, para que estos sistemas puedan igualar o superar la precisión del GNSS, sería necesario optimizar la estructura de las señales y desarrollar algoritmos de posicionamiento específicos [8].

2.2 Estudios previos sobre la automatización de la navegación astronómica

La navegación astronómica consiste en el posicionamiento del buque a partir de la observación de los astros, donde se incluyen el Sol, la Luna, los planetas y las estrellas. En el pasado, esta técnica no solo requería de instrumentos como el sextante para medir la altura de los astros, sino también de amplios conocimientos científicos por parte de los navegantes.

A lo largo de los años, la navegación astronómica ha experimentado notables avances tecnológicos y metodológicos. En la época medieval, los navegantes dependían de herramientas como la brújula y el astrolabio, que sólo proporcionaba el dato de altura y con insuficiente precisión y se utilizaba para determinar la posición con la observación del sol en la meridiana (momento del día en que el Sol alcanza su máxima altura [9]) o de la estrella polar. Más tarde aparecieron otros instrumentos algo más precisos que el astrolabio, hasta llegar en 1750 al que se sigue utilizando hoy en día, el sextante y se añade la llegada del almanaque náutico (figura 2-1).

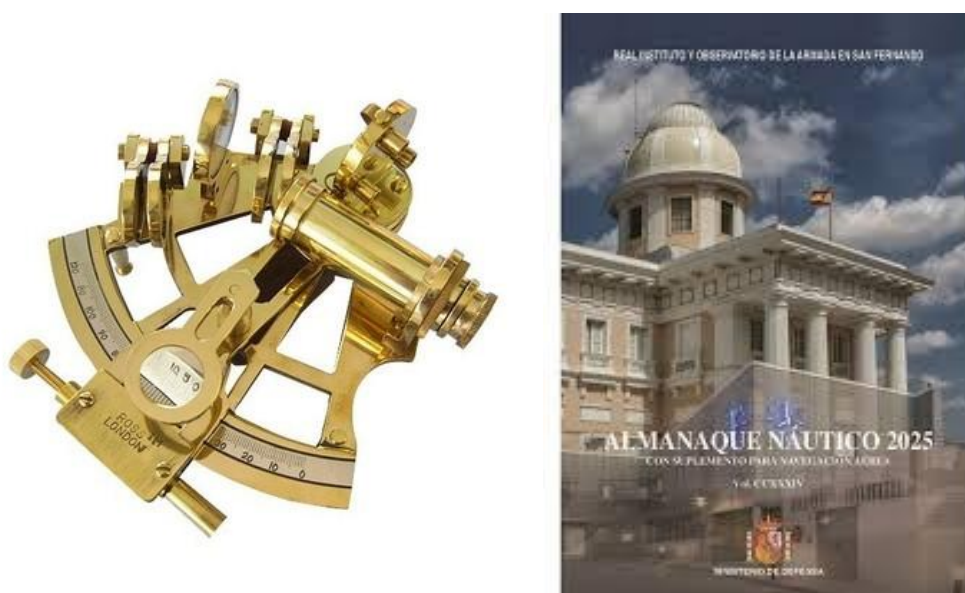


Figura 2-1 Sextante [8] y almanaque náutico [9]

El invento que llevó a poder determinar la longitud geográfica, fue el cronómetro. Para el cálculo de la longitud, es necesario conocer la diferencia horaria entre el punto de la observación y el meridiano de referencia. Antes de la llegada del cronómetro, el tiempo a bordo se medía con un reloj de arena, lo cual era muy impreciso. Tras el paso definitivo de Harrison para crear un cronómetro portátil en el siglo XIX, la navegación astronómica ganó gran precisión, y fue la metodología utilizada hasta la llegada de la navegación por satélite, que fue cuando esta pasó por completo a segundo plano.

A pesar del declive que sufrió en el ámbito marítimo tras la aparición del GNSS, la navegación astronómica sigue siendo un sistema principal de respaldo. Esta no suele considerarse factible debido a la gran cantidad de tiempo, cálculos y amplios conocimientos que implica. Sin embargo, su implementación ha dejado de ser prioritaria debido a diversas limitaciones que han dificultado su uso en la navegación moderna.

Para que este método de navegación adquiera más relevancia, será necesario abordar estas limitaciones.

- Su baja precisión, ya que las observaciones con el sextante conllevan un error típico de alrededor de un minuto de arco, lo que se traduce en una precisión de varias millas.
- La limitada ventana de tiempo disponible para el momento de la observación. Sólo se puede llevar a cabo cuando tanto el horizonte como los astros son visibles. Esto es durante los crepúsculos.
- La lentitud para la obtención de los datos resultantes. El cálculo manual de la posición implica una serie de correcciones y cálculos que demandan tiempo y conocimientos avanzados.

En términos tecnológicos, la navegación astronómica aún tiene un gran potencial de desarrollo gracias a la incorporación de nuevas metodologías y tecnologías avanzadas que pueden superar estas limitaciones, permitiendo su modernización y adaptación a los desafíos de la actualidad [10].

Han surgido muchas iniciativas para la mejora del sextante con el objetivo de aumentar su precisión. Entre las innovaciones más destacadas para llevar esto a cabo se encuentra la integración de codificadores digitales para leer los ángulos, visión nocturna para que faciliten la detección del horizonte en condiciones de baja luminosidad, entre otras. No obstante, estas mejoras que se intentan aplicar, no se piensa que representen un verdadero cambio en el paradigma de la navegación astronómica en el ámbito marítimo, debido a que se seguiría dependiendo en gran medida de la intervención humana [10].

Muchas de las soluciones que realmente podrían optimizar la navegación astronómica ya existen en otros campos y sólo requieren ser adaptadas y aplicadas al contexto marítimo. Un ejemplo de esto son las técnicas utilizadas en satélites y en el sector aeroespacial en general [5]. Entre estas tecnologías destacan los *star-tracker*, que son sensores ópticos que identifican patrones estelares en el espacio para determinar la orientación de un satélite o nave con gran precisión sin necesidad de señales externas.

Además, el desarrollo de otras tecnologías modernas, como cámaras astrofotográficas y algoritmos de procesamiento de imágenes, ha permitido mejorar significativamente la detección y análisis de cuerpos celestes y podrían contribuir positivamente a convertir la navegación astronómica en una herramienta práctica, autónoma y que garantice la seguridad en la navegación.

Actualmente existen numerosas investigaciones en curso que exploran nuevas formas de aplicar estas tecnologías a la navegación marítima. Estas innovaciones prometen devolver a la navegación astronómica la relevancia que tuvo históricamente, modernizándola para los desafíos del futuro.

Existen varios enfoques para la aplicación de la navegación astronómica.

- Por un lado, la forma tradicional, que implica el uso del sextante, el almanaque náutico y todos los cálculos manuales. Este es el método llevado a cabo desde la antigüedad, y que requiere de amplios conocimientos además de las herramientas nombradas anteriormente. También es un método muy lento y poco preciso por errores humanos.
- Por otro lado, método asistido por software de resolución del problema. Utiliza programas informáticos que facilitan la resolución del problema, reduciendo el esfuerzo en los cálculos. Sin embargo, sigue dependiendo de la intervención humana para la obtención de datos con el sextante, y condiciones óptimas en el momento de la observación.
- Y, por último, un sistema totalmente automatizado que sea capaz de darnos una ubicación precisa sin la necesidad de la intervención humana, lo que también conllevará la mejora en la calidad de la observación. Se han desarrollado varios proyectos experimentales con este enfoque, buscando mejorar la eficiencia y fiabilidad de la navegación astronómica en el entorno marítimo [5].

2.2.1 Método asistido por software

- **Sistema STELLA**

El desarrollo de software para la navegación astronómica ha sido un área de interés recurrente, especialmente en la búsqueda de soluciones automatizadas para reducir los cálculos manuales y mejoren la precisión del posicionamiento en alta mar. Un ejemplo es el sistema STELLA (*System to Estimate Latitude and Longitude Astronomically*). Es un software desarrollado por el Departamento de Aplicaciones Astronómicas del Observatorio Naval de los Estados Unidos con el propósito de enseñar y practicar navegación celeste de forma automatizada.

Este programa permite a los usuarios calcular su posición estimada en el mar utilizando observaciones astronómicas, facilitando así el aprendizaje de los principios esenciales de la navegación tradicional sin depender del GNSS. STELLA integra modelos matemáticos avanzados para resolver el problema de la ubicación geográfica a partir de mediciones con un sextante, reduciendo la complejidad de los cálculos manuales y proporcionando resultados más precisos de manera rápida. Aunque inicialmente concebido como una herramienta educativa, su aplicación en la navegación astronómica de respaldo cobra relevancia en entornos donde los sistemas de posicionamiento satelital pueden verse comprometidos, demostrando que la navegación basada en astros sigue siendo una alternativa viable en escenarios operativos y de seguridad marítima [10].

- **TFG anteriores**

Otros ejemplos de trabajos relevantes en esta línea son el TFG de Pedro de Marcos González (2021-2022), titulado “Sistema de posicionamiento solar para buques”[11] o el TFG realizado por Lucas Nadir Pappalardo Darriba (2022-2023), titulado “Sistema de posicionamiento mediante tres astros”[12]. Ambos trabajos desarrollan un programa automático capaz de determinar la latitud y longitud de un

buque en alta mar a partir de la observación del Sol en el primer caso, o de tres astros en el segundo, con los datos obtenidos de la medición manual con el sextante.

• Conclusiones

A pesar del avance que suponen, estos sistemas siguen dependiendo del uso del sextante y requieren observaciones manuales, lo que limita su total autonomía además de que el error humano persiste. La línea de investigación en la que se enmarca este TFG busca superar estas limitaciones mediante la sustitución del tradicional sextante, por cámaras astrofotográficas, eliminando la necesidad de intervención manual y permitiendo un posicionamiento más preciso incluso en condiciones adversas donde el horizonte no sea visible. Este enfoque representa un paso más hacia la completa automatización de la navegación astronómica en el ámbito marítimo.

2.2.1 Método totalmente automatizado

El desarrollo de un sistema completamente autónomo implica la sustitución del sextante por otros métodos para obtener los datos necesarios de los astros para obtener la ubicación. Para determinar la latitud y la longitud mediante observaciones estelares, la magnitud a medir es el ángulo entre el astro y el vector de gravedad local en un momento determinado, que es la altura (figura 2-3). Este ángulo, permite calcular la posición del observador en la esfera terrestre cuando se combina con la información del tiempo exacto de la observación. En la navegación tradicional, este ángulo se mide con un sextante, mientras que en sistemas automatizados se obtiene a partir del procesamiento de imágenes astronómicas y la corrección de inclinaciones del buque.

• Medición del vector de gravedad local

En el caso del sextante, el horizonte es nuestra referencia para saber el vector de gravedad local, ya que lo suponemos como un círculo ortogonal al vector de gravedad que pasa por el observador. Se dispone de instrumentos para poder determinar de forma automática los ángulos de las estrellas. Sin embargo, el principal problema en la implementación de la completa automatización de la navegación astronómica, proviene de la detección del vector de gravedad sin el uso del horizonte [10], que es precisamente, lo que se estudiará en este trabajo.

• Combinación de INS con *star-tracker*

Uno de los enfoques más prometedores ha sido la combinación de *star-tracker* con sistemas inerciales (INS) para la detección de la vertical. Lo que se busca con esto, es utilizar las ventajas de una técnica para compensar las debilidades de otra, con el fin de obtener una fiabilidad y precisión mayor que cada una por separado. Como hemos visto anteriormente, los sistemas de navegación inercial permiten calcular la posición y orientación de un vehículo mediante giroscopios y acelerómetros, estimando una velocidad, dirección y posición a partir de una situación inicial conocida. Los errores acumulativos que presenta este sistema, podríamos corregirlos con la implementación del *star-tracker*.

Navegación astronómica	Navegación inercial
Completamente autónomo	Requiere alineación inicial
Precisión independiente del tiempo	Precisión se degrada con el tiempo
Se ve afectado por el clima	Independiente del clima
Pasivo	Pasivo
A prueba de interferencias	A prueba de interferencias

Tabla 2-1 Complementariedad entre la navegación astronómica y el INS: Ventajas y Limitaciones

Este enfoque ha sido ampliamente utilizado en sistemas de guiado de misiles. Sin embargo, el INS no corrige ciertos errores internos. Los errores pueden acumularse a una velocidad de un segundo de arco a un minuto de arco por hora, por lo que un sistema INS puede proporcionar una referencia utilizable, pero que no es ideal para mediciones astronómicas.

- **Sistema NAVASTRO**

La Armada Española está desarrollando y evaluando la viabilidad de un sistema previsiblemente denominado NAVASTRO [1], para proporcionar una alternativa al GPS mediante navegación astronómica automatizada, sobre todo en ámbitos donde su uso pueda verse limitado.

El sistema funcionaría mediante la captura de imágenes cenitales del cielo con una cámara astrofotográfica. Estas imágenes se procesarían con un software, para identificar astros en cada captura y obtener los datos necesarios que son ascensión recta y declinación, explicados más tarde. Para garantizar la precisión del sistema, en este caso se propone estabilizar la cámara mediante un sistema giroscópico, permitiendo que la cámara siempre apunte al cenit. Esta metodología evita el uso del horizonte visible como referencia, minimizando los errores debidos a su medición. El algoritmo que se utilice en este sistema también ha sido desarrollado por el ROA (Real Observatorio de la Armada) y ya fue utilizado en la elaboración del Almanaque Náutico Digital (ANDi). Se estima un error en el posicionamiento de menos de una milla.

2.3 Diferencias entre un sistema de referencia geocéntrico y topocéntrico

2.3.1 La esfera celeste

En astronomía, los sistemas de coordenadas celestes son herramientas que sirven para determinar la posición exacta de los astros en el cielo. Antes de abordar estos sistemas, es importante entender el concepto de esfera celeste.

Las estrellas que observamos en el cielo están situadas a tan enormes distancias de la Tierra, que el ojo humano no percibe las separaciones reales entre los astros y, desde nuestra perspectiva, parecen estar dispuestos sobre una superficie uniforme y lejana. Aunque la Tierra se encuentra en constante movimiento (rotación, traslación y precesión), este es despreciable en comparación con la escala de las distancias estelares, por lo que las posiciones aparentes de las estrellas en el cielo nocturno permanecen prácticamente fijas en el tiempo [13].

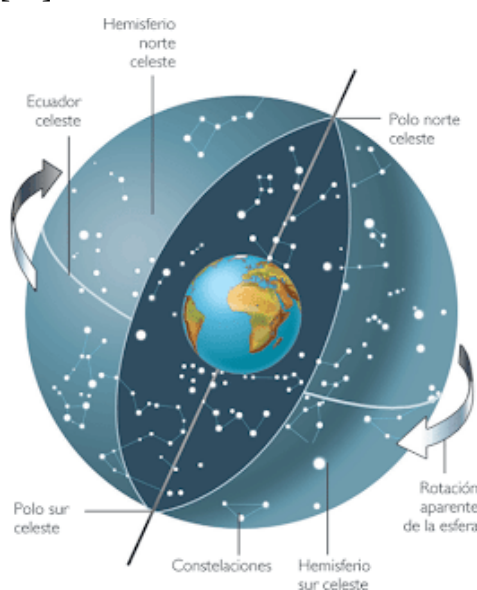


Figura 2-2 Esfera celeste [14]

En astronomía, para facilitar el estudio de los astros, se considera que todos ellos están proyectados sobre una hipotética esfera transparente de centro la tierra, denominada esfera celeste. Este modelo idealizado ignora las distancias reales entre los astros, permitiendo describir sus posiciones angulares desde el punto de vista del observador terrestre. La esfera celeste es, por tanto, una herramienta conceptual determinante para analizar el cielo desde una perspectiva tridimensional simplificada.

2.3.2 Sistema de referencia topocéntrico

Las coordenadas horizontales del astro son magnitudes topocéntricas. Es decir, referidas al observador. Para convertirlas en coordenadas geocéntricas (referidas al centro de la tierra), es necesario aplicar correcciones astronómicas, que pueden realizarse con el almanaque náutico.

Las coordenadas de un astro, en el sistema topocéntrico, son la altura y el azimut, tomando como referencia principal el horizonte visible, que se define como la línea aparente que separa el cielo del mar desde el punto de vista del observador.

- La altura (a) es el arco de vertical que va desde el horizonte hasta el astro. Siempre será menor de 90° y se considera positiva cuando el astro es visible.
La altura se mide con el sextante, pero su determinación puede verse afectada por varios factores. Uno de los principales desafíos es la dificultad para definir con precisión la línea del horizonte, lo que puede deberse a fenómenos atmosféricos como la refracción, la bruma o la niebla. Además, en ausencia de una referencia clara del horizonte, la observación astronómica sólo es viable durante el crepúsculo, cuando hay suficiente luz para distinguir el horizonte, pero la oscuridad necesaria para visualizar los astros [3].
- El azimut (z) es el arco de horizonte que va desde el norte hasta la vertical del astro, en sentido horario. Su valor varía de 0° a 360° .
Para medir este valor no hay mayor problema ya que al ser el ángulo medido desde el norte, puede obtenerse con la giroscópica del buque, apuntando a la vertical del astro.

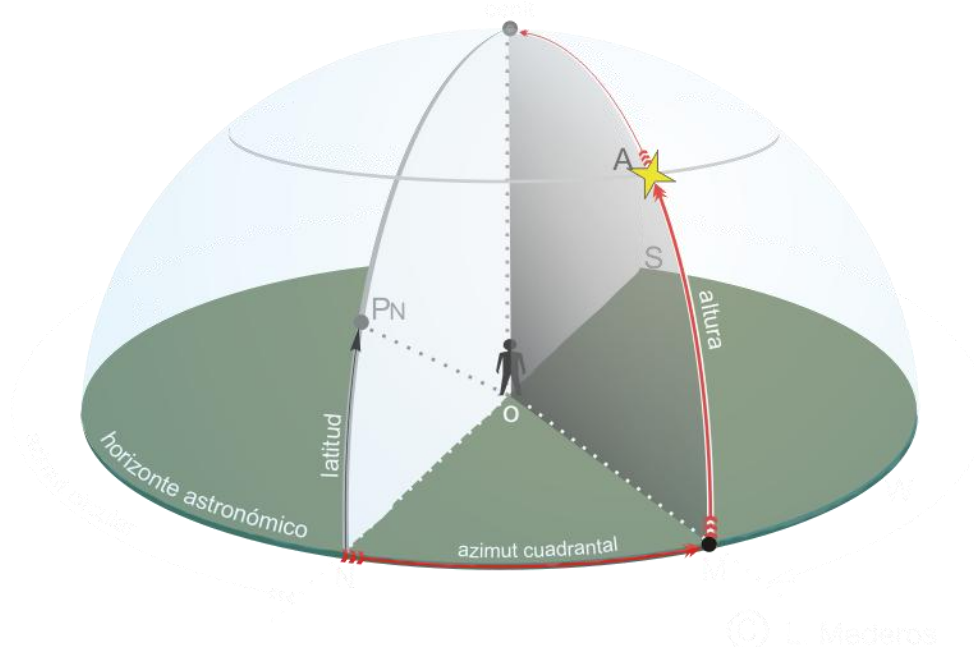


Figura 2-3 Coordenadas horizontales del astro [15]

2.3.3 Sistema de referencia geocéntrico

El sistema de referencia geocéntrico es un sistema de coordenadas utilizado en la astronomía para describir la posición de los astros con respecto al centro de la Tierra, en lugar de un observador situado en la superficie. Este sistema permite determinar la ubicación de los cuerpos celestes de manera independiente del punto de observación en la superficie terrestre, lo que lo hace ideal para el estudio astronómico y para aplicaciones en navegación astronómica automatizada.

En este sistema, se emplean las coordenadas ecuatoriales, que están definidas por el eje de rotación terrestre y por el ecuador celeste en lugar del horizonte. Las dos coordenadas principales utilizadas son la ascensión recta y la declinación tomando como referencia Aries. El punto Aries es la intersección entre el ecuador celeste y la eclíptica (trayectoria del Sol en un año). Es el punto en el que el sol pasa de estar en el sur a estar en el norte [14].

- La ascensión recta (α) es el arco de ecuador celeste en sentido antihorario contado desde el punto de Aries, hasta el máximo de ascensión. Es análoga a la longitud terrestre. Se expresa en horas.
- La declinación (δ) indica la distancia desde el astro hasta el ecuador celeste. Puede tomar valores positivos (norte) o negativos (sur). Es el equivalente a la latitud terrestre [13]. Se expresa en grados.

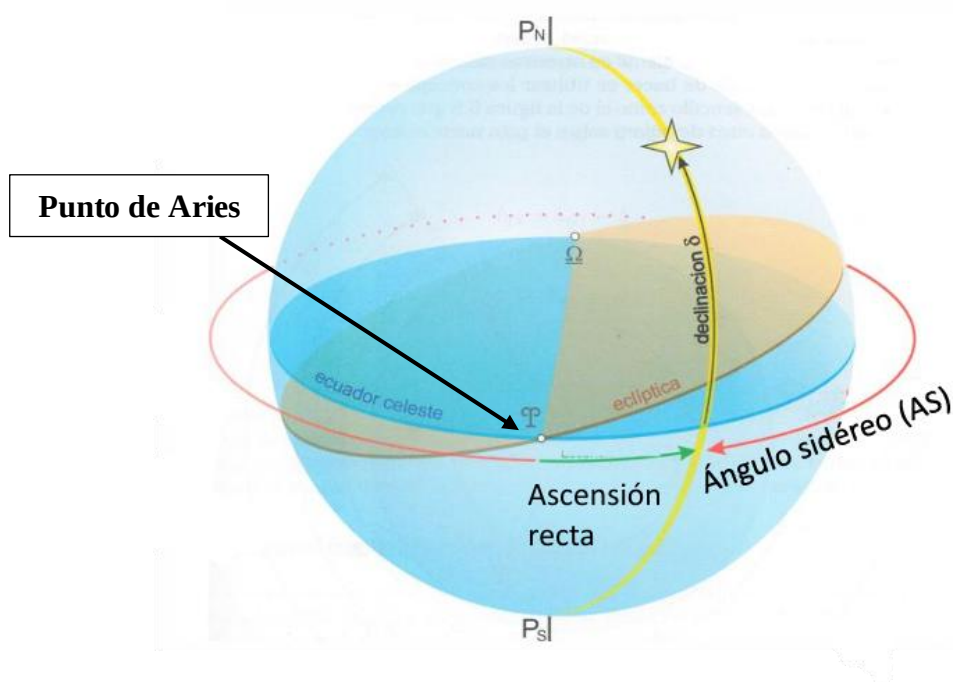


Figura 2-4 Coordenadas horarias del astro [15]

A diferencia del sistema de referencia topocéntrico, que depende del horizonte del observador y varía con su ubicación y altitud, el sistema geocéntrico ofrece ciertas ventajas en comparación, especialmente en la observación y análisis astronómico como puede ser la independencia del horizonte. No se ve afectado por fenómenos atmosféricos como la refracción o la bruma. Además de su aplicabilidad universal.

2.4 Modelos matemáticos para el análisis de trazas estelares en imágenes de largo período de exposición

Una fotografía de larga exposición se obtiene al dejar el obturador de la cámara abierto durante un período de tiempo determinado, lo que da sensación de movimiento a la imagen [15]. En caso de la astronomía es muy útil, en primer lugar, por la luz extremadamente baja que emiten los astros, lo que hace necesario incrementar el tiempo de captura para dejar entrar más luz en la cámara. Y, en segundo lugar, para visualizar el movimiento aparente de los astros en el cielo debido a la rotación de la Tierra, generando imágenes en las que las estrellas dejan trazas.

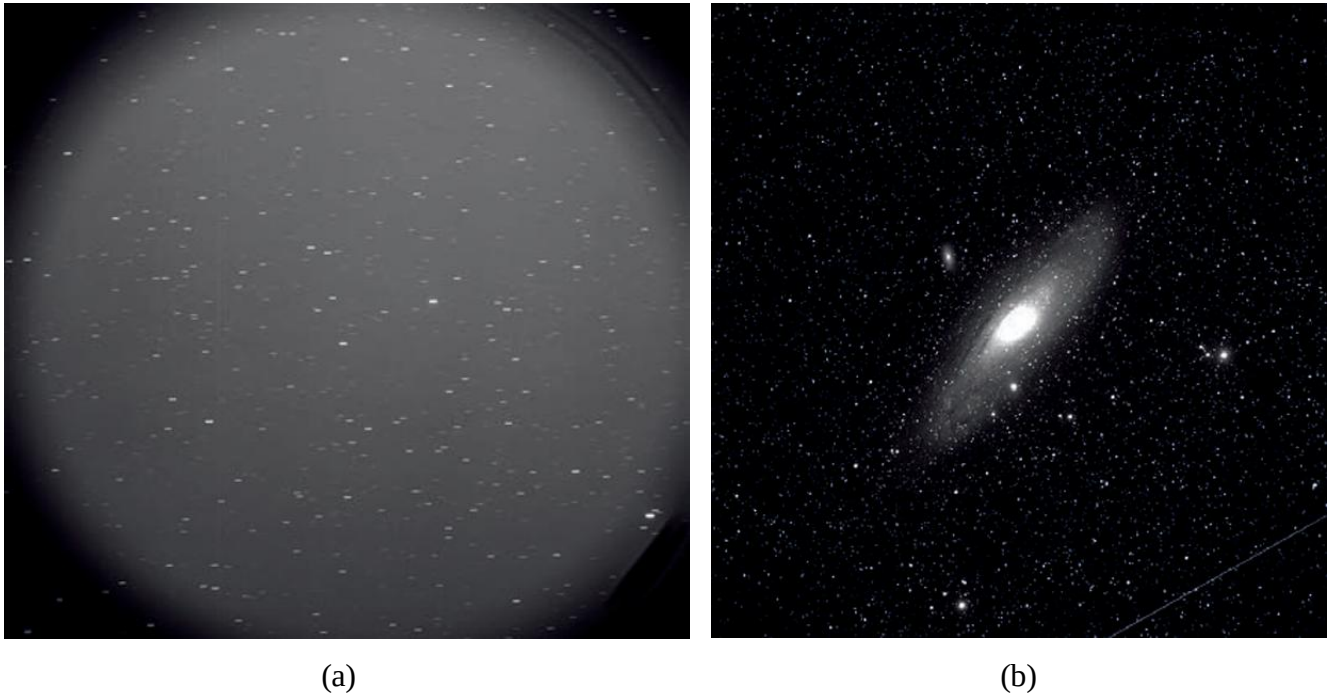


Figura 2-5 Imagen de trazas (a) frente a imagen de punto (b) [18]

En el análisis de trazas estelares en imágenes de larga exposición, la representación matemática de los perfiles de brillo es crucial para la detección precisa de eventos astronómicos y movimientos. En este caso nos servirá para determinar dentro de la traza, el punto representativo del astro en el que el buque estaba adrizado. Tradicionalmente, la función más utilizada para modelar estos perfiles ha sido la función de Gauss, debido a su capacidad para describir distribuciones simétricas de la luz [16].

Cuando la imagen se toma desde una plataforma en movimiento, como un barco, la traza estelar no sigue un patrón uniforme, sino que presenta oscilaciones debidas a los cambios de orientación y estabilidad del sistema de captura. Como resultado, la traza puede ser asimétrica y presentar transiciones bruscas en su intensidad de brillo. Por ello, la función Gaussiana deja de ser la mejor opción, ya que no captura correctamente los cambios irregulares en la traza. En su lugar, la función Tepui, basada en diferencias de funciones arco tangentes, permite modelar mejor estas variaciones.

Una vez conocido el punto de adrizamiento en la traza, se pueden calcular las coordenadas celestes con la ayuda de un catálogo estelar, lo que a su vez permitirá obtener las coordenadas del centro de la imagen, que coincidirán con el cenit y con la posición del buque. Además, también los sensores del mismo buque nos proporcionarán datos que ayuden a determinar este punto [17].

Por lo tanto, en el contexto del análisis de trazas estelares desde plataformas en movimiento, el uso de la función Tepui no solo mejora la precisión del ajuste matemático, sino que también permite extraer información relevante sobre la dinámica del sistema, como el punto de adrizamiento, es decir, el instante en que la cámara estuvo alineada con el cenit.

2.4.1 Función de Gauss

También denominada distribución normal o más comúnmente campana de Gauss. Se caracteriza por su forma de campana y múltiples aplicaciones en diversas disciplinas científicas. Se emplea para modelar fenómenos en los que los valores tienden a distribuirse de manera simétrica alrededor de un punto central con una mayor concentración cerca de la media y una disminución gradual hacia los extremos [18].

Matemáticamente, la función de Gauss se define como:

$$f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

Donde:

- La “A” se corresponde con la amplitud. La máxima intensidad del brillo equivaldría a la máxima amplitud de la función, es decir, el máximo valor que toma la función $[\max_{x \in \mathbb{R}} f(x)]$.
- “ x_0 ” es el punto central de la función. Punto donde se da el mayor brillo.
- “ σ ” es la desviación típica. Controla la extensión de la distribución: a mayor σ , la curva se ensancha y los valores se dispersan más; a menor σ , la curva se estrecha y los valores se concentran más cerca del centro. En caso de tener una traza alargada, veremos que la función de gauss no es la que mejor se ajuste al perfil de brillo.

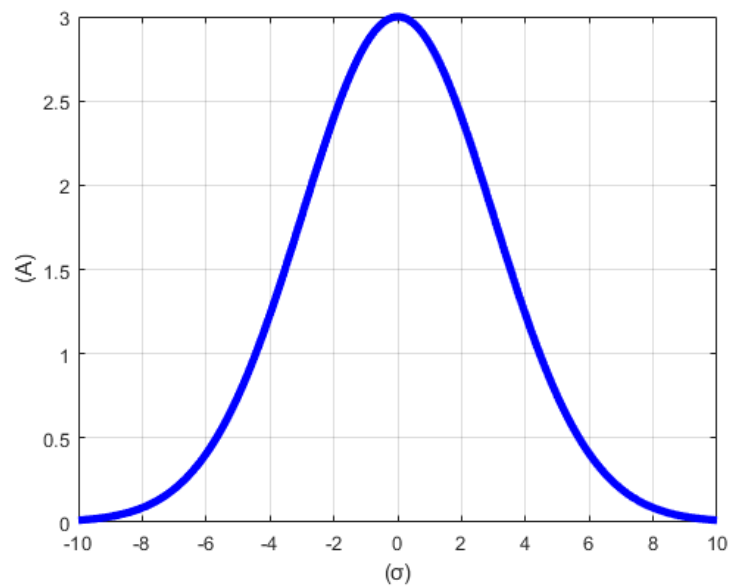


Figura 2-6 Función de Gauss para A=3 y $\sigma=3$ [Elaboración propia]

En astronomía, la función de Gauss es una herramienta muy utilizada en el procesamiento de imágenes astronómicas. En imágenes obtenidas por telescopios, en los que los astros aparecen como trazas, se puede determinar cuál es el punto representativo del astro en la imagen mediante el ajuste de una función gaussiana.

Esta función posee ciertas ventajas, como su fácil ajuste al poseer pocos parámetros. Sin embargo, no se ajusta adecuadamente a perfiles de brillo con cambios abruptos en la intensidad, ni trazas asimétricas alargadas o con variaciones irregulares como ocurre en trazas estelares afectadas por ejemplo por el movimiento de un barco.

2.4.2 Función Tepui

Tradicionalmente, se han utilizado funciones como la de Gauss para describir el perfil de brillo de las imágenes astrales. Sin embargo, en ciertos casos esta aproximación resulta no ser la más adecuada. En particular, cuando en las imágenes aparecen trazas debido por ejemplo al movimiento del sistema de captura. Para abordar esta problemática, C. Abad propuso una nueva función matemática denominada función Tepui [16], la cual permite un ajuste más preciso de la intensidad luminosa en este tipo de situaciones.

La función Tepui se define como la diferencia de dos funciones arcotangentes desplazadas, lo que permite representar con mayor fidelidad los perfiles de brillo en imágenes astronómicas de largo periodo de exposición.

La función se expresa como:

$$f(x) = A[\arctg(b_1(x + c_1)) - \arctg(b_2(x - c_2))]$$

Donde:

- “A” se corresponde con la amplitud, al igual que en la función de Gauss.
- “b” influye en la pendiente de la función, y permite representar el cambio de brillo en la traza. Cuando el cambio de brillo es más brusco, “b” será mayor. Hay que destacar que la “b” en cada término de arco tangente podría tomar un valor diferente debido a la asimetría en la traza provocada por el movimiento irregular del barco.
- Los parámetros “c” determinan la posición en el eje x donde ocurren las transiciones en los extremos de la traza. A medida que los valores c_1 y c_2 son más lejanos, las transiciones se desplazan hacia valores de x más lejanos, ensanchando la traza. Si c_1 y c_2 son más cercanos, las transiciones se acercan entre sí, reduciendo el ancho de la traza [16].

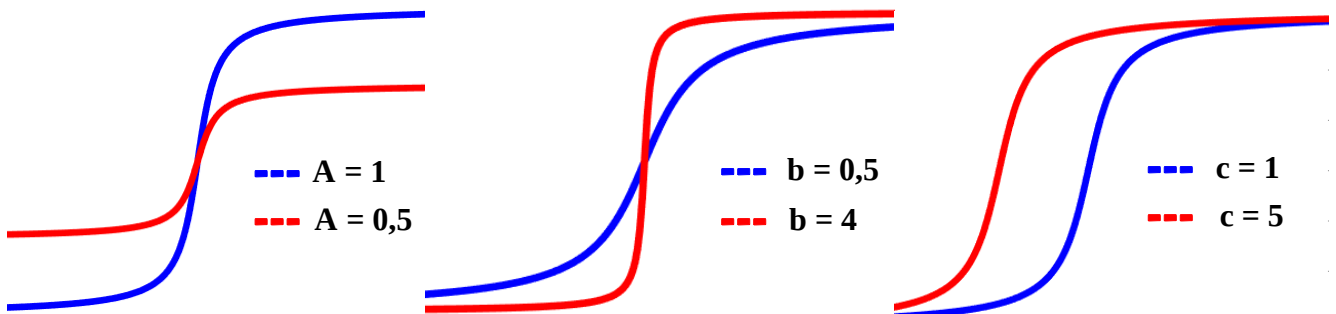


Figura 2-7 Pares de arco tangente para diferentes parámetros [Elaboración propia]

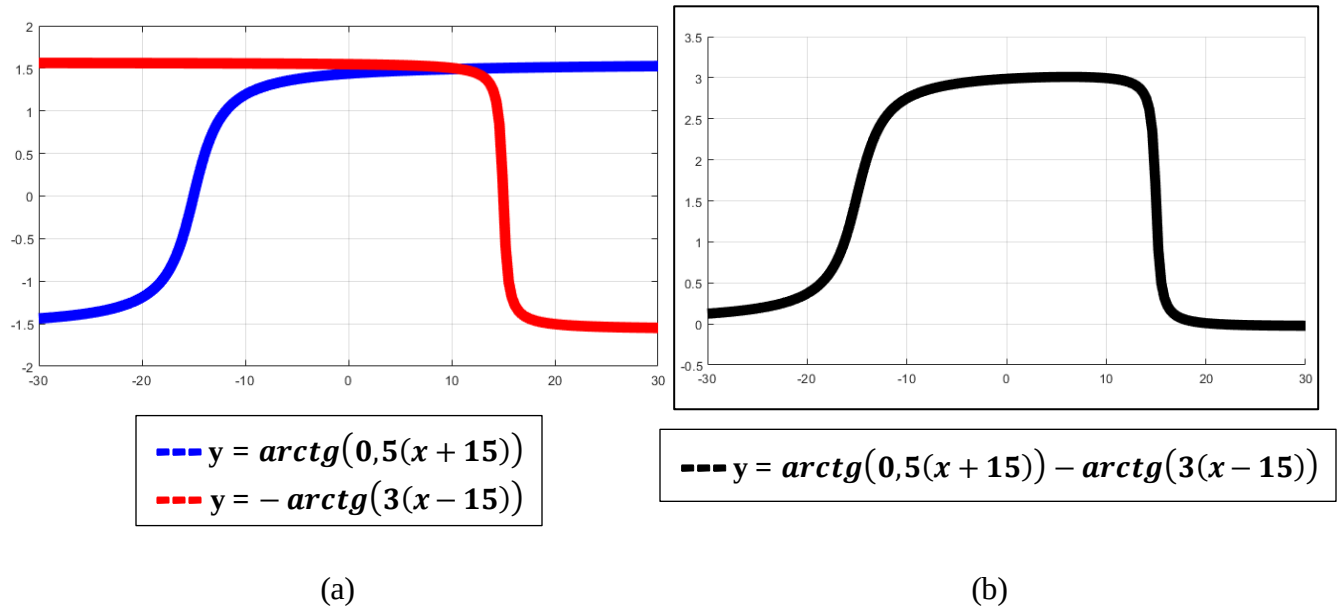


Figura 2-8 Formación de función Tepui (b) con la suma de arco tangentes (a) [Elaboración propia]

Como podemos ver en la figura 2-8, la función Tepui se forma a partir de la suma de dos arcotangentes de iguales o distintos parámetros.

Esta función es especialmente útil para la realización de este trabajo ya que, al obtener fotografías realizadas desde una plataforma en movimiento, se espera que el brillo de la traza no disminuya de manera gradual como en una distribución Gaussiana, sino que represente zonas de transición abruptas o zonas de brillo constante.

En el presente trabajo se explorará la aplicación de la función Tepui en la reducción de imágenes de largo periodo de exposición tomadas desde un buque en movimiento, comparando con el ajuste Gaussiano tradicional y evaluando su utilidad en la detección del punto de adrizamiento.

2.4.3 Conclusión

Habiendo analizado por separado la función de Gauss y la Tepui, hemos visto que la función de Gauss sigue una distribución simétrica en la que el brillo tiene un único valor central y sufre una disminución gradual a ambos lados de ese valor. Este comportamiento puede hacerlo ideal para describir perfiles de brillo simétricos donde la intensidad alcanza un máximo en el centro y disminuye gradualmente hacia los extremos.

Sin embargo, en el caso del estudio de una traza en una imagen de larga exposición realizada desde un buque en movimiento, la intensidad de la luz puede variar a lo largo de la traza debido a los cambios de velocidad y no es necesariamente simétrica. Por tanto, en estos casos se ajusta de mejor manera la función Tepui, que permite representar de manera más realista las transiciones bruscas en la intensidad de brillo.

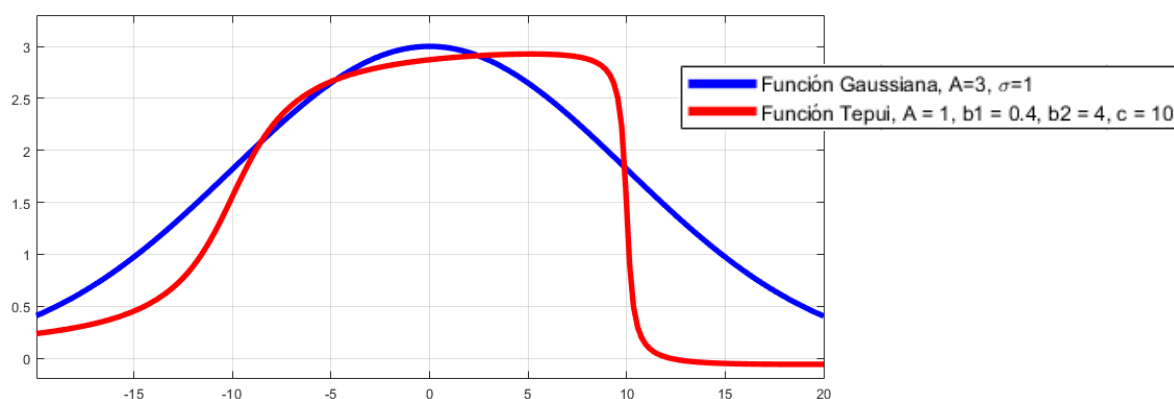


Figura 2-9 Comparación entre función Tepui asimétrica y Gaussiana [Elaboración propia]

En conclusión, la elección entre la función de Gauss y la función Tepui depende de la naturaleza del perfil de la traza o punto a estudiar. En ciertos casos, la combinación de ambas funciones puede ser una estrategia óptima, aplicando la función de Gauss en un eje y la Tepui en el otro. Este enfoque resulta especialmente útil en estudios astrométricos, como la detección de satélites a partir de fotografías tomadas desde tierra firme [19].

2.5 Estabilidad estática en buques

Podemos definir la estabilidad de un buque, como “*la tendencia del mismo a recuperar su posición de equilibrio cuando ha sido separado de ella por causas externas*” [20]. Factores como el oleaje, el viento o la distribución de cargas pueden afectar a la estabilidad del buque. Uno de los conceptos base en el estudio de la estabilidad es el adrizamiento, que describe el proceso mediante el cual un barco vuelve a su posición vertical tras una inclinación.

El estudio de la estabilidad y el adrizamiento de los buques se basa en principios bien establecidos. En este apartado, se presentan los conceptos fundamentales siguiendo las directrices de la publicación I-CP-03 de la Armada Española [20], la cual establece los criterios de estabilidad y seguridad aplicables a embarcaciones militares y civiles.

Para comprender la estabilidad de un buque, es necesario definir algunos conceptos:

- **Flotabilidad**

Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen de líquido que desaloja, según el principio de Arquímedes. Esta fuerza de empuje ascendente, denominada flotabilidad, es la responsable de mantener un buque a flote. Para que un cuerpo flote, el empuje debe ser mayor que el peso del cuerpo (figura 2-10).

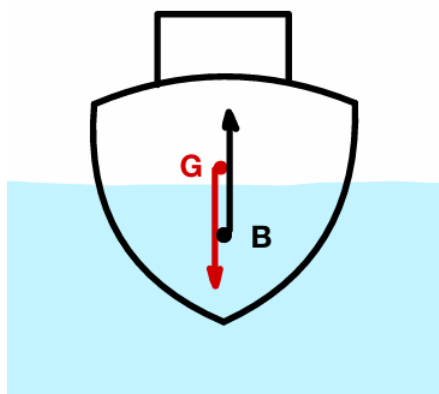


Figura 2-10 Fuerzas que experimenta un cuerpo a flote [Elaboración propia]

- **La quilla (K)**

El punto K (figura 2-11) corresponde a la ubicación de la quilla, la parte más baja del buque. A efectos de estabilidad, este punto se toma como origen de coordenadas en la dirección z , de manera que todas las distancias verticales en el estudio de estabilidad se refieren a la quilla.

- **Centro de gravedad (G)**

Es el punto en el que se considera aplicado el peso del buque y la carga que contiene. No coincide necesariamente con el centro geométrico del buque, ya que depende de la distribución de masas a bordo. Cuando el buque está adrizado el centro de gravedad se encuentra en crujía, línea central del buque que cruza de proa a popa. La posición del centro de gravedad no varía como consecuencia del movimiento del buque, sino que depende solamente de las formas del buque y de la cantidad y distribución del peso a bordo.

- **Centro de carena (B)**

El volumen de carena se refiere al volumen de la parte sumergida de un buque. Es el centro geométrico del volumen de carena donde se considera aplicada la fuerza de empuje, que se opone al peso del buque. A diferencia del centro de gravedad, el centro de carena variará cuando lo haga la escora o cuando el barco se incline a proa o a popa, B estará en crujía si el barco está adrizado. También varía con el calado. Se calcula para una condición específica de flotación basada en la geometría de la parte del casco sumergida. El centro de carena B varía tanto en dirección transversal como longitudinal, desplazándose lateralmente cuando el barco escora y a lo largo del eje proa-popa cuando cambia de asiento o cabecea.

- **Metacentro (M)**

Cuando un barco se encuentra en equilibrio, G y B están alineados a lo largo de la línea central del buque. Sin embargo, al escorar con un pequeño ángulo, el volumen de agua desplazado cambia, lo que provoca un desplazamiento lateral del centro de carena. Si se traza una línea vertical desde la nueva posición de B , esta línea intersectará la línea central original del barco en un punto denominado metacentro M . Al igual que el centro de carena, también tenemos un metacentro longitudinal y otro transversal.

Para inclinaciones pequeñas, M se considera como un punto fijo en torno al cual B oscila, de manera similar al comportamiento de un péndulo. Para ángulos de escora mayores (aproximadamente superiores a 10 grados), los metacentros instantáneos describen una trayectoria curva, denominada evoluta metacéntrica.

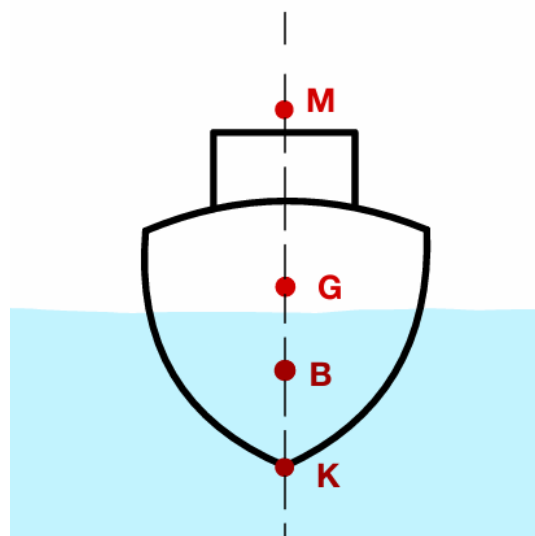


Figura 2-11 Puntos relacionados con la estabilidad inicial [Elaboración propia]

2.5.1 Estabilidad transversal

Es la capacidad de un buque para adrizarse en la dirección del balanceo. Dado que los barcos suelen ser más largos que anchos, la estabilidad transversal de un buque suele ser la condición limitante de la estabilidad.

- **Estabilidad inicial**

En la figura podemos ver cómo cuando un barco se escora un ángulo, su peso no está en línea con la fuerza de flotación. La separación de las fuerzas del peso y empuje de sentido contrario de las que hemos hablado, crea un par de fuerzas denominado par de adrizamiento. Llamaremos brazo de adrizamiento a la distancia horizontal entre ambas fuerzas contada desde el centro de gravedad. Y Z será el punto de intersección con la línea BM al trazar una línea horizontal desde G (Figura 2-13).

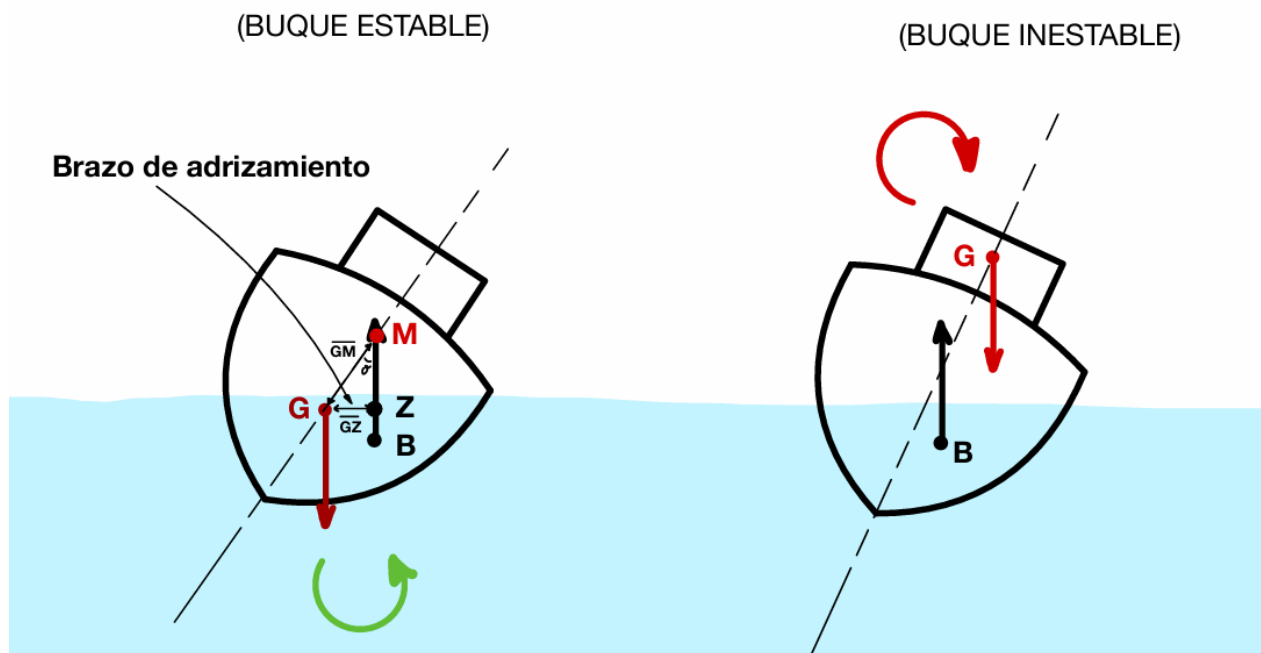


Figura 2-12 Momento de adrizamiento en ángulos de escora pequeños [Elaboración propia]

El momento de adrizamiento RM viene dado por el producto de la fuerza de gravedad W por la separación entre ambas, es decir, por el brazo de adrizamiento GZ .

$$RM = W \cdot GZ$$

Geométricamente, podemos definir el brazo de adrizamiento GZ como:

$$GZ = GM \cdot \sin \theta$$

Siendo GM la altura metacéntrica y θ el ángulo de escora

Si el centro de gravedad se encuentra abajo del metacentro aparece un par de adrizamiento, el buque es estable, y volverá a su posición inicial. Si por el contrario el centro de gravedad está sobre el metacentro aparece un par escorante y el buque será inestable (figura 2-12).

- **Estabilidad a grandes ángulos**

Dado que el análisis inicial sólo es válido para ángulos pequeños, si queremos comprender la estabilidad del buque en todas las condiciones, es necesario evaluar como varía el brazo de adrizamiento GZ para todos los ángulos de escora y diferentes condiciones de desplazamiento.

Las curvas transversales de estabilidad (figura 2-13) muestran cómo cambia el brazo de adrizamiento GZ en función del desplazamiento para determinados ángulos de escora. Estas curvas permiten visualizar cómo afecta la carga y el calado del buque a su capacidad de adrizarse, proporcionando información sobre su comportamiento en diferentes condiciones operativas. Pueden utilizarse para generar curvas de estabilidad estática para un desplazamiento determinado.

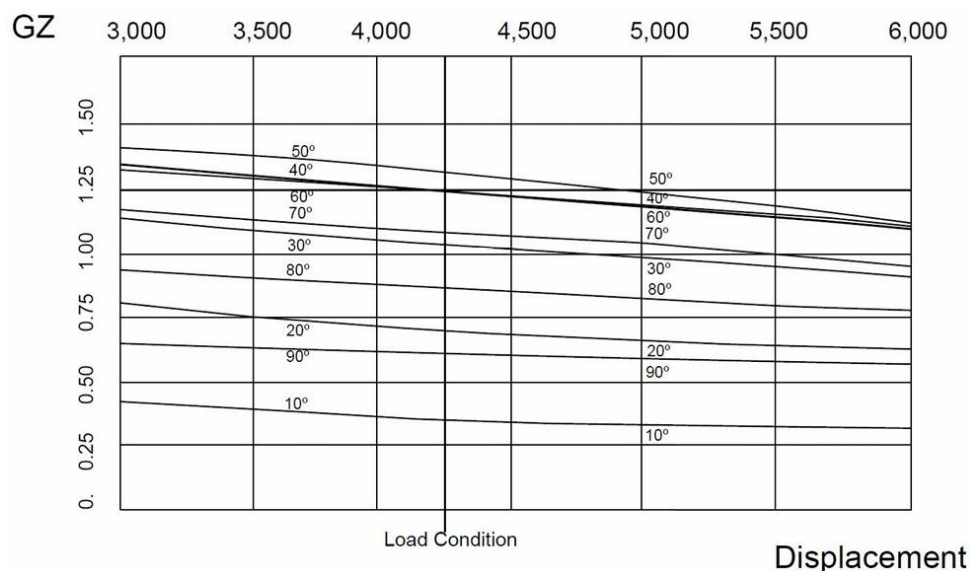


Figura 2-13 Ejemplo de curva transversal de estabilidad [23]

Para analizar la estabilidad de un buque con un desplazamiento específico, se puede derivar una curva de estabilidad estática a partir de las curvas transversales de estabilidad (figura 2-14). Para generar esta curva, simplemente se traza una línea vertical al desplazamiento a estudiar y se eligen puntos de corte de cada una de las curvas que corresponden a diferentes ángulos de escora. A continuación, cada punto se traza en una curva que muestra el brazo de adrizamiento GZ en función del ángulo de escora para la condición de desplazamiento elegida. El resultado es la curva de estabilidad estática, que muestra cómo varía la capacidad de adrizamiento del buque en función del ángulo de escora del buque para el desplazamiento seleccionado [21].

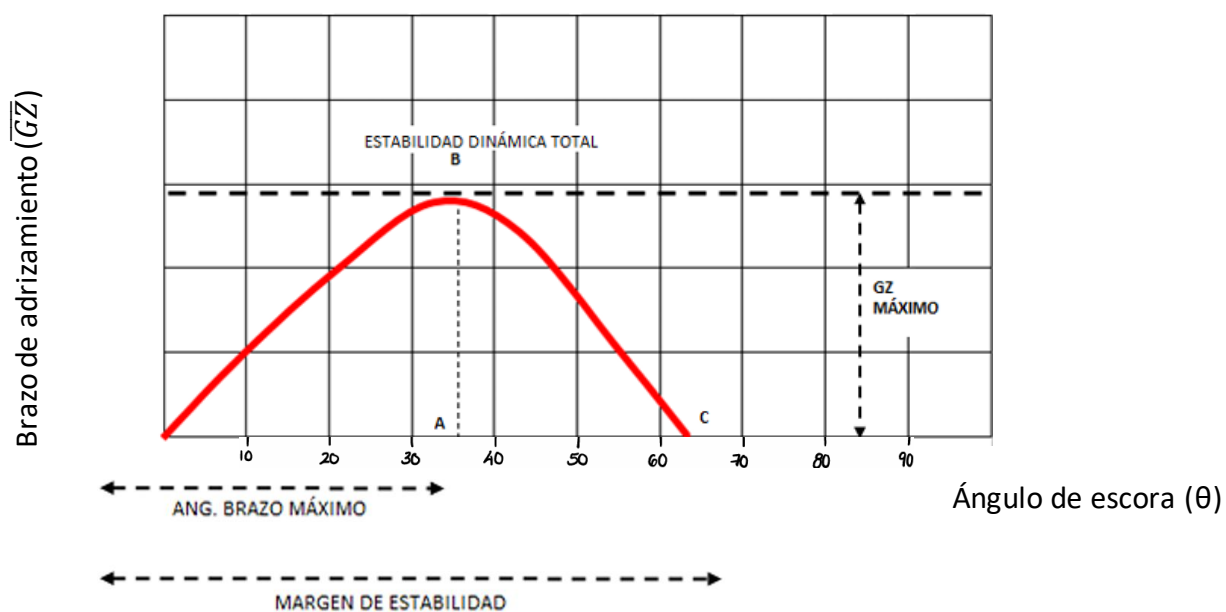


Figura 2-14 Ejemplo de curva de estabilidad inicial [22]

Como se ha visto anteriormente, para pequeños ángulos de escora, la relación entre el ángulo de escora y el brazo de adrizamiento se expresa como $GZ = GM \cdot \sin \theta$. Por tanto, la pendiente inicial de la curva está relacionada con la altura metacéntrica GM . Si GM es grande, la curva será pronunciada y el buque tendrá una estabilidad inicial elevada. Si por el contrario GM es pequeño, la pendiente será más suave, indicando menor estabilidad inicial.

A medida que el ángulo de escora aumenta, el brazo de adrizamiento GZ crece hasta alcanzar su valor máximo. Este punto representa la mayor capacidad del buque para resistir un momento escorante.

A partir de este ángulo en el que se alcanza un valor máximo, el buque no puede adoptar una escora permanente sin grave riesgo de dar la vuelta. En general, esto es lo que ocurre al llegar a este ángulo, porque a partir de éste los momentos de adrizamiento empiezan a disminuir y serían menores que los momentos escorantes [20].

2.5.2 Estabilidad longitudinal

Es la capacidad del buque para recuperar su equilibrio tras una inclinación en el eje proa-popa (cabeceo o asiento). Dado que la eslora del buque es significativamente mayor que su manga, la estabilidad longitudinal es considerablemente mayor que la transversal, lo que hace que los efectos del cabeceo sean menos pronunciados en comparación con el balanceo (figura 2-15).

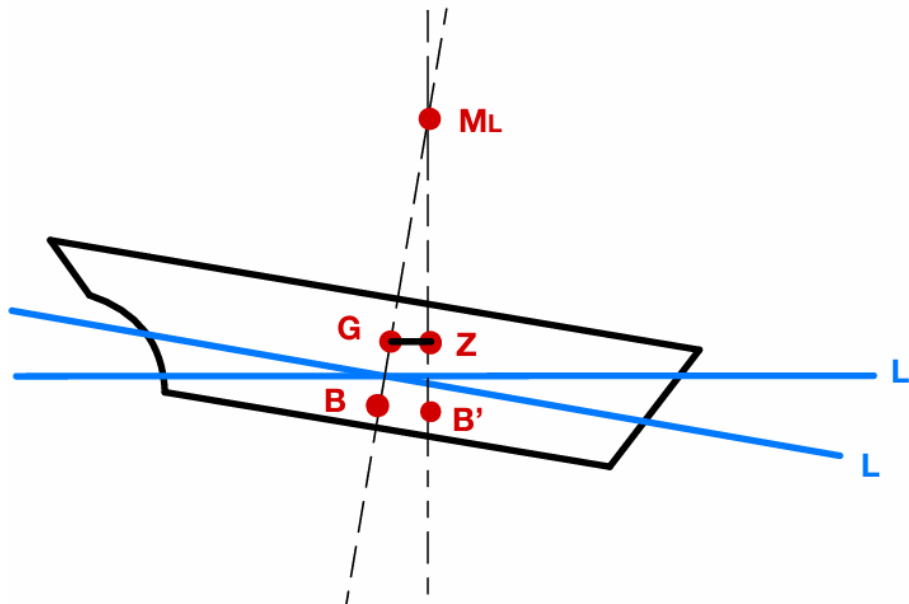


Figura 2-15 Estabilidad longitudinal [Elaboración propia]

2.6 Balance y estabilidad dinámica

Además del análisis de la estabilidad estática mediante las curvas de estabilidad, se debe considerar la estabilidad dinámica, que describe el comportamiento del buque cuando está sometido a fuerzas externas y cómo reacciona ante ellas en movimiento. Un aspecto a considerar en este análisis es el balance del buque, que se puede estudiar en sus dos componentes principales:

- Balance transversal (balance): Movimiento oscilatorio de banda a banda.
- Balance longitudinal (cabezada): Movimiento oscilatorio de proa a popa.

En ambos casos, el buque se comporta como un péndulo compuesto, donde la estabilidad dinámica está determinada por la relación entre la altura metacéntrica GM y la periodicidad del balance [20].

2.6.1 Movimiento de balance

Cuando un buque es sometido a un momento escorante transversal, se inclina hasta que el momento de adrizamiento se equilibra con el momento escorante. Cuando la fuerza externa desaparece, la energía acumulada se transforma en energía cinética, dando lugar a un movimiento oscilatorio que continuará hasta que el rozamiento y la resistencia del agua disipen la energía.

El período de balance puede aproximarse mediante la siguiente ecuación empírica:

$$T = K \cdot \frac{M}{\sqrt{GM}}$$

Donde:

- T es el período en segundos
- K es una constante igual a 0,78
- M es la manga máxima del buque. La manga es la longitud del buque de estribor a babor.
- GM es la altura metacéntrica transversal

2.6.2 Movimiento de cabezada

De manera análoga al balance transversal, el buque también experimenta movimientos oscilatorios en el eje longitudinal cuando es afectado por fuerzas externas como el oleaje. Este fenómeno se denomina cabeceo y está determinado por la altura metacéntrica longitudinal GM_L .

$$T = K \cdot \frac{L}{\sqrt{GM_L}}$$

En este caso se sustituye la manga M por la eslora L que es la longitud total del buque de proa a popa, y la altura metacéntrica transversal, por la longitudinal GM_L [20].

3 DESARROLLO DEL TFG

En este apartado se llevará acabo el desarrollo del trabajo, en el que se analizarán trazas sintéticas teóricas de cómo se espera que sea la fotografía, teniendo en cuenta que el análisis se supondrá en ángulos de escora pequeños, para trabajar con estabilidad inicial (escoras entre 0° y 10°), y que la fotografía se supondrá tomada con el buque navegando en la dirección del movimiento aparente de los astros. La detección del punto de adrizamiento se obtendrá a partir de la síntesis entre el análisis del perfil de la traza estelar y los datos proporcionados por los sensores del buque.

3.1 Análisis de trazas estelares

El análisis de trazas estelares en imágenes de largo período de exposición permite extraer información sobre el movimiento del propio buque. En el contexto del estudio de adrizamiento en buques, este análisis se vuelve particularmente relevante, ya que las variaciones en la inclinación del barco afectan directamente la orientación de la cámara y, por ende, la forma y brillo de las trazas capturadas en la imagen.

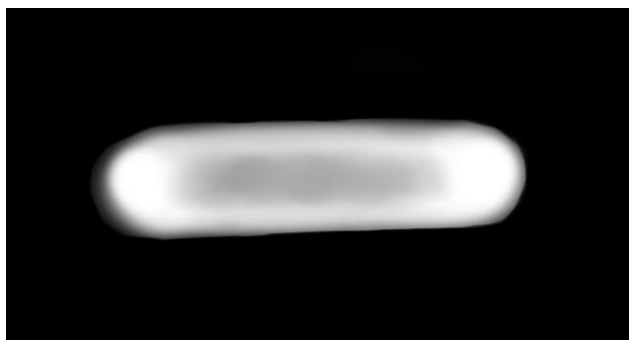


Figura 3-1 Traza sintética [Elaboración propia]

En la figura 3-1 se muestra una traza sintética que muestra un ejemplo de cómo se vería una estrella fotografiada desde un buque en movimiento. Al analizar estas variaciones de brillo, es posible correlacionarlas con los movimientos del buque y, en particular, identificar el instante en el que el barco alcanza una posición de adrizamiento, que es el principal objetivo de este estudio.

El movimiento del buque genera patrones característicos en la traza que podemos dividir en dos componentes principales. Se pueden diferenciar variaciones transversales relacionadas con el balanceo del buque, y que afectarán a la anchura de la traza en la imagen. Por otro lado, las variaciones longitudinales, asociadas al cabeceo, el movimiento aparente de los astros, y el propio avance del buque influyen en la longitud de la traza [3]. A partir del análisis de estos patrones, es posible extraer

información de la estabilidad del barco y su comportamiento dinámico durante el periodo de exposición de la imagen.

Dado que la cámara captura electrones en función del tiempo de exposición, se puede deducir que, a mayor velocidad angular de la cámara durante la toma de la foto, menos electrones serán capturados, lo que se traducirá en una menor intensidad de brillo en la imagen. En un ciclo de oscilación del buque, en los momentos de máxima escora, la velocidad angular es nula mientras que, en los instantes de adrizamiento, la velocidad angular es máxima. Sin embargo, más adelante veremos que esto no siempre es cierto ya que, si el buque presenta una escora permanente, el instante de máxima velocidad angular no coincidirá exactamente con el de adrizamiento, lo que puede afectar la interpretación de los datos y requerirá un ajuste en el análisis.

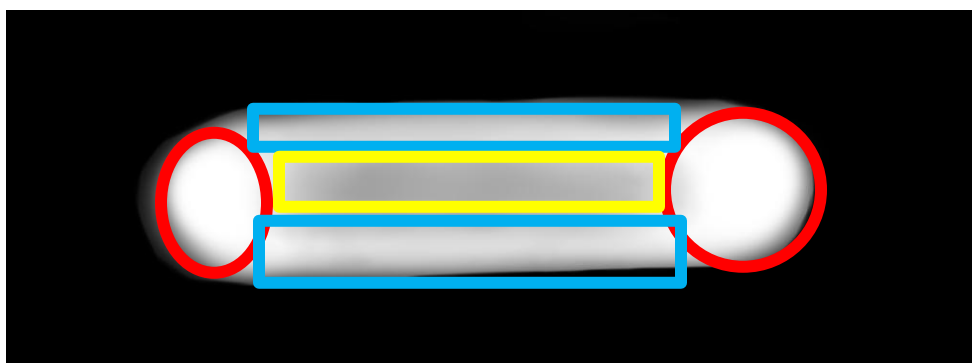


Figura 3-2 División de zonas en la traza [Elaboración propia]

En la figura 3-2 podemos ver una traza estelar dividida en diferentes zonas de colores asociadas al movimiento que la ha provocado [3]. A continuación, se describen estos movimientos, teniendo en cuenta que ninguna de las áreas guarda relación entre sí, ni siquiera entre las que comparten el mismo color.

- Azul: corresponde a la parte de la traza afectada por el movimiento de balance, es decir, el movimiento de inclinación transversal del buque. Este movimiento provoca una variación en la orientación de la cámara, lo que provoca una expansión en la anchura de la señal.
- Rojo: representa el movimiento de cabezada, en la dirección del desplazamiento, es decir longitudinal. Cabe destacar, como podemos ver, que el movimiento de cabezada hacia proa no es perfectamente simétrico con respecto al desplazamiento hacia popa, sino que es más amplio. Esto es debido a factores como la propia forma del barco, que suele tener una proa con forma más afilada y una popa más ancha y con mayor flotabilidad, lo que genera una resistencia mayor al cabeceo hacia popa, o la posición del centro de gravedad [22].
- Amarillo: corresponde a la señal influenciada por el movimiento aparente de los astros combinado con el avance del propio buque. Esta es la región donde se buscará el instante de adrizamiento ya que representa el momento en el que el buque se encuentra más próximo a la posición vertical.

Para determinar con precisión el momento de adrizamiento, se analizará el perfil de brillo de la traza estelar y se ajustará a diferentes modelos matemáticos, específicamente la función de Gauss y la función Tepui. Estas funciones permiten modelar de manera óptima la distribución de intensidad lumínica a lo largo de la traza, permitiendo obtener una solución que indique la posición exacta en la que el buque alcanza su posición de equilibrio, momento en el cual la velocidad angular es máxima. Además, se realizará una comparación entre ambos modelos para evaluar cuál ofrece un mejor ajuste a los datos, permitiendo así una caracterización más precisa del movimiento del buque.

3.2 Modelado del perfil de brillo

Para comprender la distribución de la intensidad luminosa a lo largo de la traza estelar, se ha generado un mapa tridimensional del brillo. Esto permite analizar cómo varía la captación de electrones a lo largo de la imagen y extraer una gráfica en dos dimensiones que describa este comportamiento.

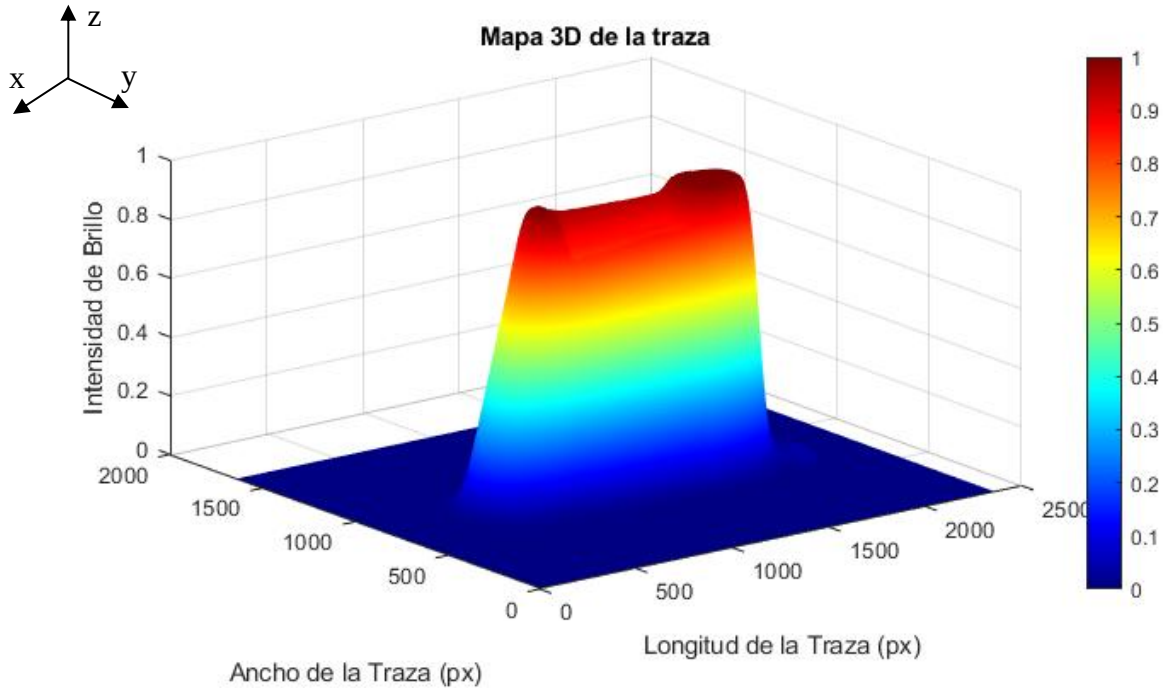


Figura 3-3 Mapa 3D del perfil de brillo de una traza estelar [Elaboración propia]

Este mapa tridimensional del brillo representa la variación de intensidad luminosa en la traza, donde el eje x corresponde a la longitud de la traza en píxeles, el eje y a su anchura, afectado por el balanceo del buque y el eje z a la intensidad del brillo normalizada. A partir de este mapa, es posible identificar regiones de mayor acumulación de electrones y modelar matemáticamente su comportamiento.

Para el análisis del perfil de brillo de la traza, se ha optado por normalizar la intensidad de brillo entre 0 y 1. Esta decisión se justifica en que el valor absoluto del brillo máximo no es un factor relevante en nuestro estudio, ya que analizamos la forma del perfil de brillo y no su magnitud real. El brillo máximo captado en una imagen depende de múltiples factores externos, como la distancia de la estrella, su tamaño o su luminosidad. Sin embargo, como en este análisis estamos considerando una única estrella de manera aislada, la escala absoluta del brillo no afecta a nuestras conclusiones. Esto va a facilitar la aplicación de modelos matemáticos de ajuste sin que los parámetros dependan del número de electrones capturados en la imagen.

A partir de este mapa tridimensional, se ha obtenido el perfil de brillo a lo largo del eje y de la imagen. Para ello se ha representado la variación de la intensidad del brillo, obteniendo así una silueta que describe cómo cambia el brillo a lo largo de la traza. Esta representación (Figura 3-4) permite analizar las transiciones de brillo, identificar patrones asociados al movimiento de balance del buque y ajustar modelos matemáticos que caractericen su comportamiento.

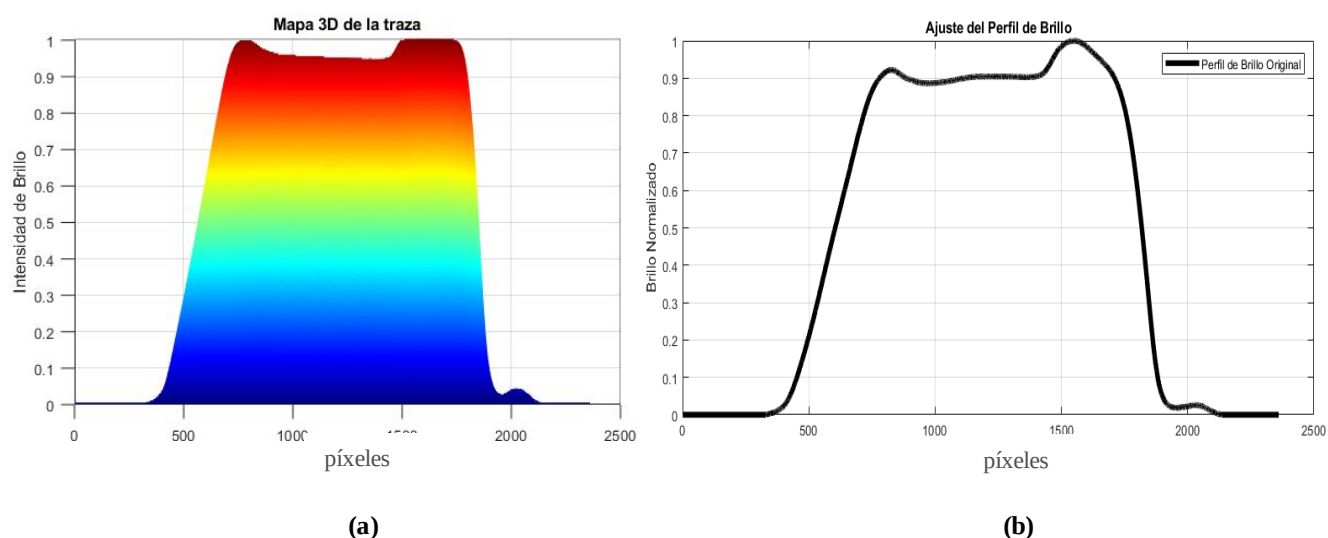


Figura 3-4 Gráfica de la variación de brillo en la longitud de la traza [Elaboración propia]

En la figura 3-4, se presenta, a la izquierda (a), el mapa tridimensional de la intensidad de brillo de la traza estelar. A partir de este mapa se ha extraído el perfil unidimensional mostrado a la derecha (b), correspondiente a los valores de brillo tomados en la final central de la imagen, es decir, en la línea media del ancho de la traza (figura 3-5). Este perfil reducido permite un análisis más claro de la evolución del brillo en función del tiempo (proporcional a la longitud de la traza), reflejando así el movimiento de balance del buque. Por ello es sobre esta representación donde se centrará el estudio posterior.

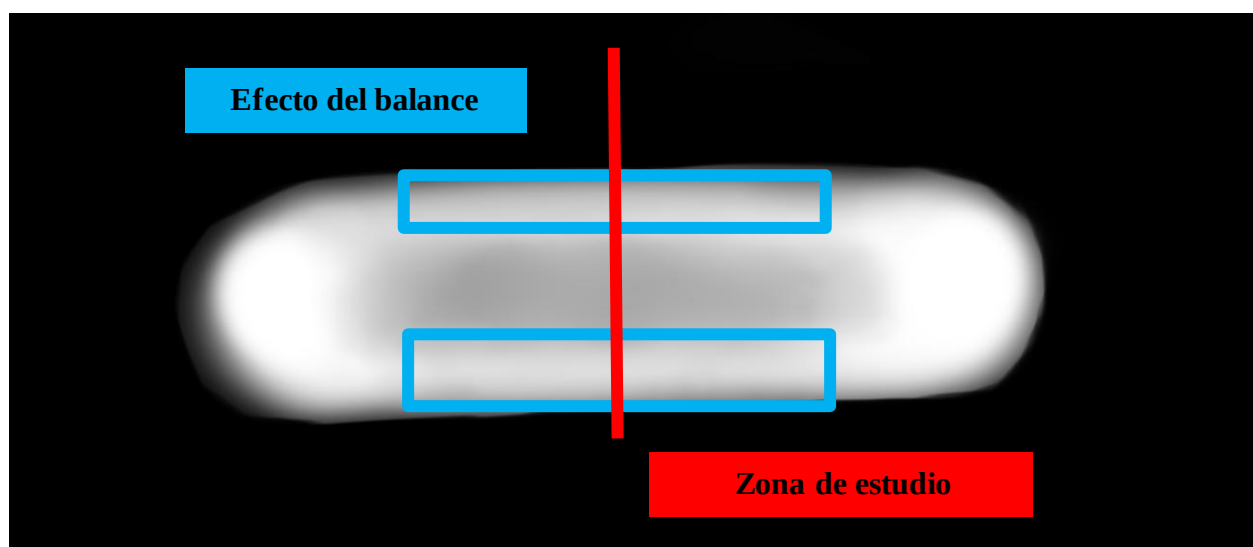


Figura 3-5 Zona de estudio del brillo de la traza [Elaboración propia]

Para el punto de adrizamiento en una traza estelar, es necesario analizar la distribución del brillo a lo largo de ambos ejes de la imagen. El eje y permite evaluar el movimiento de balance, ya que refleja la oscilación transversal del buque. Por otro lado, el eje x, aunque también registra desplazamientos derivados del balance, está influenciado adicionalmente por el movimiento de avance del buque, que introduce una componente constante o casi constante en esa dirección. Esta superposición puede distorsionar la simetría de la traza en el eje x, por lo que es crucial tenerlo en cuenta al analizar el perfil de brillo para identificar el instante en que el buque se encontraba adrizado.

3.2.1 Ajuste del perfil de brillo de una traza a la función de Gauss

Para modelar la distribución del perfil de brillo en la traza, se ha realizado un ajuste utilizando una función de Gauss en MATLAB, definida por la expresión:

$$f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

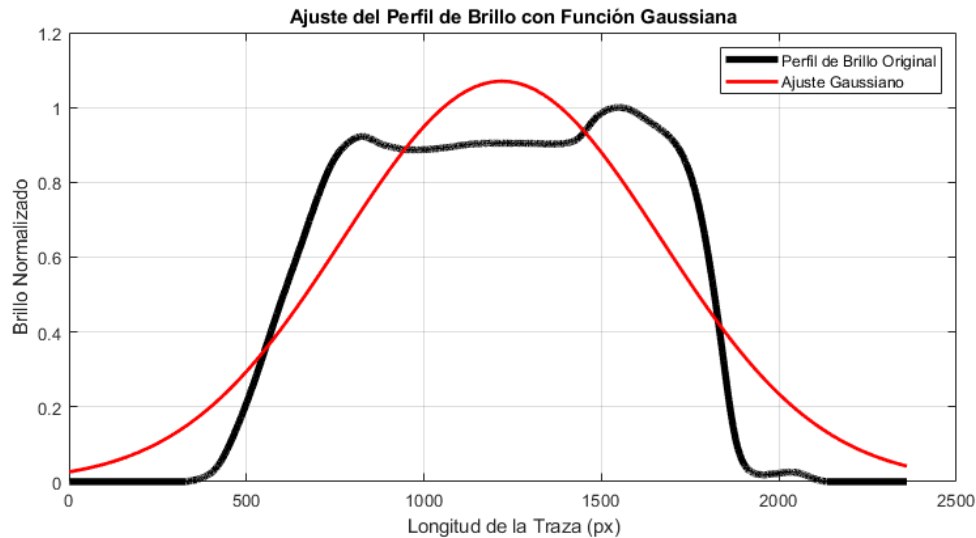


Figura 3-6 Ajuste de la función de Gauss al perfil de brillo [Elaboración propia]

En este caso, se aprecia cómo la función de Gauss no se ajusta de forma precisa al perfil de brillo de la traza. El máximo se encuentra en la zona central cuando en la traza tenemos dos máximos en los extremos. Además, la función de gauss presenta las pendientes de forma simétrica, cuando podemos ver que la pendiente del perfil de brillo no es simétrica.

- **Formación de la función ajustada**

Para dibujar la función de Gauss ajustada al perfil de brillo dado, se parte de unos parámetros iniciales, que deben ser lo más parecido posibles a los esperados. Es cierto que en el caso de esta función no es necesario establecer unos parámetros iniciales aproximados, sino que se ajusta automáticamente como se ha observado en este caso. Sin embargo, al introducirlos se reduce el tiempo de cómputo entre otras ventajas. Como se vio anteriormente, la función de Gauss consta de tres parámetros que son los siguientes:

- Amplitud (A). Hemos dicho que la intensidad de brillo se ha normalizado a valores entre 0 y 1 y por tanto el valor inicial que se da siempre a la función será 1, que es el valor máximo que siempre tomará la función.
- El punto valor central de la función (x_0). Se obtendrá con la función `mean(x_datos)` en MATLAB, que define el punto central de la distribución de datos en el eje y de la imagen.
- La desviación típica (σ). Será la longitud de la traza medida en píxeles o en tiempo (Período proporcionado por los sensores del buque).

El ajuste de la función a los datos del perfil de brillo se ha realizado utilizando la herramienta *Curve Fitter* de MATLAB, que permite ajustar modelos no lineales mediante optimización numérica. Primero se cargan los datos equivalentes al perfil de brillo extraídos de la imagen de la traza (figura 3-5). En *Curve Fitter*, se seleccionó la opción de ajuste mediante una función Gaussiana, la cual MATLAB ajusta automáticamente los datos.

Coefficients	StartPoint		Value
A	1	A	1.0703
x_0	1250	x_0	1.2194e+03
σ	1500	σ	633.4969

(a)

(b)

Figura 3-7 Parámetros iniciales (a) y parámetros del ajuste (b) de Gauss [Elaboración propia]

En la figura 3-8, podemos ver que al introducir manualmente los parámetros iniciales (a) se obtiene de resultado los valores óptimos una vez calculado el ajuste (b).

A pesar de que la función de Gauss permite describir de manera aproximada la distribución del brillo en la traza, presenta algunas limitaciones a la hora de aplicarla en este contexto. Una de las principales restricciones es que asume una simetría perfecta. No obstante, la función de Gauss sigue siendo ampliamente utilizada en astronomía, ya que se ha comprobado que se ajusta casi perfectamente cuando la estrella aparece como un punto en la imagen. En estos casos, el perfil de brillo sigue una distribución Gaussiana natural debido a los efectos ópticos en el sensor de la cámara, como se puede comprobar a continuación en la figura 3-9:

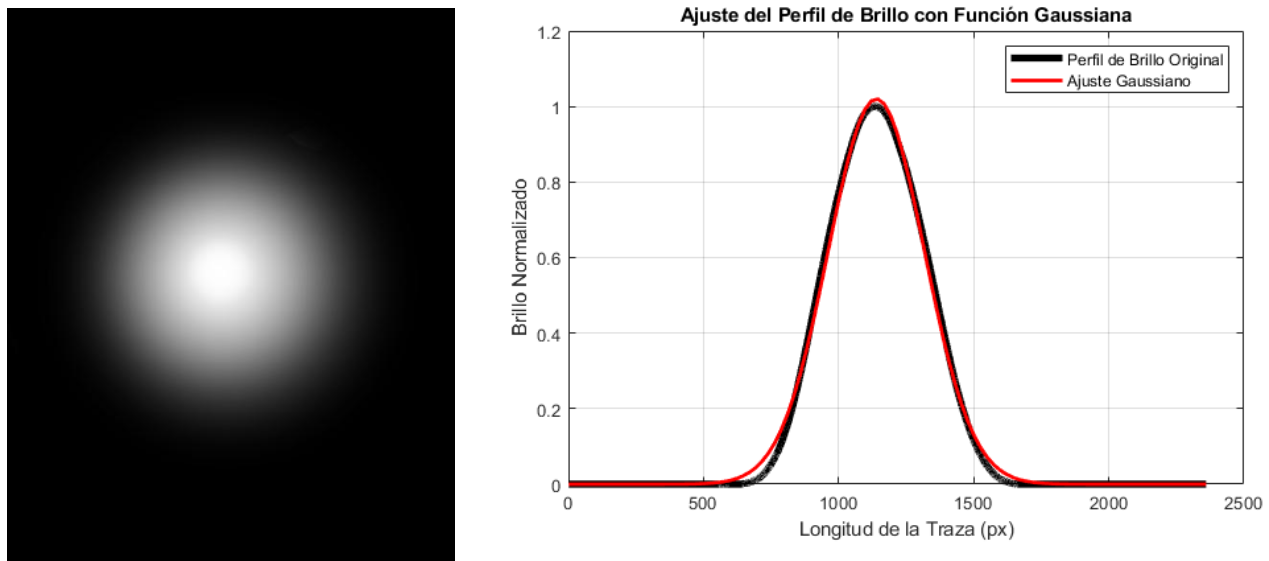


Figura 3-8 Ajuste del perfil de brillo de una estrella puntual a la función de Gauss [Elaboración propia]

Aunque la función de Gauss proporciona un ajuste que en algunos casos puede ser razonable para describir el perfil de brillo, sus limitaciones en la representación de una traza hacen necesario explorar modelos más flexibles que también nos permitan un análisis más preciso. En la siguiente sección se analizará la función Tepui, que permite ajustar mejor la meseta central y las transiciones de brillo observadas en la traza.

3.2.2 Ajuste del perfil de brillo de una traza a la función Tepui

Para modelar la distribución del perfil de brillo a lo largo de la traza, se ha realizado un ajuste utilizando una función Tepui en MATLAB, definida por la expresión:

$$f(x) = A[\arctg(b_1(x + c_1)) - \arctg(b_2(x - c_2))]$$

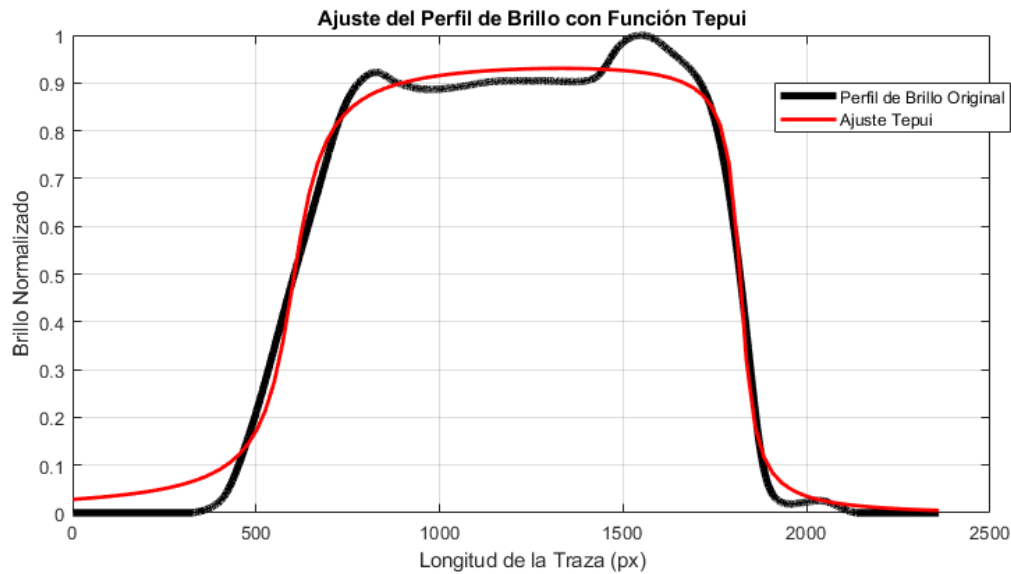


Figura 3-9 Ajuste de la función Tepui al perfil de brillo [Elaboración propia]

En este caso, se puede apreciar a simple vista que el ajuste es mucho más preciso que con la función de Gauss ya que permite representar de manera más realista la meseta central y las transiciones de los extremos. Esto puede ser útil para un análisis más profundo de la taza y poder encontrar el punto de adrizamiento.

• Formación de la función ajustada

Para representar la función Tepui ajustada al perfil de brillo, se parte de unos valores iniciales estimados que han de ser lo más parecido posible a los valores reales. Son estos datos los que nos proporcionarán los sensores del buque. Como se vio anteriormente, la función Tepui consta de cinco parámetros que son los que a continuación se relacionan:

- Amplitud (A). A diferencia de la función de Gauss, en la función Tepui la amplitud A no representa directamente el valor máximo del perfil de brillo. Su efecto está condicionado por la interacción con los demás parámetros, que afectan tanto la forma como la transición entre regiones de la taza. En muchos casos, se observa que el valor de A suele ser aproximado a un tercio del brillo máximo. Sin embargo, esta no es una regla general y puede variar según la distribución de brillo. En este análisis, donde el brillo está normalizado entre 0 y 1, se ha decidido establecer un valor inicial de $A=0.3$ como punto de partida para el ajuste, basándonos en pruebas previas.
- Las pendientes (b_1 y b_2). Como la función Tepui modela la distribución de brillo en la taza en función del movimiento del buque, la variabilidad en el período de oscilación puede afectar directamente la inclinación de las pendientes de la función, modificando la forma de la taza estelar.
- (c_1 y c_2). El parámetro “ c ” determina la posición de los extremos de la taza medido en píxeles o en tiempo. Cuanto más alargada sea la taza, mayor será la diferencia entre ambos valores.

Tras haber establecido los parámetros iniciales, al igual que se hizo anteriormente con la función de Gauss, se introducen en herramienta Curve Fitter de MATLAB. En este caso la función Tepui no está definida en la herramienta, por tanto, hay que introducirla manualmente. Además, se ha podido comprobar que, sin parámetros iniciales, Curve Fitter no es capaz de encontrar los cinco parámetros óptimos, por tanto, se deben introducir manualmente unos valores iniciales parecidos a los que se esperan obtener.

Coefficients	StartPoint		Value
A	0.3000	A	0.3107
b1	0.3000	b1	0.0155
b2	1	b2	0.0349
c1	-600	c1	-600.0169
c2	1800	c2	1.8204e+03

(a)

(b)

Figura 3-10 Parámetros iniciales (a) y parámetros del ajuste (b) de Tepui [Elaboración propia]

En la figura 3-11 se puede ver a la izquierda (a) los parámetros iniciales introducidos y a la derecha los valores óptimos para ajustar la función que han sido calculador y proporcionados por la herramienta.

3.2.3 Comparación de la función de Gauss y la función Tepui

En este apartado se comparan los resultados obtenidos al ajustar el perfil de brillo de la traza con la función de Gauss y la Tepui (figura 3-11), analizando sus ventajas, limitaciones y cuál representa mejor la distribución real del brillo en la imagen.

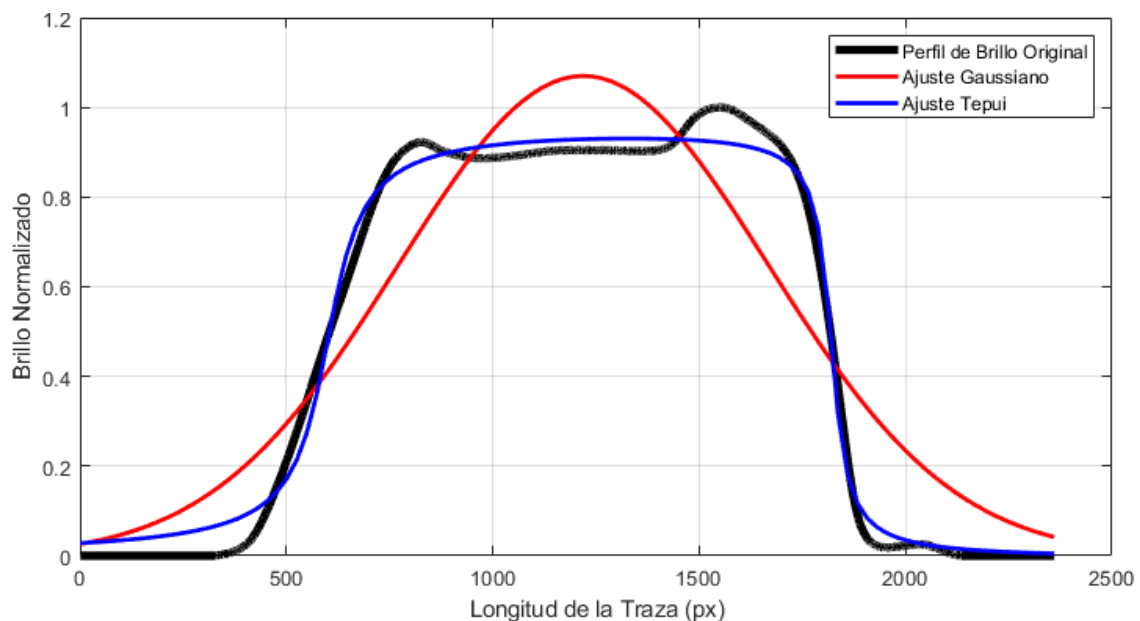


Figura 3-11 Comparación del ajuste con Gauss y Tepui [Elaboración propia]

Con el objetivo de determinar cuál de los dos modelos describe mejor la distribución de brillo en la imagen, se ha calculado una métrica de error, que es el Error Cuadrático Medio (MSE) [23]. Este error mide la diferencia promedio cuadrática entre los valores experimentales y los predichos por el modelo. Un valor más bajo indica un mejor ajuste. Se calculará a continuación mediante la fórmula que se relaciona:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

Donde:

- y_i son los valores reales del perfil de brillo
- $f(x_i)$ son los valores predichos por la función ajustada (Gauss o Tepui)
- n es el número total de puntos

Los valores obtenidos para cada ajuste en MATLAB (figura 3-11) son los siguientes:

Métrica	Ajuste Gauss	Ajuste Tepui
MSE	0.0249	0.0015

Tabla 3-1 Valores del error cuadrático medio (MSE) para cada ajuste [Elaboración propia]

A partir de los valores presentados en la tabla, se observa que la función Tepui presenta un MSE menor a la de Gauss, lo que indica que el modelo tiene una menor desviación respecto a los datos experimentales. Estos resultados pueden observarse visualmente en la figura 3-11, donde se representa la comparación visual entre los datos experimentales y los ajustes obtenidos con ambas funciones. Se aprecia que la función Tepui sigue más de cerca la distribución del brillo en la imagen en comparación con la de Gauss.

- **Ventajas función de Gauss**

En primer lugar, la función de Gauss es un modelo con sólo tres parámetros, lo que facilita su implementación en el ajuste. Además, cuando un astro se representa como un punto, la función de Gauss se ajusta casi perfectamente, lo que la hace ampliamente utilizada en astronomía.

- **Limitaciones función de Gauss**

Sin embargo, en caso de trabajar con trazas estelares, la función de Gauss no captura adecuadamente la meseta central de la traza ya que su forma decrece continuamente a ambos lados de su valor máximo. Esto conlleva que no permite modelar correctamente las regiones donde el brillo permanece constante. Además, el valor máximo está fijado en el centro de la distribución, lo que no necesariamente coincide con el punto de máximo brillo de la traza. Como resultado, el parámetro de posición central no tiene una interpretación física relevante dentro del contexto del movimiento del buque.

- **Ventajas función Tepui**

Por otro lado, la función Tepui representa mejor la meseta central de la traza, ya que permite una zona de brillo uniforme en el centro de la distribución. En definitiva, se adapta mejor a la forma real del perfil de brillo ya que sus transiciones pueden ser asimétricas, algo que la función de Gauss no puede modelar. Esto es realmente relevante en nuestro análisis ya que permite extraer información sobre el movimiento del buque y facilita la identificación del instante de adrizamiento.

- **Limitaciones función Tepui**

Sin embargo, esta función presenta algunas limitaciones respecto a la de Gauss. Al tener más parámetros, su ajuste es más complejo y requiere una selección más precisa de valores iniciales para garantizar la convergencia del modelo. Además, es más sensible a las condiciones iniciales, lo que implica que un mal ajuste en los parámetros podría generar una mala representación del perfil de brillo.

En conclusión, la función Gaussiana es preferible en términos astronómicos siempre que sea posible, debido a su simplicidad matemática y robustez. No obstante, cuando se requiere mayor precisión y un análisis más detallado del movimiento del buque, además de observar una asimetría la función Tepui es más adecuada, ya que permite modelar mejor la estructura real del perfil de brillo y sus transiciones.

3.3 Determinación teórica del punto de adrizamiento

Después de deducir que la función Tepui es la que mejor se ajusta al perfil de brillo de las trazas capturadas, el siguiente paso es averiguar cuál es el punto de adrizamiento, es decir, cuál es el punto de la traza que representa al astro en el momento en el que el buque se encuentra adrizado. En un primer momento se podría pensar que este punto buscado coincidirá con el centro geométrico de la traza, pero se ha visto que, debido a diversos factores relacionados con la estabilidad del buque, generalmente no ocurre así.

Para ello, se estudian dos casos con las siguientes restricciones:

- Se estudia una escora máxima del buque dentro de la linealidad de movimiento del buque, que se supone entre 0 y 10°
- Se analizará la traza en la dirección transversal, donde está afectada por el movimiento de balance
- Se supone un balance simétrico con igual escora a ambas bandas
- Se estudiará un caso en el que se supone que el buque está inicialmente adrizado, y un segundo en el que se supone que el buque sale de puerto con una escora permanente

Para abordar este problema, se empleará una combinación de datos obtenidos de sensores a bordo, el SICP (COMPLEX) (Ship Inertial Control Platform) y del análisis de la traza de la imagen, estableciendo una correlación entre ambos mediante la función Tepui. La hipótesis del estudio es que las trazas estelares en la imagen reflejan un patrón característico, lo que posibilita identificar ese instante a partir del ajuste de la función.

SICP	Traza de la imagen
Grados de escora	Pendientes
Inercias	Periodo
Condiciones de contorno	

Tabla 3-2 Datos disponibles

El SICP proporciona los grados de escora, tanto instantáneos como máximos, las inercias, de donde se obtiene los momentos en los que la velocidad es nula o máxima y el diferencial de movimiento. Gracias a esto, se pueden conocer las condiciones de contorno del problema, como por ejemplo el periodo de balanceo, punto intermedio entre los valores extremos de balanceo o escora permanente.

Además, del análisis de la imagen (trazas) se puede observar los dos máximos de la función que coinciden con los momentos de velocidad 0, y obtener el periodo entre los valores máximos de balanceo relacionándolo con la longitud de la traza.

3.3.1 Caso 1: Buque inicialmente adrizado

En este caso, se parte de que, ante la ausencia de fuerzas externas, el buque en su estabilidad inicial se encuentra totalmente adrizado. Mediante el SICP del barco, se obtiene que la escora a ambas bandas en un ciclo de adrizamiento y se mide el tiempo que ha tardado el buque en escorar de banda a banda. Este tiempo, no es lo suficientemente preciso para aplicarlo a la traza, y nos servirá como valor inicial para el ajuste de la función Tepui.

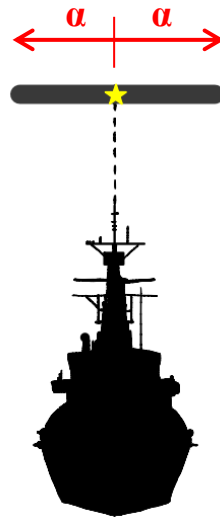


Figura 3-12 Buque inicialmente adrizado [Elaboración propia]

A continuación, se presenta el perfil transversal de brillo de la traza capturada bajo estas condiciones:

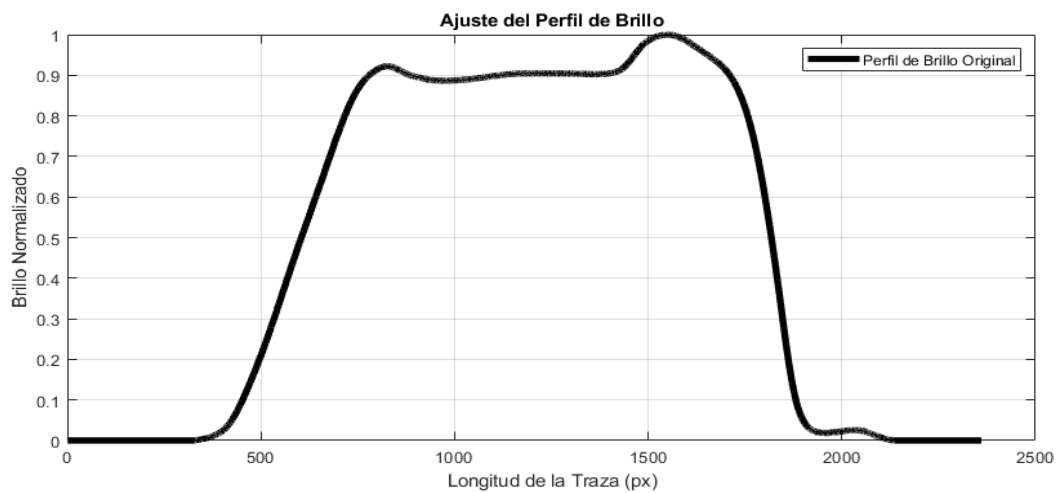


Figura 3-13 Gráfica del brillo de una traza [Elaboración propia]

De la gráfica de la figura 3-6 y de los sensores del buque, se deducen cual serán los parámetros iniciales para la función Tepui:

- Como ya se ha comentado anteriormente, la amplitud siempre se tomará 0.3 debido a la normalización que se realiza en el brillo de la traza
- En cuanto a las pendientes (b_1 y b_2), en lugar de establecer un número exacto de valor inicial, se pondrá un intervalo con la opción *bound* en MATLAB. Entre 0 y 10.
- Y por último el tiempo obtenido del SICP en segundos, será el valor inicial que se estime para el parámetro c ($c_1 = 0$ y $c_2 = \text{tiempo SICP}$)

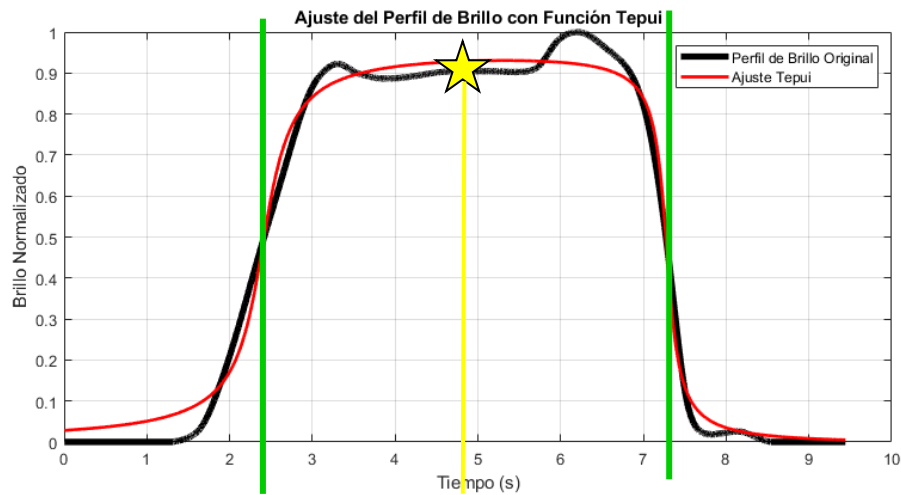


Figura 3-14 Ajuste Tepui y resultados valores ajustados [Elaboración propia]

De la gráfica de la figura 3-14, suponiendo una escora igual en grados a ambas bandas, el punto de adrizamiento se deduce en el punto medio entre los valores de c obtenidos del ajuste.

Como se muestra anteriormente, los parámetros c_1 y c_2 determinan la posición de los extremos de la traza en segundos. Por tanto, se deduce de los parámetros ajustados c_1 y c_2 el tiempo entre escoras:

$$tiempo = c_2 - c_1$$

En este caso, para la resolución no es necesario el dato de la escora, sólo para saber que es igual a ambas bandas y que no hay escora permanente en el buque.

3.3.1 Caso 2: Buque con escora permanente

En este segundo caso, se parte de una situación en la que el buque, aunque no esté sometido a ninguna fuerza externa, presenta una escora permanente. Es decir, no se encuentra completamente adrizado debido a factores internos como el reparto desigual del lastre o una distribución de cargas descompensada, lo que provoca que el buque se incline de forma constante hacia una de sus bandas.

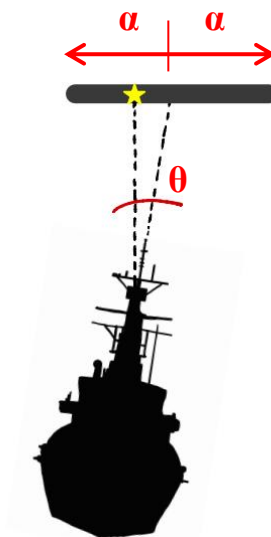


Figura 3-15 Buque inicialmente con escora permanente [Elaboración propia]

En este caso, los datos de escora proporcionados por el SICP son diferentes a cada banda, y también nos proporciona el tiempo transcurrido entre los instantes en los que la velocidad angular del balanceo es nula, es decir, entre dos posiciones extremas de escora, que será el valor inicial para los parámetros c_1 y c_2 .

Como se ha asumido que el buque realiza un movimiento de balanceo simétrico (es decir, con la misma amplitud hacia ambas bandas respecto a una posición central), se puede deducir que dicha posición central no corresponde al plano vertical absoluto, sino que está desplazada. Además, la escora permanente será en la dirección de la mayor escora. Para encontrarla, se calcula el valor medio de las escoras máximas a babor (α_1) y estribor (α_2):

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

Este valor medio representa el desplazamiento central de la traza, es decir, el ángulo respecto a uno de los extremos de escora. Para encontrar la escora permanente del buque, es necesario determinar cuánto se desvía esta posición central respecto a la vertical. Se calcula restando la escora máxima ($\alpha_{m\acute{a}x}$) con el valor medio:

$$\theta = \alpha_{m\acute{a}x} - \alpha$$

Este resultado indica que el buque tiene una escora permanente (figura 3-16), lo que significa que, incluso en reposo, el buque no se encuentra totalmente adrizado, sino que está inclinado un ángulo θ .

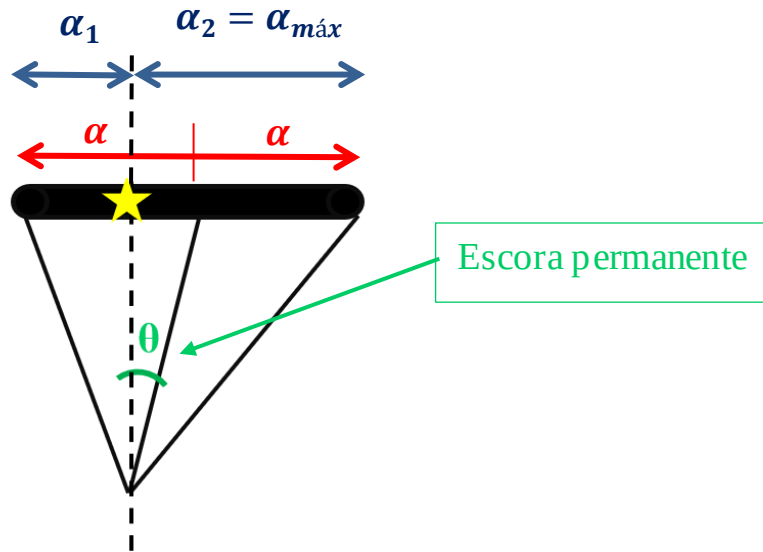


Figura 3-16 Deducción del ángulo de escora permanente [Elaboración propia]

Una vez calculado el ángulo de escora permanente, el siguiente paso es determinar cuánto tiempo toma el buque en recorrer dicho ángulo dentro de su ciclo de balanceo. Para ello, es necesario relacionar el ángulo con el período de oscilación del buque y así poder reflejar esta relación en la traza estelar. Dado que el balanceo del buque va a modelarse como un movimiento armónico simple (MAS), se puede utilizar la ecuación general para describir la evolución angular del tiempo:

$$\theta(t) = \alpha \cos(\omega t + \phi)$$

Donde:

- $\theta(t)$ es la escora en función del tiempo. Es decir, es donde irá el dato de la escora permanente en radianes. Ya que queremos calcular el tiempo que se tarda en que el buque alcance la posición de escora permanente.
- α es la amplitud máxima de la escora.

- ω es la frecuencia angular, que se expresa como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, siendo T el período de balanceo del buque. Hay que considerar, que en el MAS el período T representa el tiempo necesario para completar un ciclo completo de oscilación, es decir, el recorrido de ida y vuelta entre las posiciones de máxima escora. Sin embargo, en nuestro caso, nos interesa únicamente el tiempo correspondiente a la mitad del ciclo, es decir, el desplazamiento desde una escora máxima hasta la opuesta, que es el dato proporcionado por el SICP. Por lo tanto, se debe calcular ω teniendo en cuenta que T es doble del tiempo del sensor del buque. Al igual que en el primer caso, obtenemos este tiempo entre escoras con el ajuste de la función Tepui:

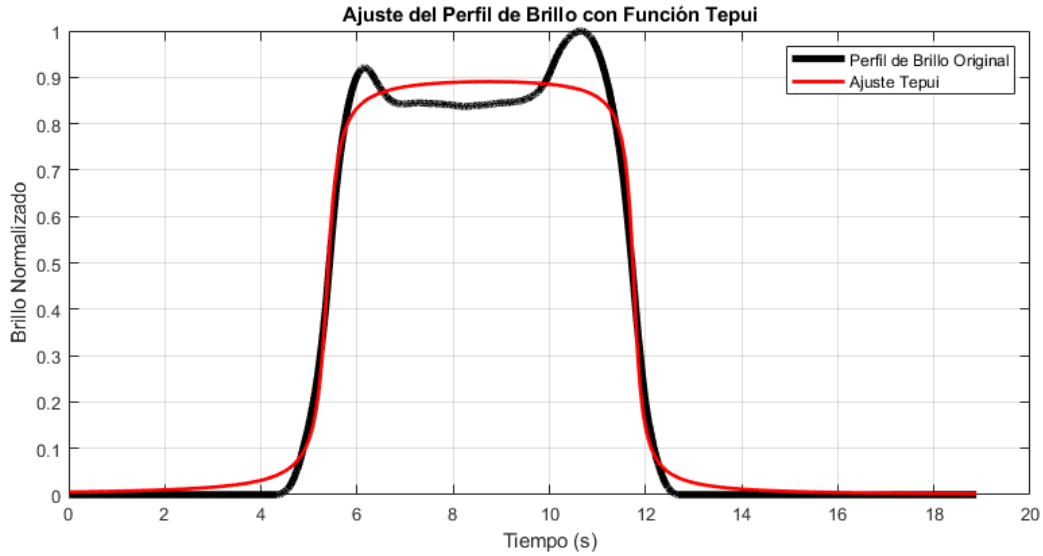


Figura 3-17 Ajuste de la función Tepui [Elaboración propia]

De forma análoga al caso anterior, se obtiene el tiempo real como la diferencia entre c_1 y c_2 :

$$tiempo = c_2 - c_1$$

En este caso, el tiempo medio, correspondiente al centro de la traza, no es el instante en el que buque está adrizado, sino el instante en el que el buque se encuentra en su escora permanente. El valor que se introducirá en la fórmula del MAS será el doble, es decir $T = tiempo * 2$.

- El parámetro t es el tiempo transcurrido desde el momento inicial, definido en la escora máxima, hasta el momento en que el buque alcanza la escora θ , que en este caso corresponde al ángulo total a babor, es decir, la escora a babor proporcionada por el SICP. Este parámetro es el valor que se busca calcular para determinar en qué instante del ciclo de balanceo el buque alcanza dicha escora.
- Por último, ϕ es la fase inicial, e indica en qué punto del ciclo de oscilación empieza el movimiento. Como siempre vamos a estudiarlo desde el ángulo máximo, se considera igual a cero.

Despejando t de la ecuación del MAS:

$$t = \frac{T}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{\theta}{\alpha} \right)$$

De esta forma obtenemos los segundos que tarda el buque desde la máxima escora hasta el punto de escora de adrizamiento. Con este dato ya podemos encontrar el punto de adrizamiento en la traza.

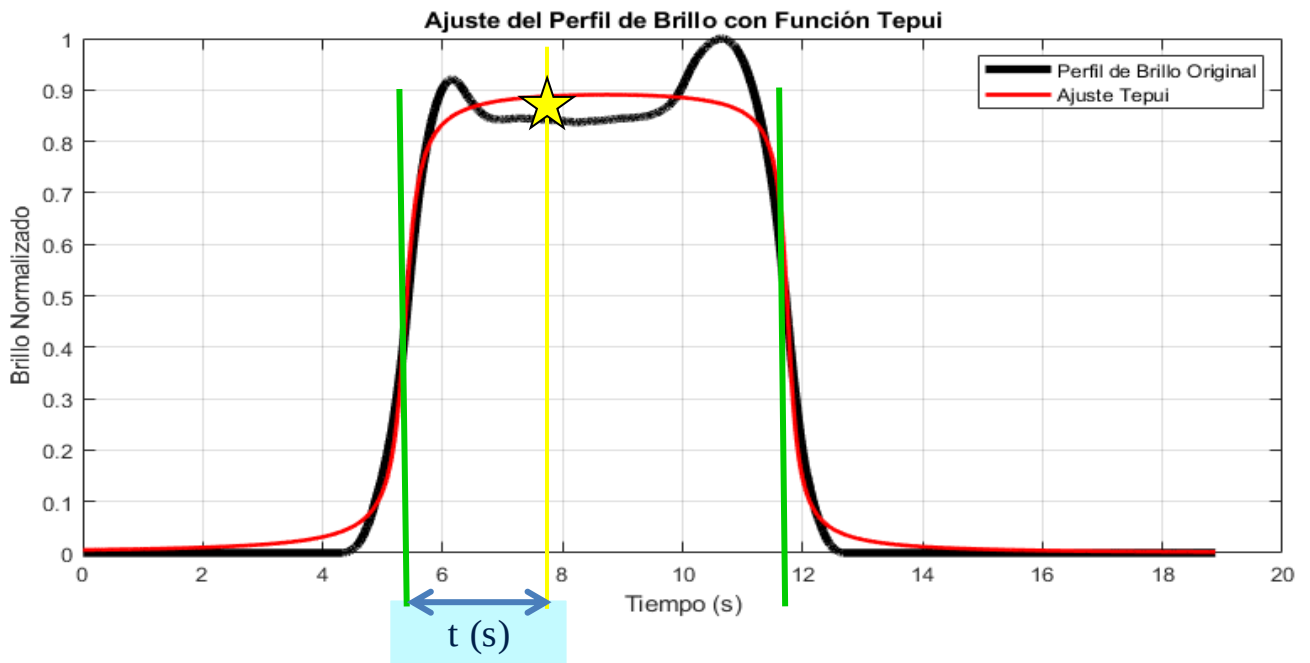


Figura 3-18 Posición del astro en el ajuste Tepui [Elaboración propia]

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN

4.1 Resultados sobre datos simulados

En este apartado se desarrolla un enfoque práctico para la determinación del instante de adrizamiento a partir del análisis del perfil de brillo de una traza estelar, siguiendo el procedimiento anterior.

En este caso, los datos de escora proporcionados por el SICP indican valores de 3.1617° a babor y 6.7825° a estribor, y también nos proporciona el tiempo transcurrido entre los instantes en los que la velocidad angular del balanceo es nula, es decir, entre dos posiciones extremas de escora, que es de 5,1534 segundos.

A continuación, se presenta el perfil de brillo de la traza capturada bajo estas condiciones:

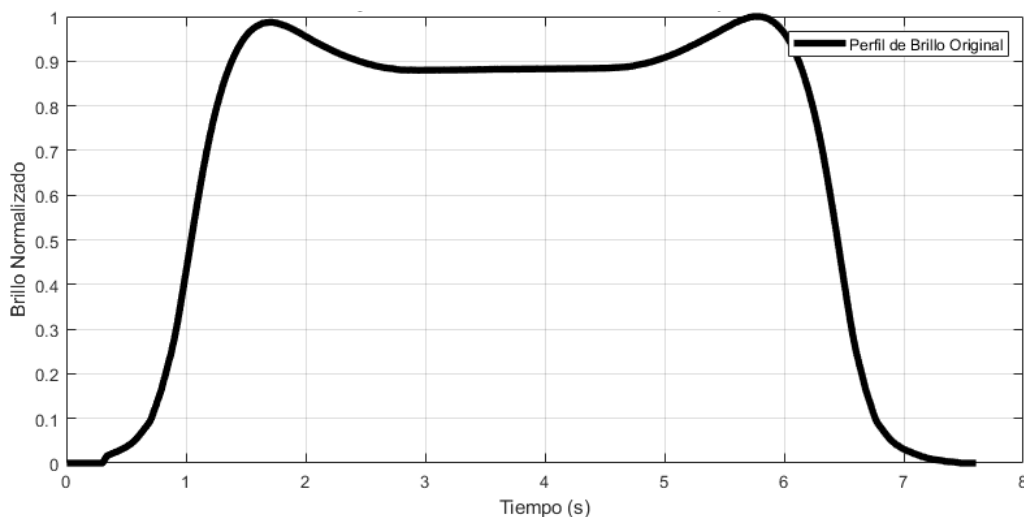


Figura 4-1 Perfil de brillo de la traza a estudiar [Elaboración propia]

De la gráfica de la figura 4-1 que representa el perfil de brillo de la traza, se deducen los parámetros iniciales para la función Tepui (figura 4-2):

- La amplitud (A) será 0.3 debido a la normalización que se realiza en el brillo a la traza.
- Las pendientes (b_1 y b_2). Se establece un rango de valores con la opción *bound* en MATLAB. En concreto, se definió un intervalo entre 0 y 10.
- Los parámetros (c_1 y c_2). Al haber obtenido un valor de 5.1534 segundos en el SICP, este será el intervalo. Siendo $c_1 = 0$ y $c_2 = 5.1534$

Coefficients	Start Point
A	0,3000
b1	9,0000
b2	9,0000
c1	0,0000
c2	5,1534

Figura 4-2 Valores iniciales [Elaboración propia]

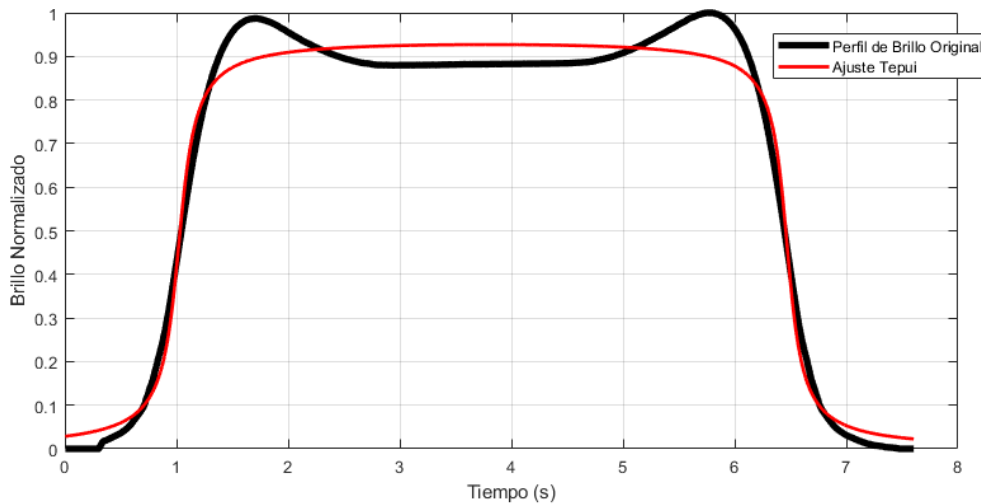


Figura 4-3 Ajuste perfil de brillo a función Tepui y resultados valores ajustados [Elaboración propia]

Se obtiene de los parámetros ajustados c_1 y c_2 el tiempo:

$$tiempo = c_2 - c_1 = 6.5663s - 1.1251s = 5.4412 \text{ segundos}$$

Como las escoras son diferentes, existe una escora permanente. Además, dado que la escora máxima ocurre hacia estribor, la escora permanente será en esa dirección. Para encontrarla, se calcula el valor medio de las escoras máximas a babor y estribor:

$$\alpha = \frac{6.7825^\circ + 3.1617^\circ}{2} = 4.9721^\circ$$

Este valor medio representa el desplazamiento central de la traza. Para encontrar la escora permanente del buque:

$$\theta = 6.7825^\circ - 4.9721^\circ = 1.8104^\circ$$

Este resultado indica que el buque tiene una escora permanente de 1.8104° hacia estribor (figura 4-4), lo que significa que, incluso en reposo, el buque no se encuentra totalmente adrizado, sino que está inclinado un ángulo θ hacia estribor en este caso.

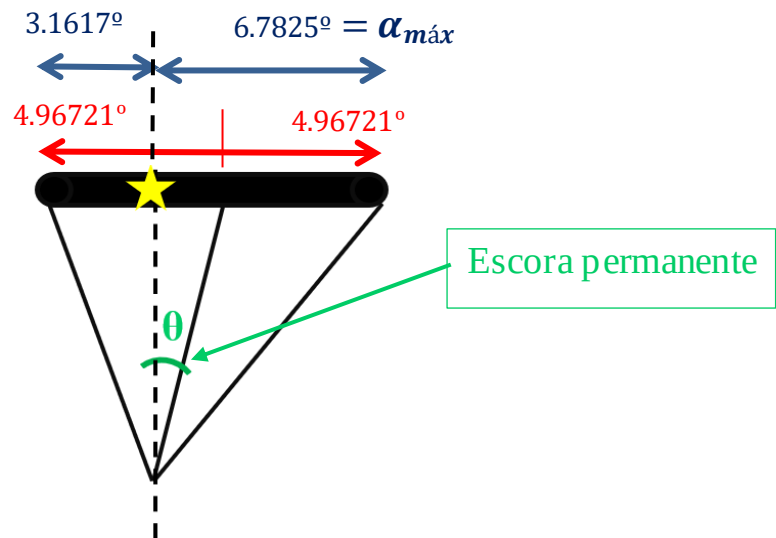


Figura 4-4 Deducción del ángulo de escora permanente [Elaboración propia]

Una vez calculado el ángulo de escora permanente ($\theta = 1.8104^\circ$), el siguiente paso es determinar cuánto tiempo toma el buque en recorrer dicho ángulo dentro de su ciclo de balanceo, siguiendo la ecuación general del movimiento armónico simple (MAS):

$$\theta(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

- $\theta = 1.8104^\circ = 0.0316 \text{ rad}$
- $\alpha = 4.9721^\circ = 0.0868 \text{ rad}$
- $\omega = \frac{2\pi}{T}$. El valor del período T se obtiene con el ajuste a la función Tepui de la que se ha obtenido un tiempo de escora a escora (*tiempo* = 5.4412 s). Por tanto, el período $T = 5.4412 * 2 = 10.8824 \text{ segundos}$
- El parámetro t es el tiempo transcurrido desde la escora máxima, hasta el momento en que el buque alcanza la escora θ , que en este caso corresponde al ángulo total a babor proporcionado por el SICP. Es el valor buscado.
- $\phi = 0$

Despejando t de la ecuación del MAS:

$$t = \frac{T}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{\theta}{A} \right) = \frac{10.8824}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{0.0316}{0.0868} \right) = 2.0720 \text{ segundos}$$

El buque tarda 2.4352 segundos desde la máxima escora hasta el punto de escora de adrizamiento. Con este dato ya podemos encontrar el punto de adrizamiento en la traza.

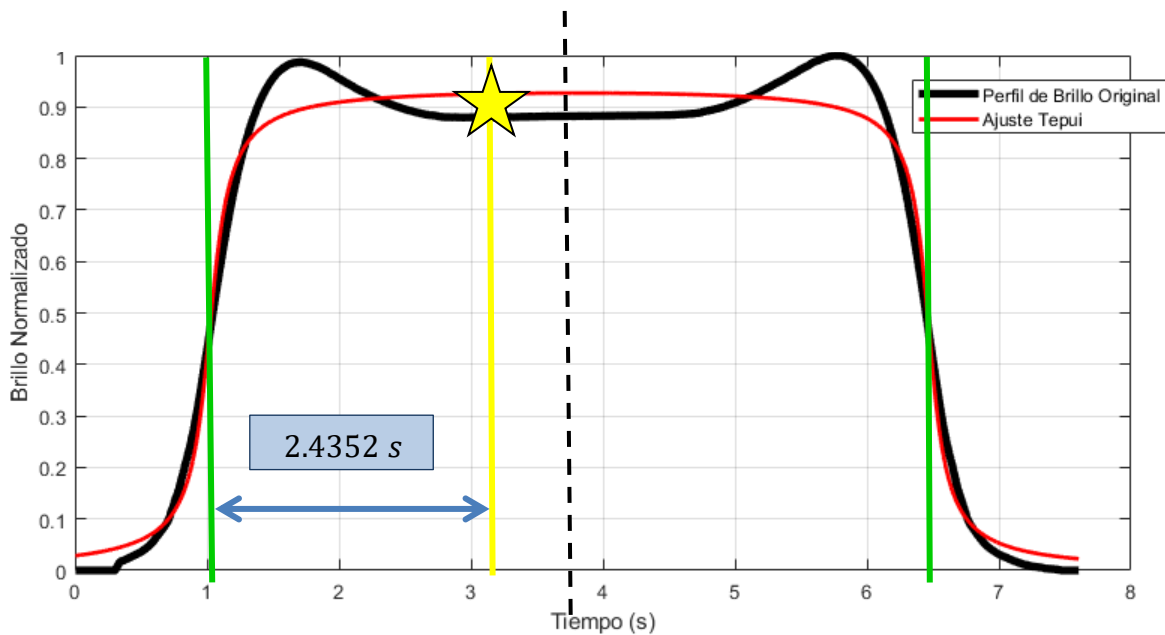


Figura 4-5 Momento de adrizamiento en la traza con escora permanente [Elaboración propia]

4.2 Validación del método

Para validar el método propuesto en este trabajo, se han analizado trazas sintéticas que simula estar en condiciones similares a las de un buque en mar abierto. La validación se ha centrado en comprobar que el modelo matemático planteado basado en el ajuste de la función Tepui al perfil de brillo de las trazas, es capaz de identificar correctamente el instante de adrizamiento del buque.

4.2.1 Validación cualitativa con imagen real

Además de las validaciones mediante imágenes simuladas, se ha aplicado el modelo de ajuste basado en la función Tepui sobre una imagen real obtenida desde un buque en navegación. En este caso, no se dispone de los datos registrados por el SICP ni de información contextual sobre las condiciones de mar, por tanto, no es posible aplicar el método propuesto para determinar el momento de adrizamiento real.

No obstante, se ha elegido una traza estelar clara y aislada en la imagen, sobre la que se ha realizado el ajuste del perfil de brillo utilizando la función Tepui. La extracción de los datos de brillo a lo largo de la traza se ha realizado utilizando el software SAOImage DS9, una herramienta de visualización y análisis de imágenes astronómicas ampliamente utilizada en investigación. Mediante esta aplicación se ha podido seleccionar manualmente los píxeles correspondientes a la traza estelar y exportar la intensidad de brillo asociada a cada uno de ellos (Ver Anexo IV). A partir de esta información, se ha generado el perfil de brillo necesario para realizar el ajuste en MATLAB.

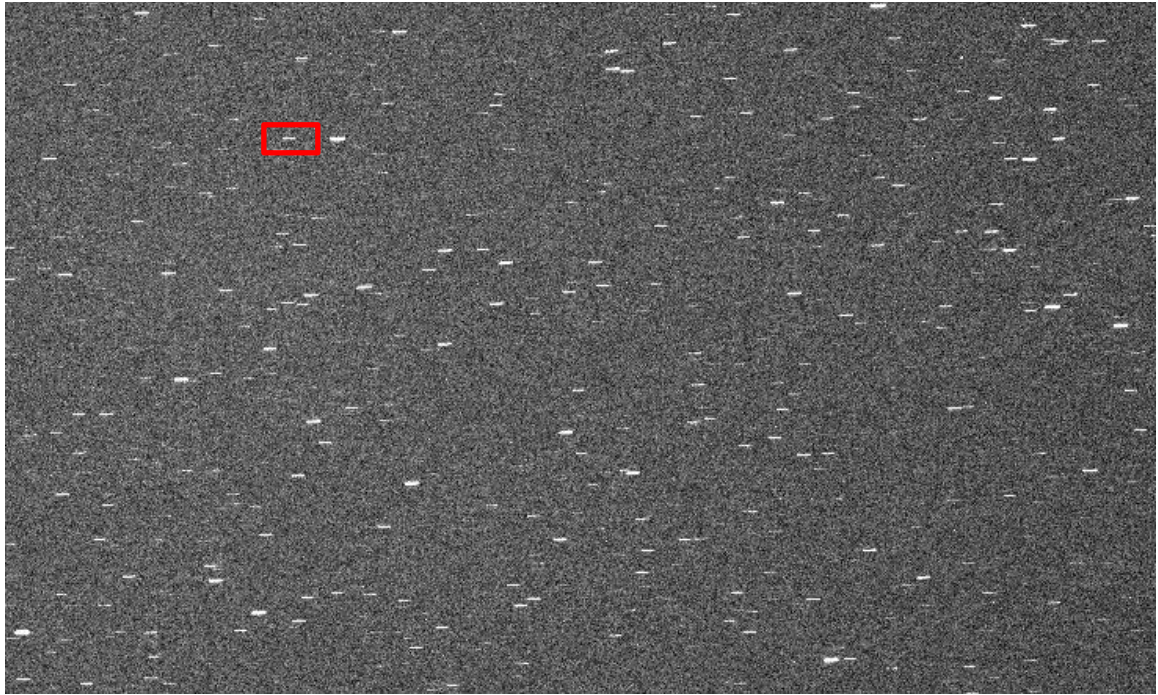


Figura 4-6 Imagen real desde buque en navegación



Figura 4-7 Ajuste Tepui a una traza real [Elaboración propia]

El resultado obtenido del ajuste de la función Tepui a una traza real en la figura 4-3, muestra que el modelo se adapta con gran precisión al comportamiento real de la traza. Este ajuste cualitativo, aun sin tener información adicional, refuerza la validez del enfoque propuesto, al demostrar que la función Tepui resulta eficaz en escenarios reales. Esto permite anticipar que el método puede ser útil, reforzando su potencial como sistema autónomo de navegación basado en imágenes astrales.

4.2.2 Validación del ajuste

Se han comparado los resultados de ajustar el perfil de brillo mediante la función Tepui frente al ajuste tradicional con la función de Gauss. Los valores del error cuadrático medio (MSE) se utilizaron como métrica de calidad de ajuste. En todos los casos mostrados para el presente estudio, la función Tepui mostró un ajuste más preciso, reflejando mejor la asimetría y la meseta central del perfil de brillo característico de las trazas estelares generadas por el movimiento del buque.

Esto confirma que la función Tepui es adecuada para describir los perfiles reales de brillo y que sus puntos de máximo brillo pueden emplearse para estimar el instante de velocidad angular nula, asociados a los extremos de la escora.

4.2.3 Validación de la correspondencia con las condiciones dinámicas del buque

En el presente trabajo, el análisis se ha centrado únicamente en el movimiento transversal del buque, que es el balanceo, dado que es el principal responsable de la inclinación respecto a la vertical en el plano de escora, y por tanto el que más influye en la orientación de la cámara respecto al cenit. Esta simplificación ha permitido desarrollar y validar el modelo propuesto de detección del adrizamiento con imágenes astrales.

No obstante, es importante destacar que en la realidad el buque no presenta únicamente este movimiento. El sistema completo está sometido a tres grados de libertad rotacionales que son balanceo, cabezada y guiñada. Además de estos movimientos angulares, hay que considerar los movimientos lineales como el avance del buque, que afecta a la forma de las trazas astrales, especialmente en la dirección del cabeceo, al introducir una componente de desplazamiento que se suma al movimiento aparente de los astros por la rotación terrestre.

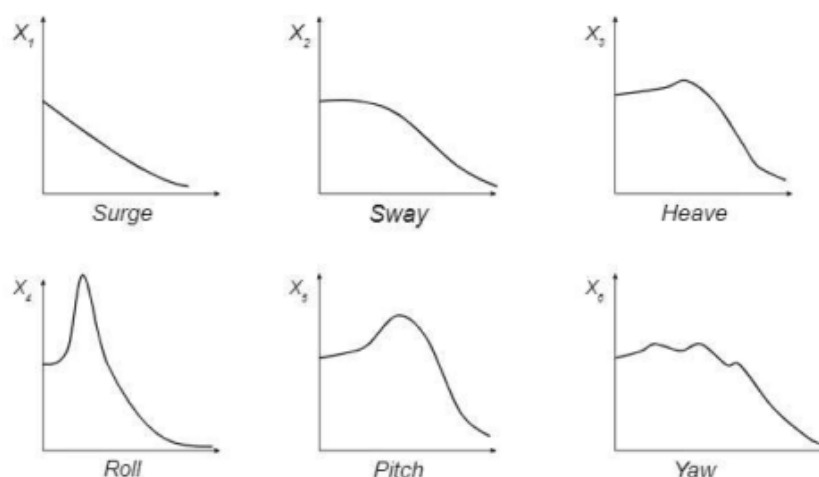


Figura 4-8 Ejemplo gráfico de operadores de amplitud de respuesta para los diferentes grados de libertad de un barco [21]

En la figura 4-8 se muestran los operadores de amplitud de respuesta (RAOs) para cada uno de los seis grados de libertad de un buque frente a la acción del mar. Es decir, cada gráfica representa cómo responde el buque en ese modo de movimiento ante excitaciones de distintas frecuencias, como las generadas por las olas. En el eje horizontal se representa la frecuencia de excitación y en el eje vertical se representa la amplitud de la respuesta normalizada, es decir, cuánto se mueve el buque en ese grado de libertad ante cada frecuencia. Se puede observar que el balance (roll) tiene un pico muy marcado, lo que justifica que el presente trabajo se centre en este movimiento al ser el más influyente.

Se ha asumido además que el balance del buque sigue un movimiento armónico simple (MAS), lo que permite trabajar con un modelo oscilatorio idealizado y simétrico. Esta hipótesis es válida como primera aproximación, pero no refleja la complejidad del entorno marítimo real, donde el buque está influenciado por perturbaciones externas como el viento, el oleaje, el efecto de las corrientes o el estado de carga del buque. Todos estos factores hacen que el movimiento real sea altamente irregular y no estrictamente periódico, con asimetrías, cambios de amplitud y variaciones de frecuencia.

Como consecuencia, si bien los resultados obtenidos con esta simplificación son coherentes y útiles para validar el modelo en condiciones ideales, se considera necesario en trabajos futuros abordar un análisis más completo del comportamiento dinámico real del buque. Esto incluiría tanto la integración de datos inerciales reales como la consideración de los tres ejes de movimiento y el avance, para mejorar

la precisión del modelo y su aplicabilidad en la navegación y obtener la mayor precisión posible en el posicionamiento.

4.2.4 Limitaciones en la validación

Ante la imposibilidad de la obtención de imágenes reales tomadas desde un buque con los correspondientes datos de sensores, condiciones del buque y una referencia de posicionamiento con la que poder comparar, la validación se ha realizado en base a simulación teórica, modelos matemáticos y análisis comparativo. Por tanto, los resultados obtenidos demuestran la viabilidad del enfoque y su coherencia matemática, pero será necesaria una futura validación completa mediante datos reales de navegación.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto y desarrollado un método novedoso para determinar la posición de un buque en alta mar mediante imágenes astrales de largo período de exposición. Se han alcanzado los objetivos propuestos, puesto que fue posible encontrar el punto representativo de la estrella en la traza, con el estudio del movimiento del buque, y con la síntesis del ajuste de la función Tepui y los sensores del buque. En particular, el ajuste con la función Tepui ha mostrado ser más adecuado que los métodos tradicionales como la función de Gauss, para capturar las irregularidades y asimetrías.

Desde una perspectiva técnica, el enfoque del posicionamiento basado en imágenes de estrellas presenta importantes ventajas frente a otros métodos de posicionamiento en alta mar.

- A diferencia de la navegación astronómica clásica con sextante, este sistema es automatizado, y evade los inconvenientes de la lentitud, requerimiento de amplios conocimientos, el error humano y la dependencia del horizonte visual.
- Comparado con los sistemas modernos como los star-trackers de satélites. Aunque los star trackers se utilizan con éxito en satélites para determinar su orientación mediante estrellas, no son directamente aplicables a la navegación en buques. Esto se debe a que su objetivo principal es determinar la orientación, no la posición geográfica, y requieren condiciones de estabilidad angular muy superiores a las que ofrece un buque en el mar. Además, su reducido campo de visión limita la capacidad de realizar navegación astronómica completa. Por el contrario, en este trabajo se explotan imágenes de larga exposición precisamente para aprovechar el movimiento del buque, detectando el adrizamiento y deduciendo la posición mediante la identificación de estrellas en el momento del cenit.
- En comparación con un sistema de navegación inercial (INS), el método propuesto basado en trazas astrales no requiere una posición inicial ni es susceptible a la deriva acumulada de errores. Mientras que un INS integra continuamente aceleraciones y rotaciones, acumulando errores sin corrección externa, el presente sistema obtiene la posición mediante el análisis del cielo. Su funcionamiento es independiente de sensores mecánicos o magnéticos, y solo requiere la visibilidad de estrellas y un análisis fotométrico adecuado.

Esto lo convierte en un candidato ideal como sistema autónomo de respaldo, especialmente en entornos donde el GPS pueda ser denegado.

Por otro lado, cabe mencionar que, si bien el enfoque es viable, tiene limitaciones: requiere cielos despejados y estrellas visibles y unas condiciones de mar que permitan capturar trazas discernibles. Aun con esas condiciones, la precisión final podría verse afectada por factores como la resolución de la cámara o ligeras desviaciones en la identificación de astros. No

obstante, en conjunto, los resultados confirman que la metodología propuesta es técnicamente sólida y abre una vía prometedora para la navegación.

5.2 Líneas futuras

De cara a futuros desarrollos e investigaciones, se identifican varias líneas de trabajo que podrían mejorar y ampliar este proyecto:

- Nuevas pruebas experimentales. Sería conveniente realizar más ensayos en escenarios reales de navegación. Por ejemplo, tomar imágenes astrales desde buques en condiciones diversas y comparar la posición obtenida con referencias GPS conocidas, a fin de cuantificar el error y la fiabilidad del método en la práctica. Estas pruebas adicionales permitirían afinar los algoritmos y confirmar la robustez del sistema.
- Además, se plantea el análisis del sistema en presencia de movimientos no armónicos y no ideales, provocados por olas, viento y perturbaciones marinas reales. Incluir estos efectos permitiría evaluar la robustez del modelo en condiciones operativas más exigentes y definir rangos de validez del sistema.
- Extender el análisis al eje de cabeceo del buque, incorporando el efecto del avance del buque durante la exposición y su influencia en la inclinación longitudinal de la cámara. Esto permitiría abordar el estudio del movimiento tridimensional real del sistema, complementando el análisis actual centrado únicamente en el balanceo.
- Automatización completa e implementación en buques: Finalmente, se plantea como meta a largo plazo el desarrollo de un sistema autónomo embarcado. Esto implica integrar todo el procesamiento en un dispositivo o sistema a bordo del buque, capaz de tomar las imágenes del cielo, detectar el adrizamiento y calcular la posición en tiempo real, sin intervención humana. Una versión completamente automatizada podría integrarse con los sistemas de navegación existentes en los barcos, ofreciendo constantes cálculos de posición astronómica como respaldo.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Borralló Tirado y L. Canals Ros, «Alternativas al GNSS para el posicionamiento en la mar: desarrollo de una tecnología basada en la Navegación Astronómica». 2019.
- [2] «How to deal with GPS jamming and spoofing | CRFS». Accedido: 23 de enero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.crfs.com/blog/how-to-deal-with-gps-jamming-and-spoofing>
- [3] P. Azorín Montesinos y D. Casanova Ortega, «DESEI+d 2023 Azorín & Casanova».
- [4] R.- ASALE y RAE, «cenit | Diccionario de la lengua española», «Diccionario de la lengua española» - Edición del Tricentenario. Accedido: 27 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://dle.rae.es/cenit>
- [5] P. Avgust, «21st_century_Celestial_navigation_system». 19 de mayo de 2020.
- [6] «GPS.gov: Infraestructura LORAN-C y E-LORAN». Accedido: 27 de enero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.gps.gov/policy/legislation/loran-c/>
- [7] «Reliable and Secure PNT - STL», Satelles, Inc. Accedido: 4 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://satelles.com/technology/reliable-and-secure-pnt-stl/>
- [8] administrador, «Entra LEO en la etapa GNSS, navegación con satélites Starlink – Centro de Estudio Grl Mosconi». Accedido: 9 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.fie.undef.edu.ar/ceptm/?p=13255>
- [9] «Navegación Astronómica para la Navegación Deportiva. | VITORIA-GASTEIZ.» Accedido: 26 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.vitoria-gasteiz.org.es/Navegacion-Astronomica-para-la-Navegacion-Deportiva-3.htm>
- [10] «NEW TECHNOLOGY FOR CELESTIAL NAVIGATION». Accedido: 6 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://gkaplan.us/content/NewTech.html>
- [11] P. de Marcos González, J. González Coma (advisor), y J. I. Valles Cancela (advisor), «Sistema de posicionamiento solar para buques», abr. 2022, Accedido: 5 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <http://calderon.cud.uvigo.es/handle/123456789/631>
- [12] L. N. Pappalardo Darriba, «Sistema de posicionamiento mediante tres astros», abr. 2023, Accedido: 5 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <http://calderon.cud.uvigo.es/handle/123456789/703>
- [13] M. Fueyo Álvarez, *Astronomía náutica y navegación «explicada»*.
- [14] «111515_Estrelles i constel·lacions..pdf». Accedido: 4 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/108533/111515_Estrelles%20i%20constel%20b7lacions..pdf?sequence=1&isAllowed=y

- [15] «Fotografía de larga exposición - Adobe». Accedido: 13 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.adobe.com/es/creativecloud/photography/discover/long-exposure-photography.html>
- [16] C. Abad, J. A. Dacobo, V. Lanchares, J. F. Lahulla, P. Abelleira, y J. Blanco, C. Alvarez, «Reduction of CCD observations of visual binaries using the “Tepui” function as PSF». 2003.
- [17] P. Azorín Montesinos y R. Carrillo Navarro, «Actualización del posicionamiento en la mar de nuestros predecesores. Sextante fotográfico».
- [18] C. Ortega, «Campana de Gauss: Qué es, características y ejemplo», QuestionPro. Accedido: 17 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.questionpro.com/blog/es/campana-de-gauss-que-es-caracteristicas-y-ejemplo/>
- [19] F. J. Montojo, T. L. Moratalla, C. Abad, y J. L. Muinos, «ASTROMETRIC REDUCTION OF GEOSTATIONARY SATELLITES OPTICAL OBSERVATIONS FOR ORBIT DETERMINATION (PASAGE)».
- [20] «I-CP-03 (B) (VERSION 1)».
- [21] P. J. Carrasco Pena, «Estabilidad transversal y longitudinal».
- [22] K. J. Rawson y E. C. Tupper, *Basic ship theory*, vol. 2. 2001.
- [23] S. F. info@numxl.com, «MSE – Error Cuadrático Medio», Centro de ayuda. Accedido: 12 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://support.numxl.com/hc/es/articles/115001223423-MSE-Error-Cuadr%C3%A1tico-Medio>
- [24] «SAOImageDS9 - About». Accedido: 25 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://sites.google.com/cfa.harvard.edu/saoimageds9/about>

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

El desarrollo de un sistema de posicionamiento basado en la detección de adrizamiento mediante imágenes astrales tiene implicaciones significativas en diversos ámbitos, que van más allá del campo técnico. Este anexo aborda sus repercusiones sociales, económicas y ambientales, destacando la relevancia del proyecto dentro del sector naval y su potencial para mejorar la navegación en un contexto global.

La seguridad en la navegación es un pilar fundamental en las operaciones marítimas, ya sea en el ámbito civil, comercial o militar. Es innegable la ventaja tecnológica que supone el sistema de posicionamiento global basado en satélites. Sin embargo, la dependencia actual de este sistema también supone una vulnerabilidad en situaciones donde la señal satelital pueda verse comprometida por interferencias, ataques u otras circunstancias. En este contexto, el desarrollo de sistemas alternativos basados en la navegación astronómica automatizada contribuye a la autonomía y seguridad de los buques, permitiendo a las embarcaciones operar sin depender exclusivamente de un sistema externo.

Además, esta tecnología podría beneficiar especialmente a la navegación en zonas remotas o en escenarios de conflicto, donde la precisión y fiabilidad del posicionamiento son críticas. En el ámbito civil, garantizar la navegación segura de barcos mercantes, pesqueros o de investigación también implica proteger el comercio, la economía y la seguridad de las tripulaciones, lo que refuerza el impacto positivo del proyecto en la sociedad.

Desde el punto de vista económico, es cierto que la implementación de las cámaras en los buques además de su mantenimiento puede ser más costoso que la adquisición de un dispositivo GPS. Sin embargo, hablamos de este nuevo método de navegación como un sistema complementario al GPS, y no uno que lo sustituya en su totalidad. Por ello, al compararlo con otros sistemas secundarios como pueden ser las tecnologías inerciales o sistemas Loran que requieren infraestructuras terrestres muy costosas. Al aprovechar cámaras astrofotográficas y software de procesamiento de imágenes, se reduciría la necesidad de inversiones en equipamiento sofisticado, permitiendo que una mayor cantidad de embarcaciones tengan acceso a una alternativa de posicionamiento confiable. Por otro lado, la reducción de la dependencia del GPS puede traducirse en menores riesgos económicos asociados a fallos o ataques a los sistemas satelitales.

El impacto ambiental de la tecnología propuesta es mínimo, ya que se basa en la captura de imágenes astronómicas, sin generar emisiones ni residuos contaminantes. Además, contar con un sistema de posicionamiento alternativo podría optimizar las rutas de navegación, reduciendo el consumo de combustible y las emisiones de gases contaminantes. Por otro lado, un aspecto ambiental relevante es que este sistema no hace uso de satélites, que incrementan el problema de la basura espacial. Actualmente, miles de satélites en desuso orbitan la tierra, contribuyendo al riesgo de colisiones y dificultando la sostenibilidad a largo plazo de la infraestructura espacial. Al fortalecer la seguridad de la navegación, el sistema propuesto se alinea con los principios de sostenibilidad y protección del medio marino.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

La investigación sobre la aplicación de imágenes astrales para el posicionamiento de buques plantea algunas reflexiones éticas y sociales. La optimización de la navegación desde un punto de vista responsable es importante para garantizar un impacto positivo en la seguridad marítima y en la sociedad en general.

Si se implementa en la navegación un método alternativo al GPS, cualquier error en la determinación de coordenadas podría comprometer la seguridad de un buque. Por ello, es responsabilidad de los investigadores y desarrolladores asegurar que el sistema sea probado en condiciones reales y que sus limitaciones sean claramente identificadas y comunicadas a los usuarios.

El hecho de garantizar que esta tecnología sea accesible en diferentes tipos de embarcaciones en un contexto donde el posicionamiento es crucial para diversas actividades como la pesca, el comercio u operaciones militares, representa una contribución significativa a la inclusión tecnológica en el sector marítimo.

El avance de la tecnología, en concreto en el ámbito de la navegación astronómica automatizada, aumenta el riesgo de que se reduzca el conocimiento tradicional sobre navegación astronómica. Aunque este trabajo propone un sistema basado en el procesamiento de imágenes, también reconoce la importancia de mantener la formación en técnicas tradicionales de posicionamiento, asegurando que los navegantes comprendan los principios básicos de orientación sin tener que depender de sistemas automáticos.

ANEXO III: CÓDIGO MATLAB PARA AJUSTE DE BRILLO DE TRAZAS ESTELARES

Ajuste de perfil de brillo con función Tepui

```

1      clc; clear; close all;
2
3      % Cargar la imagen
4      imagen = imread('traza2.png');
5
6      % Convertir a escala de grises si es necesario
7      if size(imagen, 3) > 1
8          imagen = rgb2gray(imagen);
9      end
10
11     % Extraer el perfil de brillo
12     perfil_brillo = mean(imagen, 1);
13
14     % Definir ejes
15     x = (1:length(perfil_brillo));
16     y = double(perfil_brillo) / max(perfil_brillo); % Normalizar brillo
17
18     % Definir función Tepui
19     tepui_fun = @(params, x) params(1) * (atan(params(2) * (x + params(3))) - atan(params(4) * (x - params(5))));
20
21     % Parámetros iniciales [A, b1, c1, b2, c2]
22     params_ini = [0.31, 3, -500, 5, 1600];
23
24     % Límites inferiores
25     lb = [0.1, 0.1, -10, 0.1, 2];
26
27     % Límites superiores
28     ub = [1, 10, 0, 10, 10];
29
30     % Ajuste de mínimos cuadrados no lineales para Tepui
31     params_opt = lsqcurvefit(tepui_fun, params_ini, x, y, lb, ub);
32
33     % Obtener la curva ajustada con los parámetros óptimos
34     ajuste_tepui = tepui_fun(params_opt, x);
35
36     % Graficar el Ajuste
37     figure;
38     plot(x, y, 'k', 'LineWidth', 4, 'DisplayName', 'Perfil de Brillo Original');
39     hold on;
40     plot(x, ajuste_tepui, 'r-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Ajuste Tepui');
41     xlabel('Píxeles');
42     ylabel('Brillo Normalizado');
43     title('Ajuste del Perfil de Brillo con Función Tepui');
44     legend;
45     grid on;
46
47
48
49     % Mostrar parámetros óptimos
50     fprintf('Parámetros óptimos calculados:\n');
51     fprintf('Amplitud (A): %.2f\n', params_opt(1));
52     fprintf('(b1): %.3f\n', params_opt(2));
53     fprintf('(c1): %.0f\n', params_opt(3));
54     fprintf('(b2): %.3f\n', params_opt(4));
55     fprintf('(c2): %.0f\n', params_opt(5));
56
57

```

ANEXO IV: AJUSTE TEPUI A TRAZA REAL CON SAOImage DS9 Y MATLAB

Este anexo describe el procedimiento seguido para extraer el perfil de brillo de una traza estelar a partir de una imagen de larga exposición, así como su posterior ajuste mediante la función Tepui.

La imagen fue analizada inicialmente con el programa SAOImage DS9, un software de visualización y análisis de imágenes astronómicas ampliamente utilizado en el ámbito científico [24]. Entre sus funcionalidades destacan la inspección visual, el ajuste de escalas de intensidad, la delimitación de regiones de interés y la posibilidad de obtener perfiles de brillo detallados.

Una herramienta especialmente útil es la tabla de píxeles, que permite visualizar el número de electrones capturados en cada píxel de la imagen. Esta información constituye la base para la obtención del perfil de brillo a lo largo de una traza estelar.

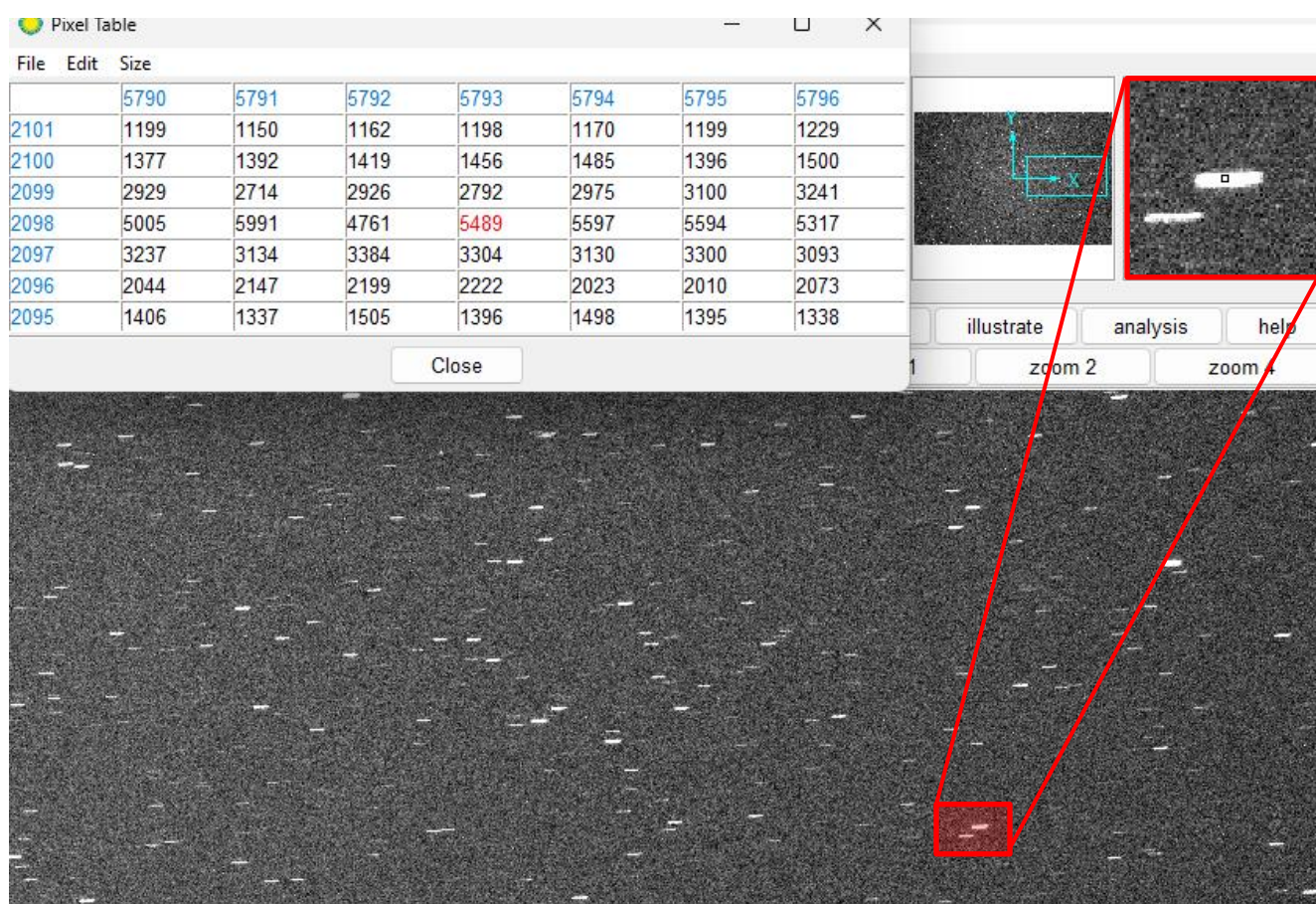


Figura A-4- 1 Programa SAOImage DS9

Se seleccionó visualmente una traza aislada y bien definida. A continuación, se extrajeron los datos correspondientes y se exportaron a MATLAB, donde se representó el perfil de brillo y se realizó el ajuste mediante la función Tepui descrita en el desarrollo del trabajo.