



# Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

*Sistema de posicionamiento mediante tres astros*

## **Grado en Ingeniería Mecánica**

**ALUMNO:** Lucas Nadir Pappalardo Darriba

**DIRECTORES:** José González Coma

**CURSO ACADÉMICO:** 2022-2023

Universida<sub>de</sub>Vigo





# Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

## TRABAJO FIN DE GRADO

*Sistema de posicionamiento mediante tres astros*

**Grado en Ingeniería Mecánica**  
Intensificación en Tecnología Naval  
Cuerpo General / Infantería de Marina

Universida<sub>de</sub>Vigo



# **RESUMEN**

Hoy en día vivimos en un mundo rodeado de avances tecnológicos que facilitan y optimizan enormemente multitud de actividades rutinarias en todo tipo de sectores de la industria. Este desarrollo tecnológico acelerado que se ha dado en las últimas décadas también ha llegado al sector aeronáutico en todo tipo de ámbitos como, por ejemplo, la navegación. A lo largo de la historia, en la mar se han desarrollado diferentes métodos de posicionamiento en pos de aumentar la eficiencia en la navegación. De entre todos ellos, uno que siempre ha estado presente como alternativa cuando otros procedimientos modernos sufren un fallo: la navegación astronómica. Así pues, el presente Trabajo de Fin de Grado pretende desarrollar un programa mediante Python con el que aumentar la eficiencia de este método de navegación, apelando al hecho de aplicar la tecnología para optimizar una técnica casi tan antigua como la humanidad. En particular, se tratará de una aplicación con capacidad para posicionar a un navegante, que únicamente debe contar con un sextante y un reloj, mediante la observación de tres astros.

## **PALABRAS CLAVE**

Navegación Astronómica, Programación, Posicionamiento, Trigonometría, Triangulación



## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar mi agradecimiento va dirigido hacia el CC Don José Ignacio Valles Cancela, que me demostró en varias ocasiones el alcance y versatilidad que se podía alcanzar empleando Python, lo que a su vez me llevó a abrir la mente a hallar soluciones de lo más ingeniosas cada vez que se presentaba un obstáculo durante el desarrollo del programa.

En segundo lugar quiero agradecer al director del presente trabajo, Don José González Coma, que estaba presente para contestar al correo electrónico cada vez que me quedaba bloqueado y no sabía cómo avanzar, buscando salidas y formas alternativas, y apoyándome en mis metas.

En último lugar pero no menos importante debe estar la familia, mis padres y mi hermana, que siempre estaban ahí para hablar cada vez que necesitaba despejar la mente aunque fuese por diez minutos. Ese apoyo emocional ha sido esencial para poder seguir adelante, para que la luz al final del túnel brille con más fuerza, sin importar lo que quede por delante.



# CONTENIDO

Contenido .....	1
Índice de Figuras .....	4
Índice de Tablas.....	7
1 Introducción y objetivos .....	9
1.1 Contexto .....	9
1.2 Motivación y Objetivos.....	10
1.2.1 Desarrollo tecnológico en las FF.AA. Españolas .....	10
1.2.2 La importancia de saber programar .....	11
1.3 Breve historia de la navegación .....	12
1.3.1 Concepto de orientación .....	12
1.3.2 Orientación en tierra .....	13
1.3.3 Los inicios de la navegación y la cartografía.....	15
1.3.4 Desarrollo de la navegación astronómica .....	16
1.3.5 Evolución de la navegación hasta nuestros días .....	18
2 Estado del arte .....	21
2.1 La Esfera Celeste .....	21
2.1.1 La Bóveda celeste .....	21
2.1.2 El punto de vista del observador y la Esfera Celeste.....	23
2.2 Trigonometría esférica .....	26
2.2.1 Coordenadas horizontales y horarias .....	26
2.2.2 Concepto de Tiempo. Entrada en el Almanaque Náutico.....	27
2.2.3 Horario de lugar en estrellas .....	29
2.2.4 Trigonometría esférica.....	30
2.3 Obtención de la recta de altura.....	32
2.3.1 Círculo y curva de altura.....	32
2.3.2 Recta de altura .....	34
2.3.3 Cálculo del Azimut .....	35
2.3.4 Cálculo de la diferencia de alturas .....	36
2.3.5 Particularidades de los planetas .....	38
2.3.6 Particularidades de la Luna.....	39
2.3.7 El caso de la Polar.....	41
2.4 Resolución gráfica del problema.....	41
2.4.1 La proyección Mercator.....	41
2.4.2 Métodos de triangulación .....	43

3 Desarrollo del Programa.....	45
3.1 Diseño de la estructura del Programa .....	45
3.1.1 Introducción a la programación .....	45
3.1.2 Fragmentación del Programa .....	47
3.2 Entradas del Programa .....	48
3.2.1 La Interfaz Gráfica.....	48
3.2.2 Extracción de Bases de Datos .....	51
3.3 Código del Programa .....	53
3.3.1 Obtención de la altura estimada.....	53
3.3.2 Obtención del determinante de la recta de altura.....	55
3.3.3 Resolución gráfica del problema .....	56
3.4 Tratamiento de errores .....	57
3.4.1 Entradas para uso del usuario .....	58
3.4.2 Limitación de rango de variables.....	58
3.4.3 Interpolaciones.....	59
4 Validación del Programa .....	61
4.1 Obstáculos durante la construcción del código.....	61
4.1.1 Errores en el intento de simplificación .....	61
4.2 Otros errores de menor entidad .....	62
4.2.1 Conflicto entre tipos de datos .....	62
4.2.2 Ambigüedad en el azimut .....	63
4.3 Puesta a prueba del programa .....	63
4.3.1 Trabajando con Stellarium.....	63
4.3.2 Toma de posiciones .....	64
4.3.3 Obtención del determinante de las rectas de altura .....	64
4.3.4 Obtención de la posición verdadera.....	66
4.3.5 Ejemplo con los planetas o la Polar .....	66
5 Conclusiones y líneas futuras .....	68
5.1 Cumplimiento de objetivos .....	68
5.2 Líneas futuras .....	69
6 Bibliografía.....	70
Anexo I: Implicaciones Ambientales y económicas .....	72
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales .....	73
Anexo III: Tablas de Corrección Comunes a todos los Astros .....	74
A3.1. Corrección por Depresión del Horizonte.....	74

A3.2.	Corrección por Refracción (en función de la altura).....	74
Anexo IV:	Tablas de Corrección específicas de la Polar .....	75
A4.1.	Tabla I ( $C_1$ ).....	75
A4.2.	Tabla II ( $C_2$ , siempre aditiva) .....	77
A4.3.	Tabla III ( $C_3$ ) .....	78
Anexo V:	Tablas de Corrección específicas de la Luna.....	79
A5.1.	Tabla de Corrección por Refracción, Paralaje y Semidiámetro .....	79
A5.2.	Tabla de Interpolación.....	81
Anexo VI:	Tablas de interpolación en Minutos y Segundos .....	82
Anexo VII:	Ejemplo de día en el Almanaque Náutico.....	83

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Ilustración gráfica de la diferencia entre la estimación de la derrota sin tener en cuenta los efectos del viento y la corriente (rojo), con respecto a la real (verde) [ <i>Autoría Propia</i> ].	10
Figura 1-2 Gráfica que compara los lenguajes de programación más empleados desde principios de siglo hasta la actualidad (Enero de 2023). Se puede ver como Python (azul) compite con Java (naranja), C (negro) y C++ (verde) [5].	11
Figura 1-3 Esquema de los diversos métodos de orientación y navegación empleados en la actualidad en función del ambiente [ <i>Autoría Propia</i> ].	13
Figura 1-4 Diferencia entre el polo norte magnético y el geográfico [9].	14
Figura 1-5 (Izquierda) Captura de pantalla efectuada del software Stellarium en el que se aprecia como la constelación <i>Cruce</i> apunta hacia el polo Sur celeste, y este a su vez hacia el S [11].	15
Figura 1-6 (Derecha) Ciclo de precesión realizado por el eje terrestre, en el que el polo norte celeste se desplaza en una circunferencia, cambiando de estrella Polar con los milenios [12].	15
Figura 1-7 Grabado del Faro de Alejandría, rodeado por ilustraciones de las otras Seis Maravillas de la Antigüedad [15].	16
Figura 1-8 (Izquierda) Astrolabio fabricado por el astrónomo e inventor Ibrahim ibn Said al-Sahli en Toledo en el año 1067 [17].	17
Figura 1-9 (Centro) Cuadrante marino con su regla de alturas, su cordel y su peso [18].	17
Figura 1-10 (Derecha) Sextante. Este modelo incluso incluye una pequeña batería en el mango para poder encender una bombilla que permita leer la medida de noche [19].	17
Figura 1-11 Plano del diseño de girocompás patentado por Elmer Ambrose Sperry en 1918 [21].	18
Figura 1-12 Triangulación para obtener posición del buque por navegación costera (azul) y por radionavegación (amarillo) [ <i>Autoría Propia</i> ].	19
Figura 1-13 Representación gráfica del sistema GPS: se necesita de un mínimo de 4 satélites para situarse (dos esferas se cortan en un círculo, tres, en una recta, y cuatro, en un punto), empleándose el resto para aumentar la precisión y reducir el error [ <i>Autoría Propia</i> ].	19
Figura 2-1 Representación gráfico del planteamiento acerca del desplazamiento de las estrellas [ <i>Autoría Propia</i> ].	21
Figura 2-2 Proyección de diferentes estrellas a diferentes distancias en la esfera imaginaria [ <i>Autoría Propia</i> ].	22
Figura 2-3 Recorrido de las estrellas en el firmamento con el transcurso de la noche. Se puede observar como la estrella Polar permanece en el centro prácticamente inamovible [25].	23
Figura 2-4 Prolongación del eje de rotación terrestre, hasta cortar la esfera imaginaria en los polos celestes [ <i>Autoría Propia</i> ].	23
Figura 2-5 Parte de la esfera celeste que contiene las proyecciones de los astros, siendo el círculo máximo Q-Q' el Ecuador celeste, que divide la esfera celeste en Hemisferio Norte (Amarillo) y Hemisferio Sur (Azul) [ <i>Autoría Propia</i> ].	23
Figura 2-6 Parte de la Esfera Celeste que depende de la posición del observador [ <i>Autoría Propia</i> ].	24
Figura 2-7 Para una latitud Norte dada, porción del cielo que será visible por el observador (amarillo) respecto a la que no lo será (azul) [ <i>Autoría Propia</i> ].	25

Figura 2-8 Para latitud  $60^\circ$  N, aquellos astros que transiten en la zona amarilla podrán ser vistos por el observador permanentemente en cualquier momento del día (sin tener en cuenta el efecto del Sol). Aquellos astros que transiten en la zona morada podrán ser observados, pero pasarán un periodo por debajo del horizonte. Los astros que transitan en la zona azul no podrán ser observados en ningún momento en esta latitud [*Autoría Propia*]. .....25

Figura 2-9 y 2-10 Caso especial en el que el observador se encuentra en el Polo Norte (izquierda) en el Ecuador terrestre (derecha) [*Autoría Propia*]. .....26

Figura 2-11 Coordenadas horizontales y horarias de un astro dado para una posición concreta [*Autoría Propia*]......27

Figura 2-12 Reparto de los husos horarios por longitudes y países [*Autoría Propia*] [26]. .....28

Figura 2-13 Cálculo gráfico del horario de lugar de un astro dado a partir de los datos iniciales (visto desde el PN, con longitud (L) W) [*Autoría Propia*]. .....29

Figura 2-14 Triángulo esférico para un astro dado del hemisferio homónimo al Polo elevado [*Autoría Propia*]......31

Figura 2-15 Triángulo esférico con sus lados y ángulos referenciados [*Autoría Propia*]......32

Figura 2-16 Triángulo de posición con sus diferentes parámetros [*Autoría Propia*]......32

Figura 2-17 Círculos de altura de las 3 especies contempladas [*Autoría Propia*]. .....33

Figura 2-18 Representación gráfica aproximada de las 3 especies de círculos de altura trazadas en la carta como curvas de altura, para el caso de punto astral situado en el  $40^\circ$  N –  $10^\circ$  W [*Autoría Propia*] [27]......33

Figura 2-19 Arco de loxodrómica tangente al círculo de altura con centro en A, en el punto que se unen la posición estimada  $P_e$  y el astro A. Los puntos de corte del círculo de altura con el círculo de error (con centro en  $P_e$ ) es la sección aproximada C – C' con la loxodrómica [*Autoría Propia*]. .....34

Figura 2-20 Recta de altura (en rojo) trazada desde un punto estimado en demora el azimut (Z) y longitud la diferencia de alturas ( $\Delta a$ ) (en azul) [*Autoría Propia*]. .....35

Figura 2-21 Efecto de refracción en los rayos de luz por los gases de la atmósfera, con mayor agravación cuanto menor es la altura [*Autoría Propia*]. .....37

Figura 2-22 Proyección de puntos de una esfera sobre un cilindro, donde se aprecia como la separación de los puntos de la esfera respecto a los del cilindro es cada vez mayor cuanto más cerca están de los polos, así como se vuelve mayor la distancia entre puntos en el cilindro respecto a los de la esfera [*Autoría Propia*]. .....41

Figura 2-23 Idea gráfica del funcionamiento de la proyección Mercator y mejora respecto a la proyección cilíndrica tradicional ( $A'B' > AB$ ) [*Autoría Propia*]. .....42

Figura 2-24 Construcción de una carta en base a los grados de longitud. Para medir distancias, se deberán medir sobre las hipotenusas de los triángulos generados (normalmente se trabajará con un único triángulo y una única latitud base ya que, incluso con grados, la diferencia es mínima) [*Autoría Propia*]. .....43

Figura 2-25 Azimuts marcados para cada recta de altura del triángulo de posición, junto con su “estrella” [*Autoría Propia*]. .....43

Figuras 2-26, 2-27 y 2-28 Los tres casos de triangulación gráfica según la relación de los azimuts [*Autoría Propia*]. .....44

Figura 3-1 Representación de funcionamiento de programa con entradas y salidas [*Autoría Propia*]. .....45

Figura 3-2 Esquema de un programa que toma decisiones en base a comparar un valor introducido [Autoría Propia].....	46
Figura 3-3 Esquema de un programa en el que suceden tres iteraciones antes de salir del bucle [Autoría Propia].....	47
Figura 3-4 Entradas y salidas de datos entre las diferentes partes del programa. Aquellas que están conectadas con los bloques en azul son los únicos datos con los que interactúa el usuario [Autoría Propia]. .....	48
Figura 3-5 Sistema de distribución de elementos por filas y columnas (cuadrangular) [Autoría Propia]. .....	49
Figura 3-6, 3-7, 3-8 y 3-9 De izquierda a derecha, comparación entre una entrada en la que el usuario puede introducir datos, y una en la que se imprimirán <i>outputs</i> ; ejemplo de botón sin pulsar; ejemplo de botón siendo pulsado; ejemplo de desplegable en el que el usuario debe elegir si la latitud introducida es norte o sur [Autoría Propia]. .....	49
Figura 3-10 <i>Frame</i> específico para cada astro, con los tres “ <i>subframes</i> ” que se encargan de resolver diferentes partes del problema [Autoría Propia]. .....	50
Figura 3-11 <i>Frame</i> central con los datos comunes a todos los astros [Autoría Propia]. .....	51
Figura 3-12 Ejemplo de extracción de datos de fichero Excel, donde en azul están las entradas, en verde el fichero, en naranja la pestaña, en púrpura la fila, y en rojo las salidas [Autoría Propia]. .....	52
Figura 3-13 Funcionamiento del bucle para la extracción de la corrección por paralaje de la Luna [Autoría Propia].....	53
Figura 3-14 Representación esquemática de los cálculos efectuados por el programa para obtener las variables necesarias para el cálculo de la altura estimada, siendo las variables en verde extraídas de las bases de datos, las naranjas datos introducidos directamente por el usuario, y las azules resultado de las operaciones del código. Además, todas las variables subrayadas aparecen en la interfaz gráfica [Autoría Propia].....	54
Figura 3-15 Esquema de aplicación de las diferentes correcciones a la altura observada en función del tipo de astro [Autoría Propia]. .....	55
Figura 3-16 Representación de las tres rectas de altura desde la posición de estima [34]. .....	56
Figura 3-17 Respecto a la situación ejemplo planteada en la Figura 3-16, trazado de los azimuts de las rectas de altura en las intersecciones de estas, y de las bisectrices, que van a cortar en la posición verdadera [34]. .....	57
Figura 4-1 y 4-2 Situaciones verdadera (izquierda) y estimada (derecha) frente a la costa oeste gallega, con una distancia entre ambas de más de 20 km [11]. .....	64
Figura 4-3 (Arriba izquierda) Cálculo del determinante de la recta de altura para Mirfak [Autoría Propia]. .....	65
Figura 4-4 (Arriba derecha) Cálculo del determinante de la recta de altura para Sirius [Autoría Propia]. .....	65
Figura 4-5 (Abajo) Cálculo del determinante de la recta de altura para Dubhe [Autoría Propia]...65	
Figura 4-6 Situación verdadera calculada por el programa [34]. .....	66
Figuras 4-7 y 4-8 Entrada en el programa con la Polar (izquierda) y con Venus (derecha) [Autoría Propia]. .....	67
Figura 4-9 Recorte de una situación empleando la Polar, donde se puede ver que su representación marca directamente el valor de la latitud verdadera (recta de altura verde) [34].....	67

## Índice de Tablas

Tabla 2-1 Resumen de conceptos para los dos sistemas de coordenadas [ <i>Autoría Propia</i> ]	27
Tabla 2-2 Equivalencia de lados y ángulos del triángulo esférico respecto a la [10].	31
Tabla 2-3 Intervalos de coordenadas geográficas en función de la especie de círculo de altura en base a la ubicación del Polo celeste [10]	33
Tabla 2-4 Los diferentes métodos para trazar una recta de altura en carta, de los cuales hoy en día solo se emplea el Determinante Punto Aproximado [10].	35
Tabla 2-5 Corrección por paralaje a Venus y Marte en función de la época del año y de la altura observada [28].	38
Tabla 2-6 Extracto del Almanaque Náutico con los datos diarios de interés de la Luna [28].	39
Tabla 2-7 Extracto de la primera tabla del Anexo V: para una altura de 18° 17' y un paralaje de 58.6', obtenemos un valor de 68,0' [28].	40
Tabla 2-8 Extracto de la segunda tabla del Anexo V, parte de la altura. Siguiendo con el ejemplo de la Tabla 2-7, para una altura de 18° 17', y una diferencia de filas de 0.1', se tiene una interpolación sustractiva de 0.0' [28].	40
Tabla 2-9 Extracto de la otra mitad de la segunda tabla del Anexo V, con el incremento de interpolación de la corrección por la parte de las décimas de minuto del paralaje. Siguiendo con el ejemplo, con un paralaje de 58.6' y una diferencia de columnas de 1.2', se tiene una interpolación aditiva de 0.7' [28].	40
Tabla 3-1 Operadores de comparación y su representación en Python [29].	46
Tabla 3-2 Valor booleano que devuelve el conjunto de valores booleanos de varias condiciones en función del operador booleano que se use [29].	47
Tabla 3-3 Tabla que recoge qué variables son únicas y comunes a todos los astros y cuáles son específicas de cada astro [ <i>Autoría Propia</i> ].	51
Tabla 3-4 Variables no empleadas por los diferentes astros [ <i>Autoría Propia</i> ].	51
Tabla 3-5 Códigos ASCII para las letras mayúsculas del alfabeto anglosajón (las minúsculas tienen asociadas otros códigos) [36].	59
Tabla 4-1 Recolección de datos extraídos del simulador Stellarium, donde los datos en amarillo deben ser introducidos por el usuario, mientras que el resto debería ser lo que dé como resultado el programa [11].	64
Tabla 4-2 Determinantes de la recta de altura de cada astro [ <i>Autoría Propia</i> ].	66
Tabla 4-3 Recolección de datos de otros dos astros para las mismas posiciones [11].	67
Tabla A3-1 Corrección a la altura observada en función de la elevación del observador respecto al nivel del mar [28].	74
Tabla A3-2 Corrección a la altura observada en función del propio valor de este por efecto de la refracción [28].	74
Tabla A4-1 Primera corrección a la altura aparente de la Polar en función del horario de lugar de Aries [28].	77
Tabla A4-2 Segunda corrección a la altura aparente de la Polar en función tanto del horario de lugar de Aries como del propio valor de la citada altura [28].	77

Tabla A4-3 Tercera corrección a la altura aparente de la Polar en función del horario de lugar de Aries y del mes en el que se realiza la observación [28]. .....	78
Tabla A5-1 Corrección aplicada a la altura aparente de la Luna en función del valor del paralaje en la hora de la observación [28]. .....	80
Tabla A5-2 Valores de interpolación en la corrección por paralaje tanto para el incremento de altura como para el incremento del propio paralaje [28]. .....	81
Tabla A6-1 Incremento a añadir al horario de Greenwich para hacer la interpolación de horas a minutos y segundos [28]. .....	82
Tabla A7-1 Ejemplo de los datos dependientes del tiempo para diferentes astros, para un día concreto del año [28]. .....	83

# 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1 Contexto

Hoy en día vivimos en una sociedad cada vez más tecnológicamente dependiente [1] lo que, por un lado, aumenta la eficiencia de los procesos en toda clase de ambientes pero, por otro, nos deja completamente incapaces de realizar dichos procesos en caso de fallo de esta tecnología. Los primeros procesos que empezaron a ser realizados por maquinaria autónoma fueron, dentro de las grandes multinacionales de fabricación en serie, todas aquellas acciones repetitivas de no demasiada complejidad o variabilidad.

Es cierto que este proceso gradual deja los principios y fundamentos más básicos en manos de ordenadores, permitiendo a las personas llegar más lejos en todo tipo de campos. Sin embargo, a pesar de que se implementan sistemas de reserva y procedimientos alternativos, muchas veces esto hace que ya no se enseñe a hacer aquellas cosas que nos hemos acostumbrado a que se hagan automáticamente.

Este concepto se ve reflejado sobre todo a nivel económico, donde confrontamos el coste de comprar un robot, programar e implantarle un software, y costear su mantenimiento, frente a enseñar a personal a hacer el trabajo del robot, cubrirle con un seguro, tener que contratar a más mano de obra ya que no pueden estar trabajando las 24 horas del día, el hecho de que su eficiencia y velocidad de trabajo va a ser menor, y tener que hacer frente a bajas médicas, huelgas, permisos de maternidad, etc. [2].

Si trasladamos este fenómeno al ámbito de la náutica, y sobre todo en las embarcaciones militares, la idea de sistemas alternativos o de reserva va mucho más allá, ya que un buque de guerra se construye bajo la premisa de tener redundancia y descentralización en todos sus sistemas. Ámbitos como las comunicaciones o los sistemas de búsqueda y rescate son claros ejemplos de esta redundancia: en caso de fallo de la tecnología principal, sistemas secundarios acuden al rescate (si falla la radio, se usan las banderas o el código Morse con una linterna; si falla la señal por satélite, un transpondedor envía una señal radar).

Siguiendo con el hilo, llegamos finalmente a la navegación: barcos de vela que son capaces de fijar el ángulo de ataque del viento, o incluso navegar por si solos con la entrada de unos pocos datos. Entre esos datos [3], estará claramente su ubicación actual y su destino, de lo cual sacará el rumbo a tomar. Si además se le añade un tiempo, podrá conocer la velocidad con la que deberá desplazarse. Pero, ¿de dónde saca el barco su posición? Se trata de un dato esencial sin el cual no puede calcular todo lo demás. Y aquí llega el ejemplo de esta dependencia tecnológica latente en la sociedad: el sistema GPS (del inglés *Global Positioning System*) es una de esas tecnologías de la actualidad (como por ejemplo Internet) que se ha hecho imprescindible en el día a día. Entonces, ¿qué pasa si deja de funcionar?

Como se ha dicho anteriormente, el ámbito naval dispone de muchas alternativas en caso de fallo de un sistema dado. En caso de caída del GPS, si estamos cerca de costa, podemos hacer reconocimiento de puntos notables para triangular nuestra posición en una carta a base de medir demoras a dichos puntos [4]. Sin embargo, si nos encontramos en alta mar, podríamos recurrir a estimar la posición (navegación de estima, habitual en submarinos) desde la última posición conocida, aplicando a esta rumbos y velocidades tomados por el barco desde entonces. Pero, no estamos teniendo en cuenta los efectos de la corriente y el viento, que causarán deriva y abatimiento respectivamente sobre el navío y, por mucho que podamos medirlos, son valores demasiado variables, por lo que el error de estima se hará cada vez más grande e inviable con el paso del tiempo. La solución que nos queda: navegación astronómica.



**Figura 1-1** Ilustración gráfica de la diferencia entre la estimación de la derrota sin tener en cuenta los efectos del viento y la corriente (rojo), con respecto a la real (verde) [Autoría Propia].

Si bien puede servir perfectamente para obtener nuestra posición en un momento dado, la observación astronómica se emplea principalmente para corregir la posición estimada, por lo que nuevamente vuelve a salir el concepto de método independiente alternativo para obtener un dato. De hecho, su principio de funcionamiento es idéntico al del GPS y, antes que este, al de la radionavegación: triangulación de la posición desconocida del observador mediante puntos de referencia de posición conocida.

Del mismo modo, la navegación costera también funciona bajo el mismo principio, donde los puntos de referencia son los puntos notables. La diferencia primordial es que, a diferencia del GPS, el empleo de la observación astronómica para ubicarse y orientarse es tan antiguo como la propia humanidad.

## 1.2 Motivación y Objetivos

### 1.2.1 Desarrollo tecnológico en las FF.AA. Españolas

Uno de los principales objetivos que persiguen las Fuerzas Armadas españolas actualmente radica en su desarrollo y evolución tecnológica a la altura de los tiempos que corren. Esto se fundamenta en emplear recursos innovadores para mejorar la eficiencia con la que las unidades acometen las acciones que se les encomiendan.

Dentro de las unidades embarcadas de la Armada, esta evolución se centra en aumentar el grado de compatibilidad y automatismo de la red de sensores y maquinaria de la que están formadas. Esto no solo significa hacer que diferentes sistemas hagan ciertas acciones en función del valor de datos recibidos por múltiples sensores ubicados en lugares diversos del barco, sino también que, a la hora de transmitir y recibir datos entre barcos y con tierra, que exista cierto nivel de compatibilidad y estandarización, algo que sin duda reduce errores y retardos, aumentando el grado de eficiencia del sistema en

su conjunto. Por ello, si se integra en el sistema de navegación del buque un programa que, en caso de caída de la señal GPS, permita estimar constantemente la posición desde la última conocida mediante datos que recibe de los sensores a través de la red de datos existente en el navío, y que además pueda corregir dicha situación permitiendo a un usuario introducir alturas medidas de astros, azimuts y el tiempo en que se realizaron dichas observaciones, haría de la navegación astronómica algo muchísimo más eficiente, prácticamente una herramienta en tiempo real. Este programa debería también informar de cuando es el crepúsculo y cuánto dura recibiendo fecha y hora de la red de datos.

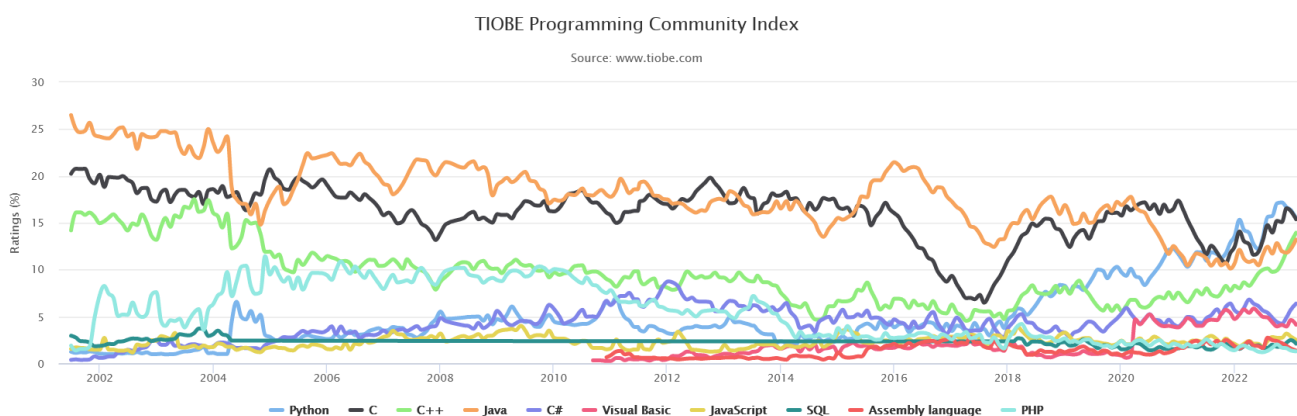
Si además, consiguiéramos automatizar la acción de medir azimut y altura de los astros mediante un sextante automático instalado en los alerones del buque, podemos conseguir que la corrección se efectúe prácticamente en continuo en lo que dura el crepúsculo. Finalmente, si eliminamos la limitación de no poder distinguir el horizonte fuera del crepúsculo mediante el empleo de una cámara infrarroja, la operatividad del sistema se extendería por toda la noche (en condiciones favorables).

El grado de complejidad de esta segunda propuesta de proyecto se ve sustancialmente incrementado, ya que son necesarias técnicas de reconocimiento de imágenes (el horizonte y las estrellas) en directo, así como que el automático sea capaz de reconocer qué estrella está observando.

### 1.2.2 La importancia de saber programar

Hace unos años se impuso en la sociedad la idea de que el conocimiento de la lengua inglesa sería en un futuro imprescindible para poder desenvolverse en el entorno no solo internacional, sino también nacional, así como que sería un requisito fundamental en casi cualquier aspecto del día a día. Hoy en día, el concepto que se lleva esta misma idea es la programación: se ha difundido la idea de que todo profesional que se precie relacionado con el sector tecnológico debería saber programar en al menos un lenguaje.

Este proyecto obliga a tener ese conocimiento, específicamente en Python (considerado actualmente el lenguaje que se debería aprender a programar, en caso de tener que escoger uno, por su gran versatilidad, y que sigue en alza[5]). Su objetivo está en aportar a la eficiencia, automatismo y estandarización del proceso concreto de la navegación astronómica, buscándose que el código pueda ser compatible con la red de datos de sensores de los barcos, de manera que espere unos valores de entrada (situación estimada, derrota estimada en base al histórico de rumbos y velocidades, fecha y hora, entre otros) y entregue la posición actual.



**Figura 1-2** Gráfica que compara los lenguajes de programación más empleados desde principios de siglo hasta la actualidad (Enero de 2023). Se puede ver como Python (azul) compite con Java (naranja), C (negro) y C++ (verde) [5].

Si se extendiera los conocimientos en programación por la Armada, cualquiera tendría los medios para poder desarrollar código que ayude a automatizar, agilizar y, por lo tanto, aumentar la eficiencia de todas aquellas acciones medianamente rutinarias que se detecten que puedan ser optimizadas. Se podría crear un portal en el que cualquier miembro de la Armada pudiese realizar propuestas y subir su propio código, que personal destinado específicamente a su evaluación se encargaría de estudiar. Otros

usuarios podrían también aportar sus propias ideas sobre ese código. De esta manera, el objetivo de la optimización de tareas sería cosa de todos.

El desarrollo de un autómata que aporte en gran medida al automatismo y la continuidad en la corrección de la posición estimada involucra otros campos tecnológicos, además de tener un grado de complejidad excesivo para ser planteado en un único proyecto, por lo que quedaría planteado como propuesta de futuro proyecto, complementando al programa como responsable de generar parte de los datos de entrada de este.

De esta manera, en resumidas cuentas tendríamos del siguiente listado de objetivos:

- Generar un primer programa que realice los cálculos pertinentes en función del tipo de astro observado (existirán ciertos inputs adicionales a aplicar en caso de que se trate de una estrella, un planeta, o la Luna), en el que se entre con los datos de altura observada, fecha y hora, posición estimada, y los datos extraídos del almanaque; y saque la recta de altura y azimut del correspondiente astro.
- Deberá existir un segundo bloque que se encargue de extraer las rectas de altura calculadas por el programa anterior y efectuar el procedimiento de triangulación de forma gráfica, dando como resultado nuestra posición corregida.
- Los datos del almanaque náutico deberían ser preferentemente extraídos de forma autónoma por el programa, que entrará al mismo con los datos de nombre del astro, fecha, hora, y otros relativos a las diversas correcciones a aplicar (como por ejemplo, la altura del observador).

Otros objetivos a futuro, a una escala más general y de cara a una mayor utilidad de este proyecto serían:

- Convertir el programa de observación del Sol generado en el TFG “*Sistema de posicionamiento solar para buques*” [6], y traducirlo a Python, para posteriormente integrar ambos programas en un único que permita obtener las rectas de altura también del Sol por su paso por el meridiano superior de lugar (término que se definirá más adelante), o bien la de la Polar.
- Integración de este programa a bordo de los buques de la Armada Española (de manera que sea la red de datos a bordo, y no el usuario, la que introduzca los datos de entrada), así como el desarrollo de un autómata que identifique astros y mida por sí mismo la altura y azimut de estos (idea que ya ha sido desarrollada en el Apartado 1.2.1). Este sistema también requerirá de un calculador de la posición estimada desde la última posición GPS obtenida (que bien podrá aportarlo el buque, o ser un bloque adicional integrado en el programa).

## 1.3 Breve historia de la navegación

### 1.3.1 Concepto de orientación

La necesidad de orientarse es un concepto que existe desde los albores de la civilización humana e incluso desde antes. En la prehistoria, para realizar acciones tan fundamentales y rudimentarias como son ir a recolectar frutos, recoger agua del río, o regresar al hogar requiere de los principios básicos de la orientación: ¿dónde estoy?, ¿adónde quiero ir? y, por lo tanto, ¿por dónde tengo que ir?

En un principio, la respuesta radicó en que, una vez trazado el camino por primera vez, se establecían puntos de referencia para reconocer el camino: palos, piedras, árboles, formas particulares...., Lo que daría lugar al nacimiento de los primeros rastros de lo que se podría considerar *cartografía efímera*, sobre todo si alguien que conocía el camino se veía necesitado a trazar de alguna manera este para explicárselo a otro.

Sin embargo, la humanidad fue nómada en primera estancia, por lo que hubo una primera vez en la que ese camino se trazó sin conocerse. Para ello, se emplearon otros recursos para orientarse: los movimientos migratorios de animales, el cambio en la vegetación o el terreno, seguimiento del trazado

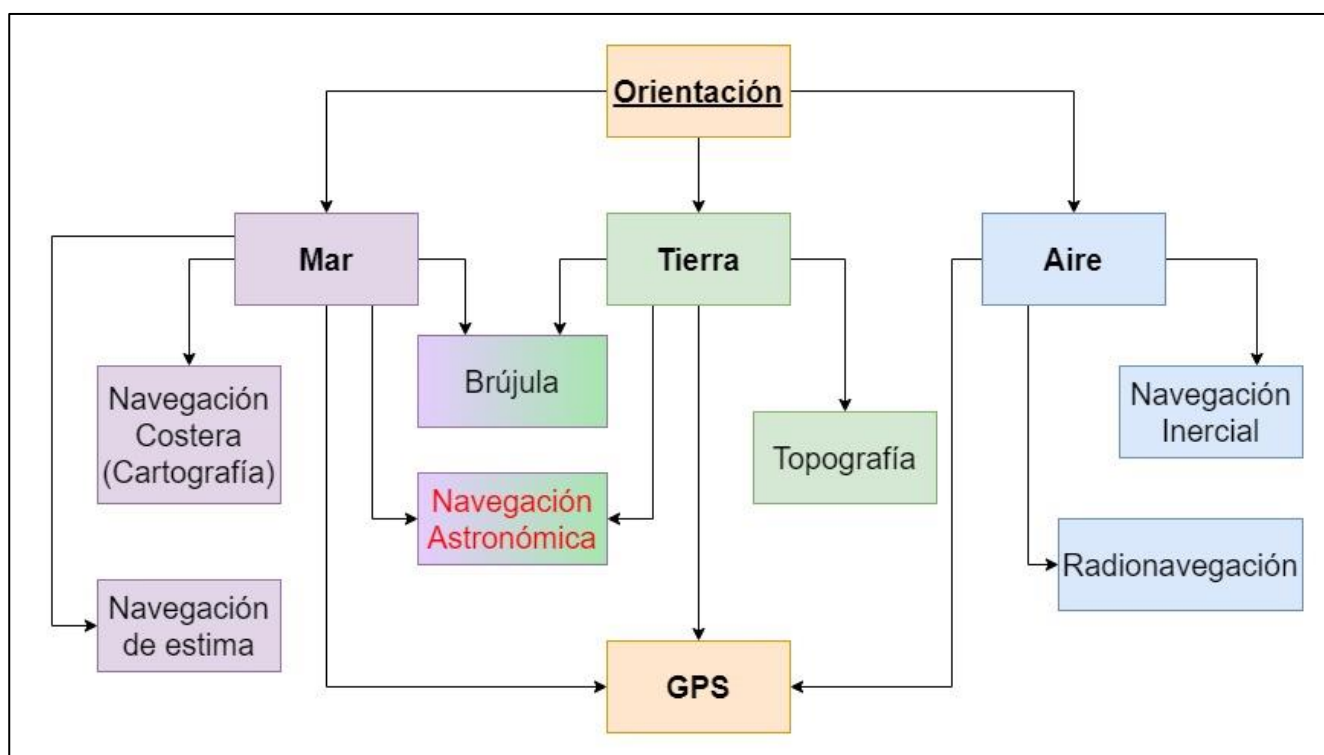
de ríos, la aparición de musgo, o unas primeras nociones de observación estelar, entre otros muchos más. Pero esto no puede considerarse orientación mientras no hubiese punto de partida que conocer.

**Orientar** (De *oriente*) [7]:

1. *Fijar la posición o dirección de algo respecto de un lugar, especialmente un punto cardinal.*
2. *Dirigir o encaminar a alguien o algo hacia un lugar determinado.*

Por esto se considera el principio de todo el momento en que la humanidad pasó a ser sedentaria: la necesidad que conocer un camino fijo, y de saber dónde se encuentra tanto el punto de partida (al que hay que volver) como el de destino (al que se volverá a por más alimento).

Para poder hablar largo y tendido de la aparición y evolución de los diferentes métodos de navegación, primero hay que distinguir entre mar, tierra y aire:



**Figura 1-3** Esquema de los diversos métodos de orientación y navegación empleados en la actualidad en función del ambiente [Autoría Propia].

### 1.3.2 Orientación en tierra

Empezando por los albores de la civilización, las mentes pensantes de la civilización griega y romana supusieron, como en casi la totalidad del resto de campos científicos, un gran avance en el desarrollo y la evolución de las técnicas de navegación. Un ejemplo de esto es el nacimiento de la topografía, que se dice que fue incentivado por el nacimiento del concepto de propiedad privada, pero que añadiría a los puntos de referencia en tierra que se tenían hasta entonces, la altura.

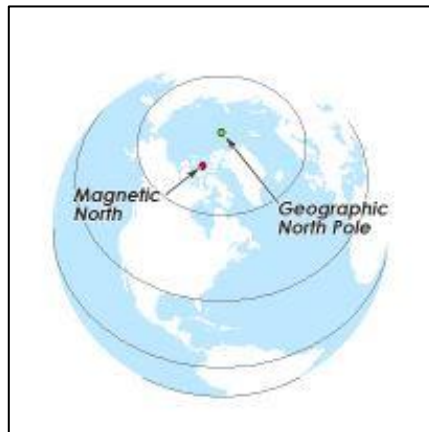
También el rigor científico aplicado a mapas y cartas de navegación se empezó a aplicar por estas fechas, cuando se empezaron a plasmar coordenadas de latitud en las mismas, permitiendo con esto medir distancias sobre el papel.

**Topografía** (Del gr. τόπος *tópos* “lugar” y *-grafía*) [7]:

1. *Técnica de describir y delinear detalladamente la superficie de un terreno.*
2. *Conjunto de particularidades que presenta un terreno en su configuración superficial.*

Sin embargo, con la desaparición de estas civilizaciones, el progreso científico-tecnológico quedaría estancado durante gran parte de la edad media.

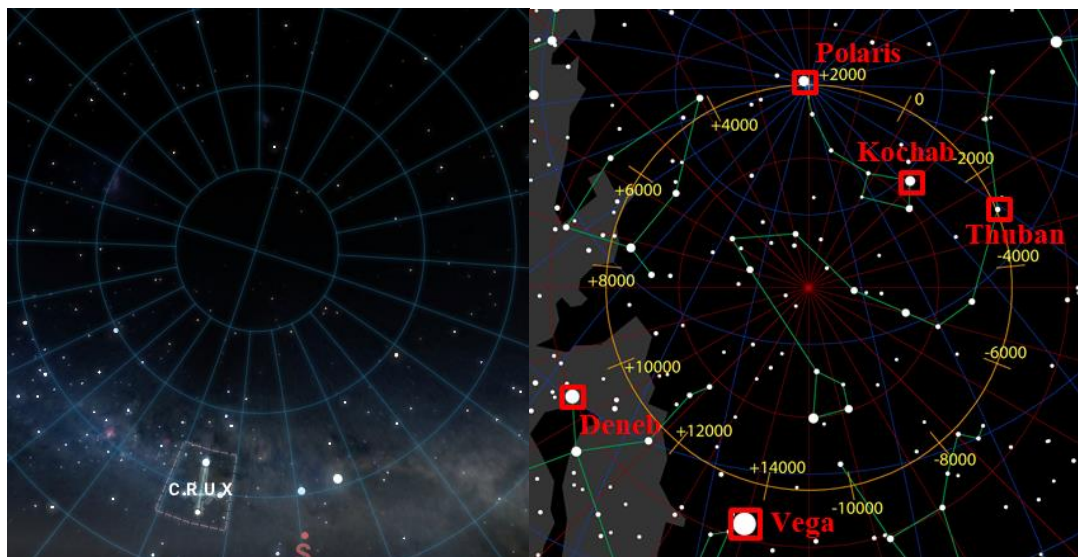
La primera idea de brújula, consistente en una mera tira o aguja metálica imantada sobre un líquido (generalmente agua) que se orientaba hacia el norte magnético, apareció en China en algún punto del siglo II [8]. Si bien el polo norte magnético no coincide con el polo norte geográfico (Océano Ártico e Isla Ellesmere, Canadá, respectivamente: una distancia de unos 500 km [9]), la brújula ha servido desde entonces y en la actualidad para el propósito de “saber a dónde voy” (cuanto más lejos del polo, menor es el error), siendo que hoy en día es, junto con los mapas topográficos, el principal medio de desplazamiento sin GPS por tierra.



**Figura 1-4** Diferencia entre el polo norte magnético y el geográfico [9].

Pero hay un método de orientación en tierra que siempre ha estado ahí, mucho antes que la brújula o cualquier mapa: la navegación astronómica. Claramente es un concepto que ha ido evolucionando mediante el desarrollo de técnicas y herramientas para la obtención de una posición cada vez más precisa, pero antes que eso ya podíamos obtener direcciones sin necesidad de una brújula [10]:

- La Luna se desplaza en la bóveda celeste, en su movimiento aparente, de E (este) a W (oeste) pasando por el S (sur) en el Hemisferio Norte (al Norte del Ecuador terrestre), mientras que en el Hemisferio Sur pasa sobre el N (norte). Además, en su fase menguante, sus “extremos” apuntan siempre al W (E en el Hemisferio Sur), y en su fase creciente, al E (W en el Hemisferio Sur).
- El Sol “sale” por el E y se “pone” por el W. Solo que en el Hemisferio Norte lo hace pasando por el S, mientras que en el Hemisferio Sur pasa por el N (esto será más o menos notable en función de la cercanía geográfica al Ecuador, y de la época del año).
- La precesión es un movimiento de la Tierra que hace que la orientación del eje vaya variando en ciclos de unos 26.000 años, en los que el polo norte celeste recorre una circunferencia sobre la bóveda. Actualmente se encuentra prácticamente en Polaris, de manera que esta estrella indica la dirección del polo norte geográfico en el Hemisferio Norte, mientras que la constelación conocida como Cruz del Sur es la encargada de orientar hacia el S en la otra mitad del globo. En el Ecuador Terrestre se pueden llegar a ver ambos polos celestes, mientras que en los polos geográficos se pierde esta referencia, al encontrarse justo sobre el observador. Otras constelaciones pueden emplearse en mayor o menor medida para indicar direcciones cardinales, como puede ser la constelación de Orión.



**Figura 1-5 (Izquierda)** Captura de pantalla efectuada del software Stellarium en el que se aprecia como la constelación *Crux* apunta hacia el polo Sur celeste, y este a su vez hacia el S [11].

**Figura 1-6 (Derecha)** Ciclo de precesión realizado por el eje terrestre, en el que el polo norte celeste se desplaza en una circunferencia, cambiando de estrella Polar con los milenios [12].

### 1.3.3 Los inicios de la navegación y la cartografía

Para establecer el origen de la cartografía, es necesario atenerse a la definición que se da de algunos términos [7]:

**Cartografía** (De carta y *-grafía*):

1. *Arte de trazar mapas geográficos.*
2. *Ciencia que estudia los mapas.*

**Mapa** (Del b. lat. *mappa* ‘mapa’, y este del lat. *mappa* “servilleta”, “pañuelo”):

1. *Representación geográfica de la Tierra o parte de ella en una superficie plana.*
2. *Representación geográfica de una parte de la superficie terrestre, en la que se da información relativa a una ciencia determinada.*

**Geografía** (Del lat. *geographia*, y este del gr. γεωγραφία *geōgraphía*):

1. *Ciencia que trata de la descripción de la Tierra.*

Partiendo de esta base, los primeros mapas con rigor científico provienen de Grecia, y se realizaban a base de recoger la información que aportaban los viajeros de formas y puntos característicos. Sin embargo, el empleo de las formas de costas y riberas de ríos como apoyo a la navegación es muy anterior [13] [7], así como otras referencias de creación humana como puedan ser los faros (se sabe del uso de faros como elemento de seguridad marítima desde la antigüedad, pues ya los romanos solían colocarlos en sus puertos [14]).

**Navegación** (Del lat. *navigatio*, *-ōnis*):

1. *Acción de navegar.*
2. *Viaje que se hace con la nave.*
3. *Ciencia y arte de navegar.*

**Navegar** (Del lat. *navigāre*):

1. *Desplazarse por el agua en un buque o en otra embarcación.*



**Figura 1-7** Grabado del Faro de Alejandría, rodeado por ilustraciones de las otras Seis Maravillas de la Antigüedad [15].

Las civilizaciones egipcia y mesopotámica emplearon la navegación fluvial (ríos Nilo, y Tigris y Éufrates respectivamente) desde sus principios, y no se limitaron a esta: Los mesopotámicos también navegaban por el golfo Pérsico, buscando el intercambio de bienes y conocimientos con las tribus adyacentes, mientras que los egipcios hicieron lo propio en el Mediterráneo, por unas rutas establecidas desde el Neolítico, que fueron el medio por el cual la metalurgia se difundió por los pueblos riberos.

Aun así estamos hablando de navegación costera, en la que los navegantes se veían obligados a no alejarse de la costa para poder usar el relieve y formas de esta como referencias para orientarse. Sin embargo, en alta mar, estas referencias se pierden. Al principio, los navegantes que se lanzaban a alta mar sólo lo hacían porque había unos vientos predominantes en una dirección particular durante una fecha específica del año. En el caso del Mar Mediterráneo, por ejemplo, los vientos principalmente son de componente W, y las corrientes de componente E durante los meses de verano, mientras que en invierno es al revés [16].

Con esto se concluye que, antes de realizar un tránsito en mar abierto previamente conocido, generalmente alguien hacía la navegación costera pertinente para después descubrir un viento específico que permitía llegar al mismo lugar más rápido. Aunque, por otro lado, no hay que olvidar que la observación astronómica en aquella época ya permitía conocer los puntos cardinales.

### *1.3.4 Desarrollo de la navegación astronómica*

La ausencia de horizonte<sup>1</sup> en tierra (que es un elemento actualmente imprescindible para la medición de alturas) detuvo indefinidamente la utilidad práctica de la observación astronómica en tierra más allá de servir como orientación aproximada (como ya se ha visto en el apartado 1.3.2), sobre todo a partir del momento en que fue sustituida por la brújula (aunque sigue pudiéndose utilizar como recurso de emergencia ante ausencia de este elemento).

<sup>1</sup> Se entiende por horizonte el límite visual que parece separar el cielo de la tierra [7], pero específicamente cuando es una línea rectilínea visible que pueda ser empleada como referencia medible, algo que solo se da en la mar cuando la costa se encuentra demasiado lejos como para ser percibida, por efecto de la curvatura terrestre.

Sin embargo, la observación astronómica si halló en la mar su utilidad, hasta tal punto de ser el principal método para ubicarse en mar abierto y poder calcular distancias y latitudes durante gran parte de la historia: se volvió completamente indispensable cuando el hombre empezó a lanzarse a lo desconocido en la época de los grandes descubrimientos a partir del siglo XV.

La navegación astronómica puede empezar a considerarse como tal en el momento en que observar el cielo deja de utilizarse para orientarse (de lo que ya se encarga la brújula), y pasa a usarse para situarse en una carta mediante triangulación (al igual que con la *navegación costera*). Más concretamente, se navegaba *por estima* conociendo el rumbo que daba la brújula y midiendo la velocidad de la embarcación mediante el tiempo que tardaba un barco en recorrer la distancia entre varios nudos hechos en una cuerda (de ahí que la velocidad se mida hoy en día en nudos). La triangulación por observación de tres astros servía para corregir dicha posición estimada, ya que la precisión de su cálculo era muy pobre, con métodos muy poco fiables.

Por otro lado, la medida de la altura precisa de la estrella tampoco era algo para nada exacto, sino que a lo largo de los siglos se fue mejorando con el desarrollo de múltiples instrumentos. El primero de estos instrumentos fue el astrolabio que, si bien fue invención griega, cayó en el olvido en Europa hasta que fue reintroducido por los musulmanes con la invasión de la Península Ibérica, de modo que su uso se recuperó a finales de la Alta Edad Media.

Con la llegada del Renacimiento, multitud de nuevas herramientas tratarían de sustituir al astrolabio, bien mejorando la exactitud y precisión del valor de la altura, bien haciendo más versátil y más rápido su empleo (para usar el astrolabio se necesitaba de varias personas). Un ejemplo de esto es el cuadrante (el padre del sextante), un instrumento muy sencillo y mucho más manejable que el astrolabio, que consiste en un sector de circunferencia graduado con una cuerda y un peso atado en el extremo libre de la cuerda, de manera que al apuntar al horizonte y subir la vista hasta el astro, la cuerda seguía vertical e indicaba la altura del mismo.

El desarrollo de versiones anteriores al sextante llegaría de múltiples inventores a lo largo de los siglos XV y XVI (de entre los cuales se encuentra el mismo Sir Isaac Newton). La principal ventaja del sextante frente al cuadrante es una mayor precisión en la medida, así como eliminar las complicaciones de observar directamente al sol, o intentar ver la medida de noche.



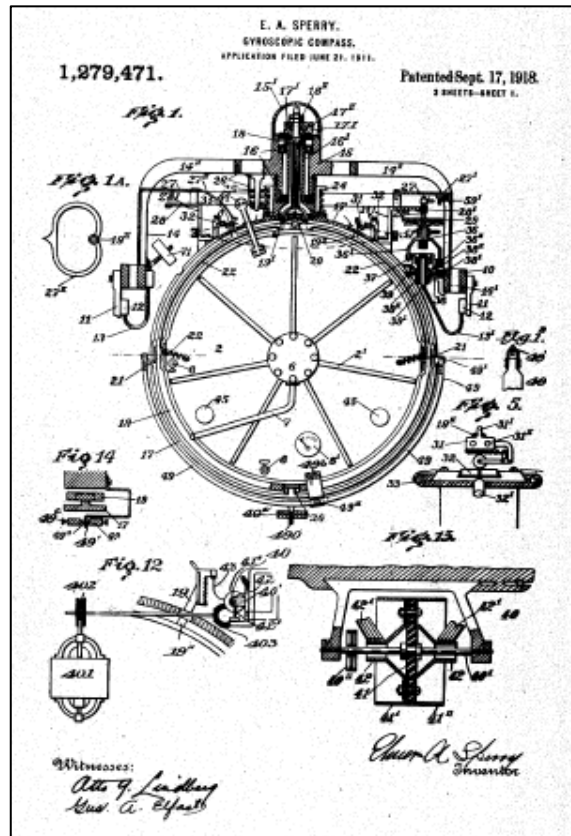
**Figura 1-8 (Izquierda)** Astrolabio fabricado por el astrónomo e inventor Ibrahim ibn Said al-Sahli en Toledo en el año 1067 [17].

**Figura 1-9 (Centro)** Cuadrante marino con su regla de alturas, su cordel y su peso [18].

**Figura 1-10 (Derecha)** Sextante. Este modelo incluso incluye una pequeña batería en el mango para poder encender una bombilla que permita leer la medida de noche [19].

### 1.3.5 Evolución de la navegación hasta nuestros días

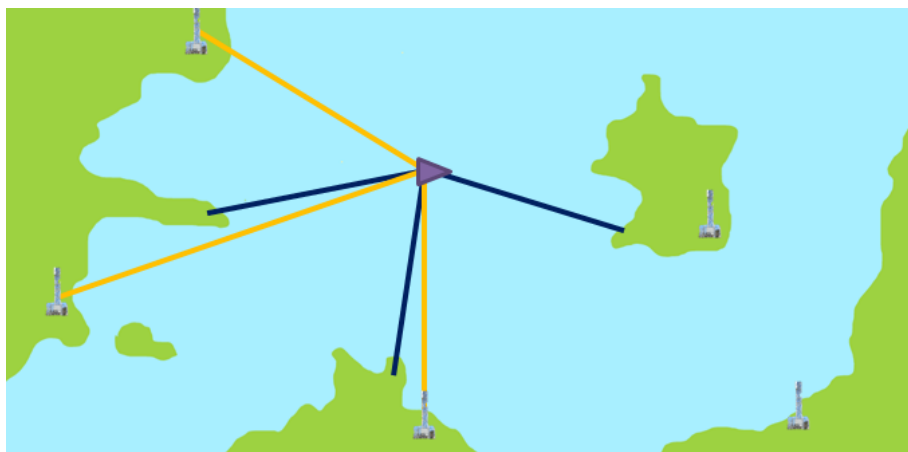
Una vez aparecido y distribuido el invento de la brújula, permaneció a bordo de todas las naves del mundo hasta hace apenas un siglo cuando, de la invención del giróscopo en 1852 por parte del físico y astrónomo francés Jean Bernard León Foucault [20], surgiría su aplicación a la navegación marítima de la mano del girocompás [21].



**Figura 1-11** Plano del diseño de girocompás patentado por Elmer Ambrose Sperry en 1918 [21].

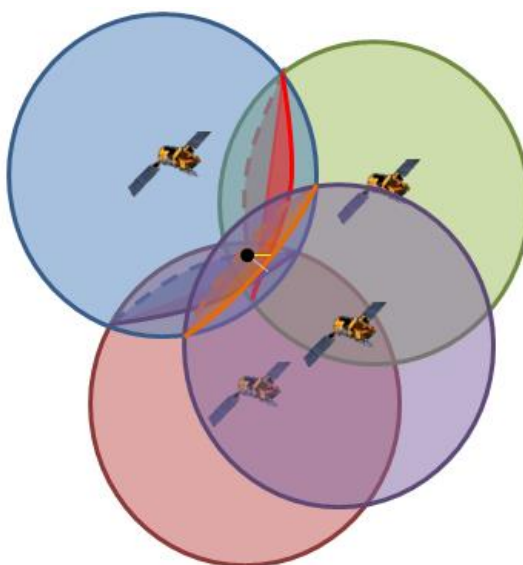
De los giróscopos se deriva también la denominada *navegación inercial* (acelerómetros en su conjunto), técnica que se emplea actualmente en aeronaves como sistema de posicionamiento autónomo el cual, en base a una posición conocida inicial, el conjunto de sensores de inercia extrae para cada momento el movimiento de la aeronave, con lo que puede conocer su desplazamiento, y así estimar su posición actual. Dicho sistema se emplea cuando no hay acceso a otros métodos externos, y se corrige cuando vuelven a estar disponibles.

A partir de aquí, el siguiente gran paso (el más reciente) se dio con el deseo de llevar el sistema de triangulación de la navegación costera a escala global. El primer gran sistema que lograría esto sería la *radionavegación*, que aparece como fruto de la demanda tecnológica durante la Segunda Guerra Mundial [22]. Consiste en una serie de transmisores de radio repartidos alrededor del globo, cuyas señales serían recibidas en varias demoras por un buque dado. Este buque, conociendo la posición de las señales que está recibiendo, puede triangular su propia posición (Figura 1-12).



**Figura 1-12** Triangulación para obtener posición del buque por navegación costera (azul) y por radionavegación (amarillo) [Autoría Propia].

Este método se sigue utilizando hoy en día en aviación, aunque ha perdido su utilidad en náutica, siendo sustituido por el sistema empleado actualmente para posicionamiento: el *sistema de posicionamiento global* o GPS. Este aparece de la mano de la tecnología satelital. Partiendo del funcionamiento de la radionavegación, el GPS cambia las estaciones en tierra por satélites (Figura 1-13).



**Figura 1-13** Representación gráfica del sistema GPS: se necesita de un mínimo de 4 satélites para situarse (dos esferas se cortan en un círculo, tres, en una recta, y cuatro, en un punto), empleándose el resto para aumentar la precisión y reducir el error [Autoría Propia].



## 2 ESTADO DEL ARTE

### 2.1 La Esfera Celeste

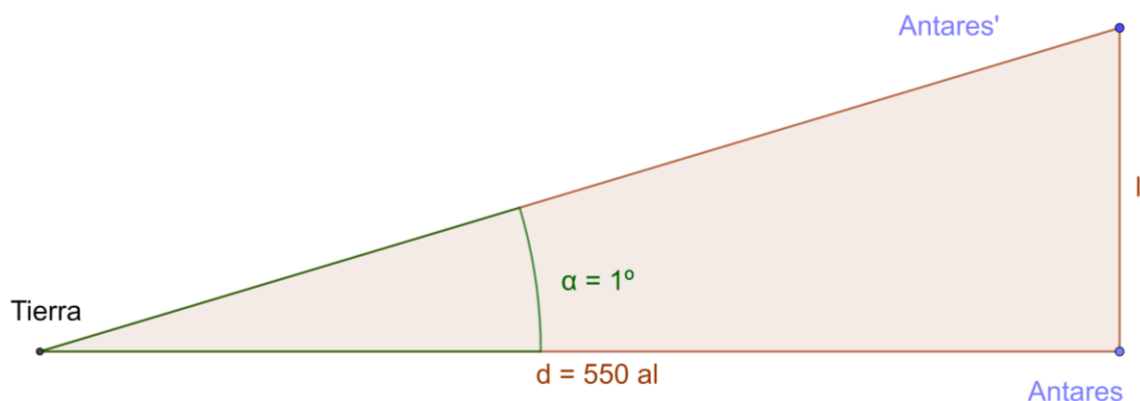
#### 2.1.1 La Bóveda celeste

La Astronomía es la ciencia que estudia los astros, obteniendo las leyes que rigen sus movimientos y determinando la dirección con que se presentan al observador situado en la superficie terrestre [10]. Si bien se divide en multitud de ramas, para el navegante, la parte más importante de la Astronomía es la Náutica o Navegación Astronómica, que trata de los problemas que se presentan al hombre en sus viajes planetarios.

Astros son todos los cuerpos que vemos proyectados en el firmamento, denominándose, en general, estrellas cuando tienen luz propia y aparentemente no se les aprecia movimiento propio; planetas, cuando carecen de luz y tienen movimiento propio acusado; y otros de menores dimensiones respecto a los anteriores (satélites, asteroides, cometas, etc.).

La realidad del movimiento de las estrellas es que se desplazan alrededor del centro de la galaxia a una velocidad mucho mayor a la de la Tierra (29,8 km/s) [23], y equiparable a la del Sistema Solar (230 km/s) [24]. Sin embargo, las distancias que separan los astros son tan inconmensurablemente grandes (del orden de las decenas y los centenares de años luz) que este movimiento se vuelve imperceptible.

Pongamos un ejemplo: Antares es una supergigante roja que se encuentra a una distancia de 550 años luz en la constelación de Scorpius. Recordando que una circunferencia (en este caso, el horizonte) se divide en  $360^\circ$ , ¿cuánto tiempo tardaría Antares en desplazarse visualmente un grado en azimut (concepto que se explicará más adelante)?



**Figura 2-1** Representación gráfico del planteamiento acerca del desplazamiento de las estrellas [Autoría Propia].

En primer lugar: ¿qué es un año luz? Tal y como dice su nombre, el año luz es la distancia que tarda la luz en recorrer en un año. Esto es, conociendo que su velocidad es de aproximadamente  $3 \cdot 10^8$  m/s [7]:

$$\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}}{1 \text{ s}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{365 \text{ días}}{1 \text{ año}} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

En segundo lugar, calculamos la distancia a recorrer por el astro para que desde la Tierra se haya movido en apariencia un grado:

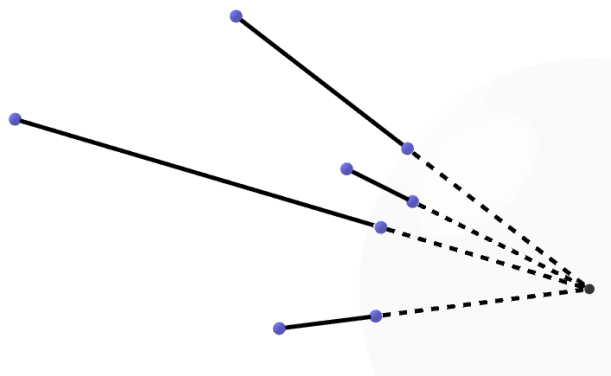
$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{l}{d} \rightarrow l = 550 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \cdot \operatorname{tg}(1^\circ) = 9,08 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

Por último, supongamos que Antares se desplaza a una velocidad similar a la del Sol, de unos 250 km/s, con lo que calculamos cuanto tiempo tardará la estrella en recorrer la distancia  $l$  recién calculada:

$$v = \frac{l}{t} \rightarrow t = \frac{l}{v} = \frac{9,08 \cdot 10^{16} \text{ m}}{2,5 \cdot 10^5 \text{ m/1 s}} = 3,63 \cdot 10^{11} \text{ s} = 11519 \text{ años}$$

Podemos ver que no es un tiempo demasiado exagerado, pero si está fuera de la escala de tiempos con la que trabaja el hombre a lo largo de su ciclo de vida. Por ello, se puede considerar que las estrellas se encuentran fijas en el firmamento.

Recapitulando acerca del concepto de triangulación, un valor que no era necesario para la obtención de la posición del buque tanto en navegación costera como en radionavegación era la distancia. Lo mismo ocurre en la navegación astronómica, por lo que podemos trabajar con una esfera imaginaria dentro de la cual se encuentra la Tierra y en la que se encuentran proyectados a la misma distancia todos los astros, como si se tratara de miles de satélites GPS que enviaran su señal visualmente, en lugar de por radio.



**Figura 2-2** Proyección de diferentes estrellas a diferentes distancias en la esfera imaginaria [Autoría Propia].

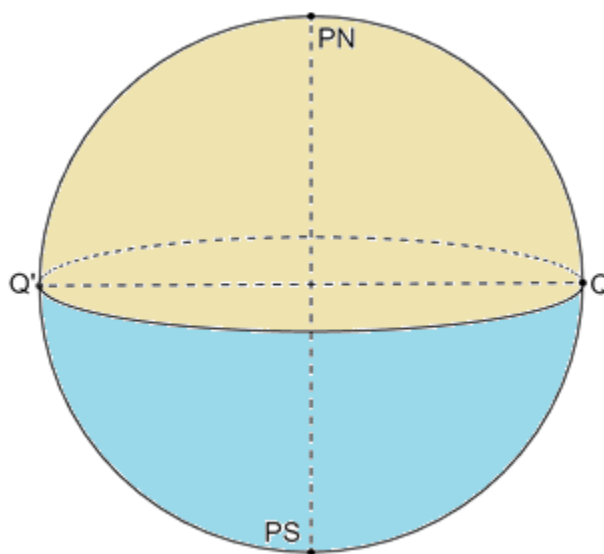
Se ha dicho que las estrellas se encuentran fijas en el firmamento. Sin embargo, en apariencia esto no es así. El motivo de esto es debido al movimiento de rotación de la Tierra alrededor de su correspondiente eje de rotación, de manera que parece que todos los astros tracen en el cielo en su recorrido una circunferencia de mayor o menor diámetro. Prolongando el eje de rotación de la Tierra hasta cortar nuestra esfera imaginaria se obtienen los denominados *Polos celestes*, que reciben el nombre en función de la latitud y el hemisferio del observador (Norte o Sur) [10].



**Figura 2-3** Recorrido de las estrellas en el firmamento con el transcurso de la noche. Se puede observar como la estrella Polar permanece en el centro prácticamente inamovible [25].

**Figura 2-4** Prolongación del eje de rotación terrestre, hasta cortar la esfera imaginaria en los polos celestes [Autoría Propia].

Otra definición a tener en cuenta es la de *círculo máximo*, concepto con el que se trabajará mucho de aquí en adelante: en una esfera, un círculo máximo es toda aquella circunferencia cuyo centro coincida con el centro de la esfera (y por ende, tendrá el mayor radio de todas las circunferencias que pudieran trazarse en el perímetro de la esfera). Particularmente, el círculo máximo que se encuentra a la misma distancia de ambos polos celestes se conoce como *Ecuador celeste* (Q-Q'), y es el círculo máximo que divide la esfera celeste en hemisferios [10].



**Figura 2-5** Parte de la esfera celeste que contiene las proyecciones de los astros, siendo el círculo máximo Q-Q' el Ecuador celeste, que divide la esfera celeste en Hemisferio Norte (Amarillo) y Hemisferio Sur (Azul) [Autoría Propia].

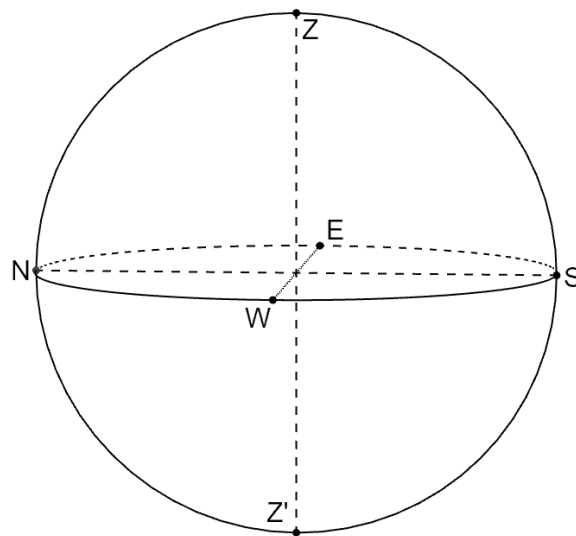
Como se ha dicho, para una posición dada, las estrellas aparentarán moverse por el movimiento de rotación de la Tierra. Puesto que esa es la apariencia existente, para uso náutico se asumirá que aquello que se mueve es la propia esfera celeste. En este caso particular, la parte de la esfera celeste que contiene los astros grabados en su superficie se moverá al sentido contrario de como lo hace la Tierra, tomando como base su eje de rotación (los polos celestes), todo ello simulando el efecto visual real.

### 2.1.2 El punto de vista del observador y la Esfera Celeste

Cuando nos situamos en cualquier punto del planeta, y nos ponemos a observar el cielo que se abre ante nosotros, podemos hallar varios elementos dentro de esta perspectiva [10]:

- En primer lugar, los cuatro puntos cardinales estarán siempre presentes en cualquier lugar, separados en azimut<sup>2</sup> cada uno respecto al otro 90°.
- Y, en segundo lugar, si uniéramos el centro de la Tierra con el observador, y prolongásemos dicha recta, esta acabaría cortando la Esfera Celeste en un punto. Este punto, situado justo encima del observador y que es donde se da la altura máxima medible (90°), se conoce como *Cenit* (Z). Si prolongamos esta recta en el sentido opuesto, el otro punto en el que dicha recta corta la esfera se conoce como *Nadir* (Z').

De esta manera, el círculo que contiene los cuatro puntos cardinales y es perpendicular al eje Z-Z' se conoce como *Horizonte*. Este puede no estar ajustado al centro de la esfera por diferentes motivos que se verán en detalle posteriormente. Aplicando correcciones conseguiremos obtener el *Horizonte aparente*, que es un círculo máximo cuando la esfera celeste está centrada en el observador [10].



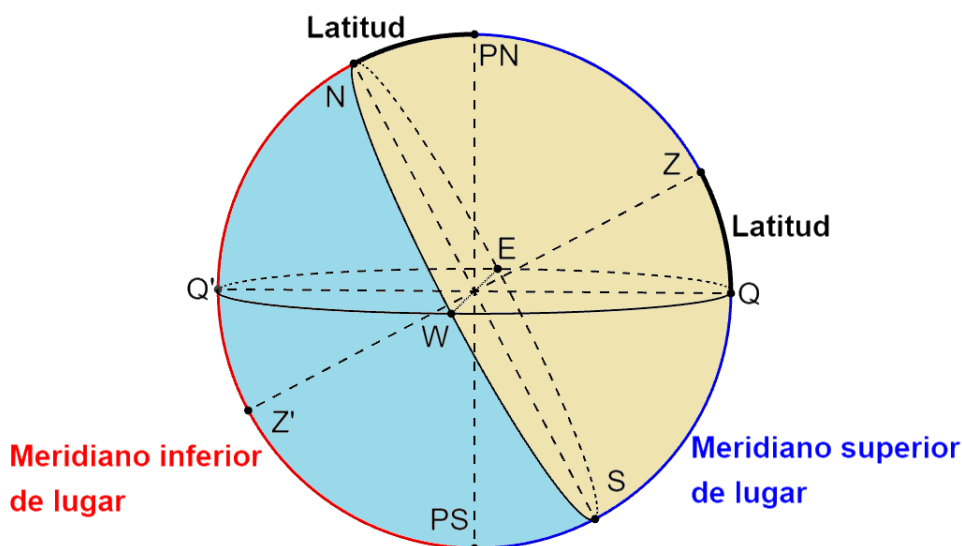
**Figura 2-6** Parte de la Esfera Celeste que depende de la posición del observador [Autoría Propia].

De esta manera, si antes teníamos una parte de la Esfera Celeste en la que la posición de los astros dependía del tiempo, esta otra parte hace que los astros que el observador sea capaz de observar dependa de su posición y, más concretamente, de su latitud.

Se definen como *Meridianos* todos aquellos círculos máximos que pasan por los polos celestes y que, por lo tanto, son perpendiculares al Ecuador celeste. Su igual respecto al observador son las *Verticales*, círculos máximos que pasan por el Cenit y el Nadir. De estas definiciones sacamos el *Meridiano de lugar*, que es el único círculo máximo que es a la vez meridiano y vertical, es decir, que pasa tanto por los polos celestes, como por el Cenit y el Nadir. Este, a su vez se divide en dos semicírculos: el *Meridiano superior* (MsL), que es la mitad que pasa por el Cenit; y el *Meridiano inferior* (MiL), que es la otra mitad, la que pasa por el Nadir. Este concepto será una referencia importante para la obtención de datos de cálculo respecto a la posición del observador [10].

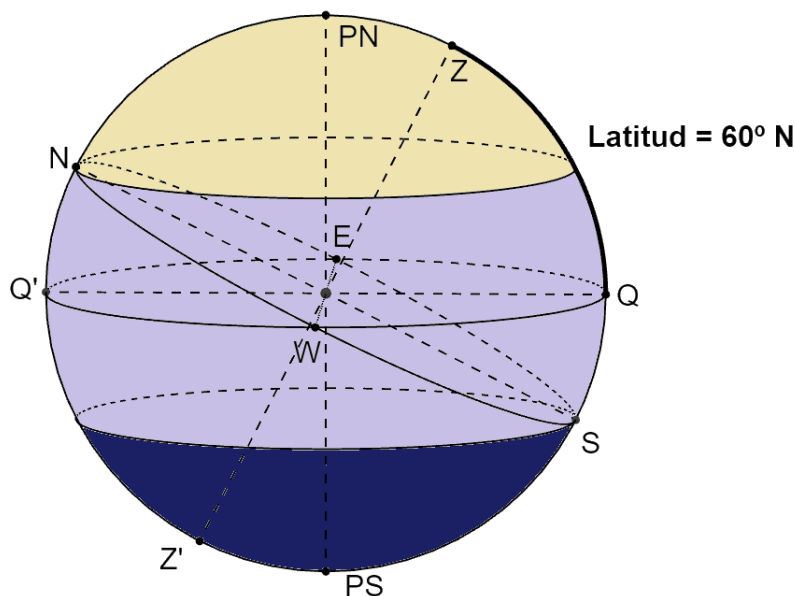
Así pues, se trabajará con varios sistemas de referencia con coordenadas polares, uno de los cuales será únicamente dependiente del tiempo y ubicará la posición de los astros en la esfera celeste (parte de la esfera celeste introducida en el apartado anterior), y el sistema que ubica al observador en base a su supuesta posición estimada (concretamente la latitud) y establecerá la visibilidad de los astros para un momento dado. Es importante recalcar que la longitud es un valor que afecta al tiempo y, por lo tanto, a la posición de los astros.

<sup>2</sup> Si bien se desarrollará este concepto más adelante, el horizonte se puede dividir en 360 partes iguales, que reciben el nombre de grados (y cada una de estas partes a su vez en minutos y segundos). Si se divide en solo 4 partes, cada límite entre parte y parte recibe el nombre de punto cardinal. Para un valor concreto, el **azimut** es el arco de horizonte en grados medido desde el punto cardinal N (aunque puede recibir otras notaciones, como se verá más adelante).



**Figura 2-7** Para una latitud Norte dada, porción del cielo que será visible por el observador (amarillo) respecto a la que no lo será (azul) [Autoría Propia].

En cuanto al recorrido aparente que realizan las estrellas debido al tiempo, se le denomina *Paralelo* precisamente por ser paralelos al Ecuador celeste (el caso de los círculos menores paralelos al horizonte, se los denomina *Almicantarats*, concepto que no se empleará). Por esto habrá en el firmamento astros que el observador pueda ver en cualquier momento del día (sin tener en cuenta al Sol), que serán aquellas que se encuentren más cerca del polo celeste homónimo a la latitud del observador; astros que se podrán ver un determinado tiempo, que dependerá de su proximidad al ecuador celeste; y astros que, para esa latitud, no podrán verse nunca, que serán los que estén más cercanos al polo celeste del hemisferio opuesto al que se encuentra el observador [10].



**Figura 2-8** Para latitud 60° N, aquellos astros que transiten en la zona amarilla podrán ser vistos por el observador permanentemente en cualquier momento del día (sin tener en cuenta el efecto del Sol). Aquellos astros que transiten en la zona morada podrán ser observados, pero pasarán un periodo por debajo del horizonte. Los astros que transitan en la zona azul no podrán ser observados en ningún momento en esta latitud [Autoría Propia].

Visto este fenómeno, cabe mencionar dos casos especiales para acabar de aclarar el funcionamiento del movimiento de los astros en la bóveda celeste:

- En el caso de que  $\text{Latitud} = 90^\circ$  (independientemente del hemisferio) (Figura 2-9), el Cenit coincide con el *Polo elevado* (nombre que recibe el polo homónimo al hemisferio y/o latitud del observador, siendo el polo opuesto denominado *Polo depresso*), y el horizonte coincide con el ecuador celeste. Esto tiene dos implicaciones: en primer lugar, el observador solo verá las estrellas del hemisferio en el que se encuentre, y ninguna de las que se encuentren en el otro hemisferio; y segundo, todas las estrellas que vea las podrá ver permanentemente.
- En caso de que  $\text{Latitud} = 0^\circ$  (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), el eje Z-Z' coincide con el ecuador celeste, por lo que el observador podrá ver todas las estrellas del firmamento celeste de ambos hemisferios (llegando al punto de poder ver a la vez ambos polos celestes, es decir, Polaris y la constelación Crux), sin embargo, en todos los casos, solo podrá verlas diariamente la mitad del tiempo.

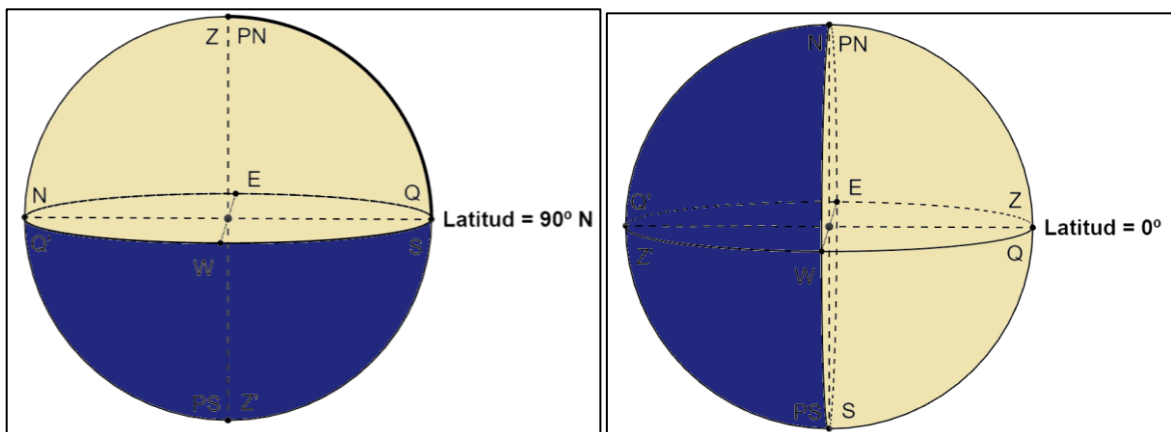


Figura 2-9 y 2-10 Caso especial en el que el observador se encuentra en el Polo Norte (izquierda) en el Ecuador terrestre (derecha) [Autoría Propia].

## 2.2 Trigonometría esférica

### 2.2.1 Coordenadas horizontales y horarias

Para resolver la posición de un punto en la superficie de una esfera se puede trabajar principalmente con dos sistemas diferentes de coordenadas: coordenadas cartesianas y coordenadas polares. Emplear coordenadas cartesianas implicaría trabajar con distancias, cuando ya se ha dicho que esto es completamente inviable, ya que cada astro se encuentra a diferentes distancias y es mucho más complejo instrumentalmente hablar de medir distancias que ángulos.

El empleo de coordenadas polares implica trabajar con dos ángulos. Sin embargo, al estar trabajando con un conjunto de tres sistemas, realmente tenemos un sistema de hasta 6 incógnitas [10]:

- **Situación geográfica:** Antes siquiera de poder plantear los otros valores, el conocimiento de la Latitud ( $\phi$ ) es fundamental para conocer el grado de inclinación de la esfera relativa al observador (Apartado 2.1.2) respecto a la esfera representativa de la bóveda celeste (Apartado 2.1.1). Por otro lado, conocer nuestra Longitud ( $L$ ) nos permitirá saber el punto de referencia desde el que medir el ángulo sidéreo (concepto que se verá más adelante en este mismo apartado).
- **Coordenadas horizontales** (respecto al observador): Son los valores que el observador puede obtener por sí mismo respecto a su sistema de referencia. Consta de otras dos magnitudes:
  - Azimut ( $Z$ ): Es el arco de Horizonte que va desde el punto cardinal Norte hasta la vertical del astro. Puede referenciarse respecto a los  $360^\circ$ , o respecto a cuadrante (desde N o S hacia E u W).
 
$$Z = 227^\circ = S 47 W \text{ (} 47^\circ \text{ al W de S)}$$
  - Altura ( $a$ ): Es el arco de vertical contado desde el Horizonte hasta el astro. Siempre es menor de  $90^\circ$ , y es positiva si el astro es visible, y negativa si no (está bajo el

Horizonte). Los círculos menores paralelos al Horizonte reciben el nombre de *Almicantarat*, de manera que todos los astros que se encuentran en un mismo almicantarat tienen la misma altura.

- **Coordenadas horarias** (respecto a la esfera celeste): Son los valores que se miden respecto al ecuador celeste y respecto a los círculos máximos perpendiculares al mismo y, por lo tanto, que pasan por ambos polos celeste:

- **Horario de lugar (hL)**: Es el arco de Ecuador contado desde el punto de corte con el meridiano superior de lugar hacia el W hasta el círculo horario del astro (círculo máximo perpendicular al Ecuador que pasa por el astro). Si en lugar de contarse de 0° a 360° se cuenta solo hasta 180°, recibe el nombre de *ángulo en el Polo (P)*:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{si } hL < 180^\circ & \rightarrow P = hL \\ \text{si } hL > 180^\circ & \rightarrow P = 360^\circ - hL \end{array} \right. \quad \mathbf{1}$$

- **Declinación (d)**: Es el arco de círculo horario contado desde el Ecuador hasta el astro. Siempre es menor de 90°, siendo positivo si el astro se encuentra en el hemisferio Norte, y negativo si se encuentra en el hemisferio Sur.

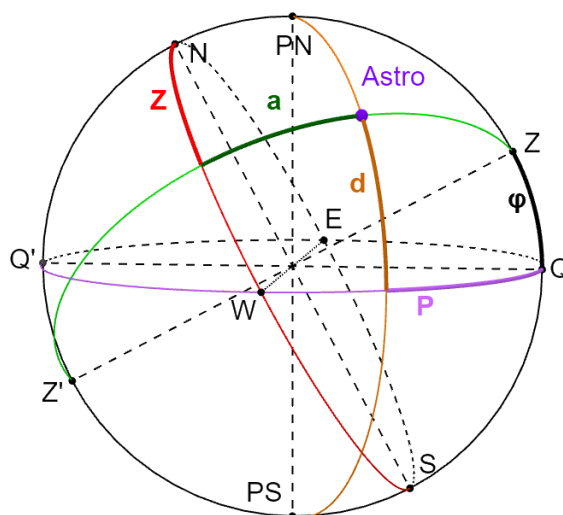


Figura 2-11 Coordenadas horizontales y horarias de un astro dado para una posición concreta [Autoría Propia].

Coordenadas Horizontales		Coordenadas Horarias
Cenit – Nadir (Z – Z')	<b>Extremos del eje</b>	Polos celestes (PN – PS)
Horizonte	<b>Círculo máximo perpendicular al eje</b>	Ecuador celeste
Azimut (Z)	<b>Arco de anterior</b>	Ángulo en el Polo (P)
Almicantarat	<b>Círculo menor paralelo al anterior</b>	Paralelo
Vertical	<b>Círculo máximo que contiene los extremos del eje</b>	Meridiano
Altura (a)	<b>Arco de anterior</b>	Declinación (d)

Tabla 2-1 Resumen de conceptos para los dos sistemas de coordenadas [Autoría Propia]

### 2.2.2 Concepto de Tiempo. Entrada en el Almanaque Náutico

Se ha mencionado en el apartado anterior que podemos obtener los datos del astro relativos a las coordenadas horizontales por nosotros mismos, respecto al horizonte (mediante instrumentos como brújulas y giróscopos para el azimut, y sextantes para la altura). Sin embargo, no hay forma de medir

las coordenadas horarias respecto al observador. Estos datos se pueden calcular respecto al movimiento predecible de los astros en la esfera celeste.

El Almanaque Náutico es el documento que suele cubrir todo el año y ofrece los datos relativos a coordenadas horarias, correcciones y otras tantas especificaciones. Las coordenadas horarias de las estrellas que obtenemos de aquí dependen exclusivamente del tiempo (*Véase Anexo VII: Ejemplo de día en el Almanaque Náutico*).

Se define el día (*día civil*) como el intervalo de tiempo que transcurre entre dos pasos del Sol por el Meridiano inferior de lugar (momento en el que tendrá la mayor altura negativa). Partiendo de esta definición, la Hora civil de lugar (HcL) es el tiempo que ha transcurrido desde la última vez que el Sol pasó por dicho meridiano.

Claramente, el Almanaque Náutico no recoge todos los datos de todos los astros para todos los momentos de todos los lugares. Únicamente recoge aquellos para un lugar referencia. Dicho lugar es el antiguo observatorio astronómico del distrito londinense de Greenwich (Hora civil de Greenwich (HcG)), que no solo sirve como punto de referencia para medir tiempos, sino también para medir longitudes y horarios.

Como se ha dicho antes, un astro dado recorre en un día los 360° aparentes en la esfera celeste. Sabiendo que lo que relaciona dos horas civiles de lugar es la Longitud que separa dichos lugares, es necesario dividir dicha ΔL entre las 24 horas del día:

$$HcG = HcL + L \text{ (en horas)}, \quad \text{donde } \begin{cases} L > 0 \text{ si } W \\ L < 0 \text{ si } E \end{cases} \quad 2$$

En el mundo en el que vivimos, sería completamente inviable que el tiempo dependiera de esta manera de la Longitud, puesto que habría que estar cambiando la hora constantemente al desplazarnos. Para resolver este dilema, se creó el sistema de los husos horarios, de manera que se dividen los 360° del planeta en 24 sectores de 15° dentro de los cuales la hora civil de lugar es la misma. Empleando este sistema, la hora civil de lugar pasa a denominarse Hora Legal (Hz).

$$HcG = Hz + Z, \text{ donde } Z \text{ tiene valores enteros y } \begin{cases} Z > 0 \text{ si } W \\ Z < 0 \text{ si } E \end{cases} \quad 3$$

En casos como España, que por cuestiones de interés del estado modifica su hora legal respecto a la que le correspondería por su situación geográfica, o bien porque una pequeña parte de dicho estado se encuentra en otro huso (como ocurre con Galicia), la hora legal pasa a llamarse Hora oficial (Ho).

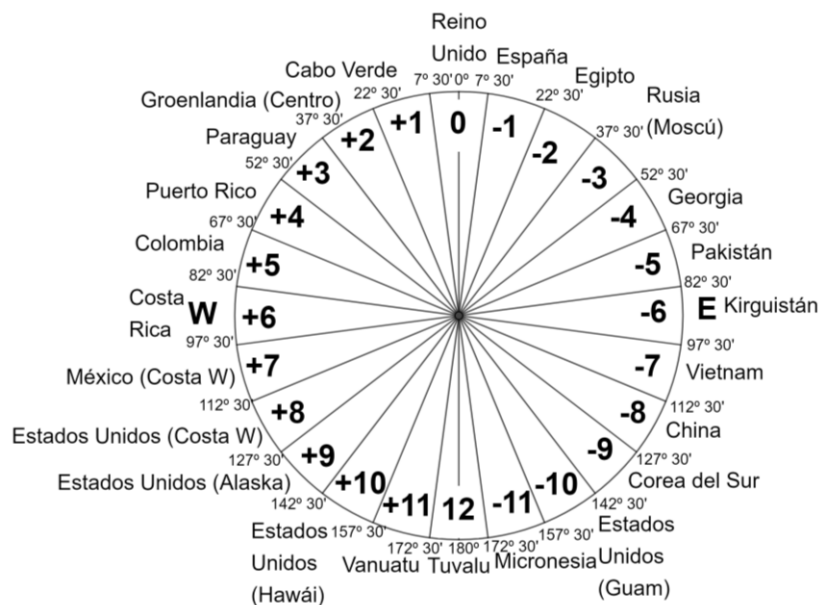


Figura 2-12 Reparto de los husos horarios por longitudes y países [Autoría Propia] [26].

### 2.2.3 Horario de lugar en estrellas

Hemos visto cómo afecta el tiempo y el momento de observación al conjunto del problema de trigonometría esférica. Sin embargo, conocer el tiempo de observación solo sirve para entrar en el Almanaque Náutico y extraer, para el caso de las estrellas, la declinación y el ángulo sidéreo (concepto que se explicará más adelante en este mismo apartado). Pero necesitamos conocer el punto de partida a partir del que trazar el arco de ecuador correspondiente el ángulo sidéreo.

Para poder entender la elección del punto de referencia, es necesario entender una serie de conceptos [10]:

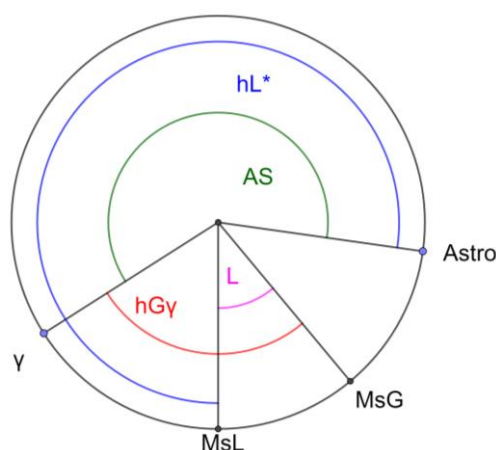
- Si registramos para una hora específica del día la posición aparente del Sol en el firmamento durante un año, veremos que recorre un círculo máximo (obviando aquel que recorre diariamente) que tiene una inclinación de unos  $23^\circ$  respecto al ecuador celeste. A este círculo máximo se le conoce como *Eclíptica*.
- El *Zodiaco* es una franja de  $16^\circ$  de ancho ( $8^\circ$  a banda y banda) respecto a la Eclíptica en el que todos los planetas, el Sol y la Luna tienen sus respectivos movimientos aparentes. Si dividimos esta franja en segmentos de  $30^\circ$  (12 segmentos en total), obtenemos los conocidos como *Signos del Zodiaco*, dentro de los cuales el Sol pasa en cada uno de ellos un mes al año.
- Los Signos reciben el nombre de la constelación que estaba contenida en ellos cuando se establecieron en la época de las civilizaciones griega y romana. Sin embargo, debido al movimiento de precesión de los equinoccios (punto de corte de la Eclíptica con el Ecuador celeste), que básicamente consiste en un desplazamiento de dicho punto por el Ecuador de unos  $50''$  al año, lo que, en 2000 años, supone que las constelaciones que le dieron su nombre a los Signos se encuentran desplazadas un Signo respecto a su posición original.
- Por último, se escogió el Signo de Aries como el punto de referencia sobre el que medir el ángulo sidéreo porque era aquel en el que tenía lugar uno de los equinoccios.

De esta manera, tenemos un sistema de referencia con el que situar a cualquier astro en el Ecuador celeste respecto al meridiano superior de lugar [10]:

- Horario de lugar del astro ( $hL^*$ ): Es el arco de Ecuador contado desde meridiano superior de lugar hasta el círculo horario del astro en sentido horario visto desde el Polo Norte.
- Horario de lugar de Aries ( $hLy$ ): Es el arco de Ecuador contado desde el meridiano superior de lugar hasta Aries en sentido horario.
- Ángulo Sidéreo (AS): Es el arco de Ecuador contado desde Aries hasta el círculo horario del astro también en el sentido horario visto desde el Polo Norte celeste.

$$hL^* = hLy + AS$$

4



**Figura 2-13** Cálculo gráfico del horario de lugar de un astro dado a partir de los datos iniciales (visto desde el PN, con longitud (L) W) [Autoría Propia].

Hay que recordar que el Almanaque Náutico no contiene los datos para cualquier lugar del mundo, sino que están referenciados respecto a Greenwich, algo que ya se vio en el apartado anterior para el tiempo, y que también afecta a los horarios. Recordando que la distancia entre dos meridianos superiores de lugar de dos lugares distintos está en la diferencia de Longitud ( $\Delta L$ ) entre ambos (y que la Longitud en Greenwich es nula), tenemos:

$$hG = hL + L, \quad \text{donde } \begin{cases} L > 0 \text{ si } W \\ L < 0 \text{ si } E \end{cases} \quad 5$$

Visto esto último, del Almanaque Náutico sacaremos, además de la declinación, el ángulo sidéreo del astro (ambos valores fijos independientemente de posición, fecha y hora), y el horario de Greenwich de Aries (que varía en función del tiempo). Así, para obtener con estos datos el horario de lugar del astro, juntamos las dos últimas ecuaciones:

$$hLy = hGy - L \quad \rightarrow \quad hL * = hGy - L + AS \quad 6$$

### 2.2.4 Trigonometría esférica

Ya se han visto y definido las diferentes coordenadas que definen la posición de un astro en el apartado **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** a través de tres sistemas independientes que se ven reflejados a la vez en la esfera celeste. Cada uno de estos sistemas es representado con un círculo máximo, de manera que los tres círculos generan un triángulo esférico al que, por lo tanto, son de aplicación las ecuaciones relativas a trigonometría esférica, que permiten obtener los valores de unos mediante el conocimiento de otros. Así pues, en primer lugar es necesario definir los tres lados y los tres ángulos del triángulo [10]:

- La Distancia cenital (z) es el arco de vertical que va desde el Cenit hasta el astro, de manera que es complementario a la altura ( $z = 90^\circ - a$ ), y no puede ser mayor de  $90^\circ$ .
- La Codeclinación ( $\Delta$ ) o Distancia polar es el arco de círculo horario que va desde el polo elevado del observador hasta el astro. Su valor sigue la siguiente regla:

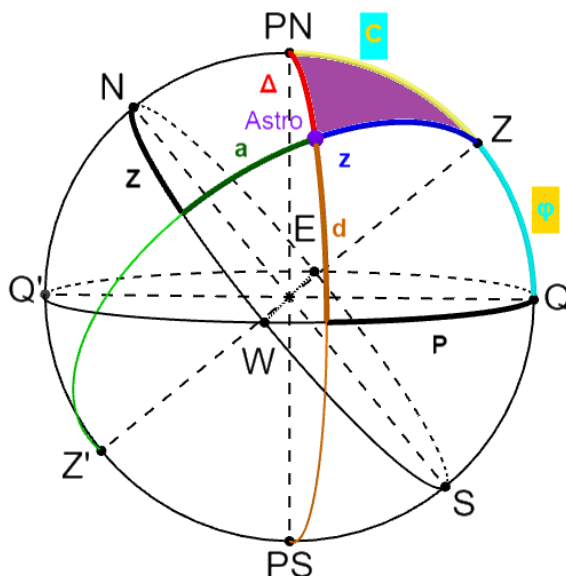
$$\Delta = \begin{cases} 90^\circ - |d|, & \text{si astro en hemisferio homónimo al polo elevado} \\ 90^\circ + |d|, & \text{si astro en hemisferio homónimo al polo depreso} \end{cases} \quad 7$$

Es importante notar que se coge el valor absoluto de la declinación debido a que, como ya se definió en su momento, esta es positiva si el astro se encuentra en el hemisferio Norte, y negativa en caso contrario, independientemente de cuál es el polo elevado. De esta manera, mientras que la declinación no puede ser mayor de  $90^\circ$  y puede ser positiva o negativa, la codeclinación es siempre positiva, pero puede alcanzar valores de hasta  $180^\circ$ .

- La Colatitud (C) es el arco de Meridiano de lugar comprendido entre el polo elevado y el Cenit o, lo que es lo mismo, el Horizonte y el Ecuador celeste, por lo que es complementario a la latitud ( $C = 90^\circ - \varphi$ ).

Los vértices del triángulo esférico son el Cenit (cuyo ángulo es el Azimut), el polo elevado (cuyo ángulo es el Ángulo en el Polo), y el propio astro (cuyo ángulo es conocido como *Ángulo Paraláctico (A)*, que no es de aplicación en Náutica).

Una norma inherente en todo triángulo esférico es que ninguno de sus ángulos ni de sus lados será mayor de  $180^\circ$ . Además, todos los lados del triángulo serán menores de  $90^\circ$  si el astro es del hemisferio con el mismo nombre que el Polo elevado, y solo la codeclinación será mayor en caso contrario.



**Figura 2-14** Triángulo esférico para un astro dado del hemisferio homónimo al Polo elevado [Autoría Propia].

Llegados a este punto en el que ya hemos definido todos los parámetros del triángulo, es necesario establecer las relaciones trigonométricas pertinentes, y sustraer aquellas de interés para la navegación, que nos permita conocer unos valores incógnita a partir de otros. De esta manera, tenemos:

1. Relación entre los 3 lados (minúscula) y 1 ángulo (mayúscula):

$$\begin{aligned} \cos(a) &= \cos(b) \cos(c) + \text{sen}(b)\text{sen}(c) \cos(A) \\ \cos(b) &= \cos(a) \cos(c) + \text{sen}(a)\text{sen}(c) \cos(B) \\ \cos(c) &= \cos(a) \cos(b) + \text{sen}(a)\text{sen}(b) \cos(C) \end{aligned} \quad 8$$

2. Relación entre los lados y ángulos opuestos:

$$\frac{\text{sen}(a)}{\text{sen}(A)} = \frac{\text{sen}(b)}{\text{sen}(B)} = \frac{\text{sen}(c)}{\text{sen}(C)} \quad 9$$

3. Relación entre 2 lados, el ángulo comprendido y el opuesto a uno de ellos:

$$\begin{aligned} \cotg(a)\text{sen}(b) &= \cos(b) \cos(C) + \text{sen}(C)\cotg(A) \\ \cotg(a)\text{sen}(c) &= \cos(c) \cos(B) + \text{sen}(B)\cotg(A) \end{aligned} \quad 10$$

Si hacemos las equivalencias indicadas en la Tabla 2-2 y sustituimos, obtenemos las fórmulas directamente aplicables en navegación astronómica:

Lados		Ángulos	
a	$90^\circ - \varphi$	A	A
b	$90^\circ \pm d$	B	Z
c	$90^\circ - a$	C	P

**Tabla 2-2** Equivalencia de lados y ángulos del triángulo esférico respecto a la [10].

- 1.

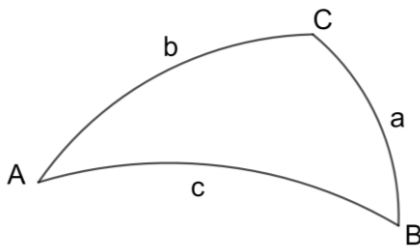
$$\begin{aligned} \text{sen}(a) &= \text{sen}(\varphi)\text{sen}(d) + \cos(\varphi) \cos(d) \cos(P) \\ \text{sen}(d) &= \text{sen}(\varphi)\text{sen}(a) + \cos(\varphi) \cos(a) \cos(Z) \end{aligned} \quad 11$$

2.

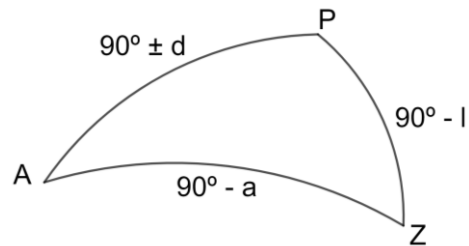
$$\frac{\cos(\varphi)}{\text{sen}(A)} = \frac{\cos(d)}{\text{sen}(Z)} = \frac{\cos(a)}{\text{sen}(P)} \quad 12$$

3.

$$\begin{aligned} \text{tg}(a) \cos(\varphi) &= \text{sen}(\varphi) \cos(Z) + \text{sen}(Z) \text{cotg}(P) \\ \text{tg}(d) \cos(\varphi) &= \text{sen}(\varphi) \cos(P) + \text{sen}(P) \text{cotg}(Z) \end{aligned} \quad 13$$



**Figura 2-15** Triángulo esférico con sus lados y ángulos referenciados [Autoría Propia].



**Figura 2-16** Triángulo de posición con sus diferentes parámetros [Autoría Propia].

## 2.3 Obtención de la recta de altura

### 2.3.1 Círculo y curva de altura

Pongamos que un observador en una posición desconocida mide, para un momento particular dado, la altura de un astro específico. Para ese momento habrá algún punto del planeta donde el astro se encuentre justo en el Cenit. Este punto se conoce como *Punto Astral* cumpliendo que, si trazamos una recta que una la proyección del astro en la Esfera celeste con el centro de la Tierra, será también el punto en que dicha recta atraviesa la superficie terrestre.

Volviendo a la altura medida por el observador, si dicha altura es diferente de 90°, entonces tendremos una distancia cenital de valor la complementaria a la altura. Si, en la superficie terrestre, dibujamos una circunferencia con centro el Punto Astral, y radio la distancia cenital, tendremos todos los puntos geográficos en los que, para el momento de la observación, se puede ver el astro con la altura medida por el observador. Esta circunferencia se conoce como *Círculo de altura*.

$$\text{Posición del Punto Astral: } \begin{cases} \varphi_a = d \\ L_a = hG * (< 180^\circ, E \text{ o } W) \end{cases} \quad 14$$

*Ecuación del Círculo de altura:*

$$\text{sen}(a) = \text{sen}(\varphi) \text{sen}(d) + \cos(\varphi) \cos(d) \cos(L - L_a) \quad 15$$

El hecho de sustituir el Ángulo en el Polo (P) por la diferencia de “longitudes” es a base de recuperar la definición que se le dio a este concepto en el Apartado 2.2.1, donde la longitud del astro es el arco de ecuador desde el meridiano de Greenwich hasta el círculo horario del astro. Por otro lado, las variables que conforman el círculo en la ecuación son precisamente la longitud y latitud, siendo valores fijos para el momento en el que se midió la altura, tanto esta, como la declinación y ángulo en el polo / horario del astro.

Llegados hasta aquí, podríamos formar un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas a base de medir la altura de otro astro, y tratar de resolver el sistema, que daría dos soluciones puesto que, en la mayoría de los casos, los círculos se cortarían en dos lugares. La solución surgiría de escoger la más

cercana a la posición estimada anteriormente. Sin embargo, resolver este sistema es algo tedioso y complejo analíticamente hablando. Mejor sería tratar de resolverlo gráficamente.

El problema está en que, son círculos de altura pero representados sobre esferas. Cuando uno intenta representar estos círculos sobre la carta, dejan de ser círculos como tal y pasan a ser *Curvas de altura*, que pueden ser trazadas a base de ir dando valores entre intervalos de latitud o longitud para obtener el otro valor, según la clase de círculo de altura (en función de la posición del polo elevado respecto al círculo):

Clase de círculo	Posición del polo	Intervalo de Latitudes	Intervalo de Longitudes
1ª especie	Por fuera del círculo ( $d < a$ )	( $d - z, d + z$ )	$sen(P) = sen(z)sec(d)$ (-P, P)
2ª especie	En el círculo ( $d = a$ )	( $d - z, d + z$ )	(-90°, 90°)
3ª especie	Por dentro del círculo ( $d > a$ )	( $d - z, 180° - (d + z)$ )	(-180°, 180°)

Tabla 2-3 Intervalos de coordenadas geográficas en función de la especie de círculo de altura en base a la ubicación del Polo celeste [10].

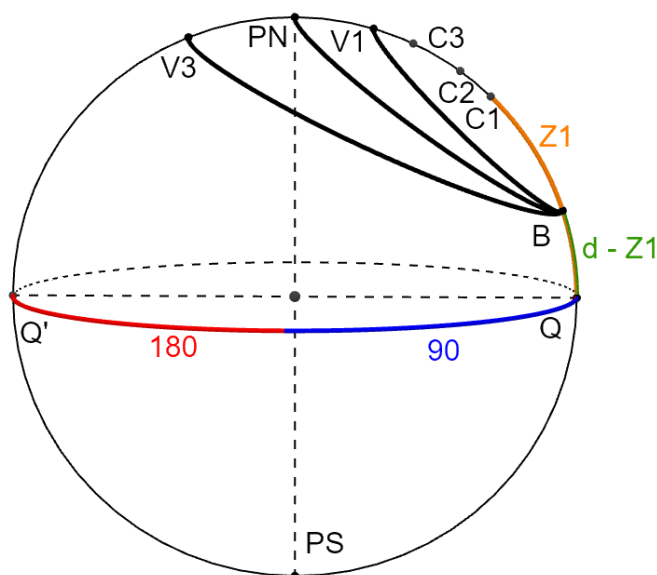


Figura 2-17 Círculos de altura de las 3 especies contempladas [Autoría Propia].

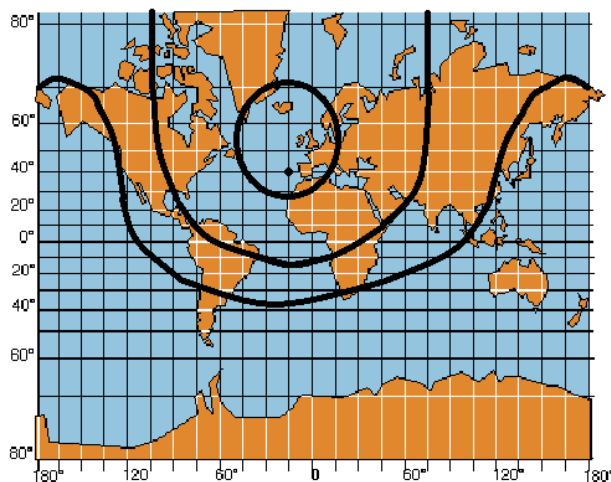


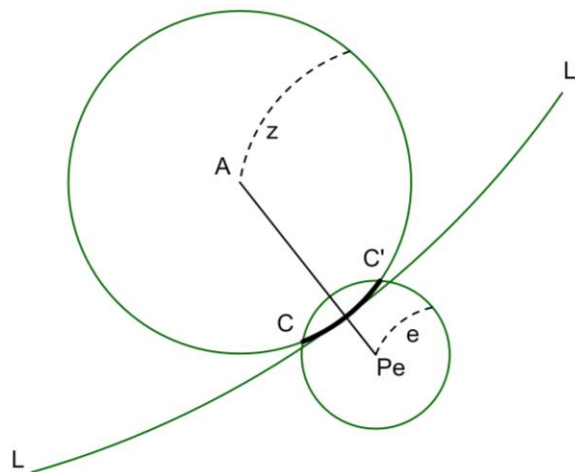
Figura 2-18 Representación gráfica aproximada de las 3 especies de círculos de altura trazadas en la carta como curvas de altura, para el caso de punto astral situado en el 40° N - 10° W [Autoría Propia] [27].

En definitiva, este método es algo que se podría hacer. Incluso si no se dispone de posición estimada, se podría recurrir al azimut observado, o a un tercer astro para salir de dudas. Sin embargo, fue algo que se descartó en su momento debido a que el tiempo que se necesitaba dedicarle para resolver el problema, debido a la complejidad que entraña este método, era demasiado para ser un método viable. A día de hoy, podría ser una opción si disponemos de un programa que haga los cálculos por nosotros. Podría incluso desarrollarse otro proyecto en un futuro que comparase la viabilidad de este método respecto a la del método que se va a emplear en el presente proyecto (cuyo funcionamiento se explicará en el siguiente apartado).

### 2.3.2 Recta de altura

En el apartado anterior se vio como nos podemos situar geográficamente a partir del círculo de altura y su correspondiente proyección sobre la carta, la curva de altura. Sin embargo, estos conceptos son a escala global, de manera que para situarse realmente se trabaja con escalas mucho más pequeñas. Con curvas cuyo radio de curvatura es tan grande, se puede aproximar la pequeña porción que aparece representada en nuestra carta como una recta.

Se conoce como *Derrota Loxodrómica* la curva que trazada sobre la esfera corta a todos los meridianos con ángulos iguales de manera que, parta de donde parta, acaba en uno de los polos geográficos. En la carta se traduce como una recta que, por tanto, supone ir a rumbo constante [10].



**Figura 2-19** Arco de loxodrómica tangente al círculo de altura con centro en A, en el punto que se unen la posición estimada Pe y el astro A. Los puntos de corte del círculo de altura con el círculo de error (con centro en Pe) es la sección aproximada C – C' con la loxodrómica [Autoría Propia].

Si partimos de que tenemos un círculo de altura dado y una posición estimada con un error asociado, dicho error se traduce en otro círculo de centro la posición estimada. La recta de altura será un arco de loxodrómica tangente al círculo de altura en la porción que se encuentre dentro del círculo de error. Es cierto que el círculo de altura tendrá un radio mucho mayor al del error, sin embargo también conviene que dicho radio sea lo mayor posible (la distancia cenital), lo que implica que es recomendable observar astros de baja altura.

Es importante notar que se puede extraer una altura a la que se debería ver el astro en la posición estimada (altura estimada), que será diferente a la altura medida, que es la que se toma para trazar el círculo de altura. Es decir, que si realmente nos encontráramos en el punto estimado, el radio del círculo sería la distancia cenital calculada a partir de la posición estimada y, por lo tanto, esta se encontraría en el perímetro del círculo de altura.

Se define como *Determinante de la recta de altura* al conjunto de datos mínimo necesario, en función del método que se use, para poder trazar la recta de altura en la carta. Para este proyecto se empleará el único método que se utiliza a día de hoy: Determinante punto aproximado.

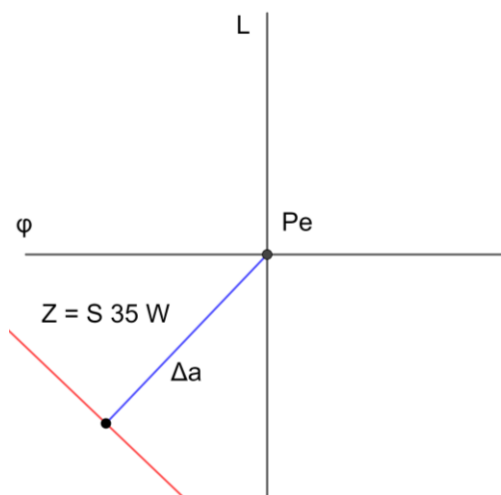
**Recta de altura secante al círculo de altura**

<p><b>Por corte con paralelos:</b></p> <p>Determinante: <math>\begin{cases} \text{Punto } D' \begin{cases} \varphi^e + e \\ L' \end{cases} \\ \text{Punto } D'' \begin{cases} \varphi^e - e \\ L'' \end{cases} \end{cases}</math></p> <p>Hora =</p>	<p><b>Por corte con meridianos:</b></p> <p>Determinante: <math>\begin{cases} \text{Punto } D' \begin{cases} \varphi' \\ L_e + e \end{cases} \\ \text{Punto } D'' \begin{cases} \varphi'' \\ L_e - e \end{cases} \end{cases}</math></p> <p>Hora =</p>
---	--

**Recta de altura tangente al círculo de altura**

<p><b>Método de la Longitud (Tangente Jhomson):</b></p> <p>Dte. Jhomson: <math>\begin{cases} \varphi^e = \\ L_o = \\ Z = \end{cases}</math></p> <p>Hora =</p>	<p><b>Método de la Latitud (Tangente Borda):</b></p> <p>Dte. Borda: <math>\begin{cases} \varphi^o = \\ L_e = \\ Z = \end{cases}</math></p> <p>Hora =</p>	<p><b>Determinante Punto Aproximado (Tangente Marcq de Saint-Hilaire):</b></p> <p>Dte. Punto Aproximado: <math>\begin{cases} S_e = \begin{cases} \varphi^e = \\ L_e = \end{cases} \\ Z = \\ \Delta a = a_v - a_e = \end{cases}</math></p> <p>Hora =</p>
---	--	---

**Tabla 2-4** Los diferentes métodos para trazar una recta de altura en carta, de los cuales hoy en día solo se emplea el Determinante Punto Aproximado [10].



**Figura 2-20** Recta de altura (en rojo) trazada desde un punto estimado en demora el azimut (Z) y longitud la diferencia de alturas (Δa) (en azul) [Autoría Propia].

De esta forma podemos ver que, según la Tabla 2-4, para trazar la recta de altura de un astro necesitamos una posición estimada, la hora de la observación, el azimut con el que se observa el astro, y la diferencia entre la altura estimada para la posición introducida, y la observada realmente. Esta diferencia se verá afectada por una serie de correcciones a la altura. El cálculo de azimut y diferencia de alturas se verá en los siguientes apartados.

**2.3.3 Cálculo del Azimut**

Como ya se vieron en las fórmulas de la trigonometría esférica en el apartado 2.2.4, el azimut depende de la posición del observador. Lo que significa que la única forma de calcular el azimut es hacerlo respecto a la posición estimada, y no respecto a la real. Se podría tomar la que se mida directamente, que será respecto a la posición real. Pero aquí se valora mejor un valor más preciso aunque no sea el real. Además, siempre y cuando la posición estimada no se encuentre exageradamente alejada de la real, el valor del azimut apenas variará. Partiendo de la ecuación 13 [10]:

$$tg(d) \cos(\varphi_e) = sen(\varphi_e) \cos(P) + sen(P) cotg(Z) \quad 16$$

1. Primero se despeja la incógnita cuyo valor se quiere conocer y poner en función del resto de valores conocidos:

$$cotg(Z) = \frac{tg(d) \cos(\varphi) - sen(\varphi) \cos(P)}{sen(P)} \quad 17$$

2. Para hacer más sencilla la resolución de esta ecuación, se extrae factor común  $\cos(\varphi)$ :

$$cotg(Z) = \left( \frac{tg(d)}{sen(P)} - \frac{tg(\varphi)}{tg(P)} \right) \cos(\varphi) \quad 18$$

3. Acto seguido, se hace el cálculo en dos partes y se suman ambas:

$$p = p' + p'', \quad \text{donde} \begin{cases} p' = \frac{tg(d)}{sen(P)} \\ p'' = -\frac{tg(\varphi)}{tg(P)} \end{cases} \quad 19$$

4. De esta manera, queda la siguiente expresión:

$$cotg(Z) = p \cos(\varphi) \quad 20$$

5. Analizando con mayor detalle, el criterio de signos de  $p$  será el siguiente:

$$\begin{cases} p' > 0 \text{ si } \varphi \text{ y } d \text{ mismo nombre (astro en hemisferio homónimo al polo elevado)} \\ p' < 0 \text{ si } \varphi \text{ y } d \text{ nombre diferente (astro en hemisferio homónimo al polo depresado)} \\ p'' > 0 \text{ si } P > 90^\circ \\ p'' < 0 \text{ si } P < 90^\circ \end{cases} \quad 21$$

Es importante remarcar que en función del signo de  $p$  el azimut que se obtenga como resultado en la ecuación se medirá desde un punto cardinal u otro:

$$\begin{cases} p > 0 \rightarrow cotg(Z) > 0 \rightarrow \text{desde punto cardinal homónimo al hemisferio} \\ p < 0 \rightarrow cotg(Z) < 0 \rightarrow \text{desde punto cardinal opuesto al del hemisferio} \end{cases} \quad 22$$

Por último es necesario remarcar un par de detalles: en primer lugar, es imprescindible en este caso entrar en la fórmula con los valores absolutos de latitud y ángulo en el Polo; y en segundo lugar, que el azimut irá del punto cardinal que le corresponda hacia el E o el W en función del valor del horario de lugar:

$$\begin{cases} \text{si } hL < 180^\circ \rightarrow P = hL \rightarrow W \\ \text{si } hL > 180^\circ \rightarrow P = 360^\circ - hL \rightarrow E \end{cases} \quad 23$$

### 2.3.4 Cálculo de la diferencia de alturas

La diferencia de alturas se trata de la resta entre la altura estimada, que se obtiene resolviendo las ecuaciones trigonométricas para la posición estimada dada, y la altura observada, que es la que se ha medido en tiempo real desde la posición real desconocida, y a la cual se le deben aplicar una serie de correcciones debidas a la naturaleza de la observación, y que pueden variar en función del astro observado. De la ecuación 11, se extrae que:

1.

$$\text{sen}(a) = \text{sen}(\varphi)\text{sen}(d) + \cos(\varphi) \cos(d) \cos(P) \quad 24$$

2.

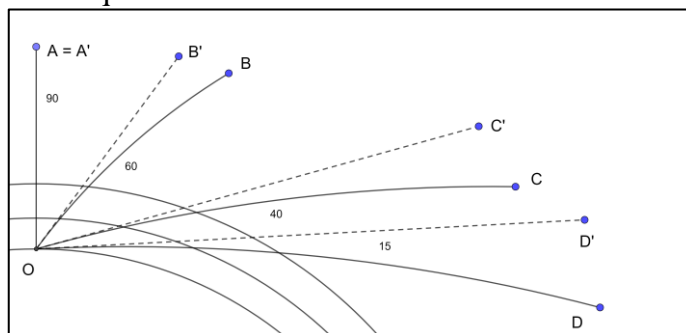
$$\text{sen}(a) = A + B, \text{ donde } \begin{cases} A = \text{sen}(\varphi)\text{sen}(d) \\ B = \cos(\varphi) \cos(d) \cos(P) \end{cases} \quad 25$$

3.

$$\begin{cases} A > 0 \text{ si } \varphi \text{ y } d \text{ homónimos (astro en hemisferio homónimo al polo elevado)} \\ A < 0 \text{ si } \varphi \text{ y } d \text{ nombre diferente (astro en hemisferio homónimo al polo depresado)} \\ B > 0 \text{ si } P < 90^\circ \\ B < 0 \text{ si } P > 90^\circ \end{cases} \quad 26$$

A la hora de corregir la medida observada de la altura de un astro, el caso de una estrella es el más simple, pues solo se le aplican las correcciones comunes a todos los astros (y ninguna adicional). Hay un total de tres correcciones comunes [10]:

- **Corrección instrumental (C<sub>i</sub>):** La más sencilla es la del error instrumental del sextante, provocada por una mala calibración del valor 0 de altura con el horizonte, y la única provocada directamente por el instrumento de medida. Puede ser positiva o negativa en función de lo siguiente:
  - Si la visión móvil queda por debajo del horizonte implica que al enrasar las dos visiones, el sextante marcará una lectura no nula positiva, que realmente es la que hay que añadir a cualquier altura que se mida para obtener la altura corregida.
  - Si, por el contrario, la visión móvil queda por encima, esto implica que al enrasar las dos visiones, el sextante marcará una lectura no nula negativa, que habrá que restar a cualquier altura que se tome.



**Figura 2-21** Efecto de refracción en los rayos de luz por los gases de la atmósfera, con mayor agravación cuanto menor es la altura [Autoría Propia].

- **Elevación del observador (C<sub>h</sub>):** Ya definimos en su momento el concepto de horizonte aparente (Apartado 2.1.2). Todos los cálculos y datos de referencia con los que se trabaja en la navegación astronómica, y a los que se hace referencia en el presente proyecto son desde el plano que forma el disco del horizonte aparente como tal. El observador se encuentra realmente separado por este disco en altura respecto al nivel del mar, en un horizonte paralelo al aparente que se denomina *Horizonte visible o de la mar*. Si bien por sentido común uno podría pensar que la altura es un valor mucho menor que las unidades con las que se trabaja en astronomía, realmente estamos hablando de correcciones de minutos de arco (cuyo valor lógicamente aumenta con la altura), cuya ausencia puede tener un efecto considerable en el error (Véase Anexo III: Tablas de Corrección Comunes a todos los Astros).

- **Refracción ( $C_r$ ):** La refracción es el efecto por el cual un rayo de luz se ve desviado al cruzar por capas de gases de diferentes densidades y, por lo tanto, diferentes velocidades de propagación. Este es un fenómeno que, en la atmósfera, hace que veamos los astros ligeramente más arriba de lo que realmente están. Esto es algo que se agrava cuanto menor sea la altura del astro ya que, como se ve en la Figura 2-21, cuanto menor es la altura mayor es el grosor de la capa de gases que su luz debe atravesar (*Véase Anexo III: Tablas de Corrección Comunes a todos los Astros*).

Vistas las correcciones, tendremos entonces la siguiente expresión para la diferencia de alturas en el caso de que los astros sean estrellas (fuera del caso particular de la estrella Polar):

$$\Delta a = a_o + C_i + C_h + C_r - a_e = a_v - a_e \quad 27$$

Cabe remarcar que, en caso de que la diferencia de alturas sea negativa, se trazará la recta con módulo equivalente al valor absoluto de dicha diferencia, y el azimut opuesto ( $Z' = Z + 180^\circ$ ).

### 2.3.5 Particularidades de los planetas

Los planetas son astros que se encuentran relativamente mucho más cerca de la Tierra que las estrellas, por lo que su movimiento sí se aprecia claramente en el firmamento lo que hace que, junto con la Luna y el Sol, tengamos en el Almanaque Náutico tanto horario de Greenwich del planeta como declinación por cada hora de cada día. Otra particularidad que tienen es que no poseen luz propia como las estrellas, sino que la luz que emiten es un reflejo de la que les llega del Sol.

Fechas	Venus Para cualquier altura	Marte		
		< 30°	30° - 60°	> 60°
Ene 1	+ 0.1'	+ 0.2'	+ 0.2'	+ 0.1'
Ene 9	+ 0.1'	+ 0.2'	+ 0.1'	+ 0.1'
Feb 5	+ 0.1'	+ 0.1'	+ 0.1'	+ 0.1'
Feb 14	+ 0.2'	+ 0.1'	+ 0.1'	0.0'
May 13	+ 0.2'	+ 0.1'	+ 0.1'	0.0'
Jun 10	+ 0.2'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Jun 26	+ 0.3'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Jul 18	+ 0.4'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Ago 7	+ 0.5'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Ago 20	+ 0.4'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Sep 9	+ 0.3'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Oct 2	+ 0.2'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Nov 18	+ 0.1'	+ 0.1'	0.0'	0.0'
Dic 31				

**Tabla 2-5** Corrección por paralaje a Venus y Marte en función de la época del año y de la altura observada [28].

El Almanaque Náutico da los datos para Venus, Marte, Júpiter y Saturno. De estos cuatro planetas, a Venus y Marte, debido a su proximidad con la Tierra, se les aplica la llamada *Corrección por Paralaje* ( $C_p$ ), una corrección adicional que es debido a que a estas distancias ya no se puede considerar a la Tierra una esfera. En la realidad, esta corrección tiene valores del orden de décimas de minuto (menos

significativa que otras correcciones), y aumenta con la proximidad de los planetas. En el Almanaque Náutico aparece en función de los meses del año y, para el caso de Marte, también según la altura aparente medida del planeta.

De esta manera, a las correcciones comunes a todos los astros, se añade la corrección por paralaje, por lo que denominaremos de ahora en adelante a la altura medida con el sextante *altura observada*, la altura observada corregida por las correcciones comunes citadas en el apartado anterior *altura aparente*, y la corregida por paralaje (y otras correcciones que se pudieran dar, por ejemplo, con la Polar, que se verá más adelante), *altura verdadera*.

$$\Delta a = a_o + C_i + C_h + C_r + C_p - a_e = a_a + C_p - a_e = a_v - a_e \quad 28$$

### 2.3.6 Particularidades de la Luna

La Luna es el cuerpo celeste observable que atañe un mayor número de complejidades a la hora de utilizarlo como medio para posicionarse. Debido a su proximidad (mucho mayor que a la de ningún otro astro), hay un mayor rango de correcciones que se le deben aplicar donde, por ejemplo, la corrección por paralaje es mucho mayor (entorno al grado) respecto a la respectiva de los planetas. A diferencia de con el resto de astros, las correcciones no solo se aplican a la altura observada, sino también habrá que aplicar unas específicas a la declinación y el horario que se tome del Almanaque Náutico en función de la hora.

1. Lo primero será, como con el resto de astros, entrar en el Almanaque Náutico en el día y hora de la observación. Aquí tendremos para cada hora los datos del horario de Greenwich y la declinación, pero también tendremos un dato llamado *Diferencial* (Dif.) para cada hora (Véase Anexo III: Tablas de Corrección Comunes a todos los Astros).

HcG	hG		Dif	Dec		Dif
	o	'		o	'	
20	205	15.8	67	+21	26.7	50
21	234	41.5	67		21.6	51
22	248	07.2	67		16.4	52
23	262	32.9	67		11.0	54

Tabla 2-6 Extracto del Almanaque Náutico con los datos diarios de interés de la Luna [28].

2. Acto seguido, cuando se proceda a realizar el incremento en minutos y segundos, se deberá entrar también con el Diferencial para corregir los datos de horario y declinación, de manera que si el valor tiende a aumentar, se añadirá dicha corrección (caso del horario en la Tabla 2-6), y si el valor tiende a disminuir, se sustraerá (caso de la declinación). El Diferencial aparece cada ciertos valores, por lo que si se entra con un valor intermedio, se deberá tomar el valor inmediatamente superior (si se entra con 52, que está entre el 51 y el 54, se toma el valor de 51) (Véase Anexo VI: Tablas de interpolación en Minutos y Segundos).
3. Una vez corregidos los datos del Almanaque, se procede con los de la altura. Antes de entrar en estas correcciones (y después de aplicar las correcciones comunes a todos los astros, ya explicadas en el Apartado 0), debe tenerse en cuenta que la Luna y el Sol son astros lo suficientemente cercanos o grandes (respectivamente) para que se aprecie una diferencia de medición en función del punto desde el que se midan, de manera que pueden ser medidos tanto desde el *Limbo inferior* como desde el *Limbo superior*, en cuyo caso habrá que aplicar a la Luna las pertinentes correcciones de Semidiámetro que se verán a continuación (cuyo valor viene para cada día en el Almanaque, y suele ser de en torno a 16').
4. Dicho esto, lo siguiente es hablar del paralaje: el paralaje en el caso de la Luna es tan acusado que cada día se le dan hasta tres valores distintos en el Almanaque Náutico (habrá que tomar el valor más cercano a la hora de la observación). Una vez tomado este valor, se deberán separar tanto el

valor del paralaje horizontal como de la altura observada (y ya parcialmente corregida como se dijo en el apartado anterior) y separar grados de minutos para poder trabajar independientemente con ellos en las tablas y proceder a interpolar y corregir definitivamente dichos valores:

4.1. Se entra en la primera tabla del Anexo V: Tablas de Corrección específicas de la Luna con los grados de paralaje y los grados de la altura observada (y considerando si se ha observado el limbo superior o el inferior), de lo que saldrá un valor en minutos.

Altura ap.	LIMBO INFERIOR PARALAJE HORIZONTAL	
	58'	59'
18°	68.0'	69.2'
19°	67.9'	69.1'

**Tabla 2-7** Extracto de la primera tabla del Anexo V: para una altura de 18° 17' y un paralaje de 58.6', obtenemos un valor de 68,0' [28].

4.2. Acto seguido se debe interpolar el valor obtenido anterior. Para ello, hay que entrar en la segunda tabla del Anexo V: Tablas de Corrección específicas de la Luna con los minutos de altura, los minutos de paralaje, y la diferencia entre el valor de la corrección de la primera tabla de las filas consecutivas, y las columnas consecutivas (entre las que se encuentran la altura y el paralaje respectivamente). Tomando el ejemplo de la Tabla 2-7:  $68.0' - 67.9' = 0.1'$ , y  $69.2' - 68.0' = 1.2'$ .

4.3. Para los valores de minutos de altura, estos se dan en intervalos de 6 por los que, en el muy probable caso de hallarse entre dos valores, se deberá tomar el mayor de dichos valores (generalmente el inferior). Al compararse con la resta de las filas consecutivas de la primera tabla, se extrae la primera interpolación que, según el Almanaque, será sustractiva a no ser que la altura observada sea menor de 15°.

		PARTES PROPORCIONALES			
		0.0'	0.1'	0.2'	0.3'
Minutos de altura	00'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'
	06'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'
	12'	0.0'	0.0'	0.0'	0.1'
	18'	0.0'	0.0'	0.1'	0.1'

**Tabla 2-8** Extracto de la segunda tabla del Anexo V, parte de la altura. Siguiendo con el ejemplo de la Tabla 2-7, para una altura de 18° 17', y una diferencia de filas de 0.1', se tiene una interpolación sustractiva de 0.0' [28].

4.4. Finalmente, se añadirá la corrección siempre aditiva de la interpolación del paralaje con la otra mitad de la segunda tabla del citado anexo, entrando con los minutos de paralaje y la diferencia de columnas consecutivas de la primera tabla.

0.5'	0.6'	0.6'	0.7'	Minutos de paralaje
0.6'	0.7'	0.7'	0.8'	
0.7'	0.8'	0.8'	0.9'	
0.8'	0.9'	1.0'	1.0'	
<b>1.0'</b>	<b>1.1'</b>	<b>1.2'</b>	<b>1.3'</b>	

PARTES PROPORCIONALES

**Tabla 2-9** Extracto de la otra mitad de la segunda tabla del Anexo V, con el incremento de interpolación de la corrección por la parte de las décimas de minuto del paralaje. Siguiendo con el ejemplo, con un paralaje de 58.6' y una diferencia de columnas de 1.2', se tiene una interpolación aditiva de 0.7' [28].

De esta manera, a modo de resumen tenemos que, aparte de tener que corregir los datos que se toman del Almanaque (horario y declinación), se añaden a la corrección por paralaje la interpolación en altura ( $I_a$ ) y la interpolación en paralaje ( $I_p$ ):

$$\Delta a = a_a + k - a_e = a_v - a_e, \quad \text{donde } k = C_p + I_a + I_p \quad 29$$

Un último detalle a recordar es que, en caso de que la altura se mida desde el limbo superior, se deberá restarle a la misma el doble del Semidiámetro del día de la observación (además de entrar apropiadamente en la primera tabla del anexo).

### 2.3.7 El caso de la Polar

La estrella polar (actualmente Polaris, ya se habló del proceso de cambio de la estrella Polar en el Apartado 1.3.2) es una estrella especial que se encuentra prácticamente en el polo Norte celeste, por lo que tiene la particularidad de que directamente se cumple la siguiente igualdad:

$$a_v = \varphi \quad 30$$

Es decir que, incluso sin las correcciones necesarias por la inexactitud de su ubicación respecto al Polo Norte celeste, es un muy buen indicativo de la latitud en la que se encuentra el observador. Lo cual es un excelente método en el hemisferio Norte (en el hemisferio Sur existe la Cruz del Sur o constelación *Crux*, pero esta no se encuentra tan precisamente situada sobre el Polo Sur). Sin embargo, esta estrella no se encuentra exactamente sobre el Polo, sino que existe una separación aproximada de  $1^\circ$  [10]. Debido a esto, habrá que aplicarle a la altura que se observe unas correcciones adicionales que involucran el valor del horario de Aries ( $C_1$ ), la altura aparente ( $C_2$ ), y el mes del año ( $C_3$ ) (Véase Anexo IV: Tablas de Corrección específicas de la Polar).

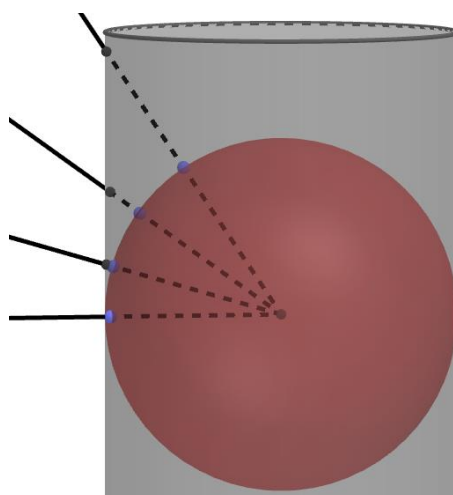
$$a_v = a_a + C_1 + C_2 + C_3, \quad \text{donde } a_a = a_o + C_i + C_h + C_r \quad 31$$

Es importante remarcar que la recta de altura de la Polar siempre será gráficamente una horizontal con la latitud obtenida.

## 2.4 Resolución gráfica del problema

### 2.4.1 La proyección Mercator

La proyección geográfica de la superficie terrestre en una carta no es algo tan sencillo como tener una representación en sus dos coordenadas cartesianas con la misma relación de proporción, sino que estamos hablando de plasmar de forma medible la superficie de una esfera (que en realidad es una aproximación a una esfera) en una imagen en dos dimensiones.

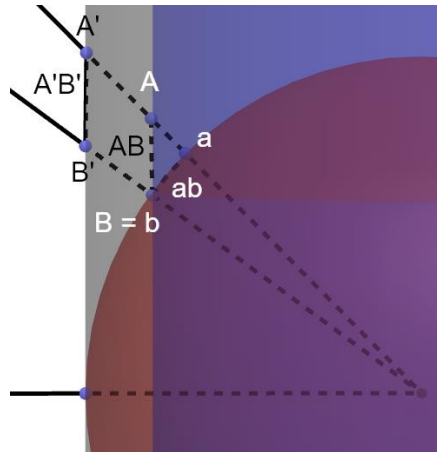


**Figura 2-22** Proyección de puntos de una esfera sobre un cilindro, donde se aprecia como la separación de los puntos de la esfera respecto a los del cilindro es cada vez mayor cuanto más cerca están de los polos, así como se vuelve mayor la distancia entre puntos en el cilindro respecto a los de la esfera [Autoría Propia].

El estudio de cómo plasmar dicha superficie en algo manejable que permita trazar rumbos y distancias directamente sobre el papel se ha desarrollado durante siglos, hasta llegar a la proyección

que se emplea hoy en día en todo tipo de mapas cartográficos que representen coordenadas: la *Proyección Mercator*.

La carta mercatoriana es una carta cuya proyección parte de la base de la proyección cilíndrica, que básicamente consiste en meter a la esfera terrestre en un cilindro cuyo diámetro coincida con el de la Tierra en el Ecuador, y que resulte tangente a este. En la Figura 2-22 se puede ver como a medida que nos alejamos del Ecuador hacia los polos, las figuras en la esfera se dilatan hacia el infinito (donde se encuentran proyectados los polos en el cilindro).



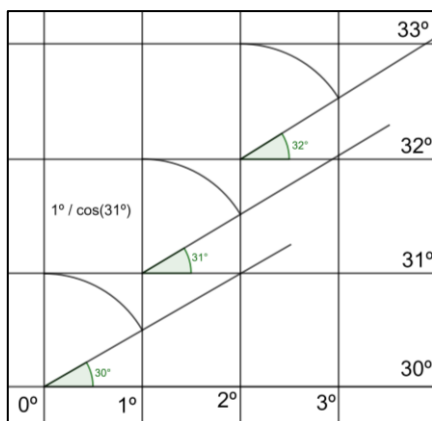
**Figura 2-23** Idea gráfica del funcionamiento de la proyección Mercator y mejora respecto a la proyección cilíndrica tradicional ( $A'B' > AB$ ) [Autoría Propia].

Gerardus Mercator intentó resolver este problema utilizando la técnica de los infinitos cilindros [10], tratando de paliar el efecto de dilatación típico de dilatación en la proyección cilíndrica. Este sistema resulta práctico en gran parte del globo. Sin embargo, cuanto más cerca se está de los polos, menor debe ser la separación entre un cilindro y el siguiente, lo que aumenta la complejidad del sistema. A día de hoy, las navegaciones polares se suelen realizar con otro tipo de proyecciones (generalmente proyecciones cuyo punto de origen parte de los polos: *proyecciones gnomónicas o azimutales*).

Lo importante es cómo afecta este sistema a la hora de trazar gráficamente rumbos, distancias y rectas de altura sobre una carta. El trazado se fundamenta en las distancias en longitud, debiéndose dibujar tanto latitudes como distancias no horizontales siguiendo la siguiente ecuación:

$$\cos(\varphi) = \frac{L}{\varphi' \text{ ó } d} \rightarrow \varphi \text{ ó } d = \frac{L}{\cos(\varphi)} \quad 32$$

Lo que significa que, para trazar una carta, en primer lugar se dibuja la escala de longitudes, a partir de la cual se trazan las latitudes. Y a posteriori es cuando se pueden medir distancias sobre la carta. Esto posiblemente sea más fácil de ver en la Figura 2-24:



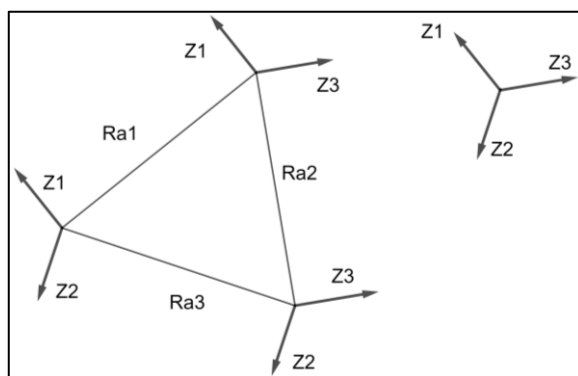
**Figura 2-24** Construcción de una carta en base a los grados de longitud. Para medir distancias, se deberán medir sobre las hipotenusas de los triángulos generados (normalmente se trabajará con un único triángulo y una única latitud base ya que, incluso con grados, la diferencia es mínima) [Autoría Propia].

### 2.4.2 Métodos de triangulación

Cómo se ha visto anteriormente, calcular y trazar una recta de altura implica saber que nos encontramos en algún punto de la recta trazada. Pero eso no es indicativo suficiente para posicionarse, de igual manera que observar una única demora visual nos sitúa en una recta. Emplear dos rectas de altura puede estar bien para una situación apresurada porque sea urgente posicionarse, pero requerirá de una posterior comprobación: dos rectas siempre se cortarán en un punto, pero el proceso involucra a tantas fuentes de error que no hay manera de saber si ese punto es realmente donde se encuentra el observador.

Emplear tres rectas de altura es lo mínimo indispensable para obtener una situación que con seguridad se aproxime a la posición real. Debido a los errores que acarrea este procedimiento, tres rectas de altura generalmente se cortarán formando un triángulo, que será mayor o menor en función de los errores. La mejor manera para acotar una situación que pueda aceptarse como situación real puede ser bien reduciendo la superficie del triángulo de posición mediante más rectas de altura, o bien trazando bisectrices a los ángulos que lo forman. La segunda opción, sin embargo entraña una serie de reglas a seguir.

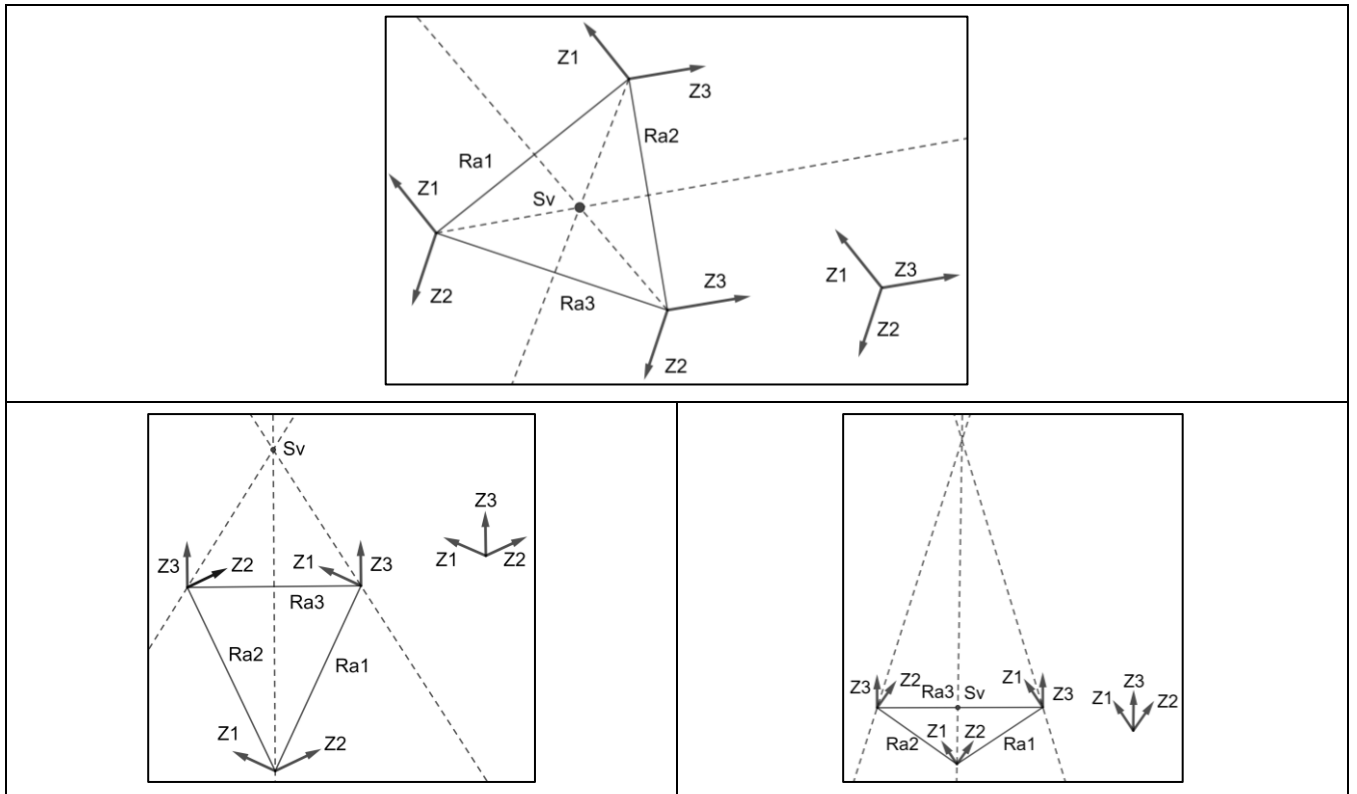
Para establecer estos criterios, conviene recordar que lo que conforman estos triángulos son las perpendiculares a la recta de altura (recta roja en la Figura 2-20), y que estas tienen un azimut asociado. Bien, pues antes de saber cómo trazar las bisectrices, es necesario colocar en los vértices del triángulo vectores que indiquen el azimut de cada costado del triángulo, así como crear una “estrella” con los tres vectores (cuyos ángulos sumarán siempre  $360^\circ$ ), tal y como se ve en la Figura 2-25 [10]:



**Figura 2-25** Azimuts marcados para cada recta de altura del triángulo de posición, junto con su “estrella” [Autoría Propia].

1. La situación verdadera se encontrará dentro del triángulo de posición cuando la suma de dos ángulos (diferencia de azimuts) consecutivos es mayor de  $180^\circ$ .

2. Si la suma de dos ángulos consecutivos da menor de  $180^\circ$  (algo que solo ocurrirá con diferencias de altura negativas), entonces la bisectriz entre los dos azimuts cuyos ángulos sean menores será exterior al triángulo, y se dará entre los vectores azimut, en lugar de entre los costados del triángulo, hallándose la posición fuera del triángulo.
3. Si partiendo del caso anterior, además el menor de los ángulos es menor de  $60^\circ$ , estaremos ante un caso no deseable en el que la situación obtenida estará muy alejada del triángulo de posición, y se deberá tomar en su lugar el punto de corte de la bisectriz interior del ángulo más grande con el costado opuesto al punto de origen de dicha bisectriz, que será una posición probablemente más acertada que la que habríamos obtenido de otra manera. De todas formas, convendría volver a hacer otra observación para crear un nuevo triángulo de posición.



Figuras 2-26, 2-27 y 2-28 Los tres casos de triangulación gráfica según la relación de los azimuts [Autoría Propia].

## 3 DESARROLLO DEL PROGRAMA

### 3.1 Diseño de la estructura del Programa

#### 3.1.1 Introducción a la programación

Se entiende por programa a una serie de instrucciones que se le da a una máquina o autómatas para que realice una o varias tareas. Estas instrucciones estarán generalmente redactadas en cualquiera de los llamados *lenguajes de programación*, un punto intermedio entre un idioma interpretable por la máquina (generalmente paquetes de información escrita en código binario, dentro de otros paquetes más grandes), y uno comprensible por personas, facilitando así el darle instrucciones a la máquina, y que estas además sean posteriormente modificables.

Si bien el código del programa del presente proyecto está redactado usando Python, el lector no encontrará en estas páginas un manual de cómo programar en el citado lenguaje de programación, sino que a lo largo de este apartado se desarrollarán conceptualmente la forma de resolver ciertas necesidades que se fueron planteando en el desarrollo del programa, ya que cada lenguaje de programación tiene su propia sintaxis para realizar estas acciones de forma más o menos compleja e intuitiva.

Antes de comenzar a introducirnos en el mundo de la lógica en el que se suelen basar los interpretadores de lenguaje, es necesario abordar una serie de conceptos básicos. En primer lugar, el presente programa no presentará siempre la misma solución, sino que aportará diferentes soluciones (valores de salida, *outputs*) en función de información de entrada que el código obtendrá de diferentes maneras (principalmente interrogando al usuario, pero también de bases de datos, con otros valores de entrada adicionales, *inputs*).

El ejemplo más sencillo a esta idea es cualquier operación matemática: por ejemplo, si tenemos un código que a un número le suma 3, el resultado variará en función del valor dado por el usuario a ese número. Para poder trabajar con ese valor, y que este se pueda modificar o llamar a posteriori, es necesario asignarle ese valor a una **variable**, a la que se llamará para operar con ella (sumarle 3). Y después para imprimir el resultado de esa suma (que también estará guardado en otra variable).

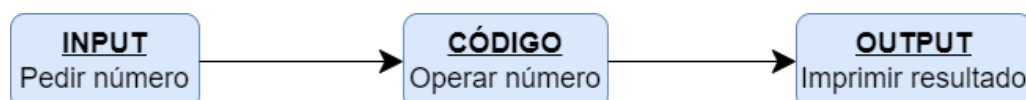


Figura 3-1 Representación de funcionamiento de programa con entradas y salidas [Autoría Propia]

Lo segundo a tener en cuenta son los tipos de datos con los que habitualmente trabajan los programadores. Generalmente se distinguen tres tipos principales (a los que se añaden otros derivados, como pueden ser diversos tipos de agrupaciones de datos, como son listas, diccionarios o tuplas): **enteros**, **flotantes** y **caracteres**. Como dice el nombre, un entero es un número no decimal, mientras que los

decimales están englobados dentro de los llamados *flotantes*. Un carácter engloba tanto letras como caracteres no alfanuméricos (aunque ciertos caracteres pueden ser confundidos por el interpretador como parte del código, por lo que deben ser escapados<sup>3</sup>). Incluso los números pueden ser también caracteres, solo que serán tratados como tal y, por tanto, no podrán ser operados como los números que son). Los caracteres se diferencian del resto del código porque suelen aparecer entre comillas, para que no se confundan con enteros o flotantes (en caso de ser números), o con código.

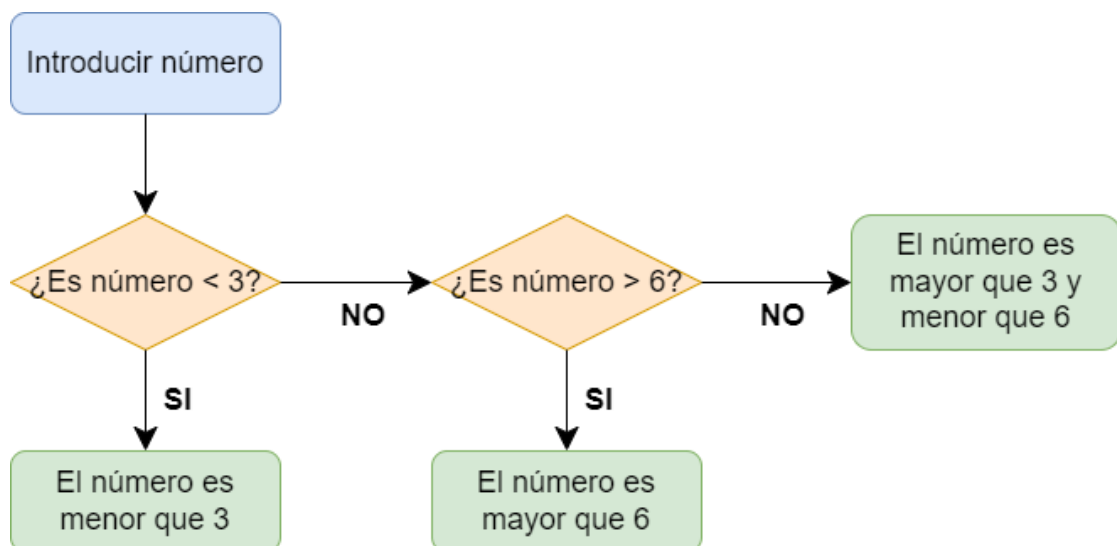
De hecho, si tratamos de operar un carácter, solo podremos sumar y multiplicar caracteres: si tratamos de sumar el carácter 1 y el 2, obtendremos el carácter 12; mientras que por otro lado, solo podremos multiplicar un carácter por un entero, de manera que si multiplicamos el carácter 1 por el entero 3, obtendremos el carácter 111. Un último comentario acerca de los tipos de datos es que si tratamos de dividir un entero, este se transformará en un flotante, independientemente de si la división resultaba entera o no.

Los siguientes conceptos a desarrollar empezarán a introducir al lector al concepto de la lógica. Lo primero es hablar de los **operadores de comparación** que serán los que, valga la redundancia, comparen dos o más términos para actuar de una u otra manera en función del resultado de dicha comparación. En la vasta mayoría de lenguajes de programación existen hasta 6 de estos operadores:

=	Igual que	<	Menor que	<=	Menor o igual que
!=	Diferente de	>	Mayor que	>=	Mayor o igual que

**Tabla 3-1** Operadores de comparación y su representación en Python [29].

El siguiente paso para poder hacer que el programa tome decisiones, es que tenga una manera de conocer el resultado de las comparaciones hechas con los operadores de comparación citados anteriormente. Esto lo hace mediante los llamados **valores booleanos**: si la comparación resulta cierta, entonces esto resultará en el valor booleano *True* o 1; mientras que si ocurre lo contrario, recibiremos *False* o 0 (de aquí surge el código binario, que trabaja en estos términos de Verdadero-Falso). Es importante remarcar que, mientras que los operadores de “mayor” y “menor que” solo funcionan con números enteros o flotantes, los comparadores “igual” y “distinto de” funcionan también con caracteres.



**Figura 3-2** Esquema de un programa que toma decisiones en base a comparar un valor introducido [Autoría Propia].

<sup>3</sup> Escapar un carácter es introducirle otro carácter cuyo uso está especialmente designado por el lenguaje de programación para que este interprete que, si encuentra ese carácter dentro de una cadena, deberá interpretar al siguiente carácter como parte de la cadena, en lugar de su significado habitual (generalmente esto se hace con los limitadores de cadena, que suelen ser comillas, para evitar que la cadena termine prematuramente). Si se quisiera utilizar el carácter de escape dentro de la cadena, bastaría con ponerlo dos veces.

Lo último que queda por hacer es que el programa tome unas acciones u otras en función del valor booleano obtenido, es decir, que tome una decisión en función de lo que haya introducido como *input* el usuario, o en función del resultado de una operación intermedia. La **función lógica** más sencilla que trabaja con esto es el **condicional**: “*si pasa esto, haz esto. Si no, haz esto otro.*”. El condicional hará una cosa u otra en base al resultado de la comparación. Se pueden encadenar condicionales para comprobar otra condición sabiendo que una condición anterior es cierta o falsa. Lo que se vaya a hacer si se entra en el condicional estará marcado de alguna manera dependiendo del lenguaje de programación (en C se usan corchetes y sangrado, mientras que en Python con el sangrado es suficiente).

Una variante de los condicionales son los **bucles**, fragmentos de código que se ejecutan un número de veces mientras que la condición que introducen sea cierta (*True*). Esta condición será generalmente que un número sea menor que otro, y este número vaya incrementando su valor con cada iteración.

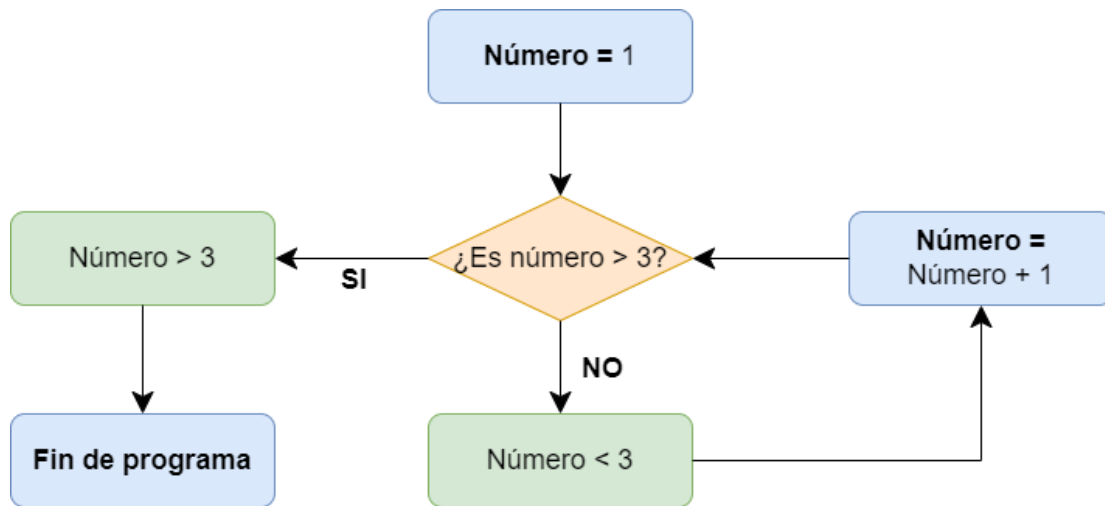


Figura 3-3 Esquema de un programa en el que suceden tres iteraciones antes de salir del bucle [Autoría Propia].

Otro concepto de gran importancia en cualquier programa (con tal de simplificar el código) es el empleo de los **operadores booleanos**, que permitirán establecer condiciones mucho más específicas tratando con varias variables y sus valores. Existen principalmente tres tipos, aunque en algunos lenguajes de programación se trabaja con otros tantos, pero derivados de los tres primeros:

AND			OR			NOT	
a	b	c	a	b	C	a	c
True	True	True	True	True	True	True	False
True	False	False	True	False	True	False	True
False	True	False	False	True	True		
False	False	False	False	False	False		

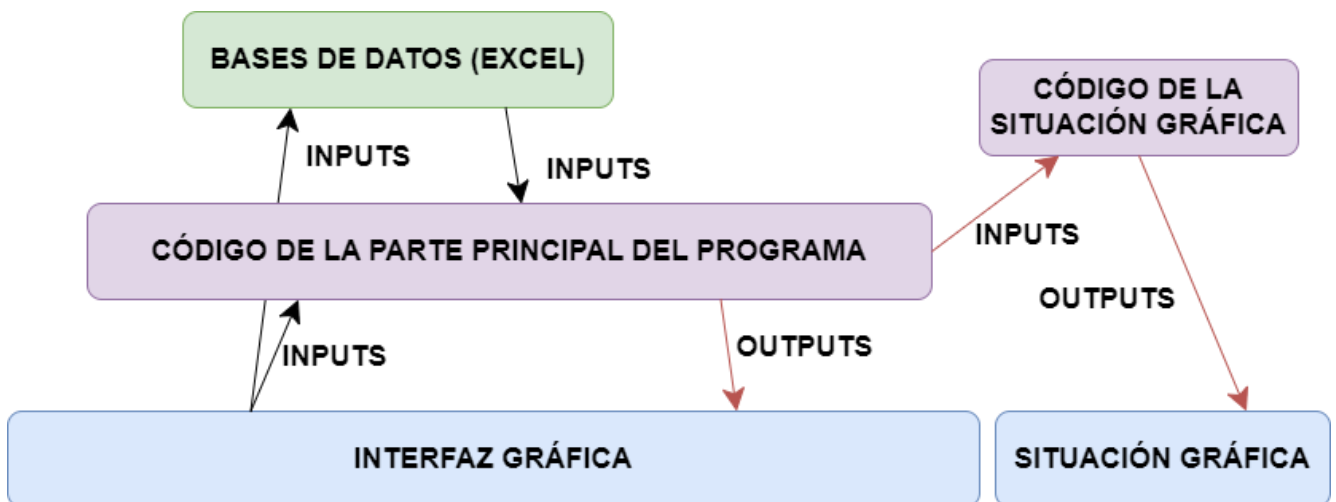
Tabla 3-2 Valor booleano que devuelve el conjunto de valores booleanos de varias condiciones en función del operador booleano que se use [29].

### 3.1.2 Fragmentación del Programa

Volviendo al marco teórico desarrollado a lo largo del Apartado 2, para la obtención gráfica de la situación verdadera el programa necesita partir de unos datos iniciales cuya obtención es independiente del mismo. Una vez obtenidos estos datos de una u otra fuente, el programa deberá realizar los cálculos intermedios necesarios para resolver el problema de estima abordado en este trabajo. Como resultado, se obtendrán unos valores finales que servirán de entrada en el bloque del programa que se encarga de la situación gráfica. Este tiene como finalidad presentar la posición de estima del buque. Para ello, a nivel de código, el programa trabajará con cuatro bloques bien diferenciados:

- La **Interfaz Gráfica** (GUI, del inglés *Graphical User Interface*) será la encargada de obtener aquellos *inputs* que dependen del usuario, y que este debe obtener por su cuenta por otros medios (sextante, reloj, etc.), y también será la encargada de mostrar tanto soluciones intermedias (*outputs*) como la situación gráfica final, aunque esta no sepa cómo se han obtenido dichos datos.
- El **Código** en sí mismo es el núcleo del programa. Es la parte del programa que se encarga de obtener los *inputs* y hacer las pertinentes operaciones para calcular los *outputs* y mandárselos de vuelta a la GUI. También se encarga de, a partir de los *inputs* obtenidos de la GUI, entrar en las bases de datos a las que está conectado el programa y obtener otros *inputs* con los que poder operar. En conclusión, es la parte del programa que se encarga de manejar el flujo de información y se comunica con las otras partes.
- La **Base de datos** con la que trabaja el programa es una adaptación del Almanaque Náutico a un formato con el que Python puede trabajar. De esta se obtienen todos aquellos datos que se dijo a lo largo del Apartado 2 que se extraían del Almanaque con datos que provienen de los datos introducidos por el usuario en la GUI.
- La **Situación Gráfica** es la parte final del programa. Se trata de un segundo bloque de código independiente del anteriormente mencionado en el que se entra con los *outputs* obtenidos por este para obtener el dato final que busca el programa.

De esta manera, se puede plantear la estructura del programa como una jerarquía de varias capas en las que la más superficial es la única que interactúa directamente con el usuario (tanto para obtener datos de este como para mostrarle resultados, la GUI), y el resto de capas están interconectadas por los datos que cada una entrega a la capa superior y recibe de la capa inferior.



**Figura 3-4** Entradas y salidas de datos entre las diferentes partes del programa. Aquellas que están conectadas con los bloques en azul son los únicos datos con los que interactúa el usuario [Autoría Propia].

## 3.2 Entradas del Programa

### 3.2.1 La Interfaz Gráfica

Una de las ventajas que diferencia Python de otros lenguajes de programación es que, partiendo de la base común con la que trabajan todos estos lenguajes, Python dispone de un sistema de librerías (tanto propias de sus desarrolladores, como creadas por terceros) que están enfocadas a multitud de usos específicos diferentes. Una de estas librerías es *tkinter* [30], con la que se ha desarrollado la interfaz gráfica de este programa.

En cuanto el usuario ejecuta el programa, se abrirá una ventana en la que aparecerá la GUI con un conjunto de componentes que serán el medio por el cual el usuario interactuará tanto para la introducción de datos como para ejecutar la parte “invisible” del programa.

Antes de hablar de las secciones en las que se divide la presentación del programa, es necesario desarrollar los diversos componentes (conocidos en *tkinter* como *widgets*) con los que se trabaja:

- **Ventanas:** En primer lugar, la ventana principal englobará en su interior al resto de objetos de la interfaz. Habrá otras ventanas emergentes: una secundaria para mostrar la situación gráfica (de ahí que en la Figura 3-4 aparezca separada del resto de la interfaz), y las emergentes para alertar de los errores.
- **Frames:** Los *frames* son cada uno de los recuadros que aparecen en el interior de las ventanas, cuyo único objetivo es diferenciar las secciones, de manera que para cada sección hay un *frame* que engloba todos los objetos de dicha sección. Mientras que los *frames* se sitúan dentro de las ventanas por coordenadas, el resto de objetos dentro de estos se situarán mediante un sistema de cuadrícula por filas y columnas.

Fila 1	hGh( $\gamma$ ) =	0	°	0.0	'	
Fila 2	Int.m/s =	0	°	0.0	'	
Fila 3	CDifh =			0.0	'	
Fila 4	hG( $\gamma$ ) =	0	°	0.0	'	
Columnas:		1	2	3	4	5

Figura 3-5 Sistema de distribución de elementos por filas y columnas (cuadrícula) [Autoría Propia].

- **Etiquetas (Labels):** Se trata de texto fijo, introducido en la interfaz gráfica para indicar el concepto cuyo valor aparece escrito a la derecha de este objeto, o bien para indicar las unidades de lo que hay escrito en las entradas (grados, minutos, segundos, horas, etc.). Todos los objetos de las columnas 1, 3 y 5 en la Figura 3-5 son etiquetas.
- **Entradas (Entries):** Son casillas en las que los caracteres que aparecen pueden ver su valor modificado. En estos objetos aparecen reflejados tanto los *inputs* como los *outputs* del programa. Se ha programado la interfaz de manera que aquellas casillas en las que se espera que el usuario introduzca un dato tengan su fondo en amarillo y su escritura esté habilitada, mientras que aquellas en las que se imprimen *outputs* tienen su fondo en blanco y la escritura en ellas está deshabilitada.
- **Desplegables (Combobox):** Un desplegable es una entrada en la que solo se pueden introducir un listado de opciones que aparecen desplegadas en una lista. En inglés se las llama *combobox* por tratarse de una mezcla entre una etiqueta y una entrada (una entrada que solo muestra una lista de etiquetas).
- **Botón:** Los botones son los únicos objetos (junto con los *frames*) que aparecen directamente sobre las ventanas, por lo que su sistema de ubicación también es por coordenadas. Tienen impreso una palabra que hace referencia a la acción que realizan, y cuando el usuario los pulsa desencadenan el código tomando por entradas lo que haya escrito el usuario en estas antes de pulsar el botón.



Figura 3-6, 3-7, 3-8 y 3-9 De izquierda a derecha, comparación entre una entrada en la que el usuario puede introducir datos, y una en la que se imprimirán *outputs*; ejemplo de botón sin pulsar; ejemplo de botón siendo pulsado; ejemplo de desplegable en el que el usuario debe elegir si la latitud introducida es norte o sur [Autoría Propia].

Presentada la anterior parte, es momento de introducir la distribución de datos. Estos están dispersos en la interfaz gráfica de tal manera que aquellos datos que son independientes de los astros (y comunes a todos) que se estén observando aparecerán en un *frame* central en la parte superior de la ventana, mientras que los que son únicos para cada observación aparecerán en tres columnas (una para cada astro). Por otro lado, dentro de cada *frame* particular para cada astro hay otros tres *frames*:

- En primer lugar, el *frame* que calcula la hora en Greenwich que es un dato fundamental para poder entrar en el Almanaque Náutico (junto con el día y el mes, cuyos datos se consideran comunes a los tres astros y solo se introducen una vez en el *frame* central).
- A partir del *frame* anterior se pueden extraer todos los datos del Almanaque, datos que se ven expresados en el segundo *frame* específico del astro, junto con los pertinentes cálculos y pasos intermedios para obtener los datos con los que calcular la altura estimada (Recordemos: latitud, ángulo en el polo, y declinación).
- El último *frame* corrige la altura observada (introducida por el usuario) y la compara con la altura estimada obtenida con los datos del *frame* anterior, para finalmente obtener los datos que conformarán el determinante de la recta de altura en la situación gráfica (este *frame* contiene los únicos datos de salida (*outputs*) que empleará posteriormente el código que genera la situación gráfica).

Es importante remarcar que, si bien la corrección instrumental aparece específica para cada astro en verdad es un valor único, ya que se considera que el observador realiza las tres mediciones con el mismo sextante, pero estéticamente aparece de esta manera para que se vea que se opera a la altura observada como el resto de correcciones. De hecho, si se escribe en cualquiera de las tres entradas de esta variable se podrá observar como las tres se reescriben simultáneamente.

Astro: <b>Jupiter</b>	
Hz = <b>13</b> h <b>1</b> min <b>34</b> s	
Z = <b>3</b>	
HcG = <b>16</b> h <b>1</b> min <b>34</b> s	
hGh( $\gamma$ ) = <b>27</b> ° <b>42.8</b> ' ,	ao = <b>31</b> ° <b>18.5</b> ' ,
Int.m/s = <b>0</b> ° <b>8.5</b> ' ,	Ci = <b>-0.4</b> ' ,
CDifh = <b>-</b> ,	Ch = <b>-6.5</b> ' ,
hG( $\gamma$ ) = <b>27</b> ° <b>51.3</b> ' ,	Cr = <b>-1.8</b> ' ,
L = <b>-82</b> ° <b>22.3</b> ' ,	aa = <b>31</b> ° <b>10.2</b> ' ,
hLy = <b>-</b> ° <b>-</b> ' ,	Cp/C1 = <b>-</b> ' ,
AS = <b>-</b> ° <b>-</b> ' ,	Ia/C2 = <b>-</b> ' ,
hL = <b>306</b> ° <b>13.6</b> ' ,	Ip/C3 = <b>-</b> ' ,
P = <b>-54</b> ° <b>46.4</b> ' ,	av = <b>31</b> ° <b>10.2</b> ' ,
d = <b>3</b> ° <b>43.8</b> ' ,	ae = <b>31</b> ° <b>6.9</b> ' ,
CDifd = <b>-</b> ,	$\Delta a$ = <b>3.3</b> ' ,
dc = <b>-</b> ° <b>-</b> ' ,	Z = <b>N 69 E</b>

**Figura 3-10** *Frame* específico para cada astro, con los tres “*subframes*” que se encargan de resolver diferentes partes del problema [Autoría Propia].

Figura 3-11 Frame central con los datos comunes a todos los astros [Autoría Propia].

Variables comunes a todos los astros	Variables específicas de cada astro
Fecha	Nombre del astro
Posición estimada	Hora
Elevación	Altura observada
Huso horario	Corrección instrumental*

Tabla 3-3 Tabla que recoge qué variables son únicas y comunes a todos los astros y cuáles son específicas de cada astro [Autoría Propia].

Como se puede observar en la Figura 3-10, se ha desarrollado la interfaz de manera que un mismo formato trabaje con cualquier tipo de astro, a pesar de saber que no todos los astros trabajan con las mismas variables, por lo que aquellas ocasiones en las que se haya introducido un astro que no trabaje con una variable en particular, esta aparecerá con un guión.

Variables no empleadas por los astros				
Luna	Venus y Marte	Júpiter y Saturno	Estrellas	Polaris
	hL $\gamma$			
	AS			
		CDifh		
		CDifd		
		dc		
		Ia/C2		
		Ip/C3		
		Cp/C1		

Tabla 3-4 Variables no empleadas por los diferentes astros [Autoría Propia].

### 3.2.2 Extracción de Bases de Datos

Como se ha visto en la Tabla 3-3, existen una serie de variables de entrada que son datos que provienen directamente del usuario, y que constituyen la base para que el código del programa pueda empezar a desarrollar los cálculos y obtener las soluciones intermedias. Sin embargo, gran parte de estas primeras entradas sirven para consultar el Almanaque Náutico y extraer de este la mayoría de datos que realmente sirven para avanzar en la solución del problema.

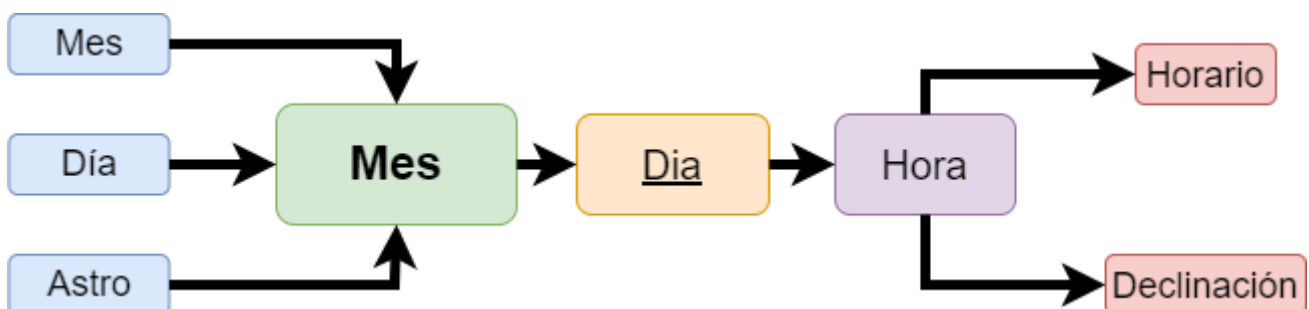
En primer lugar, es necesario mencionar que actualmente el Instituto Hidrográfico de la Marina provee de una edición del Almanaque en formato físico, que a lo sumo puede trasladarse a una versión para ordenador con extensión “.pdf” (del inglés *Portable Document Format* [31]) un formato hecho para facilidad de manejo y lectura por parte de personas, pero de muy compleja interpretación por parte del ordenador.

Debido a esto, ha sido necesario convertir este formato a algo más manipulable en Python. Sin embargo, como ya se ha dicho este formato es difícil de interpretar, por lo que incluso programas de acceso libre capaces de convertir desde esta extensión conservando la estructura de los datos no consiguen evitar que se desconfiguren de forma aleatoria. Y estamos hablando de una gran cantidad de datos. Esto ha obligado a construir de forma manual un pequeño fragmento de esta parte tan importante del programa, la justa y necesaria para poder corroborar el funcionamiento del mismo.

En el Almanaque existen varias zonas a las que acudir para extraer ciertos datos para diferentes usos. Algo similar se ha hecho con Microsoft Excel, un programa de hoja de cálculo que trabaja mediante una cuadrícula de filas y columnas en las que unas celdas pueden expresar el resultado de cálculos con entradas que se encuentran en otras celdas [32]. Este formato de fichero facilita mucho la extracción de datos, mediante un sistema de llamada de celdas que se encuentran organizadas en filas y columnas (tablas) dentro de pestañas, y estas a su vez dentro de ficheros.

Desde el punto de vista del código, ha sido necesario recurrir a otra librería de Python (*OpenPyXL* [33]) para realizar esta acción de abrir ficheros y extraer datos de celdas dentro de pestañas. Sin embargo, también ha sido necesario desarrollar el código que indique a qué celda hay que ir mediante bucles que viajen por filas y columnas en búsqueda de la entrada que ha proporcionado el usuario. Así pues, se han desarrollado los siguientes ficheros como bases de datos:

- En primer lugar, se ha creado un fichero para cada mes del año, cada uno de los cuales contiene tantas pestañas como días tenga el mes. Cada pestaña está organizada con el mismo formato, hallándose en las filas las 24 horas del día, y en las columnas los datos de horario de Greenwich y declinación de estrellas, planetas y la Luna (las estrellas no tienen aquí reflejada su declinación, mientras que la Luna tiene también el valor del diferencial, que posteriormente se usará para el cálculo de los incrementos a la corrección por paralaje).
- En segundo lugar, existe un fichero de interpolación a minutos y segundos, de manera que este fichero tiene una pestaña para cada uno de los 60 minutos de la hora, y tiene en cada pestaña las 60 filas relativas a los segundos que contiene un minuto. En las columnas aparecen los incrementos para planetas, estrellas y la Luna (que son diferentes), así como el valor de la corrección debido al diferencial en el caso de la Luna.
- En tercer lugar está el valor del Ángulo Sidéreo y la declinación específica de las estrellas, que solo varía muy ligeramente en función del mes del año en el que se plantee el problema, de manera que se entra también con el nombre de la estrella.
- Por último está el fichero más complejo, el de las correcciones. En este archivo aparecen en cada pestaña cada una de las tablas de corrección de los Anexos III, IV y V.



**Figura 3-12** Ejemplo de extracción de datos de fichero Excel, donde en azul están las entradas, en verde el fichero, en naranja la pestaña, en púrpura la fila, y en rojo las salidas [Autoría Propia].

También es importante recalcar que la entrada a las bases de datos para extraer valores con los que operar no es un proceso que ocurra solamente al principio del código, sino que también sucede con otros datos que han debido de ser previamente calculados con variables de entrada que pueden a su vez haber sido extraídas de las bases de datos.

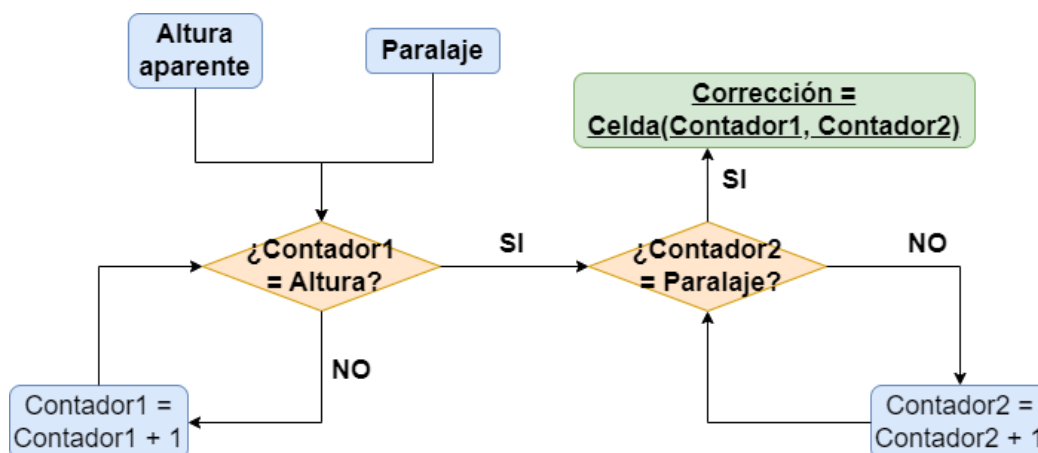


Figura 3-13 Funcionamiento del bucle para la extracción de la corrección por paralaje de la Luna [Autoría Propia].

### 3.3 Código del Programa

Una vez obtenidos todos los datos para poder obtener los valores de las variables que conforman el determinante de la recta de altura, único dato verdaderamente fundamental para la situación gráfica, solo queda realizar los cálculos pertinentes. Este proceso pasa principalmente por dos fases:

- Para poder calcular la diferencia de alturas es necesario restar a la altura verdadera la altura estimada. Observando la ecuación 24, se tiene que para calcular la altura estimada se necesitan los valores de la latitud estimada (dato que ya inicialmente ofrece el propio usuario), la declinación (dato que se obtiene bien directamente entrando en el Almanaque Náutico con el dato de la fecha y la hora, bien entrando en el nombre de la estrella en el fichero específico de estas), y el ángulo en el Polo, que es el dato más complejo de calcular, y que involucra un mayor número de operaciones.
- La altura verdadera es el resultado de aplicarle a la altura observada por el usuario un conjunto de correcciones cuya forma de obtención variará en función del tipo de astro que se haya observado.
- El azimut se obtiene mediante una ecuación que depende de las mismas variables que la ecuación de la recta de altura (Véase ecuación 16).

Como se ha podido apreciar en lo que llevamos de apartado, existen diferencias de procedimiento en función del astro que se haya observado, cuyos pasos y soluciones intermedias se expresan en la interfaz gráfica, se ha diseñado (como ya se ha mencionado en el apartado 3.2.1) de manera que el formato que tiene abarque todas las posibilidades, dejando sin rellenar aquellos campos que no se utilicen. Se recomienda efectuar la lectura de los próximos dos subapartados utilizando la Figura 3-10 como apoyo visual.

#### 3.3.1 Obtención de la altura estimada

En primer lugar, la latitud estimada es un dato proporcionado por el usuario en la introducción inicial de datos, y que utiliza un desplegable para indicar si dicha latitud es Norte o Sur. Este desplegable es posteriormente analizado mediante una condición, de manera que si es Norte su valor permanece positivo, mientras que si es Sur se vuelve negativo. Lo mismo ocurre con la longitud (que se utilizará en el cálculo del ángulo en el Polo y que aparece impreso en la GUI como parte de los pasos para obtener la altura estimada) que, tal y como reza la ecuación 5, permanece positiva si es Oeste, mientras que se vuelve negativa si es Este.

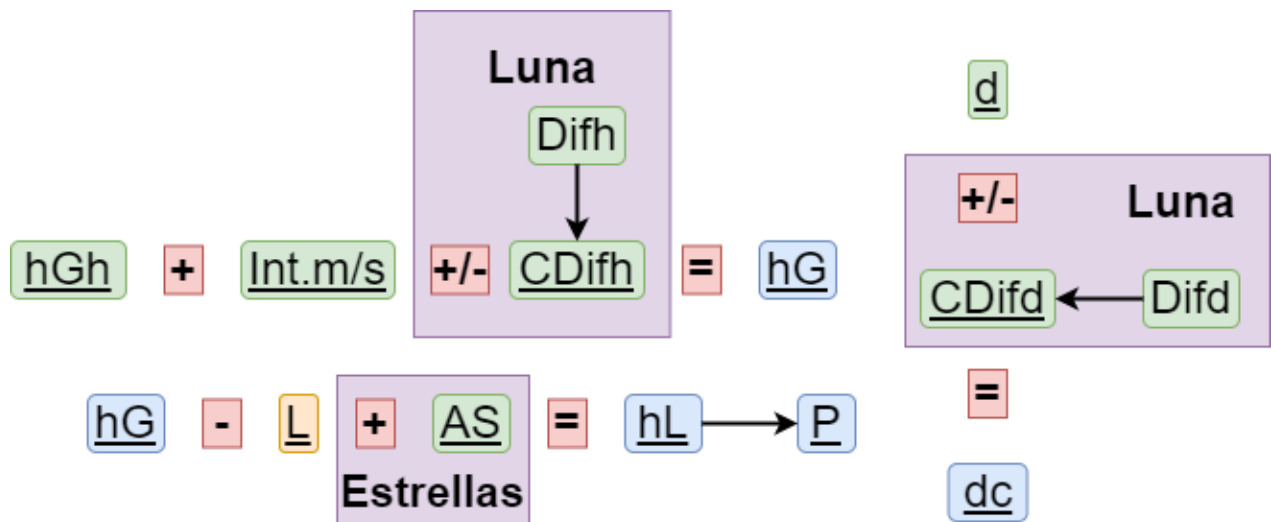
El cálculo de la declinación difiere en función de si estamos trabajando con una estrella, un planeta, o la Luna:

- En el caso de los planetas, el valor de la declinación se extrae directamente del fichero “Mes” de la base de datos, quedando el valor horario el mismo durante toda la hora (algo que será así en los tres casos).
- El caso de la Luna es similar al de los planetas, solo que se le debe aplicar una corrección en función del valor del diferencial (dato que se encuentra en la siguiente columna a la declinación), con el que se entrará en el fichero de Interpolación en la pestaña “Minuto” y la fila “Segundo” que corresponda, y cuyo valor obtenido se operará en función de la tendencia de la declinación (como ya se explicó en el apartado 2.3.6).
- En el caso de las estrellas, su valor se extrae del fichero específico de estas, de la pestaña propia de declinación entrando con el nombre de la estrella y el mes de la observación.

Por último, el cálculo del ángulo en el Polo sigue una serie de pasos que también difieren en función del tipo del astro:

1. Primero se extraerá el horario de Greenwich del astro del fichero del Mes, la pestaña del Día y la fila de la hora que corresponda. Se extraerá el horario de la Luna, del planeta, o de Aries.
2. Lo segundo será entrar en el fichero de interpolación para extraer el añadido de minutos (pestaña) y segundos (fila), operación que se hará siempre independientemente del tipo de astro. Aunque en el caso de la Luna, también habrá que entrar con el diferencial, y la corrección (que aparece impresa en la GUI al igual que con la declinación) se añadirá o sustraerá siguiendo el mismo criterio que con la declinación.
3. Lo siguiente será restarle (según las ecuaciones 5 y 6) la longitud al horario de Greenwich para obtener el horario de lugar del astro (de Aries en caso de trabajar con estrellas). En caso de trabajar con estrellas, a este dato se le sumará el valor del Ángulo Sidéreo extraído del mismo fichero que su declinación para obtener el horario de lugar de la estrella.
4. Lo último será obtener el ángulo en el Polo, cuyo valor variará en función a lo establecido en la ecuación 1 (si el horario de lugar es mayor de 180°, el valor del ángulo será del valor del horario menos 360°, mientras que si este es menor de 180°, el ángulo en el Polo adoptará el mismo valor que el horario de lugar).

Con esto ya se podrá obtener el valor de la altura estimada, que se hace seccionando la fórmula igual que se indica en la ecuación 24.



**Figura 3-14** Representación esquemática de los cálculos efectuados por el programa para obtener las variables necesarias para el cálculo de la altura estimada, siendo las variables en verde extraídas de las bases de datos, las naranjas datos introducidos directamente por el usuario, y las azules resultado de las operaciones del código. Además, todas las variables subrayadas aparecen en la interfaz gráfica [Autoría Propia].

### 3.3.2 Obtención del determinante de la recta de altura

Como ya se vio en los últimos subapartados del apartado 2.3, la altura verdadera con la que se opera la altura estimada para obtener la diferencia de alturas es resultado de aplicar una serie de correcciones a la altura observada introducida inicialmente por el usuario. Se ha creado un paso intermedio, conocido como *altura aparente*, que es la altura resultado de aplicar a la altura observada todas las correcciones que son comunes a todos los tipos de astros (Véase apartado 2.3.5). A partir de esta altura se aplicarán o no una serie de correcciones en función del tipo de astro con el que estemos trabajando:

- El caso de las estrellas (excepto Polaris) es el más sencillo, ya que no se les aplica ninguna corrección adicional a aquellas comunes aplicadas para obtener la altura aparente, por lo que el valor de esta será directamente igual al de la altura verdadera. Lo mismo ocurre para los planetas Júpiter y Saturno, demasiado alejados de la Tierra, como para que se les aplique corrección por paralaje alguna.
- El caso de los planetas Venus y Marte sí se les aplica una pequeña corrección por paralaje que dependerá de la fecha y (en el caso de Marte) la altura, de manera que a la altura aparente habrá que añadir la corrección por paralaje (ecuación 28).
- El caso de la Luna es el más complejo (utiliza todos los campos dispuestos en la interfaz) debido a su proximidad a la Tierra muy superior al resto de astros, hasta tal punto que el semi-diámetro deja de ser un valor despreciable. Por este motivo, es importante realizar la medición de su altura desde el limbo inferior, ya que el programa no está preparado para diferenciar desde donde se realiza esta observación). Para corregir este fenómeno, la Luna dispone de dos tablas, siendo que en la segunda se entra dos veces para extraer dos valores de interpolación debido a dos magnitudes diferentes (paralaje y altura, Véase Anexo V: Tablas de Corrección específicas de la Luna, ecuación 29).
- Por último, está el particular caso de la Polar, que tiene tres correcciones propias adicionales (independientes del fenómeno de paralaje) para poder trabajar con la altura verdadera directamente como la latitud verdadera. Estas correcciones van situadas en el mismo lugar que las correcciones por paralaje de la Luna (para optimizar espacio en la interfaz), de ahí que en la GUI aparezcan las etiquetas de estas entradas como “Cp/C1” (ecuación 31).

Una vez obtenida la altura verdadera, se le resta la altura estimada calculada en el apartado anterior para obtener la diferencia de alturas. Por otro lado, el azimut se calcula internamente con los mismos datos necesarios para obtener la altura estimada mediante las ecuaciones 19 y 20.

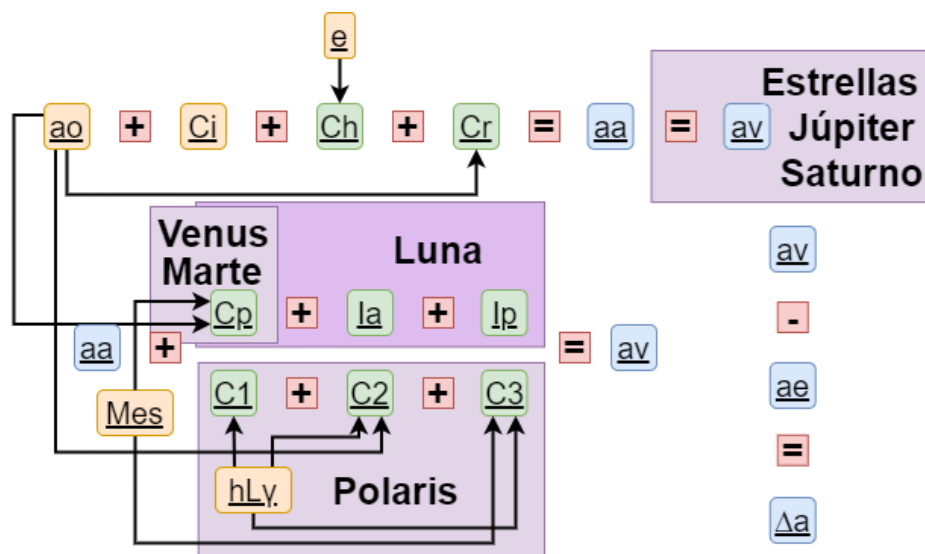
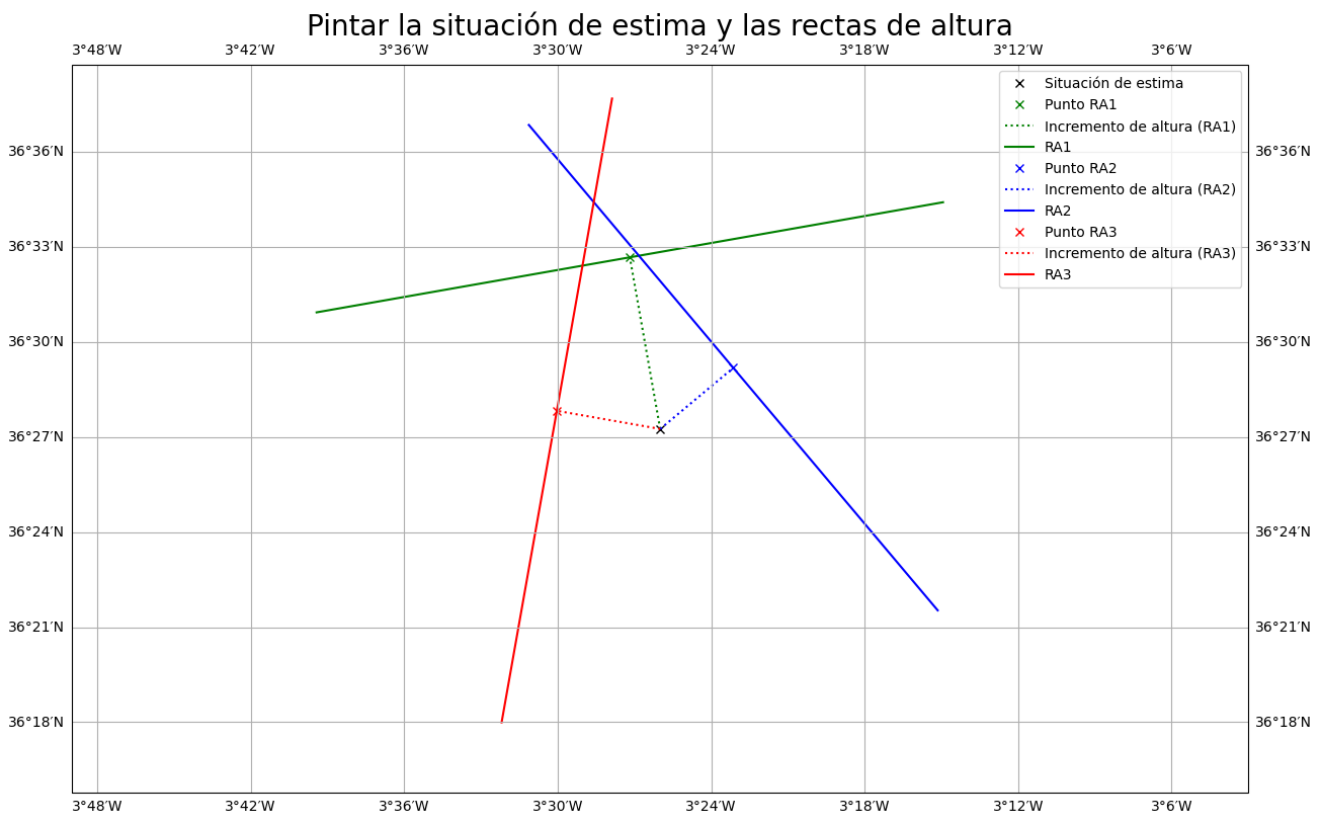


Figura 3-15 Esquema de aplicación de las diferentes correcciones a la altura observada en función del tipo de astro [Autoría Propia].

### 3.3.3 Resolución gráfica del problema

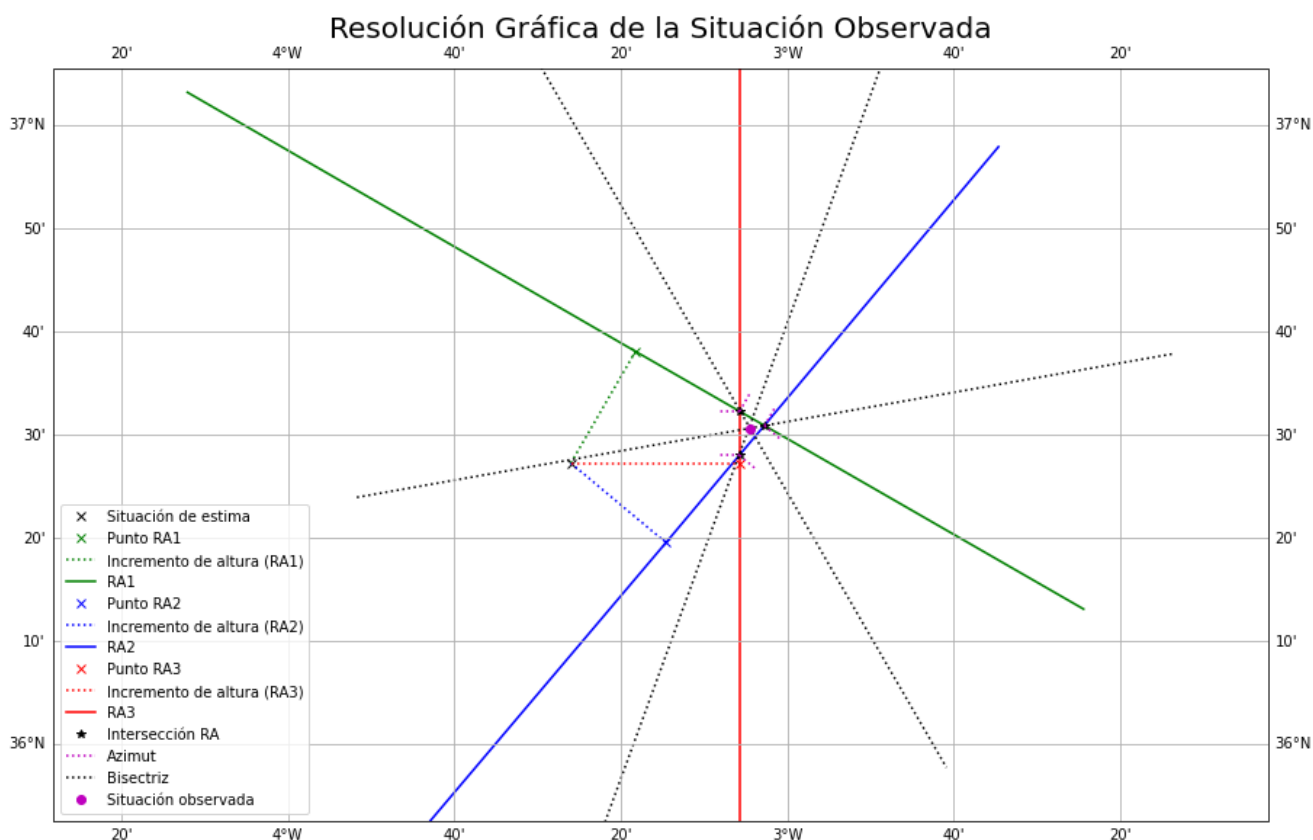
Una vez obtenidos los determinantes de todos los astros, el usuario llamará a la función de la situación gráfica mediante un botón, con las variables de dichos determinantes y la posición de estima como datos de entrada a esta parte del código. La situación gráfica se divide en diferentes partes para llegar al objetivo de representar gráficamente la situación verdadera. Para poder seguir mejor el funcionamiento progresivo de este código se recomienda ir al Apartado 2.4.2 para clarificar la explicación durante el desarrollo de la misma:

- Lo primero será establecer en una cuadrícula con formato de carta de latitud y longitud la posición de estima, a la que se añadirán puntos situados en ángulos de valor el azimut y distancias de valor la diferencia de alturas respecto a dicha posición. Se pintará una recta que una estos dos puntos y se trazará un punto a cada banda del punto final de la recta de altura para poder trazar la perpendicular a esta.



**Figura 3-16** Representación de las tres rectas de altura desde la posición de estima [34].

- En segundo lugar es necesario hallar las intersecciones de las perpendiculares trazadas (las líneas continuas en la Figura 3-16), algo que gráficamente parece intuitivo, pero cuyo dato es necesario que el código conozca para poder implementar futuros pasos respecto a estos puntos.
- Lo siguiente será pintar las líneas de azimut, ya que las bisectrices estarán, por definición, trazadas a mitad de ángulo entre estas líneas (en lugar de entre los costados, ya que la diferencia de alturas podría ser negativa y no coincidir la bisectriz entre costados respecto a la trazada entre azimuts).
- Una vez pintados los azimuts, se pintarán las bisectrices en el ángulo intermedio de los azimuts respecto a las intersecciones de las perpendiculares hacia los dos sentidos, ya que éstas podrían cortarse en cualquiera de estos (situación dentro o fuera del triángulo de situación).
- Por último, el código tendrá que repetir el proceso de hallar la intersección entre las nuevas tres rectas trazadas (las bisectrices), para devolver el valor numérico de la posición verdadera (que será donde se crucen las bisectrices).



**Figura 3-17** Respecto a la situación ejemplo planteada en la Figura 3-16, trazado de los azimuts de las rectas de altura en las intersecciones de estas, y de las bisectrices, que van a cortar en la posición verdadera [34].

### 3.4 Tratamiento de errores

Un programa como el desarrollado en el presente proyecto compagina el campo de la informática con otros campos de la ciencia o la ingeniería. En este caso, otro campo involucrado es la matemática. A nivel de tratamiento de errores, esto implica que los errores que puedan generarse durante el desarrollo del programa no son únicamente de índole informática (que si son a nivel de sintaxis el propio interpretador del lenguaje suele ser el encargado de avisar al programador de dicho error), pero también se pueden dar errores de mal funcionamiento (el código está correctamente escrito, pero el programa no hace lo que debería, o no completamente), o también se pueden dar errores matemáticos (similares a los que se pudieran dar en una calculadora científica).

La conclusión de todo esto es que, junto con el código base, es necesario introducir rutinas que se dediquen al tratamiento de errores, en busca de ciertos casos excepcionales que se puedan dar (debido a la arbitrariedad generada por la entrada de variables dadas por una persona). En caso contrario, el programa no funcionará correctamente debido a errores que con parámetros normales no se darían.

El tratamiento de errores consiste en evitar los fallos del programa ante errores. La ausencia de esta técnica llevaría a que la solución más efectiva sería reiniciar el programa ante cualquier error que bloquee el funcionamiento del mismo. Pero una manera más óptima sería rebobinar el funcionamiento del mismo hasta justo antes de que ocurriera para analizar la fuente del error y eliminarla o modificarla. De forma alternativa, se puede conseguir evitar dichos fallos estableciendo límites en valores de variables, de manera que si un dato llega a un cálculo particular sobrepasando este límite, dicho dato sea modificado de tal manera que vuelva a encontrarse en los límites y sea operable, o bien se vuelva a solicitar ese dato al paso anterior del programa.

### 3.4.1 Entradas para uso del usuario

Esta es la principal fuente de errores de cualquier programa. Incluso en el mundo de la ciberseguridad, la principal brecha en sistemas presuntamente muy robustos radica en los propios humanos, y en aquella parte del programa que depende de estos [35] (el conocido como *factor humano*). En el caso del presente programa, el error por factor humano se dará cuando en alguna de las casillas de la interfaz gráfica dejadas para introducción de datos de entrada al programa por parte del usuario, este introduzca algo que no debería, de manera que el programa no solo no reconocerá dicho dato, sino que además le faltará este. Es necesario remarcar que el siguiente conjunto de errores se ha dejado sin tratar en el programa por falta de tiempo en el desarrollo (este aspecto se volverá a mencionar en las Líneas Futuras del proyecto). En esta sección del programa podrán aparecer errores de múltiples formas:

- **Campo vacío:** Lo primero será asegurarse de que todos los campos a rellenar por el usuario estén verdaderamente cubiertos con datos escritos por el usuario, de manera que el programa debería alertar al usuario de que se ha dejado un campo sin rellenar, indicando este marcando el fondo de la casilla con un color llamativo (como por ejemplo, el rojo) y rebobinando en la ejecución del programa sin borrar lo introducido en el resto de casillas para que el usuario pueda introducir los datos en las entradas que faltan por rellenar.
- **Tipo de dato:** Si bien las variables tienen ya asignadas un tipo de dato en el código, esto no impide que, donde debería haber un número el usuario introduzca una letra, y viceversa (o un número decimal donde debería ir un entero, como el número de Día). De esta manera, el programa también debería destacar la casilla fuente del error y dar la oportunidad al usuario de enmendar dicho error.
- **Concepto inexistente:** Esto puede darse sobre todo en los campos de “Astro” y “Mes” cuando el usuario introduzca un astro que no existe (o no está contemplado en la base de datos, como puedan ser estrellas menos brillantes, o planetas no contemplados como Mercurio o Neptuno). También, si no se escribe la primera letra en mayúscula, se escriben acentos, o se escribe en mayúscula cualquier letra que no sea la primera, el programa no encontrará dicho astro. Nuevamente, se debería destacar la casilla que produzca este error y solicitar nuevamente estos datos antes de la reejecución del programa.
- **Valor fuera de rango:** En el caso de los campos numéricos, el programa debería alertar al usuario de la introducción de un valor numérico fuera de rango (si se introduce el día 42, la hora 37, el minuto 96, o la latitud 127).
- **Astro repetido:** En el particular caso de la casilla del astro, el programa debería detectar si ese astro ya ha sido empleado para la obtención de la recta de altura (comparando el estado de las tres casillas destinadas para este caso determinado).

En todos estos casos, además de marcarse que casilla o casillas están dando el problema, debería aparecer una ventana emergente que realmente alerte al usuario del error, además de indicarle cuál de los cuatro errores planteados se está dando.

### 3.4.2 Limitación de rango de variables

Este es un error interno del código, que simplemente lo corrige el propio programa mediante condiciones modificando el valor de las variables en caso de que se den estas condiciones. Este tipo de fallo puede ocurrir de múltiples maneras en diferentes sectores del programa, pero tienen el mismo fundamento: partiendo del error de “Valor fuera de rango”, si un dato llegado de una parte anterior del programa sobrepasa cierto límite de valor (cumple la condición), dicho valor se modificará de tal manera que se pueda volver a operar con él.

- **Minutos:** La práctica totalidad de los datos con los que trabaja el código están expresados por separado en grados y minutos. Si al efectuar una operación de adición o sustracción el

resultado de los minutos se sale de su rango lógico, se le restarán o sumarán 60 minutos respectivamente, y a los grados se les añadirá o restará 1 grado también respectivamente.

- **Grados:** Con los grados ocurre lo mismo: si estos se salen de su rango de 360 grados, se les añadirá este valor si se queda el resultado negativo, o se le quitará si lo sobrepasa.

$$128^{\circ} 36' + 313^{\circ} 45' = 441^{\circ} 81' (-360^{\circ}60' + 1^{\circ}) = 82^{\circ} 21'$$

$$128^{\circ} 36' - 313^{\circ} 45' = -185^{\circ} - 9' (+360^{\circ}60' - 1^{\circ}) = 174^{\circ} 51'$$

- **Día:** Cuando a la hora se le suma el huso horario, puede ocurrir que esta se salga de su rango de 24 horas, por lo que si el resultado de la operación queda negativo, habrá que añadirle 24 horas, y al día restarle 1 (que no modificará el dato introducido por el usuario, solo funcionará internamente), mientras que si el resultado se pasa de las 24 horas, habrá que restárselas e incrementar el valor del día en 1.
- **Mes:** También puede ocurrir que el día introducido sea el primero o último de mes, y que al pasar al anterior o posterior respectivamente haya que cambiar de mes. Como el mes está introducido por su nombre, y no todos los meses tienen la misma cantidad de días, este dilema se resuelve mediante el empleo de dos listas con los meses por orden y la longitud en días de los mismos, de manera que el programa puede asociar al mes siguiente o anterior la cantidad de días que tiene dicho mes, y asignarle ese valor a la variable interna día.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Día} = 1 \\ \text{Mes} = \text{Marzo} \\ \text{Hzh} = 2 \\ \text{Z} = -5 \end{array} \right. , \quad \text{HcG} = \text{Hzh} + \text{Z} = 2 - 5 = -3(+24) = 21 \left\{ \begin{array}{l} \text{Día} = 28 \\ \text{Mes} = \text{Febrero} \end{array} \right.$$

- **Año:** Se podría aplicar la misma lógica para el principio y final del año, sin embargo su aplicación no tiene mucho sentido. Simplemente el usuario deberá dejar instalada la base de datos de un año u otro en el improbable caso de encontrarse en esta tesitura.

### 3.4.3 Interpolaciones

Son muchos los datos que se extraen de tablas (base de datos) donde no todos los valores posibles para las variables de entrada aparecen representados. La solución a priori a todo esto sería la interpolación, aunque en muchos casos se toman cualquiera de los valores externos del intervalo en el que se encuentra el valor de entrada, o bien un valor intermedio. Sin embargo, realmente se intenta evitar todo lo posible los cálculos de interpolación (hasta el punto de existir tablas específicas para este asunto). Las tablas donde la interpolación se deja a la decisión del usuario el valor extraído no varía significativamente entre los valores externos.

Como ya se explicó anteriormente, la entrada a las bases de datos se efectúa mediante bucles simples o dobles (en función de si la salida depende de una o dos entradas). Sin embargo, el bucle no viaja a través de los valores de las celdas, sino a través de las coordenadas de estas. Las filas en Excel son representadas por números, mientras que las columnas se representan con letras mayúsculas. El problema aquí es que un bucle solo puede viajar mediante un rango numérico y, aunque las letras estén en orden alfabético, esto no significa que “la C sea menor que la D”. La solución a esto es trabajar con el código ASCII correspondiente [36] para poder viajar entre estas letras haciendo referencia a su código ASCII (numérico):

<b>A</b>	65	<b>B</b>	66	<b>C</b>	67	<b>D</b>	68	<b>E</b>	69	<b>F</b>	70	<b>G</b>	71
<b>H</b>	72	<b>I</b>	73	<b>J</b>	74	<b>K</b>	75	<b>L</b>	76	<b>M</b>	77	<b>N</b>	78
<b>O</b>	79	<b>P</b>	80	<b>Q</b>	81	<b>R</b>	82	<b>S</b>	83	<b>T</b>	84	<b>U</b>	85
<b>V</b>	86	<b>W</b>	87	<b>X</b>	88	<b>Y</b>	89	<b>Z</b>	90				

**Tabla 3-5** Códigos ASCII para las letras mayúsculas del alfabeto anglosajón (las minúsculas tienen asociadas otros códigos) [36].

Una vez solucionado este asunto, solo queda tratar de abarcar los valores intermedios no incluidos en las diferentes tablas de la base de datos:

- Se podrá colocar en el bucle una condición de “igual a” únicamente si se contemplan todos los valores posibles en la tabla, como en el caso de, por ejemplo, el Mes. Si no es así, se corre el riesgo de que el bucle pase de largo de donde debería pararse y como resultado no devuelva ningún valor de salida, con el consiguiente error de cálculo.
- En el resto de casos generalmente el valor que se busca va de valores más pequeños a los más grandes, por lo que la condición deberá ser “menor o igual” para el valor de la tabla, de manera que el bucle solo se detendrá una vez el valor de entrada sea menor que el de la tabla. Una vez detenido, si se quiere tomar el valor inferior (que suele ser lo más habitualmente indicado por el Almanaque Náutico) se deberá tomar el valor de la fila anterior, mientras que si se quiere tomar el superior, se deberá tomar el de la actual.
- En el caso de querer aumentar la precisión en la decisión, el bucle no deberá comparar el valor de entrada con el de la tabla, sino con el término medio (a añadir en la declaración de la condición), de manera que si el valor de entrada es menor que dicho valor, significará que está más cerca del valor anterior que del posterior.

El último concepto a tener en cuenta son los límites de tabla: lo que ocurre en el raro caso en el que el valor de entrada es menor que el primer valor de la tabla, o mayor que el último. La solución para estos casos vendrá de asignar el primer valor a valores iguales o menores a este, y el último a valores iguales o mayores que este.

Otro error a evitar es el de no salir del bucle una vez asignado el valor (en Python, mediante *break*), ya que por sí mismo el bucle no se interrumpirá hasta llegar al final de la tabla, y si el valor de entrada es menor que el de un valor concreto de la tabla, también lo es para todos los siguientes, lo que resulta en que el valor de salida se sobrescribe hasta quedar en el último valor de la tabla si no se interrumpe el bucle nada más asignarle a la variable de salida su primer valor.

## 4 VALIDACIÓN DEL PROGRAMA

### 4.1 Obstáculos durante la construcción del código

#### 4.1.1 Errores en el intento de simplificación

En el apartado 3.1.1 se desarrollaron los elementos fundamentales que conforman un lenguaje de programación como Python, para implementar las acciones más básicas. No obstante, hay una que no se mencionó que, si bien no es imprescindible, es una de las principales herramientas a la hora de aportar estética y organización al programa, siguiendo el principio de buscar que un mínimo número de líneas de código hagan la mayor cantidad de acciones posibles. Estas herramientas son las funciones.

Las funciones son tramos de código que se ejecutan con unas variables de entrada *locales* que toman el valor de las variables que se introducen cuando se *llama* a la función, y devuelve otras variables de salida para que el código del flujo principal que llamó a la función obtenga dichas variables y trabaje con ellas a posteriori. El principal objetivo del uso de funciones es realizar una acción que se requiere múltiples veces a lo largo del programa, con lo que el programador se evita tener que repetir esa parte del código más de una ocasión y además, si se produce algún error en esta solo hay que corregir el problema una única vez.

En el caso particular del presente programa el empleo de una función es imprescindible para hacer que los botones desempeñen su tarea como disparadores de eventos, pues la manera de que estos desencadenen el funcionamiento del programa únicamente cuando son pulsados, y no antes, es metiendo el código a ejecutar tras el pulsado del botón en una función que es llamada por el mismo. Un requisito fundamental de la función es que debe estar escrita antes de ser llamada y antes de la declaración de cualquier variable que se use de entrada en su llamada.

Otra forma de buscar la simplificación de código es mediante el uso de bucles. Se puede observar como la representación gráfica de la zona de la GUI específica de cada astro es idéntica. Esta parte del código se intentó generar a través de un bucle, pero esto implicaba que el bucle debía generar nuevas variables cuya nomenclatura dependía del ciclo en el que se encontraba el bucle, además de que algunas variables quedaban fijadas en el último ciclo, impidiendo el acceso a ciertos elementos de los ciclos anteriores. La solución a esto no fue otra que la de eliminar el bucle, provocando que el código aumentase su tamaño un 80%, además que más adelante también ocasionaba errores a la hora de entrar en la función a través de los eventos.

Existen otros apartados que podrían ser simplificados al repetirse varias veces (como por ejemplo, el tratamiento de errores de valores fuera de rango en las operaciones intermedias del programa) pero que, por falta de tiempo y por la ingente cantidad de variables con las que trabaja el programa, no se utilizaron.

### 4.1.2 El problema de las librerías

Python como lenguaje de programación presenta una particularidad que lo hace más atractivo para multiplicidad de proyectos de diferente índole que otros programas: el sistema de librerías. Este lenguaje de programación presenta con una sintaxis propia las bases expresadas en el apartado 3.1.1 (que son comunes a todos los lenguajes de programación) con alguna que otra facilidad que lo vuelve más intuitivo. Pero además cuenta con este sistema como una forma muy versátil de trabajar campos específicos.

Si un programador va a desarrollar código centrado en representación gráfica, el programador necesitará utilizar el módulo que contiene el conjunto de comandos necesario para trabajar con representaciones gráficas. Si, por otro lado, necesita extraer datos de documentos Excel, tendrá que descargar el módulo *openpyxl*, mientras que para desarrollar una interfaz gráfica necesitará trabajar con *tkinter*. Algunas de estas librerías vienen por defecto con la instalación de Python, ya sea porque han sido desarrolladas por los propios autores del lenguaje, o bien porque las desarrolló un tercero y con el tiempo han demostrado ser sumamente útiles (*tkinter*). Pero otras han sido creadas y compartidas por terceros ante la ausencia de un programa suficientemente eficaz creado por los desarrolladores (*openpyxl*). Este grado de versatilidad y compartición es lo que vuelve este lenguaje de programación tan eficiente en tantos campos diferentes.

Para trabajar con este lenguaje de programación (al igual que con muchos otros) se requiere de un interpretador que se encargue de compilar<sup>4</sup> el programa para que el ordenador lo pueda leer. El problema de los interpretadores con Python es que a la hora de instalarlos y trabajar con ellos suelen tener sus dependencias (sus carpetas y ficheros internos) en otro lugar diferente que el del propio Python, lo que significa que es necesario obtener un módulo de terceros para el interpretador, y otro para el ordenador (si se comparte el programa, el ordenador en el que se vaya a ejecutar también deberá instalar previamente ese módulo).

Tener un problema con utilizar un módulo porque el compilador no lo encuentra, o no lo entiende, es algo grave. Esto puede deberse a multitud de factores relacionados con las dependencias de Python y no en las del interpretador o viceversa, porque dependa de otros módulos que no estén instalados o actualizados, o incluso que requiera de un fichero en particular o de una versión concreta de algún módulo o del propio Python. En todo caso, es grave porque el no poder trabajar con esa librería ya bloquea cualquier prueba o ejecución que se quiera realizar.

## 4.2 Otros errores de menor entidad

### 4.2.1 Conflicto entre tipos de datos

En las fases tempranas del desarrollo del código, compaginar los tipos de datos de la interfaz gráfica con los de la base de datos Excel fue un problema a tener en cuenta. En primer lugar, llamar directamente a una celda solo indicaba el tipo de dato que es dicha celda (una celda, valga la redundancia) lo que aporta la misma información que averiguar qué tipo de dato es un carácter numérico. Fue necesario indicar que se quería extraer específicamente el valor de dicha celda.

Pero el problema no acabó ahí: el Excel estaba configurado por defecto para considerar que el carácter decimal era la coma en lugar del punto. Si se utilizaba la herramienta de remplazo para cambiar comas por puntos, Excel dejaba de considerar a los números como tal, por lo que las operaciones que se intentaban realizar con estos valores daban error, ya que se estaba intentando operar flotantes con caracteres. No fue hasta que se cambió la configuración interna del propio Excel que dejó de dar dicho problema.

---

<sup>4</sup> Compilar es una acción que se realiza para todos los programas independientemente el lenguaje de programación con el que se desarrollen y que, en términos más comprensibles, es el acto de traducir el código en ese lenguaje a uno que el ordenador pueda comprender.

El siguiente problema detectado surge cuando valor de una celda es el resultado de una operación, en cuyo caso *tkinter* lee la fórmula de dicha operación y no el valor numérico que da como resultado, por lo que en estos puntuales casos fue necesario convertir estos valores a sus números como datos únicos.

Por último está el tema de redondeo de flotantes: si bien tanto los valores decimales introducidos por el usuario como los extraídos de Excel tienen solo un decimal en ocasiones, cuando se realizaban operaciones entre flotantes Python ponía en el resultado de dichas operaciones el número de decimales por defecto (que visualmente no caben en las casillas de la GUI), por lo que hubo que añadir una función de redondeo a los resultados para que aparezcan de forma apropiada en la GUI (esto podría ser una de las fuentes del error de cálculo que se pueda llegar a apreciar en el siguiente apartado). La solución a esto (que además facilita otros aspectos del trabajo con las variables a lo largo del código) se hace usando pares de variables: una para la interfaz y otra para las cuentas. Mientras la variable de la interfaz existe dentro de la función por triplicado (para cada astro), la de las cuentas es interna y es a la que se asocia las de la interfaz en función de en qué columna se encuentra trabajando.

#### 4.2.2 Ambigüedad en el azimut

De la ecuación 20 podemos extraer la siguiente expresión:

$$Z = \arctg\left(\frac{1}{p\cos(\varphi)}\right) \quad 33$$

De manera que el azimut es el resultado de una tangente, lo que significa que se puede producir ambigüedad (función *no inyectiva*), ya que si da positivo puede estar en el primer ( $0^\circ$  a  $90^\circ$ ) o en el tercer sector ( $180^\circ$  a  $270^\circ$ ), mientras que si da negativo podría situarse en el segundo ( $90^\circ$  a  $180^\circ$ ) o en el cuarto sector ( $270^\circ$  a  $0^\circ$ ), por lo que el resultado de esta operación debe ser sometida a las interpretaciones desarrolladas en el apartado 2.3.3:

- En primer lugar, latitud y ángulo en el Polo serán valores tratados siempre en positivo (valor absoluto), siendo la declinación el único dato que podrá conservar su signo.
- En segundo lugar, el azimut se contará desde el punto cardinal de la latitud (N o S) si este da positivo. De lo contrario, se contará desde el punto cardinal opuesto.
- En último lugar, el azimut se contará hacia el punto cardinal del ángulo en el Polo (E o W) en todos los casos.

Antes de someter al programa a estas interpretaciones, este consideraba el azimut en el primer sector cuando este daba positivo, y en el último cuando daba negativo, situando todos los azimuts entre los  $270^\circ$  y los  $90^\circ$ .

### 4.3 Puesta a prueba del programa

#### 4.3.1 Trabajando con Stellarium

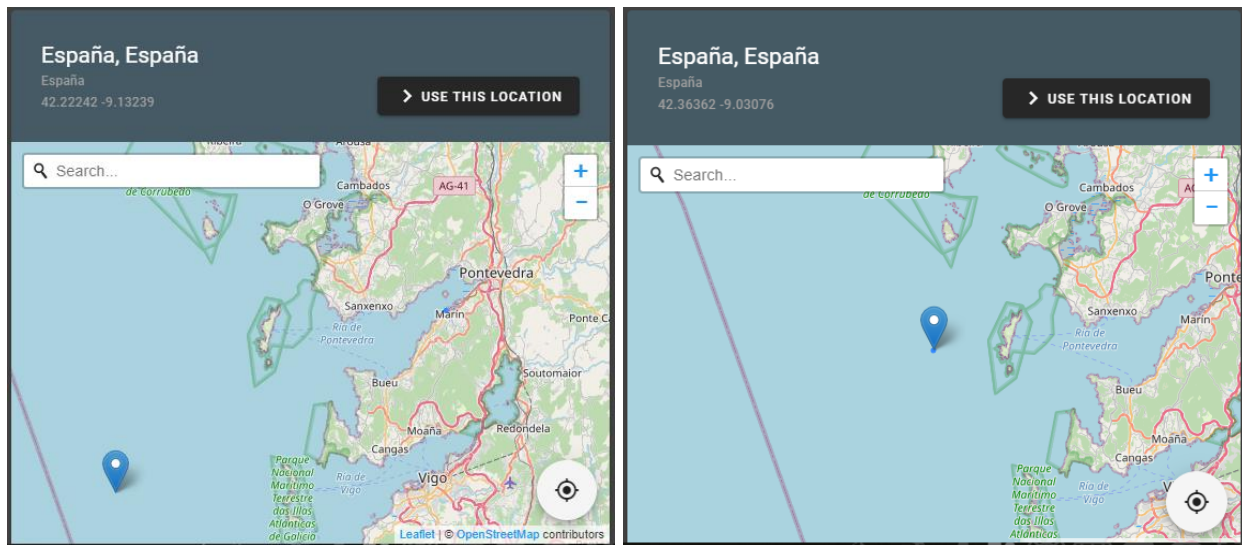
Stellarium es un planetario de código abierto [11] en el que se puede ver el cielo nocturno para cualquier momento y lugar. Las facilidades que aporta esta aplicación permitirá la comparación de los cálculos que vaya a efectuar nuestro programa para obtener la recta de altura, para posteriormente poder comprobar si se obtiene en última instancia la situación real. Para poder realizar esta prueba se tendrán en cuenta los siguientes matices:

- Lo primero será establecer la situación de estima y la real, la primera de las cuales será la variable de entrada en la interfaz gráfica, mientras que la segunda será la que deberá dar el programa al final de la comprobación.

- Las alturas observadas se tomarán desde la posición real, mientras que el determinante de las rectas de altura que calcule el programa se compararán con las alturas y azimuts de los astros desde la posición estimada.
- La toma de datos tanto en la posición estimada como en la real se harán el mismo día a la misma hora para cada astro: las el 1 de Marzo del 2023 a las 21:01 (se hará variar los segundos simulando lo que tarda el observador en tomar las tres alturas seguidas con el sextante, el cual se considerará que tiene un error instrumental de  $-0,4'$ ).

### 4.3.2 Toma de posiciones

Lo primero será seleccionar las posiciones estimada y verdadera (distancia de 20,17 km entre ambos) sobre las que se va a trabajar, así como el resto de datos del problema:



**Figura 4-1 y 4-2** Situaciones verdadera (izquierda) y estimada (derecha) frente a la costa oeste gallega, con una distancia entre ambas de más de 20 km [11].

	<b>Pe:</b> 42° 21,8' N – 9° 1,8' W	<b>Pv:</b> 42° 11,0' N – 9° 8,1' W
<b>Mirfak</b> (21:01:10)	Z = 299, ae = 62° 11,9'	ao = 62° 10,6'
<b>Procyon</b> (21:01:27)	Z = 142, ae = 46° 56,1'	ao = 47° 9,3'
<b>Alioth</b> (21:01:42)	Z = 038, ae = 27° 29,2'	ao = 27° 27,4'

**Tabla 4-1** Recolección de datos extraídos del simulador Stellarium, donde los datos en amarillo deben ser introducidos por el usuario, mientras que el resto debería ser lo que dé como resultado el programa [11].

El observador considera que se encuentra en la posición estimada, pero realmente se encuentra en la verdadera, por lo que las alturas que introducirá en el programa serán las obtenidas desde la posición verdadera, y no desde la observada. Aun así, el programa deberá poder obtener las alturas y azimuts estimados de la Tabla 4-1, para luego poder obtener gráficamente la posición verdadera.

### 4.3.3 Obtención del determinante de las rectas de altura

Realmente las alturas observadas son alturas verdaderas, es decir, que las alturas en la posición verdadera dadas por Stellarium son los valores que debería obtener el programa tras aplicarle correcciones a la altura obtenida por el observador. Otras fuentes de error que generen diferencia respecto a los valores de la Tabla 4-1 son principalmente fruto de tratar con pocos decimales y de emplear una interpolación poco precisa (así como valorar los errores de medición del observador como algo ajeno al programa).

En la imagen se puede ver como los azimuts son muy precisos, mientras que las alturas estimadas difieren en unos pocos minutos del valor que deberían tener:

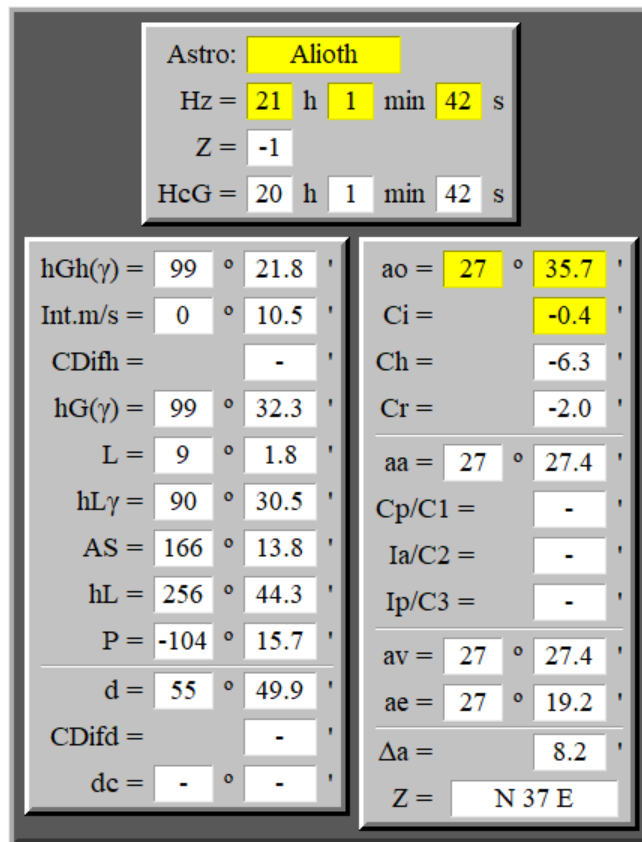
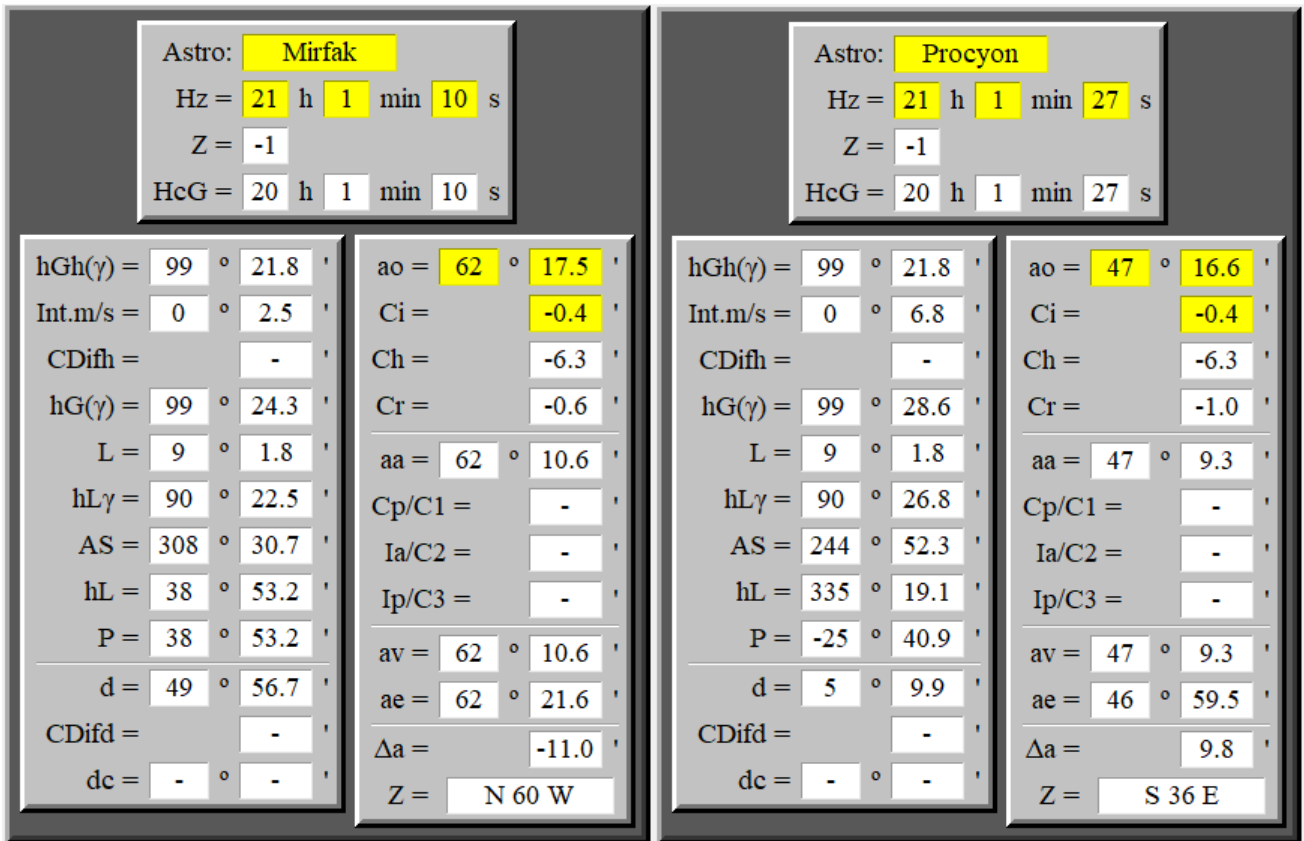


Figura 4-3 (Arriba izquierda) Cálculo del determinante de la recta de altura para Mirfak [Autoría Propia].

Figura 4-4 (Arriba derecha) Cálculo del determinante de la recta de altura para Sirius [Autoría Propia].

Figura 4-5 (Abajo) Cálculo del determinante de la recta de altura para Dubhe [Autoría Propia].

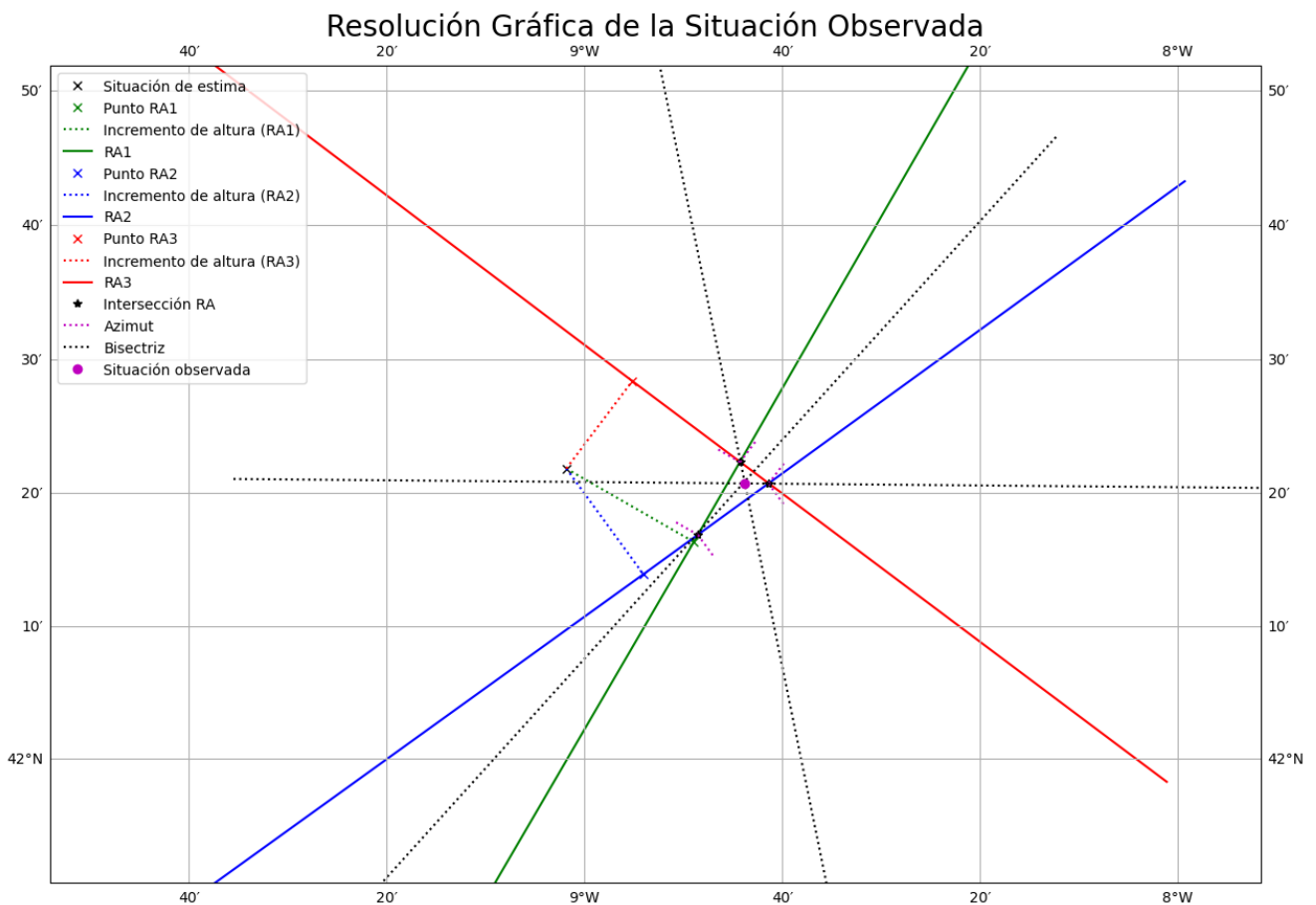
Los errores que ya se aprecian aquí en el cálculo de las alturas estimadas tendrán su repercusión a la hora de obtener la posición verdadera. Es necesario tener en cuenta que normalmente las correcciones no se realizarán para distancias tan elevadas. En caso de ser necesario, si el error arrastrado es demasiado grande, se puede considerar tomar la posición obtenida como nueva posición estimada y calcular una nueva posición verdadera.

#### 4.3.4 Obtención de la posición verdadera

La sección del programa encargada de la situación gráfica tomará por entradas los valores de los determinantes de la recta de altura de cada astro, y la posición estimada:

Mirfak	Procyon	Alioth
$Z = 144, \Delta a = 9,8'$	$Z = 300, \Delta a = -11'$	$Z = 037, \Delta a = 8,2'$

**Tabla 4-2** Determinantes de la recta de altura de cada astro [*Autoría Propia*].



**Figura 4-6** Situación verdadera calculada por el programa [34].

Se puede concluir que el programa funciona correctamente a pesar de la diferencia entre la posición verdadera obtenida ( $42^{\circ} 20,7' N - 8^{\circ} 43,8' W$ ) y la posición real. Esta diferencia es debida principalmente al arrastre de errores de factor humano, como pueden ser errores en el tiempo de medición, mala referencia respecto al horizonte o errores en los valores obtenidos, pues es muy fácil que estos errores, por nimios que puedan parecer, generen una diferencia de altura tal que desplacen sustancialmente la posición final obtenida respecto a donde debería estar.

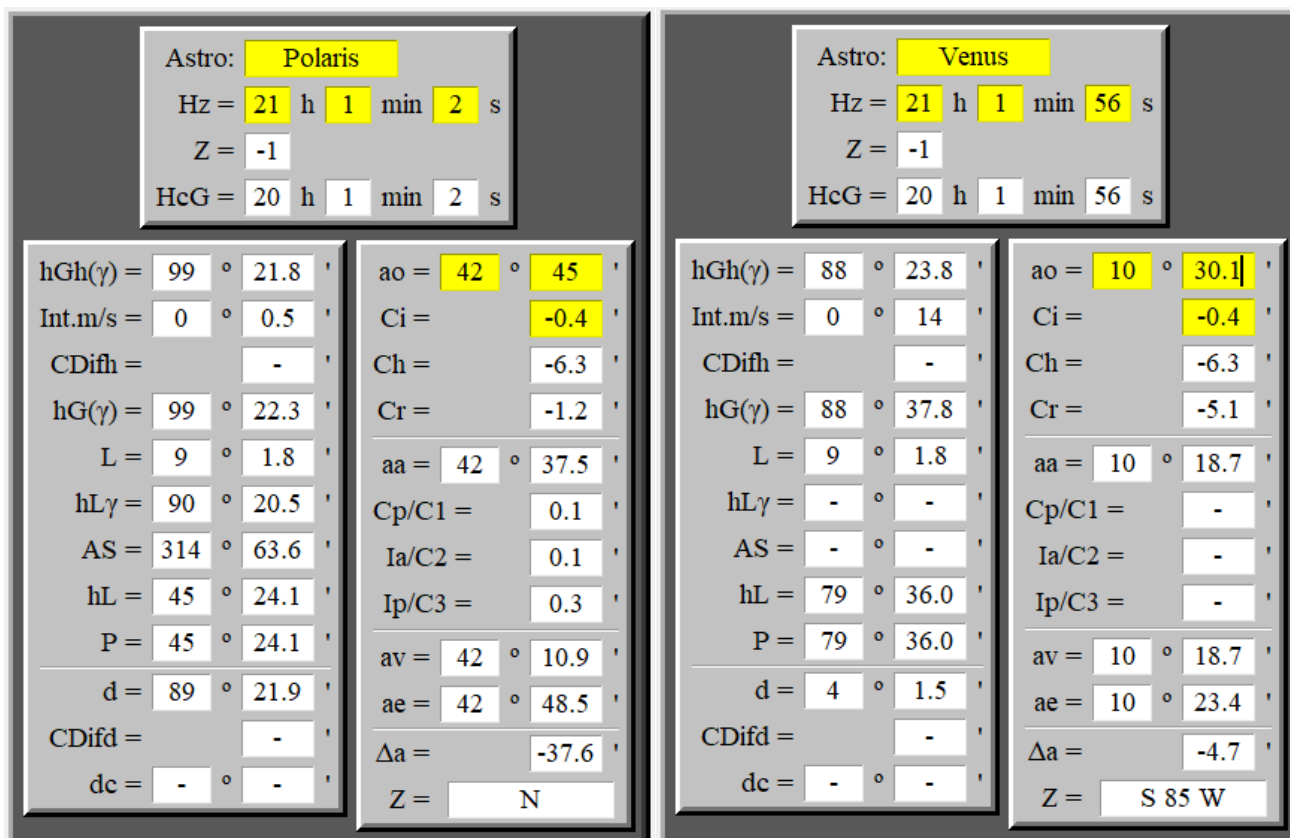
#### 4.3.5 Ejemplo con los planetas o la Polar

Tomemos una muestra de la parte del código encargada de obtener el determinante de la recta de altura para que trabaje con un ejemplo que no sea estelar:

	<b>Pe: 42° 21,8' N – 9° 1,8' W</b>	<b>Pv: 42° 11,0' N – 9° 8,1' W</b>
<b>Polaris (21:01:02)</b>	Z = 359, ae = 42° 48,4'	ao = 42° 37,5'
<b>Venus (21:01:56)</b>	Z = 266, ae = 10° 12,7'	ao = 10° 18,7'

Tabla 4-3 Recolección de datos de otros dos astros para las mismas posiciones [11].

La importancia en el caso de la Polar no es en el determinante como tal, sino en ver que la altura verdadera equivale a la latitud verdadera si entramos con la altura observada desde la posición verdadera (en el caso de la figura, la altura estimada es equivalente a la de la tabla anterior así como el azimut, mientras que la altura verdadera es prácticamente igual a la latitud de la posición real).



Figuras 4-7 y 4-8 Entrada en el programa con la Polar (izquierda) y con Venus (derecha) [Autoría Propia].

Se puede ver como para el caso de la recta de altura de la polar, esta ya se puede prever que será una línea horizontal en la latitud verdadera a 37,6 minutos al sur de la posición estimada:

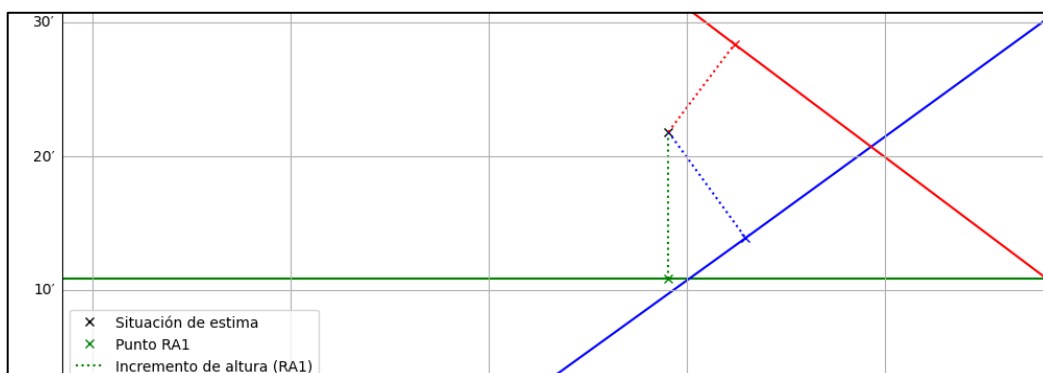


Figura 4-9 Recorte de una situación empleando la Polar, donde se puede ver que su representación marca directamente el valor de la latitud verdadera (recta de altura verde) [34].

## 5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

### 5.1 Cumplimiento de objetivos

En el apartado 1.2.2 de la Introducción se plantearon una serie de objetivos que se han cumplido en el presente proyecto:

- Generar un programa que realice los cálculos pertinentes en función del tipo de astro observado (existirán ciertos inputs adicionales a aplicar en caso de que se trate de una estrella, un planeta, o la Luna), en el que se entre con los datos de altura observada, fecha y hora, posición estimada, y los datos extraídos del almanaque; y saque la recta de altura y azimut del correspondiente astro. El código desarrollado aborda toda la posible casuística de posiciones del observador y de los astros de forma satisfactoria.
- Deberá existir un segundo bloque que se encargue de extraer las rectas de altura calculadas por el bloque anterior y efectuar el procedimiento de triangulación de forma gráfica, dando como resultado nuestra posición corregida. Esta interfaz debe presentar de forma clara y organizada la información para facilitar su interpretación por parte del usuario.
- Los datos del almanaque náutico deberían ser preferentemente extraídos de forma autónoma por el programa, que entrará al mismo con los datos de nombre del astro, fecha, hora, y otros relativos a las diversas correcciones a aplicar (como por ejemplo, la altura del observador).
- Además, se añade un objetivo adicional que se hizo necesario en cuanto se empezó a desarrollar el código, y que se ha cumplido: El desarrollo de una interfaz gráfica que permita introducir todos los datos, muestre los cálculos intermedios de forma didáctica, y permita ejecutar las acciones necesarias en el programa.

Si bien se ha podido obtener el cumplimiento de estos objetivos, existen una serie de matices que conviene resaltar para cada uno de ellos:

- En primer lugar, se consiguió crear un programa con una interfaz que obtuviese los datos necesarios para la situación gráfica, que es el segundo objetivo. Sin embargo, han quedado varios aspectos de relativa importancia sin cubrir, como puede ser el tratamiento de errores a las entradas dependientes del usuario (cuyo hipotético funcionamiento se desarrolló en el apartado 3.4.1), o bien la simplificación y depuración de todo el código en general, que requeriría de más tiempo para poder realizar un análisis profundo del código con el que optimizar su contenido.

- En segundo lugar, sí se consiguió desarrollar la parte de la situación gráfica de forma prácticamente completa, sin embargo, debido a un problema con la descarga de un módulo (más desarrollado en el apartado 4.1.2) no se consiguió combinar ambas partes del código, lo que resultó en que actualmente se deba realizar manualmente el traspaso de las salidas del primer bloque del programa como entradas del segundo.
- Por último, no se consiguió una forma de que el programa fuese capaz de leer de forma autónoma las bases de datos disponibles actualmente para extracción de información del Almanaque Náutico (formato físico y en .pdf, véase apartado 3.2.2), por lo que hubo que hacer manualmente una pequeña porción de dicha base en un formato interpretable por el programa (Excel).

La conclusión a esto es que, en caso de que proliferare el uso de este programa u otro de similares características, el Instituto Hidrográfico de la Marina debería ser el responsable de distribuir el Almanaque, además de en el formato en el que ya lo hace, en uno más apropiado para ser interpretado por código, lo que a su vez implicaría modificar el código para que trabaje con bases de datos de hecho (como por ejemplo, MySQL), en lugar de con Excel (un programa muy cómodo en este aspecto, pero no pensado para esta función).

## 5.2 Líneas futuras

A los objetivos mencionados en el apartado anterior también se introdujeron algunas ideas a futuro en el mismo apartado de la introducción:

- En primer lugar, está claro que es necesario terminar de pulir el programa resolviendo y solucionando los problemas que han quedado pendientes y que se han desarrollado en el anterior apartado.
- En segundo lugar, valorar el convertir el programa de observación del Sol generado en el TFG “*Sistema de posicionamiento solar para buques*” [6], y traducirlo a Python, para posteriormente integrar ambos códigos en uno único que permita obtener las rectas de altura también del Sol por su paso por el meridiano superior de lugar (como ya se mencionó en la introducción), algo que completaría definitivamente el programa.

A esto se le podrían añadir otros módulos como son una calculadora de estima (así como que el programa contemple observaciones no solo en diferentes momentos, sino también en diferentes lugares), un apartado de obtención de los tiempos de crepúsculo matutino y vespertino (momento en el que poder realizar las observaciones de astros diferentes del Sol), o bien calculadora de azimut de un astro en su orto u ocaso, entre otros.

- Por último, de cara a explotar su utilidad en la navegación, valorar la posibilidad de integrar este sistema en buques de la Armada o en el mundo civil, para lo cual debería integrarse de tal manera que los datos de entrada los darían otros sistemas del buque, al estar el programa conectado a la red de datos y sensores de este (lo que eliminaría gran parte de los posibles errores asociados al usuario, dejando a este solo la introducción del nombre del astro a observar).
- Yendo incluso más allá, la obtención de la altura observada podría ser resultado de un autómatas situado en los alerones del buque que efectúe las mediciones por su cuenta, para lo cual debería ser capaz de identificar los astros que ve y decidir cuáles son los más óptimos para la obtención de la situación. Este planteamiento involucraría tecnologías como reconocimiento de imágenes, el empleo de cámaras tanto visuales como infrarrojas (para eliminar la dependencia de la observación del horizonte al crepúsculo, pudiéndose así observar en cualquier momento de la noche), o el uso de giróscopos para estabilizar el observador respecto a los movimientos diversos del barco en su navegación. Toda esta propuesta podría ser objeto de un futuro proyecto.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. G. Valenzuela, «¿Somos demasiado dependientes de la tecnología? 10 hechos que lo demuestran y sus peligros», *Computer Hoy*, 21 de agosto de 2022. Accedido: 9 de febrero de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://computerhoy.com/reportajes/tecnologia/somos-demasiado-dependientes-tecnologia-10-hechos-demuestran-peligros-1109087>
- [2] PortalTIC/EP, «Humanos VS robots: así será el impacto de las nuevas tecnologías en el mundo laboral», *Europa Press*, Madrid, 1 de mayo de 2017. Accedido: 9 de febrero de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.europapress.es/portaltic/sector/noticia-humanos-vs-robots-asi-sera-impacto-nuevas-tecnologias-mundo-laboral-20170501112940.html>
- [3] Escola Port, «¿Cómo funciona el piloto automático barco?», *El blog de náutica de Escola Port / Formación Profesional del Mar*, 14 de abril de 2022. <https://blog.escolaportbarcelona.com/piloto-automatico-barco> (accedido 9 de febrero de 2023).
- [4] Armada Española, «Procedimiento de Navegación en Aguas Restringidas», en *Manual de Doctrina de Maniobra y Navegación*, Cambio 2., vol. 2, 2 vols., 2017, p. 350.
- [5] TIOBE, «TIOBE Index», ene. 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.tiobe.com/tiobe-index>
- [6] P. De Marcos González, «Sistema de posicionamiento solar para buques», Trabajo Fin de Grado, Centro Universitario de la Defensa, Marín, 2022. [En línea]. Disponible en: <http://calderon.cud.uvigo.es/handle/123456789/538>
- [7] Real Academia Española, *Diccionario de la lengua española*, 23.<sup>a</sup> ed. 2014. [En línea]. Disponible en: <https://www.rae.es/>
- [8] J. Needham, *Science and Civilization in China*, vol. 4: Physics and Physical Technology. Taipei: Caves Books, 1986.
- [9] G. Ceva, «Norte Magnético vs Norte Geográfico (verdadero)», *El blog de Franz*, 20 de junio de 2018. <https://acolita.com/norte-magnetico-vs-polo-norte-geografico-verdadero/>
- [10] CN Moreu Curbera y CN Martínez Jiménez, *Primer Curso de Náutica*, 3.<sup>a</sup>. Vigo: Librería San José, 1968.
- [11] G. Zotti, S. M. Hoffmann, A. Wolf, F. Chéreau, y G. Chéreau, «The Simulated Sky: Stellarium for Cultural Astronomy Research», *Journal of Skyscape Archaeology*, vol. 6, n.º 2, pp. 221-258, mar. 2021, doi: 10.1558/jsa.17822.
- [12] Tau'olunga, «Axial precession», *Wikipedia, La enciclopedia libre*, junio de 2006. [https://en.wikipedia.org/wiki/Axial\\_precession](https://en.wikipedia.org/wiki/Axial_precession)
- [13] H. G. Wells, «The earliest ships and sailors», en *The Outline of History*, London: Watts & Co, 1920, p. 55.
- [14] A. M. Mariotti, *Faros del Mundo*. Barcelona: Librería Universitaria, 2018.

- [15] M. van Heemskerck y P. Galle, *Las siete maravillas de la antigüedad*. 1572. [En línea]. Disponible en: [https://historia.nationalgeographic.com.es/a/faro-alejandria-maravilla-antiguedad\\_16184](https://historia.nationalgeographic.com.es/a/faro-alejandria-maravilla-antiguedad_16184)
- [16] P. R. Pinet, *Invitation to Oceanography*, 3.<sup>a</sup> ed. West publishing Co., 1996.
- [17] I. ibn Said al-Sahli, *Astrolabio*. 1067.
- [18] Tamorlan, «Cuadrante marino», *Wikipedia, La enciclopedia libre*, 24 de mayo de 2014. [https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrante\\_\(instrumento\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrante_(instrumento))
- [19] National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), «Sextante», *Wikipedia, La enciclopedia libre*, 28 de septiembre de 2006. <https://es.wikipedia.org/wiki/Sextante>
- [20] J. F. Wagner, *The Machine of Bohnenberger*. The Institute of Navigation.
- [21] Elmer Ambrose Sperry, «Gyroscopic compass», 1279471, 17 de septiembre de 1918
- [22] J. Moreu Curbera, «Revista General de Marina», junio de 1968.
- [23] «Velocidad de la Tierra», *Cosmo Educa*. <https://www.iac.es/cosmoeduca/relatividad/anexos/movimientos.htm#:~:text=Movimiento%20de%20traslaci%C3%B3n%20alrededor%20del,%2C76%20km%2Fs>.
- [24] G. López Sánchez, «El Sistema Solar, la maravillosa hélice que viaja a 828.000 kilómetros por hora», *ABC*, 17 de abril de 2018. Accedido: 10 de febrero de 2023. [En línea]. Disponible en: [https://www.abc.es/ciencia/abci-sistema-solar-maravillosa-helice-viaja-828000-kilometros-hora-201804172159\\_noticia.html](https://www.abc.es/ciencia/abci-sistema-solar-maravillosa-helice-viaja-828000-kilometros-hora-201804172159_noticia.html)
- [25] L. M. R. de Gordejuela, «Vera, la espía de las estrellas (I): Los misterios del cielo nocturno», *Los Mundos de Brana*, 8 de mayo de 2013. <https://losmundosdebrana.com/2013/05/08/vera-la-espia-de-las-estrellas-i-los-misterios-del-cielo-nocturno/> (accedido 11 de febrero de 2023).
- [26] Bureau International des Poids et Mesures, «Escala de Tiempo de referencia internacional (UTC)», *BIPM*. <https://www.bipm.org/en/home>
- [27] Da. Piñeiro, «Proyección Peters: el mundo en su verdadera extensión», *Una breve historia*. <https://www.unabrevehistoria.com/2008/02/proyecin-peters-el-mundo-en-su.html> (accedido 18 de febrero de 2023).
- [28] Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando, *Almanaque Náutico 2023*, vol. 232, 232 vols. San Fernando: Ministerio de Defensa, 2023.
- [29] A. Sweigart, *Automate the Boring Stuff with Python*, 2.<sup>a</sup> ed. 245 8th Street, San Francisco, CA 94103: no starch press, 2020. [En línea]. Disponible en: [www.nostarch.com](http://www.nostarch.com)
- [30] M. Roseman, «TkDocs Home», *TkDocs*, 20 de noviembre de 2021. <http://tkdocs.com/> (accedido 19 de marzo de 2023).
- [31] International Organization for Standardization, «Document management — Electronic document file format for long-term preservation — Part 1: Use of PDF 1.4 (PDF/A-1)». 2005. [En línea]. Disponible en: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:19005:-1:ed-1:v2:en>
- [32] «Software de hojas de cálculo Microsoft Excel | Microsoft 365». <https://www.microsoft.com/es-es/microsoft-365/excel?rtc=1> (accedido 21 de marzo de 2023).
- [33] E. Gazoni y C. Clark, «openpyxl - A Python library to read/write Excel 2010 xlsx/xlsm files», *OpenPyXL*, 31 de octubre de 2013. <https://openpyxl.readthedocs.io/en/stable/> (accedido 21 de marzo de 2023).
- [34] J. I. Valles Cancela, «Dibujar las rectas de altura».
- [35] J. L. Díaz, «Hacia una cultura de ciberseguridad centrada en las personas», *elEconomista*, 9 de febrero de 2022. <https://www.economista.es/opinion-blogs/noticias/11608719/02/22/Hacia-una-cultura-de-ciberseguridad-centrada-en-las-personas.html> (accedido 22 de marzo de 2023).
- [36] cplusplus, «ASCII Extended Code», *cplusplus*. <https://cplusplus.com/doc/ascii/> (accedido 22 de marzo de 2023).

## **ANEXO I: IMPLICACIONES AMBIENTALES Y ECONÓMICAS**

Mucho se ha hablado acerca de la basura espacial: es un fenómeno que existe y cuya concienciación se encuentra muy presente en la sociedad actual. La basura espacial es fruto de la gran cantidad de errores que pueden darse en el funcionamiento de los satélites, que lleva a que queden inutilizados y se deba enviar un sustituto. O que queden parcialmente dañados y que aun así se deba enviar otro satélite a reparar los daños. O incluso que otro fragmento de basura espacial impacte en el satélite arrancando parte de la composición del mismo, que pasa a formar parte de “la basura”.

El presente proyecto tiene por objeto actuar como alternativa al sistema GPS cuando este falla. Pero se trata de un sistema que corrige una posición GPS que existió en algún momento, por lo que la señal GPS es necesaria y el programa solo serviría para mantener dicha señal durante cortos periodos de tiempo. Sin este sistema de forma permanente habría que establecer una posición mediante navegación costera o radionavegación a partir del cual se calculase la posición por estima, y se corrigiese mediante el programa desarrollado en el presente proyecto.

La radionavegación podría ser un sustituto en pos de luchar contra la basura espacial, pero su alcance es sumamente reducido (de hecho, la sustitución se produjo al revés, siendo el GPS el que ocupó el lugar de la radionavegación como sistema de posicionamiento principal). Además, en tierra sería necesario desarrollar un sistema de “horizonte artificial” para poder usar la navegación astronómica.

En conclusión, poniendo la balanza económica del coste del sistema GPS frente a la eficiencia del mismo respecto a posibles sistemas alternativos, está claro que el problema de la basura espacial no tiene el peso suficiente para decantar la balanza a favor de otros sistemas de menor alcance y efectividad, por lo que se puede concluir que el programa no es un sustituto del GPS, que ha venido para quedarse.

Además, el campo de la tecnología centrada en la limpieza del espacio de los restos de los satélites está en actualmente en desarrollo y está empezando a mostrar sus primeros avances.

## ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

Se mencionó en la Introducción acerca del desarrollo de ficheros en Excel para diferentes usos dentro de diferentes aspectos del trabajo diario en las unidades de la Armada. El Excel como tal puede ser una herramienta muy cómoda para todo tipo de labores, pero no está pensada para los usos que se le da, y la dependencia generada en este programa podría acarrear situaciones problemáticas en un futuro.

Por ello, la propuesta de implementación del programa desarrollado en el presente proyecto aboga por desarrollar un ambiente más rico a nivel de conocimiento en informática a bordo de las unidades (de la misma forma que el conocimiento de la lengua inglesa está más o menos generalizado), de manera que cualquiera pueda ver un problema en forma de acción repetitiva que podría ser optimizada para la reducción de costes en tiempo y esfuerzo (lo cual suele aportar a otros conceptos como velocidad de reacción o seguridad, así como aspectos económicos).

Así pues, se debería crear un organismo interno a nivel Armada o Fuerzas Armadas que estudie las propuestas realizadas por los miembros del Ejército en forma de código, haga un estudio de viabilidad, y desarrolle una propuesta que se pueda implementar a bordo de las unidades para el posterior estudio de su eficiencia. Este organismo debería comunicarse a través de un portal en el que otros usuarios puedan aportar ideas y desarrollar programas iniciados tanto por usuarios como por el propio organismo, creando así un escenario completamente colaborativo.

El sustento de esta idea viene de una premisa verdaderamente cierta: el personal de las Fuerzas Armadas está formado por individuos que provienen de multitud de lugares y ambientes diferentes, con sus gustos y habilidades únicas, que han decidido poner sus vidas al servicio de España, por lo que la capacidad de poder explotar esas capacidades es un rasgo único y distintivo del Ejército.

Así mismo, esto redundará en un mejor servicio a la sociedad en aquellos aspectos en los que el Ejército sirve de soporte en situaciones comprometidas, como accidentes naturales, la pandemia vivida recientemente, protección de infraestructuras y trabajadores en espacios difícilmente controlables, etc.

## ANEXO III: TABLAS DE CORRECCIÓN COMUNES A TODOS LOS ASTROS

### A3.1. Corrección por Depresión del Horizonte

m	'	m	'	m	'	m	'	m	'	m	'	m	'
1.6		3.7	-3.4	6.8	-4.6	10.8	-5.8	15.7	-7.0	21.5	-8.2	28.3	-9.4
	-2.3		-3.5		-4.7		-5.9		-7.1		-8.3		-9.5
1.7		3.9	-3.6	7.1	-4.8	11.2	-6.0	16.2	-7.2	22.1	-8.4	28.9	-9.6
	-2.4		-3.7		-4.9		-6.1		-7.3		-8.5		-9.7
1.9		4.2	-3.8	7.4	-5.0	11.6	-6.2	16.6	-7.4	22.6	-8.6	29.5	-9.8
	-2.5		-3.9		-5.1		-6.3		-7.5		-8.7		-9.9
2.0		4.4	-4.0	7.7	-5.2	11.9	-6.4	17.1	-7.6	23.1	-8.8	30.1	-10.0
	-2.6		-4.1		-5.3		-6.5		-7.7		-8.9		-10.1
2.2		4.7	-4.2	8.0	-5.4	12.3	-6.6	17.6	-7.8	23.7	-9.0	30.7	-10.2
	-2.7		-4.3		-5.5		-6.7		-7.9		-9.1		-10.3
2.3		4.9	-4.4	8.4	-5.6	12.7	-6.8	18.0	-8.0	24.2	-9.2	31.3	-10.4
	-2.8		-4.5		-5.7		-6.9		-8.1		-9.3		-10.5
2.5		5.2	-4.6	8.7	-5.8	13.1	-7.0	18.5	-8.2	24.8	-9.4	32.0	-10.6
	-2.9		-4.7		-5.9		-7.1		-8.3		-9.5		-10.7
2.7		5.4	-4.8	9.0	-6.0	13.6	-7.2	19.0	-8.4	25.4	-9.6	32.6	-10.8
	-3.0		-4.9		-6.1		-7.3		-8.5		-9.7		-10.9
2.9		5.7	-5.0	9.4	-6.2	14.0	-7.4	19.5	-8.6	25.9	-9.8	33.3	-11.0
	-3.1		-5.1		-6.3		-7.5		-8.7		-9.9		-11.1
3.1		6.0	-5.2	9.7	-6.4	14.4	-7.6	20.0	-8.8	26.5	-10.0	33.9	-11.2
	-3.2		-5.3		-6.5		-7.7		-8.9		-10.1		-11.3
3.3		6.2	-5.4	10.1	-6.6	14.8	-7.8	20.5	-9.0	27.1	-10.2	34.6	-11.4
	-3.3		-5.5		-6.7		-7.9		-9.1		-10.3		-11.5
3.5		6.5	-5.6	10.4	-6.8	15.3	-8.0	21.0	-9.2	27.7	-10.4	35.2	-11.6
	-3.4		-5.7		-6.9		-8.1		-9.3		-10.5		-11.7

**Tabla A3-1** Corrección a la altura observada en función de la elevación del observador respecto al nivel del mar [28].

Los valores de altura y corrección están intercalados debido a que hay que tomar el valor de corrección pertinente para aquellos valores de altura que se encuentren entre los dos valores de altura (superior e inferior) con los que se relaciona la celda de corrección. El Almanaque Náutico, además, recomienda que, en caso de tener una elevación exacta a un valor de la tabla, se debe tomar como corrección el valor de la celda superior a las relacionadas para dicha elevación. Es decir, para una elevación de 18.9 m, tendremos una corrección de  $-7.7'$ , la misma que para una de 19.0 m, mientras que para una de 19.1 m deberemos tomar una corrección de  $-7.8'$ .

### A3.2. Corrección por Refracción (en función de la altura)

o	'	''	o	'	''	o	'	''	o	'	''	o	'	''
6	30	-7.8	8	00	-6.5	10	00	-5.3	14	-3.8	21	-2.5	40	-1.2
6	40	-7.6	8	15	-6.3	10	30	-5.1	15	-3.6	22	-2.4	45	-1.0
6	50	-7.5	8	30	-6.2	11	00	-4.8	16	-3.3	24	-2.2	50	-0.8
7	00	-7.3	8	45	-6.0	11	30	-4.6	17	-3.1	26	-2.0	60	-0.6
7	15	-7.1	9	00	-5.9	12	00	-4.5	18	-3.0	28	-1.8	70	-0.4
7	30	-6.9	9	20	-5.7	12	30	-4.3	19	-2.8	32	-1.6	80	-0.2
7	45	-6.7	9	40	-5.5	13	00	-4.1	20	-2.6	36	-1.3	90	0.0

**Tabla A3-2** Corrección a la altura observada en función del propio valor de este por efecto de la refracción [28].

## ANEXO IV: TABLAS DE CORRECCIÓN ESPECÍFICAS DE LA POLAR

**A4.1. Tabla I (C<sub>1</sub>)**

hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>	hLy	C <sub>1</sub>
°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
0.0	-27.6	21.0	-35.5	42.0	-38.7	63.0	-36.8	84.0	-30.0	105.0	-19.2	126.0	-5.8
0.5	-27.8	21.5	-35.7	42.5	-38.7	63.5	-36.7	84.5	-29.8	105.5	-18.9	126.5	-5.5
1.0	-28.1	22.0	-35.8	43.0	-38.8	64.0	-36.6	85.0	-29.6	106.0	-18.6	127.0	-5.2
1.5	-28.3	22.5	-35.9	43.5	-38.8	64.5	-36.5	85.5	-29.3	106.5	-18.3	127.5	-4.8
2.0	-28.5	23.0	-36.0	44.0	-38.8	65.0	-36.4	86.0	-29.1	107.0	-18.0	128.0	-4.5
2.5	-28.7	23.5	-36.2	44.5	-38.8	65.5	-36.2	86.5	-28.9	107.5	-17.7	128.5	-4.2
3.0	-29.0	24.0	-36.3	45.0	-38.8	66.0	-36.1	87.0	-28.7	108.0	-17.4	129.0	-3.8
3.5	-29.2	24.5	-36.4	45.5	-38.8	66.5	-36.0	87.5	-28.4	108.5	-17.1	129.5	-3.5
4.0	-29.4	25.0	-36.5	46.0	-38.8	67.0	-35.9	88.0	-28.2	109.0	-16.8	130.0	-3.2
4.5	-29.6	25.5	-36.6	46.5	-38.8	67.5	-35.7	88.5	-28.0	109.5	-16.5	130.5	-2.8
5.0	-29.9	26.0	-36.7	47.0	-38.7	68.0	-35.6	89.0	-27.7	110.0	-16.2	131.0	-2.5
5.5	-30.1	26.5	-36.8	47.5	-38.7	68.5	-35.5	89.5	-27.5	110.5	-15.9	131.5	-2.1
6.0	-30.3	27.0	-36.9	48.0	-38.7	69.0	-35.3	90.0	-27.3	111.0	-15.6	132.0	-1.8
6.5	-30.5	27.5	-37.1	48.5	-38.7	69.5	-35.2	90.5	-27.0	111.5	-15.3	132.5	-1.5
7.0	-30.7	28.0	-37.1	49.0	-38.7	70.0	-35.0	91.0	-26.8	112.0	-14.9	133.0	-1.1
7.5	-30.9	28.5	-37.2	49.5	-38.6	70.5	-34.9	91.5	-26.5	112.5	-14.6	133.5	-0.8
8.0	-31.1	29.0	-37.3	50.0	-38.6	71.0	-34.8	92.0	-26.3	113.0	-14.3	134.0	-0.4
8.5	-31.3	29.5	-37.4	50.5	-38.6	71.5	-34.6	92.5	-26.0	113.5	-14.0	134.5	-0.1
9.0	-31.5	30.0	-37.5	51.0	-38.5	72.0	-34.4	93.0	-25.8	114.0	-13.7	135.0	+0.2
9.5	-31.7	30.5	-37.6	51.5	-38.5	72.5	-34.3	93.5	-25.5	114.5	-13.4	135.5	+0.6
10.0	-31.9	31.0	-37.7	52.0	-38.5	73.0	-34.1	94.0	-25.3	115.0	-13.0	136.0	+0.9
10.5	-32.1	31.5	-37.8	52.5	-38.4	73.5	-34.0	94.5	-25.0	115.5	-12.7	136.5	+1.2
11.0	-32.3	32.0	-37.8	53.0	-38.4	74.0	-33.8	95.0	-24.8	116.0	-12.4	137.0	+1.6
11.5	-32.5	32.5	-37.9	53.5	-38.3	74.5	-33.6	95.5	-24.5	116.5	-12.1	137.5	+1.9
12.0	-32.6	33.0	-38.0	54.0	-38.3	75.0	-33.5	96.0	-24.2	117.0	-11.8	138.0	+2.3
12.5	-32.8	33.5	-38.0	54.5	-38.2	75.5	-33.3	96.5	-24.0	117.5	-11.4	138.5	+2.6
13.0	-33.0	34.0	-38.1	55.0	-38.1	76.0	-33.1	97.0	-23.7	118.0	-11.1	139.0	+2.9
13.5	-33.2	34.5	-38.2	55.5	-38.1	76.5	-32.9	97.5	-23.4	118.5	-10.8	139.5	+3.3
14.0	-33.4	35.0	-38.2	56.0	-38.0	77.0	-32.8	98.0	-23.2	119.0	-10.5	140.0	+3.6
14.5	-33.5	35.5	-38.3	56.5	-38.0	77.5	-32.6	98.5	-22.9	119.5	-10.1	140.5	+3.9
15.0	-33.7	36.0	-38.3	57.0	-37.9	78.0	-32.4	99.0	-22.6	120.0	-9.8	141.0	+4.3
15.5	-33.9	36.5	-38.4	57.5	-37.8	78.5	-32.2	99.5	-22.3	120.5	-9.5	141.5	+4.6
16.0	-34.0	37.0	-38.4	58.0	-37.7	79.0	-32.0	100.0	-22.1	121.0	-9.2	142.0	+5.0
16.5	-34.2	37.5	-38.5	58.5	-37.7	79.5	-31.8	100.5	-21.8	121.5	-8.8	142.5	+5.3
17.0	-34.3	38.0	-38.5	59.0	-37.6	80.0	-31.6	101.0	-21.5	122.0	-8.5	143.0	+5.6
17.5	-34.5	38.5	-38.6	59.5	-37.5	80.5	-31.4	101.5	-21.2	122.5	-8.2	143.5	+6.0
18.0	-34.7	39.0	-38.6	60.0	-37.4	81.0	-31.2	102.0	-20.9	123.0	-7.8	144.0	+6.3
18.5	-34.8	39.5	-38.6	60.5	-37.3	81.5	-31.0	102.5	-20.6	123.5	-7.5	144.5	+6.6
19.0	-35.0	40.0	-38.6	61.0	-37.2	82.0	-30.8	103.0	-20.4	124.0	-7.2	145.0	+7.0
19.5	-35.1	40.5	-38.7	61.5	-37.1	82.5	-30.6	103.5	-20.1	124.5	-6.8	145.5	+7.3
20.0	-35.2	41.0	-38.7	62.0	-37.0	83.0	-30.4	104.0	-19.8	125.0	-6.5	146.0	+7.6
20.5	-35.4	41.5	-38.7	62.5	-36.9	83.5	-30.2	104.5	-19.5	125.5	-6.2	146.5	+8.0

<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>
o	‘	o	‘	o	‘	o	‘	o	‘	o	‘	o	‘
147.0	+8.3	172.0	+23.5	197.0	+34.3	222.0	+38.7	247.0	+35.9	272.0	+26.3	297.0	+11.8
147.5	+8.6	172.5	+23.8	197.5	+34.5	222.5	+38.7	247.5	+35.7	272.5	+26.0	297.5	+11.4
148.0	+8.9	173.0	+24.1	198.0	+34.7	223.0	+38.8	248.0	+35.6	273.0	+25.8	298.0	+11.1
148.5	+9.3	173.5	+24.3	198.5	+34.8	223.5	+38.8	248.5	+35.5	273.5	+25.5	298.5	+10.8
149.0	+9.6	174.0	+24.6	199.0	+35.0	224.0	+38.8	249.0	+35.3	274.0	+25.3	299.0	+10.5
149.5	+9.9	174.5	+24.8	199.5	+35.1	224.5	+38.8	249.5	+35.2	274.5	+25.0	299.5	+10.1
150.0	+10.3	175.0	+25.1	200.0	+35.2	225.0	+38.8	250.0	+35.0	275.0	+24.8	300.0	+9.8
150.5	+10.6	175.5	+25.4	200.5	+35.4	225.5	+38.8	250.5	+34.9	275.5	+24.5	300.5	+9.5
151.0	+10.9	176.0	+25.6	201.0	+35.5	226.0	+38.8	251.0	+34.8	276.0	+24.2	301.0	+9.2
151.5	+11.2	176.5	+25.9	201.5	+35.7	226.5	+38.8	251.5	+34.6	276.5	+24.0	301.5	+8.8
152.0	+11.6	177.0	+26.1	202.0	+35.8	227.0	+38.7	252.0	+34.4	277.0	+23.7	302.0	+8.5
152.5	+11.9	177.5	+26.4	202.5	+35.9	227.5	+38.7	252.5	+34.3	277.5	+23.4	302.5	+8.2
153.0	+12.2	178.0	+26.6	203.0	+36.0	228.0	+38.7	253.0	+34.1	278.0	+23.2	303.0	+7.8
153.5	+12.5	178.5	+26.9	203.5	+36.2	228.5	+38.7	253.5	+34.0	278.5	+22.9	303.5	+7.5
154.0	+12.8	179.0	+27.1	204.0	+36.3	229.0	+38.7	254.0	+33.8	279.0	+22.6	304.0	+7.2
154.5	+13.2	179.5	+27.3	204.5	+36.4	229.5	+38.6	254.5	+33.6	279.5	+22.3	304.5	+6.8
155.0	+13.5	180.0	+27.6	205.0	+36.5	230.0	+38.6	255.0	+33.5	280.0	+22.1	305.0	+6.5
155.5	+13.8	180.5	+27.8	205.5	+36.6	230.5	+38.6	255.5	+33.3	280.5	+21.8	305.5	+6.2
156.0	+14.1	181.0	+28.1	206.0	+36.7	231.0	+38.5	256.0	+33.1	281.0	+21.5	306.0	+5.8
156.5	+14.4	181.5	+28.3	206.5	+36.8	231.5	+38.5	256.5	+32.9	281.5	+21.2	306.5	+5.5
157.0	+14.7	182.0	+28.5	207.0	+36.9	232.0	+38.5	257.0	+32.8	282.0	+20.9	307.0	+5.2
157.5	+15.0	182.5	+28.7	207.5	+37.1	232.5	+38.4	257.5	+32.6	282.5	+20.6	307.5	+4.8
158.0	+15.4	183.0	+29.0	208.0	+37.1	233.0	+38.4	258.0	+32.4	283.0	+20.4	308.0	+4.5
158.5	+15.7	183.5	+29.2	208.5	+37.2	233.5	+38.3	258.5	+32.2	283.5	+20.1	308.5	+4.2
159.0	+16.0	184.0	+29.4	209.0	+37.3	234.0	+38.3	259.0	+32.0	284.0	+19.8	309.0	+3.8
159.5	+16.3	184.5	+29.6	209.5	+37.4	234.5	+38.2	259.5	+31.8	284.5	+19.5	309.5	+3.5
160.0	+16.6	185.0	+29.9	210.0	+37.5	235.0	+38.1	260.0	+31.6	285.0	+19.2	310.0	+3.2
160.5	+16.9	185.5	+30.1	210.5	+37.6	235.5	+38.1	260.5	+31.4	285.5	+18.9	310.5	+2.8
161.0	+17.2	186.0	+30.3	211.0	+37.7	236.0	+38.0	261.0	+31.2	286.0	+18.6	311.0	+2.5
161.5	+17.5	186.5	+30.5	211.5	+37.8	236.5	+38.0	261.5	+31.0	286.5	+18.3	311.5	+2.1
162.0	+17.8	187.0	+30.7	212.0	+37.8	237.0	+37.9	262.0	+30.8	287.0	+18.0	312.0	+1.8
162.5	+18.1	187.5	+30.9	212.5	+37.9	237.5	+37.8	262.5	+30.6	287.5	+17.7	312.5	+1.5
163.0	+18.4	188.0	+31.1	213.0	+38.0	238.0	+37.7	263.0	+30.4	288.0	+17.4	313.0	+1.1
163.5	+18.7	188.5	+31.3	213.5	+38.0	238.5	+37.7	263.5	+30.2	288.5	+17.1	313.5	+0.8
164.0	+19.0	189.0	+31.5	214.0	+38.1	239.0	+37.6	264.0	+30.0	289.0	+16.8	314.0	+0.4
164.5	+19.3	189.5	+31.7	214.5	+38.2	239.5	+37.5	264.5	+29.8	289.5	+16.5	314.5	+0.1
165.0	+19.6	190.0	+31.9	215.0	+38.2	240.0	+37.4	265.0	+29.6	290.0	+16.2	315.0	-0.2
165.5	+19.9	190.5	+32.1	215.5	+38.3	240.5	+37.3	265.5	+29.3	290.5	+15.9	315.5	-0.6
166.0	+20.2	191.0	+32.3	216.0	+38.3	241.0	+37.2	266.0	+29.1	291.0	+15.6	316.0	-0.9
166.5	+20.5	191.5	+32.5	216.5	+38.4	241.5	+37.1	266.5	+28.9	291.5	+15.3	316.5	-1.2
167.0	+20.7	192.0	+32.6	217.0	+38.4	242.0	+37.0	267.0	+28.7	292.0	+14.9	317.0	-1.6
167.5	+21.0	192.5	+32.8	217.5	+38.5	242.5	+36.9	267.5	+28.4	292.5	+14.6	317.5	-1.9
168.0	+21.3	193.0	+33.0	218.0	+38.5	243.0	+36.8	268.0	+28.2	293.0	+14.3	318.0	-2.3
168.5	+21.6	193.5	+33.2	218.5	+38.6	243.5	+36.7	268.5	+28.0	293.5	+14.0	318.5	-2.6
169.0	+21.9	194.0	+33.4	219.0	+38.6	244.0	+36.6	269.0	+27.7	294.0	+13.7	319.0	-2.9
169.5	+22.2	194.5	+33.5	219.5	+38.6	244.5	+36.5	269.5	+27.5	294.5	+13.4	319.5	-3.3
170.0	+22.4	195.0	+33.7	220.0	+38.6	245.0	+36.4	270.0	+27.3	295.0	+13.0	320.0	-3.6
170.5	+22.7	195.5	+33.9	220.5	+38.7	245.5	+36.2	270.5	+27.0	295.5	+12.7	320.5	-3.9
171.0	+23.0	196.0	+34.0	221.0	+38.7	246.0	+36.1	271.0	+26.8	296.0	+12.4	321.0	-4.3
171.5	+23.2	196.5	+34.2	221.5	+38.7	246.5	+36.0	271.5	+26.5	296.5	+12.1	321.5	-4.6

<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>	<b>hLy</b>	<b>C<sub>1</sub></b>
°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'
322.0	-5.0	327.5	-8.6	333.0	-12.2	338.5	-15.7	344.0	-19.0	349.5	-22.2	355.0	-25.1
322.5	-5.3	328.0	-8.9	333.5	-12.5	339.0	-16.0	344.5	-19.3	350.0	-22.4	355.5	-25.4
323.0	-5.6	328.5	-9.3	334.0	-12.8	339.5	-16.3	345.0	-19.6	350.5	-22.7	356.0	-25.6
323.5	-6.0	329.0	-9.6	334.5	-13.2	340.0	-16.6	345.5	-19.9	351.0	-23.0	356.5	-25.9
324.0	-6.3	329.5	-9.9	335.0	-13.5	340.5	-16.9	346.0	-20.2	351.5	-23.2	357.0	-26.1
324.5	-6.6	330.0	-10.3	335.5	-13.8	341.0	-17.2	346.5	-20.5	352.0	-23.5	357.5	-26.4
325.0	-7.0	330.5	-10.6	336.0	-14.1	341.5	-17.5	347.0	-20.7	352.5	-23.8	358.0	-26.6
325.5	-7.3	331.0	-10.9	336.5	-14.4	342.0	-17.8	347.5	-21.0	353.0	-24.1	358.5	-26.9
326.0	-7.6	331.5	-11.2	337.0	-14.7	342.5	-18.1	348.0	-21.3	353.5	-24.3	359.0	-27.1
326.5	-8.0	332.0	-11.6	337.5	-15.0	343.0	-18.4	348.5	-21.6	354.0	-24.6	359.5	-27.3
327.0	-8.3	332.5	-11.9	338.0	-15.4	343.5	-18.7	349.0	-21.9	354.5	-24.8		

**Tabla A4-1** Primera corrección a la altura aparente de la Polar en función del horario de lugar de Aries [28].

**A4.2. Tabla II (C<sub>2</sub>, siempre aditiva)**

<b>hLy</b>	<b>ALTURA</b>											
	<b>10°</b>	<b>15°</b>	<b>20°</b>	<b>25°</b>	<b>30°</b>	<b>35°</b>	<b>40°</b>	<b>45°</b>	<b>50°</b>	<b>55°</b>	<b>60°</b>	<b>65°</b>
°	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'
<b>0</b>	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2
<b>20</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1
<b>40</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<b>60</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<b>80</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2
<b>100</b>	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3
<b>120</b>	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4
<b>140</b>	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5
<b>160</b>	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4
<b>180</b>	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2
<b>200</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1
<b>220</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<b>240</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
<b>260</b>	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2
<b>280</b>	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3
<b>300</b>	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4
<b>320</b>	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5
<b>340</b>	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4
<b>360</b>	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2

**Tabla A4-2** Segunda corrección a la altura aparente de la Polar en función tanto del horario de lugar de Aries como del propio valor de la citada altura [28].

**A4.3. Tabla III (C<sub>3</sub>)**

<b>hL<math>\gamma</math></b>	<b>Ene</b>	<b>Feb</b>	<b>Mar</b>	<b>Abr</b>	<b>May</b>	<b>Jun</b>	<b>Jul</b>	<b>Ago</b>	<b>Sep</b>	<b>Oct</b>	<b>Nov</b>	<b>Dic</b>
0	+0.1	+0.1	0.0	-0.2	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3	-0.1	+0.1	+0.3	+0.4
20	+0.1	+0.2	+0.1	-0.1	-0.2	-0.3	-0.4	-0.3	-0.2	0.0	+0.2	+0.4
40	+0.1	+0.2	+0.2	+0.1	-0.1	-0.2	-0.3	-0.3	-0.2	-0.1	+0.1	+0.3
60	+0.1	+0.2	+0.2	+0.2	0.0	-0.1	-0.2	-0.3	-0.3	-0.2	0.0	+0.1
80	0.0	+0.2	+0.3	+0.3	+0.2	0.0	-0.1	-0.2	-0.3	-0.3	-0.2	0.0
100	0.0	+0.2	+0.3	+0.3	+0.3	+0.2	0.0	-0.2	-0.3	-0.3	-0.3	-0.2
120	-0.1	+0.1	+0.3	+0.4	+0.4	+0.3	+0.1	0.0	-0.2	-0.3	-0.4	-0.3
140	-0.1	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.3	+0.2	+0.1	-0.1	-0.3	-0.4	-0.4
160	-0.1	0.0	+0.1	+0.3	+0.4	+0.4	+0.3	+0.2	0.0	-0.2	-0.4	-0.4
180	-0.1	-0.1	0.0	+0.2	+0.3	+0.4	+0.4	+0.3	+0.1	-0.1	-0.3	-0.4
200	-0.1	-0.2	-0.1	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.3	+0.2	0.0	-0.2	-0.4
220	-0.1	-0.2	-0.2	-0.1	+0.1	+0.2	+0.3	+0.3	+0.2	+0.1	-0.1	-0.3
240	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	0.0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.3	+0.2	0.0	-0.1
260	0.0	-0.2	-0.3	-0.3	-0.2	0.0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.3	+0.2	0.0
280	0.0	-0.2	-0.3	-0.3	-0.3	-0.2	0.0	+0.2	+0.3	+0.3	+0.3	+0.2
300	+0.1	-0.1	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3	-0.1	0.0	+0.2	+0.3	+0.4	+0.3
320	+0.1	-0.1	-0.2	-0.3	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	+0.1	+0.3	+0.4	+0.4
340	+0.1	0.0	-0.1	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3	-0.2	0.0	+0.2	+0.4	+0.4
360	+0.1	+0.1	0.0	-0.2	-0.3	-0.4	-0.4	-0.3	-0.1	+0.1	+0.3	+0.4

**Tabla A4-3** Tercera corrección a la altura aparente de la Polar en función del horario de lugar de Aries y del mes en el que se realiza la observación [28].

## ANEXO V: TABLAS DE CORRECCIÓN ESPECÍFICAS DE LA LUNA

### A5.1. Tabla de Corrección por Refracción, Paralaje y Semidiámetro

Altura ap. (°)	LIMBO INFERIOR								LIMBO SUPERIOR							
	54'	55'	56'	57'	58'	59'	60'	61'	54'	55'	56'	57'	58'	59'	60'	61'
10	62.6	63.9	65.1	66.4	67.6	68.9	70.1	71.4	33.2	33.9	34.6	35.3	36.0	36.7	37.4	38.2
11	62.9	64.1	65.4	66.7	67.9	69.2	70.4	71.7	33.5	34.2	34.9	35.6	36.3	37.0	37.7	38.4
12	63.1	64.3	65.6	66.8	68.1	69.3	70.6	71.9	33.7	34.4	35.1	35.8	36.5	37.2	37.9	38.6
13	63.2	64.5	65.7	67.0	68.2	69.5	70.7	72.0	33.8	34.5	35.2	35.9	36.6	37.3	38.0	38.7
14	63.3	64.5	65.8	67.0	68.3	69.5	70.8	72.0	33.9	34.6	35.3	36.0	36.7	37.4	38.1	38.8
15	63.3	64.6	65.8	67.0	68.3	69.5	70.8	72.0	33.9	34.6	35.3	36.0	36.7	37.4	38.1	38.7
16	63.3	64.5	65.8	67.0	68.2	69.5	70.7	71.9	33.9	34.6	35.2	35.9	36.6	37.3	38.0	38.7
17	63.2	64.5	65.7	66.9	68.1	69.4	70.6	71.8	33.8	34.5	35.2	35.9	36.5	37.2	37.9	38.6
18	63.1	64.4	65.6	66.8	68.0	69.2	70.5	71.7	33.7	34.4	35.1	35.7	36.4	37.1	37.8	38.4
19	63.0	64.2	65.4	66.6	67.9	69.1	70.3	71.5	33.6	34.2	34.9	35.6	36.3	36.9	37.6	38.3
20	62.8	64.0	65.3	66.5	67.7	68.9	70.1	71.3	33.4	34.1	34.7	35.4	36.1	36.7	37.4	38.1
21	62.6	63.8	65.0	66.3	67.5	68.7	69.9	71.1	33.2	33.9	34.5	35.2	35.8	36.5	37.2	37.8
22	62.4	63.6	64.8	66.0	67.2	68.4	69.6	70.8	33.0	33.6	34.3	34.9	35.6	36.3	36.9	37.6
23	62.2	63.4	64.5	65.7	66.9	68.1	69.3	70.5	32.7	33.4	34.0	34.7	35.3	36.0	36.6	37.3
24	61.9	63.1	64.3	65.4	66.6	67.8	69.0	70.2	32.5	33.1	33.7	34.4	35.0	35.7	36.3	36.9
25	61.6	62.8	64.0	65.1	66.3	67.5	68.7	69.9	32.2	32.8	33.4	34.1	34.7	35.3	36.0	36.6
26	61.3	62.5	63.6	64.8	66.0	67.1	68.3	69.5	31.8	32.5	33.1	33.7	34.4	35.0	35.6	36.2
27	60.9	62.1	63.3	64.4	65.6	66.8	67.9	69.1	31.5	32.1	32.8	33.4	34.0	34.6	35.2	35.8
28	60.6	61.7	62.9	64.1	65.2	66.4	67.5	68.7	31.2	31.8	32.4	33.0	33.6	34.2	34.8	35.4
29	60.2	61.4	62.5	63.7	64.8	65.9	67.1	68.2	30.8	31.4	32.0	32.6	33.2	33.8	34.4	35.0
30	59.8	61.0	62.1	63.2	64.4	65.5	66.6	67.8	30.4	31.0	31.6	32.2	32.8	33.4	33.9	34.5
31	59.4	60.5	61.7	62.8	63.9	65.1	66.2	67.3	30.0	30.6	31.1	31.7	32.3	32.9	33.5	34.1
32	59.0	60.1	61.2	62.3	63.5	64.6	65.7	66.8	29.5	30.1	30.7	31.3	31.8	32.4	33.0	33.6
33	58.5	59.6	60.7	61.9	63.0	64.1	65.2	66.3	29.1	29.7	30.2	30.8	31.4	31.9	32.5	33.1
34	58.1	59.2	60.3	61.4	62.5	63.6	64.7	65.8	28.6	29.2	29.7	30.3	30.9	31.4	32.0	32.5
35	57.6	58.7	59.8	60.9	61.9	63.0	64.1	65.2	28.1	28.7	29.2	29.8	30.3	30.9	31.4	32.0
36	57.1	58.2	59.2	60.3	61.4	62.5	63.6	64.7	27.6	28.2	28.7	29.3	29.8	30.3	30.9	31.4
37	56.6	57.6	58.7	59.8	60.9	61.9	63.0	64.1	27.1	27.7	28.2	28.7	29.2	29.8	30.3	30.8
38	56.0	57.1	58.2	59.2	60.3	61.3	62.4	63.5	26.6	27.1	27.6	28.2	28.7	29.2	29.7	30.2
39	55.5	56.5	57.6	58.6	59.7	60.7	61.8	62.8	26.1	26.6	27.1	27.6	28.1	28.6	29.1	29.6
40	54.9	56.0	57.0	58.1	59.1	60.1	61.2	62.2	25.5	26.0	26.5	27.0	27.5	28.0	28.5	29.0
41	54.4	55.4	56.4	57.4	58.5	59.5	60.5	61.6	24.9	25.4	25.9	26.4	26.9	27.3	27.8	28.3
42	53.8	54.8	55.8	56.8	57.8	58.9	59.9	60.9	24.3	24.8	25.3	25.8	26.2	26.7	27.2	27.6

Altura ap. (°)	LIMBO INFERIOR								LIMBO SUPERIOR							
	54'	55'	56'	57'	58'	59'	60'	61'	54'	55'	56'	57'	58'	59'	60'	61'
	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘	‘
<b>43</b>	53.2	54.2	55.2	56.2	57.2	58.2	59.2	60.2	23.7	24.2	24.7	25.1	25.6	26.0	26.5	27.0
<b>44</b>	52.6	53.6	54.5	55.5	56.5	57.5	58.5	59.5	23.1	23.6	24.0	24.5	24.9	25.4	25.8	26.3
<b>45</b>	51.9	52.9	53.9	54.9	55.9	56.8	57.8	58.8	22.5	22.9	23.4	23.8	24.2	24.7	25.1	25.6
<b>46</b>	51.3	52.3	53.2	54.2	55.2	56.1	57.1	58.1	21.9	22.3	22.7	23.1	23.6	24.0	24.4	24.8
<b>47</b>	50.6	51.6	52.6	53.5	54.5	55.4	56.4	57.3	21.2	21.6	22.0	22.4	22.9	23.3	23.7	24.1
<b>48</b>	50.0	50.9	51.9	52.8	53.8	54.7	55.6	56.6	20.6	21.0	21.3	21.7	22.1	22.5	22.9	23.3
<b>49</b>	49.3	50.2	51.2	52.1	53.0	54.0	54.9	55.8	19.9	20.3	20.6	21.0	21.4	21.8	22.2	22.6
<b>50</b>	48.6	49.5	50.5	51.4	52.3	53.2	54.1	55.0	19.2	19.6	19.9	20.3	20.7	21.0	21.4	21.8
<b>51</b>	47.9	48.8	49.7	50.6	51.5	52.4	53.3	54.2	18.5	18.8	19.2	19.6	19.9	20.3	20.6	21.0
<b>52</b>	47.2	48.1	49.0	49.9	50.8	51.7	52.5	53.4	17.8	18.1	18.5	18.8	19.2	19.5	19.8	20.2
<b>53</b>	46.5	47.4	48.2	49.1	50.0	50.9	51.7	52.6	17.1	17.4	17.7	18.0	18.4	18.7	19.0	19.4
<b>54</b>	45.8	46.6	47.5	48.3	49.2	50.1	50.9	51.8	16.3	16.6	17.0	17.3	17.6	17.9	18.2	18.5
<b>55</b>	45.0	45.9	46.7	47.6	48.4	49.2	50.1	50.9	15.6	15.9	16.2	16.5	16.8	17.1	17.4	17.7
<b>56</b>	44.3	45.1	45.9	46.8	47.6	48.4	49.3	50.1	14.8	15.1	15.4	15.7	16.0	16.3	16.6	16.8
<b>57</b>	43.5	44.3	45.1	46.0	46.8	47.6	48.4	49.2	14.1	14.3	14.6	14.9	15.2	15.4	15.7	16.
<b>58</b>	42.7	43.5	44.3	45.1	45.9	46.7	47.5	48.3	13.3	13.6	13.8	14.1	14.3	14.6	14.8	15.1
<b>59</b>	42.0	42.7	43.5	44.3	45.1	45.9	46.7	47.5	12.5	12.8	13.0	13.2	13.5	13.7	14.0	14.2
<b>60</b>	41.2	41.9	42.7	43.5	44.3	45.0	45.8	46.6	11.7	12.0	12.2	12.4	12.6	12.9	13.1	13.3
<b>61</b>	40.4	41.1	41.9	42.6	43.4	44.1	44.9	45.7	10.9	11.1	11.4	11.6	11.8	12.0	12.2	12.4
<b>62</b>	39.6	40.3	41.0	41.8	42.5	43.3	44.0	44.8	10.1	10.3	10.5	10.7	10.9	11.1	11.3	11.5
<b>63</b>	38.7	39.5	40.2	40.9	41.6	42.4	43.1	43.8	9.3	9.5	9.7	9.9	10.0	10.2	10.4	10.6
<b>64</b>	37.9	38.6	39.3	40.1	40.8	41.5	42.2	42.9	8.5	8.7	8.8	9.0	9.2	9.3	9.5	9.7
<b>65</b>	37.1	37.8	38.5	39.2	39.9	40.6	41.3	42.0	7.7	7.8	8.0	8.1	8.3	8.4	8.6	8.7
<b>66</b>	36.3	36.9	37.6	38.3	39.0	39.6	40.3	41.0	6.8	7.0	7.1	7.2	7.4	7.5	7.6	7.8
<b>67</b>	35.4	36.1	36.7	37.4	38.1	38.7	39.4	40.0	6.0	6.1	6.2	6.3	6.5	6.6	6.7	6.8
<b>68</b>	34.6	35.2	35.8	36.5	37.1	37.8	38.4	39.1	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8
<b>69</b>	33.7	34.3	35.0	35.6	36.2	36.9	37.5	38.1	4.3	4.4	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9
<b>70</b>	32.8	33.4	34.1	34.7	35.3	35.9	36.5	37.1	3.4	3.5	3.5	3.6	3.7	3.8	3.8	3.9
<b>71</b>	32.0	32.6	33.2	33.8	34.4	35.0	35.6	36.2	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7	2.8	2.9	2.9
<b>72</b>	31.1	31.7	32.3	32.8	33.4	34.0	34.6	35.2	1.7	1.7	1.7	1.8	1.8	1.8	1.9	1.9
<b>73</b>	30.2	30.8	31.3	31.9	32.5	33.0	33.6	34.2	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	0.9	0.9
<b>74</b>	29.3	29.9	30.4	31.0	31.5	32.1	32.6	33.2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
<b>75</b>	28.4	29.0	29.5	30.0	30.6	31.1	31.6	32.2	-1.0	-1.0	-1.0	-1.0	-1.0	-1.1	-1.1	-1.1
<b>76</b>	27.5	28.1	28.6	29.1	29.6	30.1	30.6	31.1	-1.9	-1.9	-2.0	-2.0	-2.0	-2.0	-2.1	-2.1
<b>77</b>	26.6	27.1	27.6	28.1	28.6	29.1	29.6	30.1	-2.8	-2.8	-2.9	-2.9	-3.0	-3.0	-3.1	-3.1
<b>78</b>	25.7	26.2	26.7	27.2	27.7	28.1	28.6	29.1	-3.7	-3.8	-3.8	-3.9	-3.9	-4.0	-4.1	-4.1
<b>79</b>	24.8	25.3	25.8	26.2	26.7	27.1	27.6	28.1	-4.6	-4.7	-4.8	-4.8	-4.9	-5.0	-5.1	-5.2
<b>80</b>	23.9	24.4	24.8	25.3	25.7	26.2	26.6	27.0	-5.5	-5.6	-5.7	-5.8	-5.9	-6.0	-6.1	-6.2

**Tabla A5-1** Corrección aplicada a la altura aparente de la Luna en función del valor del paralaje en la hora de la observación [28].

## A5.2. Tabla de Interpolación

		PARTES PROPORCIONALES														
		Variación tabular por grado de altura														
		(corrección sustractiva, excepto para alturas < 15°, que es aditiva)														
		0.0'	0.1'	0.2'	0.3'	0.4'	0.5'	0.6'	0.7'	0.8'	0.9'	1.0'	1.1'	1.2'	1.3'	
Minutos de altura	00'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'
	06'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.0'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'
	12'	0.0'	0.0'	0.0'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.1'	0.2'	0.2'	0.2'	0.2'	0.2'	0.3'	0.2'
	18'	0.0'	0.0'	0.1'	0.1'	0.1'	0.2'	0.2'	0.2'	0.2'	0.3'	0.3'	0.3'	0.4'	0.4'	0.3'
	24'	0.0'	0.0'	0.1'	0.1'	0.2'	0.2'	0.2'	0.3'	0.3'	0.4'	0.4'	0.4'	0.5'	0.5'	0.4'
	30'	0.0'	0.1'	0.1'	0.2'	0.2'	0.3'	0.3'	0.4'	0.4'	0.5'	0.5'	0.6'	0.6'	0.7'	0.5'
	36'	0.0'	0.1'	0.1'	0.2'	0.2'	0.3'	0.4'	0.4'	0.5'	0.5'	0.6'	0.7'	0.7'	0.8'	0.6'
	42'	0.0'	0.1'	0.1'	0.2'	0.3'	0.4'	0.4'	0.5'	0.6'	0.6'	0.7'	0.8'	0.8'	0.9'	0.7'
	48'	0.0'	0.1'	0.2'	0.2'	0.3'	0.4'	0.5'	0.6'	0.6'	0.7'	0.8'	0.9'	1.0'	1.0'	0.8'
	54'	0.0'	0.1'	0.2'	0.3'	0.4'	0.5'	0.5'	0.6'	0.7'	0.8'	0.9'	1.0'	1.1'	1.2'	0.9'
	60'	0.0'	0.1'	0.2'	0.3'	0.4'	0.5'	0.6'	0.7'	0.8'	0.9'	1.0'	1.1'	1.2'	1.3'	1.0'
		0.0'	0.1'	0.2'	0.3'	0.4'	0.5'	0.6'	0.7'	0.8'	0.9'	1.0'	1.1'	1.2'	1.3'	

Variación tabular por minuto de paralaje (corrección aditiva)

**Tabla A5-2** Valores de interpolación en la corrección por paralaje tanto para el incremento de altura como para el incremento del propio paralaje [28].

## ANEXO VI: TABLAS DE INTERPOLACIÓN EN MINUTOS Y SEGUNDOS

Como ya se ha dicho anteriormente, en el Almanaque Náutico vienen, para cada día y cada hora, aquellos valores que cambian su valor en función del tiempo. Pero además, con el fin de evitar que se tengan que hacer cálculos de interpolación, también vienen (indiferentemente del día y la hora) valores específicos a añadir en función de minutos y segundos. El ejemplo a continuación es para los minutos 14 y 15:

14 <sup>m</sup>						15 <sup>m</sup>					
Sol y planetas				Dif.	Correc.	Sol y planetas				Dif.	Correc.
	°	'	''				°	'	''		
0	3 30.0	3 30.6	3 20.4	0	0.0	0	3 45.0	3 45.6	3 34.8	0	0.0
1	3 30.3	3 30.8	3 20.7	3	0.1	1	3 45.3	3 45.9	3 35.0	3	0.1
2	3 30.5	3 31.1	3 20.9	6	0.1	2	3 45.5	3 46.1	3 35.2	6	0.2
3	3 30.8	3 31.3	3 21.1	9	0.2	3	3 45.8	3 46.4	3 35.5	9	0.2
4	3 31.0	3 31.6	3 21.4	12	0.3	4	3 46.0	3 46.6	3 35.7	12	0.3
5	3 31.3	3 31.8	3 21.6	15	0.4	5	3 46.3	3 46.9	3 35.9	15	0.4
6	3 31.5	3 32.1	3 21.9	18	0.4	6	3 46.5	3 47.1	3 36.2	18	0.5
7	3 31.8	3 32.3	3 22.1	21	0.5	7	3 46.8	3 47.4	3 36.4	21	0.5
8	3 32.0	3 32.6	3 22.3	24	0.6	8	3 47.0	3 47.6	3 36.7	24	0.6
9	3 32.3	3 32.8	3 22.6	27	0.7	9	3 47.3	3 47.9	3 36.9	27	0.7
10	3 32.5	3 33.1	3 22.8	30	0.7	10	3 47.5	3 48.1	3 37.1	30	0.8
11	3 32.8	3 33.3	3 23.1	33	0.8	11	3 47.8	3 48.4	3 37.4	33	0.9
12	3 33.0	3 33.6	3 23.3	36	0.9	12	3 48.0	3 48.6	3 37.6	36	0.9
13	3 33.3	3 33.8	3 23.5	39	0.9	13	3 48.3	3 48.9	3 37.9	39	1.0
14	3 33.5	3 34.1	3 23.8	42	1.0	14	3 48.5	3 49.1	3 38.1	42	1.1
15	3 33.8	3 34.3	3 24.0	45	1.1	15	3 48.8	3 49.4	3 38.3	45	1.2
16	3 34.0	3 34.6	3 24.3	48	1.2	16	3 49.0	3 49.6	3 38.6	48	1.2
17	3 34.3	3 34.8	3 24.5	51	1.2	17	3 49.3	3 49.9	3 38.8	51	1.3
18	3 34.5	3 35.1	3 24.7	54	1.3	18	3 49.5	3 50.1	3 39.0	54	1.4
19	3 34.8	3 35.3	3 25.0	57	1.4	19	3 49.8	3 50.4	3 39.3	57	1.5
20	3 35.0	3 35.6	3 25.2	60	1.5	20	3 50.0	3 50.6	3 39.5	60	1.6
21	3 35.3	3 35.8	3 25.4	63	1.5	21	3 50.3	3 50.9	3 39.8	63	1.6
22	3 35.5	3 36.1	3 25.7	66	1.6	22	3 50.5	3 51.1	3 40.0	66	1.7
23	3 35.8	3 36.3	3 25.9	69	1.7	23	3 50.8	3 51.4	3 40.2	69	1.8
24	3 36.0	3 36.6	3 26.2	72	1.7	24	3 51.0	3 51.6	3 40.5	72	1.9
25	3 36.3	3 36.8	3 26.4	75	1.8	25	3 51.3	3 51.9	3 40.7	75	1.9
26	3 36.5	3 37.1	3 26.6	78	1.9	26	3 51.5	3 52.1	3 41.0	78	2.0
27	3 36.8	3 37.3	3 26.9	81	2.0	27	3 51.8	3 52.4	3 41.2	81	2.1
28	3 37.0	3 37.6	3 27.1	84	2.0	28	3 52.0	3 52.6	3 41.4	84	2.2
29	3 37.3	3 37.8	3 27.4	87	2.1	29	3 52.3	3 52.9	3 41.7	87	2.2
30	3 37.5	3 38.1	3 27.6	90	2.2	30	3 52.5	3 53.1	3 41.9	90	2.3
31	3 37.8	3 38.3	3 27.8	93	2.2	31	3 52.8	3 53.4	3 42.1	93	2.4
32	3 38.0	3 38.6	3 28.1	96	2.3	32	3 53.0	3 53.6	3 42.4	96	2.5
33	3 38.3	3 38.8	3 28.3	99	2.4	33	3 53.3	3 53.9	3 42.6	99	2.6
34	3 38.5	3 39.1	3 28.5	102	2.5	34	3 53.5	3 54.1	3 42.9	102	2.6
35	3 38.8	3 39.3	3 28.8	105	2.5	35	3 53.8	3 54.4	3 43.1	105	2.7
36	3 39.0	3 39.6	3 29.0	108	2.6	36	3 54.0	3 54.6	3 43.3	108	2.8
37	3 39.3	3 39.9	3 29.3	111	2.7	37	3 54.3	3 54.9	3 43.6	111	2.9
38	3 39.5	3 40.1	3 29.5	114	2.8	38	3 54.5	3 55.1	3 43.8	114	2.9
39	3 39.8	3 40.4	3 29.7	117	2.8	39	3 54.8	3 55.4	3 44.1	117	3.0
40	3 40.0	3 40.6	3 30.0	120	2.9	40	3 55.0	3 55.6	3 44.3	120	3.1
41	3 40.3	3 40.9	3 30.2	123	3.0	41	3 55.3	3 55.9	3 44.5	123	3.2
42	3 40.5	3 41.1	3 30.5	126	3.0	42	3 55.5	3 56.1	3 44.8	126	3.3
43	3 40.8	3 41.4	3 30.7	129	3.1	43	3 55.8	3 56.4	3 45.0	129	3.3
44	3 41.0	3 41.6	3 30.9	132	3.2	44	3 56.0	3 56.6	3 45.2	132	3.4
45	3 41.3	3 41.9	3 31.2	135	3.3	45	3 56.3	3 56.9	3 45.5	135	3.5
46	3 41.5	3 42.1	3 31.4	138	3.3	46	3 56.5	3 57.1	3 45.7	138	3.6
47	3 41.8	3 42.4	3 31.6	141	3.4	47	3 56.8	3 57.4	3 46.0	141	3.6
48	3 42.0	3 42.6	3 31.9	144	3.5	48	3 57.0	3 57.6	3 46.2	144	3.7
49	3 42.3	3 42.9	3 32.1	147	3.6	49	3 57.3	3 57.9	3 46.4	147	3.8
50	3 42.5	3 43.1	3 32.4	150	3.6	50	3 57.5	3 58.2	3 46.7	150	3.9
51	3 42.8	3 43.4	3 32.6	153	3.7	51	3 57.8	3 58.4	3 46.9	153	4.0
52	3 43.0	3 43.6	3 32.8	156	3.8	52	3 58.0	3 58.7	3 47.2	156	4.0
53	3 43.3	3 43.9	3 33.1	159	3.8	53	3 58.3	3 58.9	3 47.4	159	4.1
54	3 43.5	3 44.1	3 33.3	162	3.9	54	3 58.5	3 59.2	3 47.6	162	4.2
55	3 43.8	3 44.4	3 33.6	165	4.0	55	3 58.8	3 59.4	3 47.9	165	4.3
56	3 44.0	3 44.6	3 33.8	168	4.1	56	3 59.0	3 59.7	3 48.1	168	4.3
57	3 44.3	3 44.9	3 34.0	171	4.1	57	3 59.3	3 59.9	3 48.4	171	4.4
58	3 44.5	3 45.1	3 34.3	174	4.2	58	3 59.5	4 0.2	3 48.6	174	4.5
59	3 44.8	3 45.4	3 34.5	177	4.3	59	3 59.8	4 0.4	3 48.8	177	4.6
60	3 45.0	3 45.6	3 34.8	180	4.4	60	4 0.0	4 0.7	3 49.1	180	4.7

**Tabla A6-1** Incremento a añadir al horario de Greenwich para hacer la interpolación de horas a minutos y segundos [28].

# ANEXO VII: EJEMPLO DE DÍA EN EL ALMANAQUE NÁUTICO

Miércoles 1 de marzo de 2023

69

UT	SOL		LUNA				Latitud	Puesta de Sol	Final del crepúsculo		Salida de Luna		Puesta de Luna											
	SD: 16 <sup>h</sup> 1		Edad: 8 <sup>d</sup> 7	PHE { 4 <sup>h</sup> : 54'5 12 <sup>h</sup> : 54'4 20 <sup>h</sup> : 54'3		Dec			Dif	Civil	Náutico	Hora	R°	Hora	R°									
	PMG: 12 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 3		SD: 14'9	PMG: 20 <sup>h</sup> 01 <sup>m</sup>												R°: 51 <sup>m</sup>								
h	hG ☉	Dec	hG ☾	Dif	Dec	Dif	h m	h m	h m	h m m	R°	h m m	R°											
0	176	53.3	-7	46.2	70	02.5	+27	29.8	17	27	18	08	18	57	9	20	60	5	51	46				
1	191	53.4		45.3	84	31.3	98	31.7	19	58	30	10	55	9	53	58	5	17	49					
2	206	53.6		44.3	99	00.0	97	33.4	17	56	33	11	54	10	18	57	4	52	50					
3	221	53.7		43.4	113	28.8	98	35.0	16	54	36	12	53	38	56		33	49						
4	236	53.8		42.4	127	57.5	97	36.4	14	52	39	13	52	10	54	56		16	50					
5	251	53.9	-7	41.5	142	26.3	98	+27	37.7	13	50	17	42	18	14	18	51	11	09	55	4	02	50	
6	266	54.0	-7	40.5	156	55.1	98	+27	38.9	12	45	17	47	18	16	18	50	11	38	55	3	33	50	
7	281	54.2		39.6	171	23.9	98	39.9	10	40	51	19	50	12	01	54		3	10	51				
8	296	54.3		38.6	185	52.7	98	40.8	9	35	55	21	50	20	53		2	51	51					
9	311	54.4		37.7	200	21.4	97	41.6	8	30	17	59	23	51	12	36	53		35	51				
10	326	54.5		36.7	214	50.3	99	42.2	6	20	18	05	27	53	13	03	53		2	08	51			
11	341	54.6	-7	35.8	229	19.1	98	+27	42.7	5	10	18	10	18	32	18	56	13	27	52	1	44	52	
12	356	54.8	-7	34.8	243	47.9	98	+27	43.1	4	0	18	16	18	36	19	01	13	49	51	1	22	52	
13	11	54.9		33.9	258	16.7	98	43.3	2	10	5	21	42	07	14	11	51		1	00	52			
14	26	55.0		32.9	272	45.6	99	43.4	1	20	27	27	49	15	14	35	49		0	37	51			
15	41	55.1		32.0	287	14.4	98	43.3	1	30	34	18	58	26	15	02	49		0	10	51			
16	56	55.2		31.0	301	43.3	99	43.1	2	35	38	19	03	34	19	48								
17	71	55.4	-7	30.1	316	12.2	99	+27	42.8	3	40	18	42	19	10	19	43	15	38	47				
18	86	55.5	-7	29.1	330	41.1	99	+27	42.3	5	45	18	47	19	17	19	53	16	01	46				
19	101	55.6		28.2	345	10.0	99	41.7	6	50	54	27	20	08		30	45		23	34	60			
20	116	55.7		27.2	359	39.0	100	41.0	7	52	18	56	32	14	16	45	43		19	61				
21	131	55.9		26.3	14	07.9	99	40.1	9	54	19	00	37	22	17	01	43		23	02	63			
22	146	56.0		25.3	28	36.9	100	39.1	10	56	03	03	42	31	22	40		22	42	65				
23	161	56.1		24.4	43	05.9	100	38.0	11	58	07	49	41	41	17	47	38		22	17	67			
24	176	56.2	-7	23.4	57	35.0	101	+27	36.7	13	60	19	12	19	56	20	53	18	22	32	21	42	73	

UT	ARIES		VENUS		MARTE		JÚPITER		SATURNO															
	PMG: 13 <sup>h</sup> 23 <sup>m</sup> 6		Mag: -3.9 PMG: 14 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup>		Mag: +0.4 PMG: 18 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup>		Mag: -2.1 PMG: 14 <sup>h</sup> 09 <sup>m</sup>		Mag: +0.9 PMG: 11 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup>															
	hG ♂	Dec	hG ♀	Dec	hG ♂	Dec	hG ♃	Dec	hG ♄	Dec														
0	158	32.5	148	30.0	+3	35.5	80	36.2	+25	23.6	147	11.6	+3	40.2	186	44.5	-12	56.3						
1	173	35.0	163	29.7		36.8	95	37.5		23.6	162	13.6		40.5	201	46.7		56.2						
2	188	37.5	178	29.4		38.1	110	38.9		23.7	177	15.5		40.7	216	48.9		56.1						
3	203	39.9	193	29.1		39.4	125	40.3		23.7	192	17.5		40.9	231	51.0		56.0						
4	218	42.4	208	28.7		40.7	140	41.6		23.8	207	19.4		41.1	246	53.2		55.9						
5	233	44.9	223	28.4	+3	42.0	155	43.0	+25	23.8	222	21.4	+3	41.4	261	55.4	-12	55.8						
6	248	47.3	238	28.1	+3	43.3	170	44.3	+25	23.9	237	23.3	+3	41.6	276	57.6	-12	55.7						
7	263	49.8	253	27.8		44.6	185	45.7		23.9	252	25.3		41.8	291	59.7		55.6						
8	278	52.2	268	27.5		45.9	200	47.1		24.0	267	27.2		42.0	307	01.9		55.5						
9	293	54.7	283	27.2		47.2	215	48.4		24.1	282	29.2		42.3	322	04.1		55.4						
10	308	57.2	298	26.9		48.5	230	49.8		24.1	297	31.1		42.5	337	06.3		55.3						
11	323	59.6	313	26.6	+3	49.8	245	51.1	+25	24.2	312	33.1	+3	42.7	352	08.4	-12	55.2						
12	339	02.1	328	26.2	+3	51.1	260	52.5	+25	24.2	327	35.0	+3	42.9	7	10.6	-12	55.1						
13	354	04.6	343	25.9		52.4	275	53.9		24.3	342	36.9		43.1	22	12.8		55.0						
14	9	07.0	358	25.6		53.7	290	55.2		24.3	357	38.9		43.4	37	15.0		54.9						
15	24	09.5	13	25.3		55.0	305	56.6		24.4	12	40.8		43.6	52	17.1		54.8						
16	39	12.0	28	25.0		56.3	320	57.9		24.4	27	42.8		43.8	67	19.3		54.7						
17	54	14.4	43	24.7	+3	57.6	335	59.3	+25	24.5	42	44.7	+3	44.0	82	21.5	-12	54.6						
18	69	16.9	58	24.4	+3	58.9	351	00.6	+25	24.5	57	46.7	+3	44.3	97	23.7	-12	54.5						
19	84	19.4	73	24.1	+4	00.2	6	02.0		24.6	72	48.6		44.5	112	25.8		54.4						
20	99	21.8	88	23.8		01.5	21	03.4		24.6	87	50.6		44.7	127	28.0		54.3						
21	114	24.3	103	23.4		02.8	36	04.7		24.7	102	52.5		44.9	142	30.2		54.2						
22	129	26.7	118	23.1		04.1	51	06.1		24.7	117	54.5		45.2	157	32.4		54.1						
23	144	29.2	133	22.8		05.4	66	07.4		24.8	132	56.4		45.4	172	34.5		54.0						
24	159	31.7	148	22.5	+4	06.6	81	08.8	+25	24.8	147	58.4	+3	45.6	187	36.7	-12	53.8						
Dif		—		-3	+13		+14	+1			+19	+2			+22	+1								

Tabla A7-1 Ejemplo de los datos dependientes del tiempo para diferentes astros, para un día concreto del año [28].