

AJUSTE DE MODELO POR OPTIMIZACIÓN NO LÍNEAL USADOS EN LA SEGMENTACIÓN DE ESTRUCTURAS VASCULARES EN IMÁGENES DE TOMOGRAFIA COMPUTARIZADA

Luis Landaeta

luism.landaeta@gmail.com

Coordinación de Matemáticas, Universidad Simón Bolívar, Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Alexandra La Cruz

alacruz@ldc.usb.ve

Grupo de Bioingeniería y Biofísica Aplicada, Universidad Simón Bolívar
Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Debora Cores

cores@cesma.usb.ve

Centro de Estadística y Software Matemático, Universidad Simón Bolívar
Valles de Sartenejas, 89000, Caracas-Venezuela

Resumen. *Las imágenes de Tomografía Computarizada (TC) son las más utilizadas para el diagnóstico y evaluación de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores. Una de las técnicas más usadas y ampliamente aceptadas por expertos radiólogos para la visualización de estas imágenes, es la técnica de Reformación de Curva Planar (Curve Planar Reformation-CPR), la cual utiliza las líneas centrales de las arterias. Dicha línea central debe describir el camino central de las arterias de manera correcta. Actualmente se utiliza un método de aproximación de líneas centrales bastante preciso, el cual trabaja tanto en segmentos arteriales sanos como en los no sanos (obstruidos, calcificados, etc). Sin embargo cuando se encuentra con una bifurcación falla en la determinación correcta de la línea central, por lo que el proceso de segmentación de líneas centrales en las bifurcaciones debe hacerse manualmente. Asumiendo que la imagen del corte transversal en una bifurcación se asemeja más a una spira de Perseus (spiric of Perseus) o sección spírica (spiric section), la cual es un caso particular de una sección tórica (toric section). Este trabajo consiste en la construcción de un modelo geométrico que permita estimar los parámetros de una sección espírica y los valores de la densidad media, tanto de las arterias como del fondo, que mejor se aproxime a la imagen del corte transversal de una bifurcación en una arteria, utilizando un método de optimización no lineal conocido como el método de la región de confianza de Newton. Esto nos da una aproximación más precisa del camino central de las arterias, incluyendo las bifurcaciones.*

Palabras Claves: Procesamiento de Imágenes, Segmentación de estructuras vasculares, Optimización No Lineal, Sección Espérica.

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente la evaluación diagnóstica de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores, es posible gracias al avance tecnológico en el área de equipos de imagenología médica menos invasivos. Entre estos equipos tenemos: el equipo de Tomografía Computarizada (TC), el de Resonancia Magnética (RM) y el de Ultrasonido intravascular (USIV). El equipo de TC es el más utilizado por excelencia por los técnicos radiólogos para la evaluación diagnóstica de enfermedades vasculares de las extremidades inferiores, debido a que resulta una técnica menos invasiva y el examen dura menos tiempo, permitiendo adquirir hasta 3000 cortes, que abarcan desde la arteria aorta hasta las arterias de la tibia.

La segmentación es una técnica de tratamiento y análisis de imágenes, la cual consiste generalmente en el uso de las propiedades de densidad de la data [1,2]. En el caso de segmentación de estructuras vasculares en imágenes de TC, dichos métodos tienden a fallar en segmentos vasculares que presentan alguna artereopatía severa (oclusión total, alto nivel de calcificación), en la que el flujo sanguíneo se reduce debido a que el espacio de circulación sanguínea de las arterias es reducido por la acumulación de grasa en las paredes de las arterias. En estos casos, el rango de densidad de los vasos sanguíneos sanos difieren sustancialmente de los vasos sanguíneos no sanos y en muchos casos el valor de densidad de los vasos sanguíneos no sanos se solapan con los valores de densidad del tejido blando circundante a la arteria y la estructura ósea.

Recientemente, se diseñó e implementó un algoritmo de segmentación arterial basado en un método de ajuste de modelo no lineal (*No-linear Model Fitting* – MF) [3]. El cual permite, una vez creado un modelo inicial con parámetros conocidos, ajustar dicho modelo a la data, y obtener un modelo con los parámetros que más se ajustan a la data. Estos parámetros se refieren al diámetro de las arterias, coordenadas del centro de las arterias, el nivel de densidad de la arteria y tejido circundante. Los resultados preliminares del método fueron bastante exitosos, e incluso se realizó una evaluación clínica del método en ambiente clínico [4]. Sin embargo este método no es posible utilizarlo en los puntos de bifurcación de las arterias, debido a que la forma geométrica que se observa en las bifurcaciones deja de ser obviamente cilíndrica. Dado que los resultados en cuanto a precisión de proximidad del centro de las arterias con MF fueron muy buenos, se intentó usar la misma idea de crear un modelo geométrico para aplicarlo a los cortes transversales de las bifurcaciones, a fin de conocer con mayor precisión el centro de cada arteria a medida que se bifurca. Para ello se propone un modelo que permita la reconstrucción de la arteria del corte transversal en una bifurcación. El modelo utilizado consiste en identificar el corte correspondiente de una sección tórica, en la que el plano de corte es paralelo al eje del torus, dicha curva se denomina La Spira de Perseus [5]. Esto es, cualquier sección transversal de una donut cortada con un cuchillo verticalmente desde arriba. Una vez creado el modelo inicial, se toma un corte transversal de una bifurcación y luego de un proceso de aproximación no lineal, se ajusta dicho modelo a la data, logrando obtener del modelo geométrico los valores correspondientes a los centros de las dos arterias separadas o en separación en un corte transversal de una bifurcación arterial, el radio, densidad del tejido dentro de la arteria y circundante a la misma. Los resultados se mostraron bastante prometedores, se realizaron varias pruebas con varios cortes de TC donde se puede observar las bifurcaciones de las arterias femoral, iliaca y tibia. El método de ajuste de modelo permite estimar con mayor precisión los

dos puntos céntricos de las arterias salientes de una bifurcación arterial, adicionalmente permite estimar los bordes, radios y densidad media tanto de la densidad del tejido arterial como del tejido circundante.

2. AJUSTE DE MODELO NO LINEAL

La Spira de Perseus es una curva perteneciente a la familia de las secciones tóricas, y se define de la siguiente manera: Consideremos un torus (ver Fig. 1(a)), que es la superficie que se forma si el centro de un círculo de radio A recorre una circunferencia de radio R . La curva que se forma de la intersección de un torus con un plano perpendicular al eje de simetría del torus recibe el nombre de Spira de Perseus (ver Fig. 1(b), (c)). Considerando los parametros R y A anteriormente mencionados, sea X, Y el centro del Torus, y C la distancia del plano de intersección al eje de simetría (ver Figura 1(b)). La ecuación implícita para la Spira de Perseus viene dada por la siguiente expresión:

$$f = (X^2 + Y^2 + R^2 + C^2 - A^2)^2 - 4R^2(X^2 + C^2) = 0 \quad (1)$$

Donde R, A, C son valores reales no negativos, C debe ser menor que la suma $A+R$ para que exista intersección. En esta expresión es válida la auto-intersección, es decir, A puede ser mayor que R . A fin de generalizar y considerar diferentes rotaciones del objeto y no necesariamente centrados en el origen, incluimos en la ecuación (x_0, y_0) , y el ángulo de rotación α con respecto al eje X . Así, la Ec. (1) se reescribe de la siguiente manera (para facilitar el desarrollo, separamos los dos lados de la Ec. (1), en *eq1* y *eq2*):

$$eq1 = ((x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha)^2 + ((x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha)^2 + R^2 + C^2 - A^2, \quad (2)$$

$$eq2 = ((x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha)^2 + C^2, \quad (3)$$

de esta manera, usando las Ec. (2) y (3), la ecuación implícita del modelo puede ser escrita como:

$$f(x_i, y_j, x_0, y_0, R, C, A, \alpha) = eq1^2 - 4eq2, \quad (4)$$

al igual que en [3] primero se estima la distancia al objeto usando la función implícita usando la siguiente ecuación:

$$dist = \frac{f}{\|\nabla f\|}, \quad (5)$$

de la misma forma el efecto llamado *point spread function* proveniente del proceso de adquisición de las imágenes de tomografía es modelado usando un filtro Gaussiano con variante σ aplicado a la distancia al objeto geométrico. Calculando así la densidad media dada por:

$$densidad = b + B \otimes G_\sigma(dist), \quad (6)$$

donde b y B son los valores de densidad del tejido circundante y área interna de la arteria, respectivamente. Por simplicidad de cálculos y para evitar la operación de convolución ($\otimes$), usamos la función $erfc$ como aproximación a la función G_σ , dado que la convolución de una función escalón unitario (*unit step function*) con la función de Gauss resulta una función $erfc$ [6]. Razón por la cual sustituimos $G_\sigma(dist)$ por $erfc(dist/\sigma)$.

El problema fue formulado como un problema de mínimos cuadrados no lineal para aproximar la data por medio de la función de mérito. El enunciado formal de este problema es, encontrar el mínimo entre el modelo y la data real. El método de la región de confianza (*trust-region method*), normalmente es considerado como una modificación del método de *Newton* o como algunos autores lo señalan [7], un “hijo” del algoritmo de *Levenberg-Marquardt*, usado para resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales. Cada solución involucra una solución aproximada de un sistema lineal a gran escala usando el método de gradiente conjugado (*preconditioned conjugate gradients -PCG*). El objetivo principal del método es conseguir el mínimo en una región definida como región de confianza. No es el objetivo de este trabajo definir el algoritmo de mínimos cuadrado no lineal utilizado para resolver el problema de ajuste del modelo, dado que es un método conocido e implementado ya en paquetes estadísticos conocidos, mas detalles lo podrá conseguir en [7].

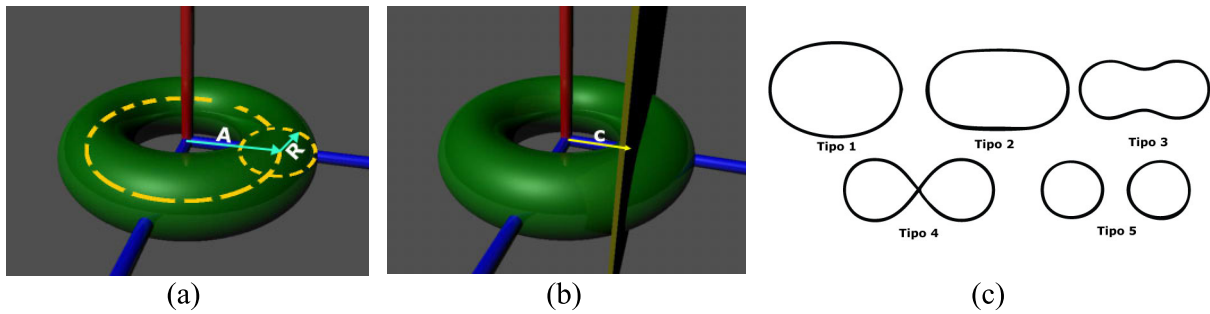


Figura 1. Figura geométrica del torus. (a) Radios con los que se forma el torus (A y R). (b) Plano de intersección al eje de simetría del torus para formar la Spira de Perseus con una distancia C del centro del torus. (c) diferentes representaciones de curvas del tipo Spira de Perseus

3. RESULTADOS

El algoritmo fue implementado en Matlab®, específicamente empleando la función *lsqnonlin* perteneciente al Toolbox de Optimización. El equipo donde fueron realizadas las pruebas es un procesador *Core2 Duo* de 3.00 GHz, con 2GB de memoria RAM. El algoritmo fue aplicado a data de pacientes reales tomadas de las imágenes de TC. Primeramente se escogieron algunos cortes del conjunto de cortes de las imágenes de TC, donde se observaron alguna bifurcación. Dicha selección fue realizada manualmente por expertos radiólogos. Una vez seleccionado el corte, de cada corte se selecciona el área de interés, en la que se obtuvieron subregiones del corte de la imagen en la que se muestra la bifurcación. Anatómicamente se escogieron cortes de bifurcación de las arterias femoral, iliaca y tibia. En la Tabla 1 se muestran los resultados para cinco casos particulares de bifurcaciones arteriales. El tamaño de las subregiones de imágenes variaron entre 200x200, 150x150 y 125x125. Independientemente de la inicialización de los parámetros, el método logró encontrar una solución, dicha solución es considerada la más optima,

como puede observarse en la Fig. 2. Los casos 1, 2, 3 y 4, se trataron de casos en los que el paciente presenta alguna arteriopatía. Los casos 4 y 5 se refieren a bifurcaciones en las que en el corte la bifurcación no presenta ninguna simetría en las arterias salientes de la bifurcación, en cuyo caso, y como era de esperarse, el modelo no se ajusta a la data, sin embargo es posible detectar los bordes de la bifurcación completa, aunque los centros de las arterias salientes no hayan podido ser estimadas con mayor precisión como en los otros casos (ver casos 1, 2 y 3, Fig 2.). Los resultados mostraron que utilizando el modelo de la Spira de Perseus se puede detectar con mayor precisión los bordes y centros de las arterias salientes de una bifurcación, aún cuando las arterias ya están separadas (ver caso 2, Fig. 2), o con cierta rotación sobre el eje x (ver caso 3, Fig. 2).

Tabla 1. Resultados de algunos casos particulares

Casos	Vector Inicial y Aproximado									Tiempo de Ejecución (seg)
	Parámetros	X_0	Y_0	R	C	A	α	b	B	
1	Inicial	66.5	66.5	33.2	33.2	33.2	0	55	100	97.22
	Aproximado	67.5	66.8	30.1	11.5	30.8	-0.02	59.2	66.5	
2	Inicial	75	75	37.5	37.5	37.5	0	55	100	225.20
	Aproximado	77.2	74.9	35.9	4.64	31.2	-0.02	53.4	60.8	
3	Inicial	70.0	70.0	35.0	35.0	35.0	0	55	100	236.25
	Aproximado	72.1	68.5	30.1	11.4	30.8	0.48	58.8	66.7	
4	Inicial	50	50	25	25	25	0	55	100	103.38
	Aproximado	48.5	51.4	13.6	18.8	32.5	-0.27	51.1	55.4	
5	Inicial	74	74	37	37	37	0	55	100	321.75
	Aproximado	76.6	59.7	84.6	96.5	23.3	0.44	71.5	37.2	

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta una estrategia para parametrizar bifurcaciones de estructuras vasculares usando un algoritmo de ajuste de modelo no lineal. En la que utilizando como modelo geométrico la Spira de Perseus, es posible detectar los bordes de la bifurcación, y los centros de las arterias salientes de dicha bifurcación. El método de optimización no lineal utilizado fue el método de región de confianza de Newton, con el cual se logró extraer con mayor precisión los parámetros del modelo que mejor se ajusta a la data.

Este trabajo es una mejora al método implementado en [3] para la detección estructuras cilíndricas en imágenes de TC de las extremidades inferiores, cuyo método falla en presencia de una bifurcación, como es de esperarse. Con la Spira de Perseus como el modelo a ajustar en las bifurcaciones, es posible lograr la automatización completa del proceso de segmentación de estructuras vasculares de las extremidades inferiores con imágenes de TC.

Reconocimientos

Al Decanato de Estudios Profesionales y al Decanato de Investigación de la Universidad Simón Bolívar por su apoyo.

BIBLIOGRAFIA

- [1].K. Bühler, P. Felkel, and A. La Cruz. Geometric Methods for Vessel Visualization and Quantification – A Survey, pages 399–420. G. Brunnet, B. Hamann and H.Müller and L. Linsen (eds.). Kluwer Academic, 2003.
- [2].K. Krissian, G. Malandain, and N. Ayache. Model Based Multiscale Detection and Reconstruction of 3D Vessels. Technical Report 3442, INRIA Sophia Antipolis, June 1998.
- [3].La Cruz, A., Straka, M., Köchl, A., Šrámek, M., Gröller, E., and Fleischmann, D.: Non-linear Model Fitting to Parameterize Diseased Blood Vessels. In Proceedings of IEEE Visualization 2004. October 2004, pages 393-400.
- [4].La Cruz, A; Acosta, D; D. Fleischmann; E. Gröller; Passariello, G. III Congreso Venezolano de Bioingeniería 2006. Valencia, Venezuela. Noviembre 2006. Memorias del Congreso. p. 9.
- [5].E. Weisstein. *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1998.
- [6].Spiric Section. <http://www.wikipedia.org>
- [7].Héctor Manuel Mora Escobar. Optimización no lineal y dinámica. Editorial UNIBIBLOS. Universidad Nacional de Colombia. 2001

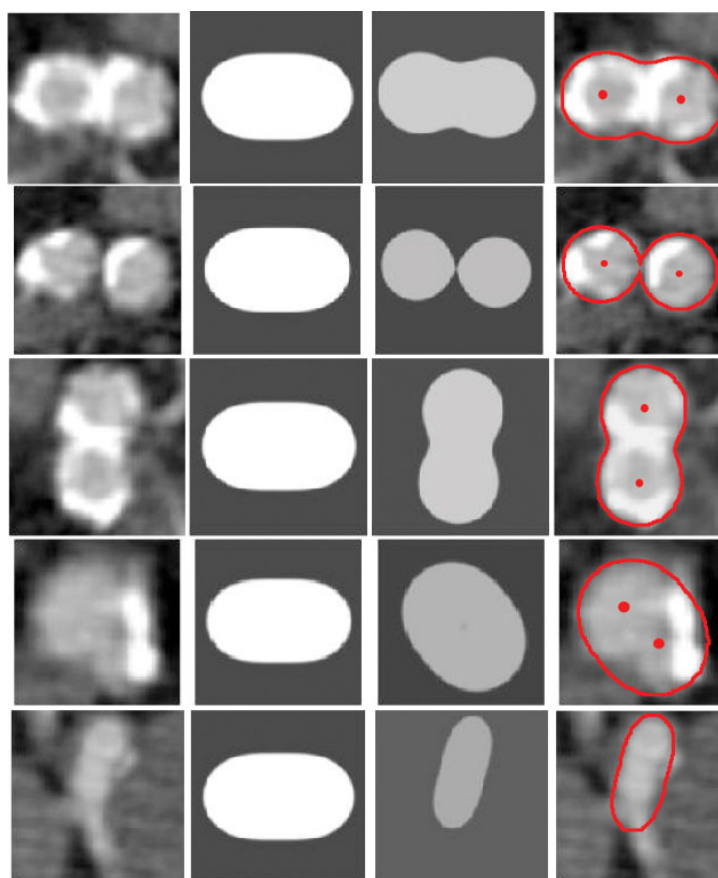


Figura 2. De izquierda a derecha, región de interés estimación inicial, modelo ajustado y superposición del modelo sobre la imagen original indicando los centros de cada arteria bifurcada. De arriba hacia abajo, son los distintos casos de la Tabla 1. Caso 1, 2, 3 y 4 se trata de data de pacientes con la arteria femoral moderadamente calcificada, los casos 4 y 5 muestran resultados de estimación en casos donde las arterias bifurcadas no son para nada simétricas.