



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Estimación de la fiabilidad de un dispositivo en un muestreo
destrutivo*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Diego Ferrández Granados

DIRECTORA: María Álvarez Hernández

CURSO ACADÉMICO: 2022-2023

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Estimación de la fiabilidad de un dispositivo en un muestreo
destrutivo*

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

Los dispositivos de un solo uso son aquellos que una vez han cumplido con su función pierden totalmente sus capacidades. Estos dispositivos juegan un importante papel dentro de las Fuerzas Armadas (ejemplo de ello son las municiones o granadas de mano). Sin embargo, debido a su naturaleza, presentan un problema: no somos capaces de estimar de forma fiable su tiempo de vida. Por este motivo se ha decidido utilizar los datos de un muestreo destructivo con un ejemplo de este tipo de dispositivos, en el cual dicha muestra es expuesta a unas condiciones de estrés concretas en un tiempo previamente determinado.

El objetivo del trabajo es conseguir determinar la fiabilidad de este tipo de dispositivos mediante una distribución Weibull $T \sim Weibull(\alpha, \lambda)$. Para ello, utilizaremos los datos del experimento previamente mencionado, buscando estimar los valores de los parámetros de forma y escala de dicha distribución. Esto se conseguirá mediante el algoritmo EM, del cual obtendremos el estimador de máxima verosimilitud, que maximiza la probabilidad de observar los datos que se han recopilado. Todo esto se llevará a cabo mediante el uso del programa informático Matlab.

PALABRAS CLAVE

Dispositivo de un solo uso, Muestreo destructivo, Test de vida acelerado, Weibull, Algoritmo EM

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, estas palabras de agradecimiento van dirigidas a mi familia (En especial, mi querido hermano Rafa), mis amigos y Ana, pues sin su apoyo, cariño, comprensión y ánimo no hubiese sido capaz de sacar adelante este trabajo.

Para continuar, me dirijo a la promoción 423-153, que durante estos 5 años han sido un constante apoyo y referencia, tanto en el aspecto militar como en el desarrollo de esta ingeniería. Sin duda, habéis hecho de todos estos años una experiencia inolvidable, y sé que siempre vais a estar ahí cuando os necesite en un futuro.

Por último, me gustaría agradecer a mi tutora, María Álvarez, por su paciencia y total implicación en el trabajo. Además, me gustaría resaltar la inestimable ayuda del AN Jorge González Guitart, autor del trabajo “*Estudio estadístico de la fiabilidad de dispositivos de un solo uso*”, que nos ha servido de punto de partida para el presente TFG.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas.....	4
1 Introducción y objetivos	5
1.1 Antecedentes y justificación	5
1.2 Objetivos	6
1.3 Estructura del trabajo	7
2 Estado del arte	9
2.1 Relación entre defensa y dispositivos de un solo uso	9
2.1.1 Defensa en el contexto actual	9
2.1.2 Industria militar adaptada al Siglo XXI.....	12
2.1.3 Dispositivos en las Fuerzas Armadas	14
2.2 Conceptos estadísticos de interés.....	17
2.2.1 Conceptos básicos.....	18
2.2.2 Estadística descriptiva	20
2.2.3 Inferencia Estadística.....	20
2.3 Herramienta informática de referencia: Matlab	22
3 Desarrollo del TFG.....	25
3.1 Estudio de la distribución Weibull.....	25
3.1.1 Test de vida acelerados.....	27
3.1.2 Censura	28
3.1.3 Factores de estrés	28
3.2 Desarrollo teórico-estadístico del problema	29
3.2.1 Desarrollo del Algoritmo EM.....	29
4 Resultados / Validación / Prueba.....	33
4.1 Validación del algoritmo.....	33
4.2 Problemática en el desarrollo del algoritmo	39
4.3 Otras soluciones desarrolladas	43
5 Conclusiones y líneas futuras	45
5.1 Conclusiones	45
5.2 Líneas futuras	46
6 Bibliografía.....	47
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	49

Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	50
Anexo III: Código del algoritmo EM	51
Anexo IV: Función Myfun4Ecuaciones.....	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Una vez se percute el cartucho, la bala se dispara y la vaina se desecha	6
Figura 2-1 Miembros de Infantería de Marina en la misión de paz EUTM-Malí[2]	9
Figura 2-2 La guerra de Ucrania es un ejemplo de la inestabilidad mundial vigente[3].....	11
Figura 2-3 Misiones en las que participan nuestras FAS[2]	12
Figura 2-4 Desarrollo tecnológico militar frente a nuevos conceptos operativos[7]	13
Figura 2-5 España y Marruecos han empeorado sus relaciones por una crisis territorial[8]	14
Figura 2-6 Ensayo de la resistencia de flexión de plásticos como ejemplo de ensayo destructivo[10]	16
Figura 2-7 Lanzamiento de una granada de mano [11].....	16
Figura 2-8 La obra de San Isidoro de Sevilla "Originum sive Etymologiarum" es ejemplo de recopilación y clasificación de datos en la Edad Media [12].....	18
Figura 2-9 El muestreo es la técnica utilizada para seleccionar una muestra de una población [13]	19
Figura 2-10 Uso de gráficos y tablas de datos en Estadística Descriptiva [15]	20
Figura 2-11 La Estimación Puntual es un procedimiento de Inferencia Estadística [16]	21
Figura 2-12 MathWorks, creadores de MatLab y Simulink [17].	22
Figura 3-1 Gráfica de función de densidad (Fuente: elaboración propia).....	25
Figura 3-2 Grafica de función de distribución (Fuente: elaboración propia).....	26
Figura 3-3 Gráfica de función de fiabilidad (Fuente: elaboración propia).....	26
Figura 3-4 El test INKA número cien de Audi Quality Assurance como ejemplo de test de vida acelerado [18].....	27
Figura 4-1 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	35
Figura 4-2 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	35
Figura 4-3 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	36
Figura 4-4 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	36
Figura 4-5 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	37
Figura 4-6 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	37
Figura 4-7 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	38
Figura 4-8 código de Matlab (Fuente: elaboración propia).....	38
Figura 4-9 Gráfico calculado con promedios de los parámetros (Fuente: elaboración propia)	39
Figura 4-10 Función gamma	42

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Relación entre el factor de estrés y el Tiempo transcurrido (Fuente: elaboración propia) 29

Tabla 4-1 Datos obtenidos de un ALT a un dispositivo de un solo uso [1] 34

Tabla 4-2 Total de dispositivos que fallan por muestra [1].....34

Tabla 4-3 Resultados obtenidos (Fuente: elaboración propia) 38

Tabla 4-4 Fiabilidad (fuente: elaboración propia).....39

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Antecedentes y justificación

En un mundo completamente polarizado y con una gran inestabilidad en lo que se refiere a las políticas internacionales, la necesidad de unas Fuerzas Armadas (FAS) a la altura de las circunstancias cobra una relevancia de especial magnitud. La competencia de las FAS se debe juzgar desde multitud de ámbitos, entre los que destacan la profesionalidad y competencia de sus componentes así como la calidad, cantidad y modernización de sus medios físicos. De hecho, si nos centramos en este último aspecto, nuestro ejército ha hecho un enorme esfuerzo en actualizarse, con el objetivo de que nuestras FAS sean absolutamente eficaces cuando sean requeridas.

Debido a la situación política que vive España en la actualidad, nuestro país no está involucrado de forma total en ningún conflicto bélico. Aun así, existen multitud de situaciones que rodean tanto a nuestra nación como a la OTAN, alianza de la que formamos parte, destacando la guerra de Ucrania o la escalada de tensión con Marruecos por la soberanía de territorios en el norte de África, que podrían llegar a derivar en una serie de acciones que involucren a nuestro ejército de forma activa.

Analizando el contexto actual, nuestras FAS cuentan con multitud de medios y dispositivos almacenados en diversos pañoles, los cuales deben funcionar y cumplir con el desempeño que se les demanda en caso de tener que ser utilizados. Una gran parte de estos dispositivos se encuadran dentro de los que conocemos como dispositivos de un solo uso, es decir, aquellos que una vez han sido utilizados pierden totalmente sus capacidades sin existir la posibilidad de que puedan llegar a ser reutilizados. Un ejemplo muy visual es un cartucho del 5,56mm que usan los fusiles HK G36E (como el que se puede apreciar en la Figura 1-1), ya que cuando este es percutido y expulsa la bala, queda inutilizado.



Figura 1-1 Una vez se percute el cartucho, la bala se dispara y la vaina se desecha

Debido a la naturaleza de esta clase de dispositivos resulta realmente complicado identificar cuando van a dar fallo. Por lo tanto, este trabajo se centra en intentar identificar el tiempo de vida media y fiabilidad de un dispositivo de estas características en un muestreo destructivo. Este tipo de muestreos tienen por objetivo someter al dispositivo a unas condiciones específicas de estrés en un tiempo determinado, para analizar así si este sigue siendo útil o ha llegado a su punto de falla.

Para ello basaremos toda nuestra investigación en la distribución Weibull, de la cual se obtendrán tanto su parámetro de escala como de forma, basándonos en datos aleatorios de distintos experimentos. Estos datos se obtendrán siguiendo el algoritmo EM (Esperanza y Maximización), el cual permite obtener, gracias a un proceso iterativo, la estimación máximo verosímil a partir de datos con información faltante.

1.2 Objetivos

En primer lugar, con el punto de mira en contextualizar el trabajo, se explica el peso que está teniendo en la actualidad nuestro ejército, desarrollando la importancia de que tanto su formación como sus medios deben situarse a la altura de las circunstancias. Una vez entendida esta idea, pasamos a hablar de los dispositivos de un solo uso, explicando su razón de ser y el papel fundamental que juegan dentro de nuestras Fuerzas Armadas.

Nuestro trabajo se centra en estimar la fiabilidad de esta clase de dispositivos, llevando a cabo para su estudio un muestreo destructivo. Para ello se realiza un estudio estadístico teórico y experimental, motivo por el cual las siguientes líneas van dirigidas a dar unas pequeñas pinceladas sobre conocimientos básicos de la materia. Cerramos este apartado hablando del programa informático Matlab, que servirá de utilidad para realizar los cálculos pertinentes con relación a la investigación.

Una vez adentrados en el desarrollo del trabajo, se explica la distribución Weibull, que supone el eje de toda la investigación, pues el objetivo último es determinar sus parámetros de forma y escala para así ser capaces de estimar la fiabilidad de los dispositivos de un solo uso. Para llevar a cabo este proceso nos hemos basado en un experimento de Test de vida acelerado, en el cual se expone a una muestra de dispositivos de un solo uso a un estrés en un tiempo determinado. En el momento en que estos datos han sido recopilados, pasamos a utilizarlos como punto de partida para el algoritmo EM. Este algoritmo, habitual para datos faltantes busca estimar con la mayor precisión posible los parámetros antes mencionados de la distribución Weibull.

Finalmente, se exponen los resultados obtenidos junto con la problemática a la que nos hemos visto enfrentados. De este último punto se obtienen diferentes conclusiones para futuras líneas de investigación en relación con la materia.

1.3 Estructura del trabajo

La memoria cuenta con una introducción como comienzo, en la cual se desarrolla el motivo por el cual se realiza el trabajo y la ruta a seguir en el mismo. Para ello se dan pequeñas pinceladas del contexto internacional en el que nos encontramos y la importancia de un ejército preparado como consecuencia directa de ello, así como de los distintos métodos matemáticos y estadísticos que se van a utilizar en todo el desarrollo. Una vez esta parte se ha finalizado, comienza el grueso del trabajo, en el cual se expone detenidamente qué es un dispositivo de un solo uso y su importancia en las FAS, qué es un muestreo destructivo, y las principales características y aplicación de la distribución Weibull y el algoritmo EM, para finalmente desarrollar nuestro experimento.

El trabajo consta de los siguientes apartados:

- Estado del arte: en este capítulo comenzamos hablando sobre la importancia que tienen las FAS en el contexto actual, sirviéndonos como nexo para introducir los dispositivos de un solo uso y su presencia en nuestro ejército. Más adelante, se explican brevemente algunos conceptos estadísticos básicos que pueden llegar a servir de utilidad para entender el desarrollo del trabajo. Por último, se expone la utilidad del programa Matlab, el cual tiene una importante presencia en toda nuestra investigación.
- Desarrollo: para comenzar se explica en qué consiste la distribución Weibull a través de sus distintas funciones. Además, se tocan temas tales como los test de vida acelerados o la censura. Finalmente, se desarrolla el algoritmo EM, el cual utilizamos para obtener los parámetros de escala y forma de una distribución Weibull, todo ello a través de Matlab.
- Resultados, validación y prueba: en este apartado se desarrolla el algoritmo EM, basándonos en el experimento de Fan et al. (2009) [1], desarrollándose a continuación los resultados obtenidos. Finalmente, se expone la problemática a la que nos hemos visto enfrentados, así como sus motivos.
- Conclusiones y líneas futuras: para concluir, pasamos a tratar los conceptos extraídos del trabajo y los objetivos alcanzados. Se proponen futuras líneas de investigación para poder paliar los distintos problemas expuestos en el apartado anterior.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Relación entre defensa y dispositivos de un solo uso

2.1.1 Defensa en el contexto actual

Las Fuerzas Armadas españolas son encargadas de asegurar la independencia y el control sobre el territorio del país, proteger su integridad geográfica y defender el ordenamiento constitucional. Están compuestas por el Ejército de Tierra, la Armada y el Ejército del Aire, y están dirigidas operativamente por el Estado Mayor de la Defensa. Los miembros de estas fuerzas son profesionales, ya que el servicio militar obligatorio fue eliminado en España en 2002. Además, las FAS colaboran en el ámbito internacional mediante su participación en organizaciones multinacionales, su implicación en misiones de paz [Figura 2-1] y su vínculo con diferentes acuerdos internacionales.



Figura 2-1 Miembros de Infantería de Marina en la misión de paz EUTM-Mali[2]

Los grandes avances tecnológicos unidos al contexto geopolítico actual han propiciado que el diseño y empleo del instrumento militar haya dado un salto de calidad incomparable en las últimas décadas. Todo ello ha dado lugar a cambios en las capacidades, organización y modos de actuación de las FAS españolas. El panorama estratégico mundial se ha modificado en torno a tres realidades fundamentales: un mundo globalizado y un escenario estratégico crecientemente complejo, con un aumento de la actividad terrorista y del crimen organizado a escala mundial; la proliferación de armas de destrucción masiva y una preocupante carrera armamentística en algunas regiones; y la evolución en la morfología de los conflictos armados. Esta situación compleja e incierta requiere de unas FAS con plena capacidad de respuesta, flexibles, equilibradas, con capacidad de influencia y de carácter expedicionario. El marco más probable de empleo de las FAS es en el ámbito de las Organizaciones Internacionales de Seguridad y Defensa y coaliciones a las que España pertenece, también cobrando importancia creciente los acuerdos de cooperación bilaterales y/o multilaterales en determinadas áreas concretas.

España se proyecta hacia el exterior como un país con un perfil propio, marcado tanto por su ubicación como por su historia. Su situación entre Europa y África, el Mediterráneo y el Atlántico, le confiere su condición de puente entre distintas áreas geoestratégicas. Además, cuenta con una distribución geográfica especialmente característica, comprendiendo su territorio peninsular, los archipiélagos balear y canario, y dos ciudades autónomas, islas y peñones en el norte de África. Esta situación y distribución compleja requiere de relaciones de 360° basadas en la ponderación y el equilibrio, y las FAS se convierten en una herramienta útil en apoyo a la acción exterior del Estado. A través de la pertenencia a Organizaciones Internacionales de Seguridad y Defensa, como la OTAN y la Unión Europea, España potencia su capacidad de prevención, disuasión y defensa. Además, España realiza una intensa labor bilateral para fomentar y proyectar la estabilidad en sus áreas vecinas.

En la actualidad se presentan tres escenarios generales de empleo de las FAS en España: la seguridad del territorio nacional, la seguridad exterior y la seguridad nacional ampliada. El primer escenario, la seguridad del territorio nacional, es la misión prioritaria de las FAS y consiste en responder a amenazas contra España y sus espacios de soberanía. El segundo escenario, la seguridad exterior, se refiere a las operaciones de proyección exterior de España en el marco de organismos internacionales y para la protección de intereses nacionales en el exterior. El tercer escenario, la seguridad nacional ampliada, se refiere a la capacidad de las FAS de proporcionar una respuesta específica o contribuir a una respuesta general como parte de la Acción del Estado.

El mundo se ha vuelto más impredecible, complejo y convulso desde el inicio del siglo XXI, por lo que los conflictos también lo son. Un ejemplo de actualidad es la guerra de Ucrania, mostrada en la Figura 2-2. La morfología de los conflictos ha cambiado a medida que han cambiado las variables que la definen, como la tecnología, las capacidades militares, o el espacio donde se desarrollan los procedimientos y las técnicas de combate. Las circunstancias que configuran el entorno global tienen una repercusión directa en nuestra seguridad y en la forma en que todos las fuerzas y cuerpos de seguridad del estado deben trabajar para anticipar y minimizar los riesgos y amenazas. Dentro de este nuevo entorno operativo en el que nos vemos obligados a trabajar destacan nuevos factores, como la incertidumbre y adaptabilidad, los límites difusos, la presencia generalizada y permanente de la población en los conflictos, y la importancia del componente tecnológico.



Figura 2-2 La guerra de Ucrania es un ejemplo de la inestabilidad mundial vigente[3]

Debido al mundo cambiante en el que nos encontramos, cobra especial relevancia que las FAS desarrollen cometidos más amplios que los exclusivamente orientados al combate. Estas FAS deben ser capaces de actuar en donde los intereses nacionales lo requieran, con el objetivo de disuadir a posibles amenazas, defender y vigilar espacios de soberanía, desplegar fuerzas en el exterior e integrar eficazmente el apoyo de las fuerzas militares a las autoridades civiles. El objetivo estratégico principal es garantizar la seguridad y el bienestar de los ciudadanos españoles[4].

Finalizado el 2022 la valoración del año por parte del Ministerio de Defensa remarca la importancia de nuestro ejército en la actualidad. La guerra en Ucrania ha pasado a ser la principal preocupación del Ministerio, reforzándose así la presencia española en el flanco Este de la OTAN (Letonia) con más de 200 efectivos del Ejército de Tierra, pasando de 450 a 650 militares. También se han reforzado las capacidades de Artillería de Campaña y se ha desplegado una Batería de Defensa Aérea NASAMS, en apoyo a la defensa aérea letona y aliada. Se ha desplegado un radar de vigilancia aérea en Rumanía y se ha puesto en marcha un grupo de trabajo para abordar el proceso de reconstrucción de Ucrania. Se han realizado más de 40 transportes a Ucrania con ayuda humanitaria, material de combate y equipamiento militar y sanitario. Se ha enviado una batería de misiles Aspide y se ha facilitado la salida de personas vulnerables o amenazadas. Se han tratado heridos de guerra en España y se ha realizado adiestramiento y formación para militares ucranianos.

Además, nuestras FAS han desplegado a 10.781 efectivos en misiones y operaciones de mantenimiento de la paz en el marco de la ONU, la OTAN y la UE (resumidas en la Figura 2-3), cumpliendo con su compromiso a favor de la seguridad y en defensa de la paz en estos momentos difíciles para la estabilidad internacional. España ha participado en misiones en el Líbano, Irak, Colombia, Operación ATALANTA, EU Battle Group Package, EUTM MALÍ (UE) y en el ya mencionado flanco Este de la OTAN en Letonia. El Ejército del Aire y del Espacio también contribuye a las misiones para disuasión y defensa del área Euro-Atlántica y unidades de la Armada están integradas en las fuerzas navales permanentes en el Mediterráneo y en el Atlántico Norte.

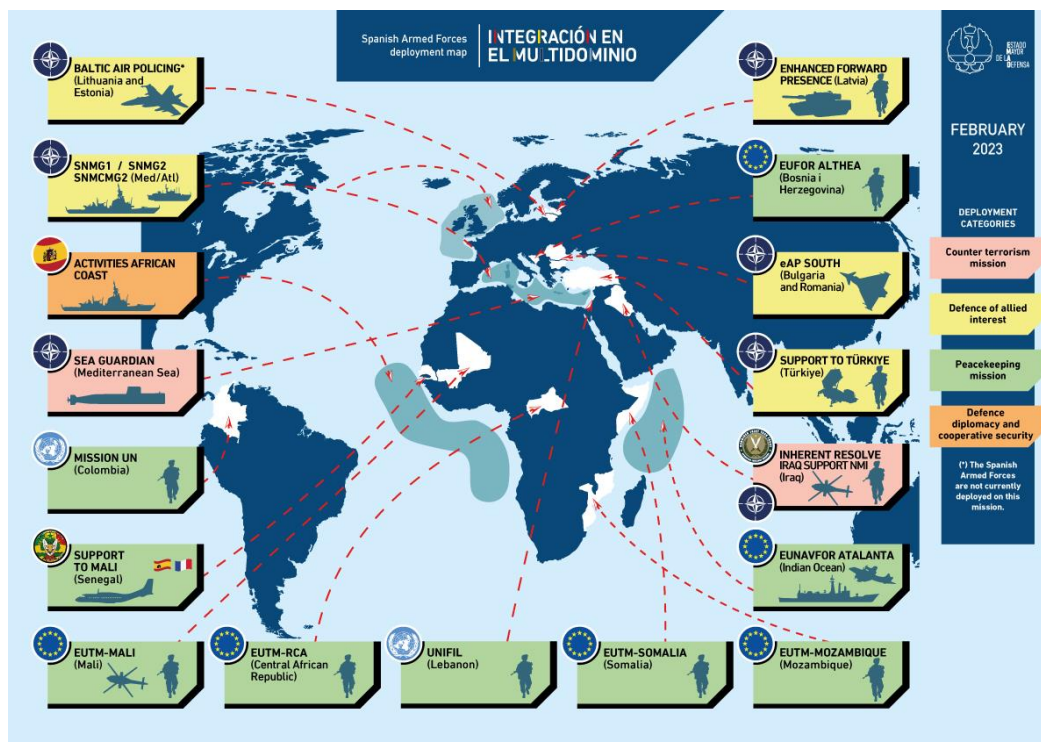


Figura 2-3 Misiones en las que participan nuestras FAS[2]

Por último, cabe resaltar la importancia que cobra nuestro ejército en misiones dentro de nuestras fronteras. Un ejemplo de ello fue la “Operación Balmis”, en la cual se realizaron labores de rastreo y control durante la pandemia sufrida a causa del COVID-19. Además, en un año como el pasado en el que se dieron numerosos incendios forestales en todo nuestro territorio, la Unidad Militar de Emergencias (UME) se ha visto obligada a intervenir con picos de despliegue de más de 1.000 efectivos y más de 350 medios, siendo el Batallón de Intervención en Emergencias V el que más intervenciones ha llevado a cabo.[5]

2.1.2 Industria militar adaptada al Siglo XXI

Dada la importancia que tienen las FAS, no es de extrañar que la industria asociada a ella sea de una magnitud resaltable. El voraz avance de las tecnologías supone todo un desafío para los ejércitos a la hora de contar con los mejores medios, y es por ello por lo que España apuesta por distintos proyectos de mejora de sus medios. Este salto de calidad aborda multitud de aspectos, que pueden abarcar desde la actualización de nuestras fragatas hasta el ya implantado proyecto de Armada 4.0.

El sector industrial de la defensa es considerado estratégico debido a su importancia en la capacidad defensiva de una nación y su valor económico y tecnológico. El sector europeo de la defensa factura anualmente alrededor de 55.000 millones de euros y da empleo a 300.000 personas, representando un tercio de la producción mundial. Francia y el Reino Unido son las dos principales naciones en este sector, seguidas de Alemania, Italia, España y Suecia, que representan el 90% de las capacidades industriales de defensa de la UE. El sector en España es significativamente menor, con una facturación de 4.000 millones de euros y más de 20.000 personas empleadas. El sector abarca una variedad de productos y servicios, incluyendo aquellos relacionados con operaciones militares como aviones de combate y drones [Figura 2-4], fragatas, vehículos acorazados, y sistemas de información y comunicaciones. [6]



Figura 2-4 Desarrollo tecnológico militar frente a nuevos conceptos operativos[7]

Con el objetivo de ligar a nuestras FAS a la época de grandes avances que estamos viviendo, se ha desarrollado la Estrategia de Tecnología e Innovación para la Defensa (ETID). Esta es una actualización de la estrategia publicada en el año 2015, para adaptarla a la realidad actual y futura del sector de la defensa. La estrategia tiene en cuenta factores como nuevas amenazas para la defensa, avances tecnológicos y oportunidades para el desarrollo de sistemas más avanzados. También se considera la elaboración de una nueva Estrategia Española de Ciencia, Tecnología e Innovación 2021-2027, el apoyo europeo al sector de la defensa y los cambios disruptivos desde el comienzo de 2020 debido a la crisis de la COVID-19. La estrategia ha sido desarrollada teniendo en cuenta a todos los actores involucrados en el sector de la defensa y a la sociedad en general. Todo ello asumiendo que la misión de la política de I+D+i de defensa no deja de ser contribuir al desarrollo de las capacidades militares y conformar la base tecnológica e industrial nacional para la defensa.

El contexto global en el que se enmarca la actuación de las FAS se caracteriza por cambios y transformaciones periódicas y frecuentes, lo que obliga a un esfuerzo de actualización constante de las capacidades militares. Los estudios destacan que los entornos y condiciones extremas en los que las FAS deberán desarrollar sus misiones en el futuro se caracterizan por una más que considerable volatilidad, incertidumbre, complejidad y ambigüedad. En la actualidad debe tenerse en cuenta el desarrollo y consolidación de nuevos dominios de confrontación que se suman a los ámbitos físicos tradicionales, como el ámbito del ciberespacio, el dominio cognitivo y el espacio ultraterrestre. La tendencia es que todos estos dominios se relacionen de forma cada vez más estrecha, desarrollándose las operaciones militares en todos ellos dentro del principio de unidad de acción, y casi siempre, de forma simultánea y con carácter de continuidad. Estas previsiones también destacan la importancia de factores potenciadores que pueden introducir nuevos riesgos o amenazas para la seguridad y defensa, como la desintegración de sistemas políticos, económicos y sociales, los desequilibrios demográficos, las presiones migratorias, la distribución desigual de la riqueza, la lucha por los recursos naturales y energéticos, la radicalización de las ideologías, los actores regionales capaces de generar inestabilidad global, el cambio climático, las

catástrofes naturales y las pandemias. Un ejemplo de actualidad que incumbe a nuestra nación y resalta las tensiones que existen en todo el mundo en cuanto a las relaciones diplomáticas, son los desplantes del rey de Marruecos, Mohamed VI, a nuestras autoridades, a raíz de una serie de hechos ocurridos en el Sahara Occidental [Figura 2-5].



Figura 2-5 España y Marruecos han empeorado sus relaciones por una crisis territorial[8]

Por causa de estas razones, España se está viendo obligada a realizar un esfuerzo económico importante, y así mantener al día a nuestras FAS, lo cual se ve reflejado en el proyecto de Ley de Presupuestos Generales del Estado, que prevé una asignación del 1,2% del PIB para el gasto de Defensa en 2023, cumpliendo así el objetivo de destinar el 2% del PIB para este fin en 2029. El presupuesto incluye 4.902 millones destinados, entre otras cosas, a inversiones de modernización de programas especiales. También se iniciarán nuevos programas para satisfacer las necesidades de las Fuerzas Armadas, incluyendo la obtención de aviones de patrulla marítima, buques hidrográficos, sistemas RPAS y aviones de vigilancia marítima. Además, se prevé un incremento en la inversión en proyectos de I+D+i para mejorar la autonomía estratégica y la transferencia tecnológica para su uso civil.[9]

2.1.3 Dispositivos en las Fuerzas Armadas

Este contexto tan complejo en el que se ven obligadas a operar nuestras FAS ha provocado un desafío total para intentar mantener sus capacidades militares a la altura de las circunstancias. Todos los equipos militares se encuentran en constante actualización, con el objetivo puesto en continuar cumpliendo con éxito las misiones que se le encarguen tanto en territorio nacional como en el extranjero. Además, en los últimos años el presupuesto de Defensa ha aumentado debido a la exigencia de la OTAN de invertir en ella un 2% del Producto Interior Bruto.

Según la Real Academia de la Lengua, un “dispositivo” es un *mecanismo o artificio para producir una acción prevista*. Estos dispositivos de los que hablamos se pueden encontrar en todo tipo de campos dentro del ámbito de la defensa, mostrando una notable variabilidad en tamaño, utilidad o precio. Existen ejemplos tan distintos y polarizados en este aspecto, que pueden ir desde un cartucho de 9mm de la

pistola FN P9 17, pasando por los fusiles de la casa Heckler & Koch que acaba de adquirir el Tercio de Armada de Infantería de Marina (Modelo HK 416), hasta los nuevos submarinos S-80, que prometen potenciar la capacidad submarina de la Armada, la cual es bastante limitada por el momento.

Dentro de los equipos militares existen multitud de ejemplos de dispositivos caracterizados por perder su capacidad operativa una vez han sido utilizados, los cuales serán desarrollados en los apartados posteriores.

2.1.3.1 Dispositivos de un solo uso y muestreo destructivo

A la hora de trabajar con un dispositivo de cualquier tipo debemos tener muy claros sus estándares de fiabilidad y calidad. La fiabilidad se define como “magnitud que caracteriza la seguridad de funcionamiento, o medida de la probabilidad de funcionamiento, de un aparato según determinadas normas”, mientras que la calidad no deja de ser “el conjunto de actividades encaminadas a proporcionar la confianza necesaria en el producto al cliente”.

Tal y como su propio nombre indica, un dispositivo de un solo uso es aquel que, una vez ha realizado el trabajo para el cual fue diseñado, deja de poseer las características que le permiten llevar a cabo dichas capacidades. A pesar de las condiciones específicas de estos dispositivos, no podemos dejar de lado la fiabilidad y calidad asociadas a ellos, por lo que debemos determinar su durabilidad y resistencia, fijando así, entre otras cosas, una fecha de caducidad del producto o las condiciones idóneas en las que este debe estar almacenado.

El principal problema que pueden presentar este tipo de dispositivos va relacionado con el hecho de que suelen contenerse almacenados hasta el momento de su uso. Si no tenemos meridianamente claro el tiempo que pueden mantener sus características en este estado de almacenamiento, corremos el riesgo de que den fallo cuando realmente sea necesario su uso. Como es lógico, debido a la gravedad de las acciones en las que se utilizan los equipos militares, esta posibilidad es especialmente comprometida en el contexto de las FAS.

El hecho de determinar la fiabilidad de un dispositivo de un solo uso presenta una serie de complicaciones muy concretas, ya que, por su propia naturaleza, no podemos estimar cuando falla un dispositivo de este ámbito. Es por este motivo que recurrimos a los muestreos destructivos. Estos consisten eminentemente en llevar a cabo ensayos forzados sobre dichos dispositivos hasta llegar al fallo. Una vez estos datos han sido observados, utilizamos una serie de herramientas matemáticas que nos ayudan a relacionar el tiempo transcurrido en unas condiciones específicas con la probabilidad de fallo.

En el campo de los ensayos destructivos destacan los test de vida acelerados. Estos tienen por objeto someter a aquello que se desea estudiar a un estrés que lo fuerce hasta el fallo, tal y como se ve en el experimento de la Figura 2-6, forzando un plástico hasta su rotura. La idea de estos test es obtener conclusiones fiables en poco tiempo, aplicándose distintos esfuerzos, como pueden ser la temperatura, presión o humedad. A la hora de aplicar este procedimiento se debe ser especialmente cuidadoso si se quieren obtener conclusiones que puedan ser útiles, eligiendo con buen criterio tanto el esfuerzo como la magnitud que se va a aplicar al dispositivo en cuestión. Finalmente, se debe tener en cuenta que las

conclusiones obtenidas deben ser extrapoladas a condiciones normales, por lo que deducimos que si la diferencia entre el experimento y estas condiciones son grandes, la incertidumbre también lo será.

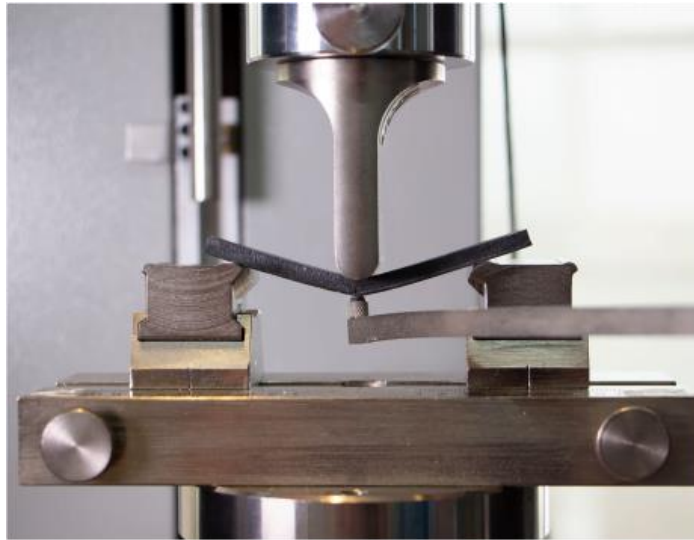


Figura 2-6 Ensayo de la resistencia de flexión de plásticos como ejemplo de ensayo destructivo[10]

2.1.3.2 Importancia de los dispositivos de un solo uso en el ámbito de Defensa

Tal y como se ha explicado en apartados anteriores, la principal misión de nuestras FAS se basa en asegurar la defensa, seguridad e independencia de nuestro territorio y ciudadanía. Es por ello que gran parte del material con el que contamos se encuentra almacenado durante largos periodos de tiempo hasta su uso. Estos equipos militares abarcan todo tipo de campos, incluyendo dispositivos de un solo uso, entre los que se encuentran, sobre todo, los distintos tipos de munición con los que trabaja el ejército español, normalmente almacenados en pañoles. En la Figura 2-7 se muestra una granada de mano, que, debido a sus características, resulta inútil una vez su carga explosiva ha sido activada.



Figura 2-7 Lanzamiento de una granada de mano [11]

Siguiendo con el ejemplo de la munición, centrándonos en un cartucho del 5,56mm de nuestros fusiles HK G36-E, debemos entender que, si en el momento en el que es realmente necesario su uso, este da fallo, las consecuencias pueden llegar a ser especialmente críticas. Por este motivo, deben estar debidamente especificadas las condiciones en las que estos dispositivos deben ser almacenados, así como su fecha de caducidad, resultando clave en el proceso los muestreos destructivos y los test de vida acelerados.

Nuestras FAS necesitan de dispositivos fiables y de calidad, ya que de ello puede depender el éxito o fracaso de una misión, y se asegura de ello estableciendo las máximas exigencias a las empresas subcontratadas a la hora de estudiar la vida útil de sus productos. Además, la buena praxis en la realización de estas pruebas también deriva en un más que reseñable ahorro, absolutamente necesario en el contexto de crisis económica en el que nos encontramos.

2.2 Conceptos estadísticos de interés

La estadística es la disciplina encargada de recopilar, analizar y extraer conclusiones a partir de datos. Es considerada la ciencia de los datos y su objetivo principal es mejorar la comprensión de los hechos mediante el uso de técnicas y fórmulas matemáticas específicas, basándose en la información previamente recogida. Sus primeras aplicaciones fueron los censos y estudios descriptivos de todos los miembros de una población, pero con el tiempo y el desarrollo científico surgieron alternativas como las encuestas y el muestreo, permitiendo una recopilación y tratamiento de información más rápido y eficiente.

El origen de la estadística nace como una necesidad práctica en la Edad Antigua, época en que dicha actividad se centraba en la elaboración de censos para facilitar la gestión tributaria, obtener datos sobre el ejército y establecer repartos de tierras (esto es lo que ahora definimos como “Estadística Pública”). Grandes civilizaciones como Mesopotamia, Egipto, China, Grecia y, sobre todo, Roma, realizaron censos para cuantificar la distribución de tierras, organizar el servicio militar, determinar el derecho a voto y registrar nacimientos y defunciones.

Durante la Edad Media se continúan realizando trabajos en este aspecto [Figura 2-8], pero la evolución de la estadística no se vio significativamente afectada hasta la llegada de la Edad Moderna. Es en esta época cuando el desarrollo científico-matemático y la contribución de científicos y matemáticos como Copérnico, Galileo, Bacon, Descartes, Pascal y Fermat, permitió el desarrollo del método científico y la Teoría de la Probabilidad, utilizada para estudiar fenómenos aleatorios. El profesor alemán Gottfried Achenwall acuñó el término "estadística", siendo el primero en considerar que la estadística podría utilizarse para el estudio de fenómenos sociales.



Figura 2-8 La obra de San Isidoro de Sevilla "*Originum sive Etymologiarum*" es ejemplo de recopilación y clasificación de datos en la Edad Media [12].

El siglo XIX supone el gran punto de inflexión para la estadística, pasando a considerarse una “ciencia de datos”, gracias a la unión de la Estadística Pública con el Cálculo de Probabilidades. Esta ciencia continúa evolucionando, y hoy en día existen oficinas de estadística en prácticamente todos los países que elaboran estadísticas oficiales (en España contamos con el Instituto Nacional de Estadística como responsable de la Estadística Pública). Además, dentro de Naciones Unidas existe una Comisión de Estadística, la cual ha establecido el 20 de octubre como el Día Mundial de las Estadísticas para conmemorar el desarrollo de esta disciplina.

2.2.1 Conceptos básicos

Antes de entrar plenamente en el desarrollo del trabajo, debemos tener muy claros la utilidad y significado de los conceptos de los que se parte. En primer lugar, una *Población* es un conjunto de individuos que cuentan con un rasgo característico común del cual se desea obtener información. Una vez determinamos la población sobre la que estamos trabajando, reducimos la investigación a una *Muestra* [Figura 2-9], que es subgrupo de datos obtenidos de una población, teniendo en cuenta que debe representar adecuadamente la totalidad del grupo. Estas poblaciones o muestras presentan distintas cualidades o características, denominadas *Variables*, las cuales pueden ser cualitativas o cuantitativas. Las variables cualitativas hacen referencia a una cualidad, como el color de ojos o el color de pelo. Mientras que las variables cuantitativas hacen referencia a una medida cuantitativa, como la altura o el peso.



Figura 2-9 El muestreo es la técnica utilizada para seleccionar una muestra de una población [13]

Por otro lado, llamamos *Parámetro* a una medida que ofrece información sobre el centro de un conjunto de datos (medidas de tendencia central), sobre la dispersión o variabilidad (medidas de dispersión), sobre la posición de un valor (medidas de posición como los percentiles), forma (simetría, curtosis...), escala, etc. Finalmente, consideramos un *Experimento* al proceso o actividad desarrollada con el objetivo de obtener una serie de datos para ratificar o refutar una hipótesis.

Una vez comprendidas e interiorizadas las definiciones expuestas anteriormente, debemos entender el motivo por el cual se lleva a cabo un proceso estadístico. La estadística tiene como objetivo principal analizar y entender un conjunto de datos, ya sea mediante la descripción de las características fundamentales de la población objetivo o haciendo inferencias y predicciones. Además, la estadística permite establecer relaciones entre variables y tomar decisiones basadas en las conclusiones obtenidas. Es ampliamente utilizada en disciplinas como la ingeniería, economía, biología o la salud pública para analizar y proyectar indicadores y tendencias. Dentro de la estadística diferenciamos dos grandes campos:

- Estadística descriptiva: es el proceso de analizar y presentar información mediante la recopilación, organización, resumen y presentación de datos. Se utiliza para describir las características principales de los datos mediante el uso de herramientas como indicadores, gráficos y tablas.
- Inferencia estadística: se enfoca en el uso de técnicas y herramientas para extraer información valiosa y tomar decisiones basadas en los datos recolectados. Esto incluye la capacidad de hacer predicciones, generalizar patrones y llegar a conclusiones teniendo en cuenta la incertidumbre existente.

Por último, para analizar correctamente el interés que pueda tener esta disciplina hay que entender que esta se desarrolla con el fin de estudiar una o varias características. Para ello, debemos de llevar a cabo un proceso ordenado en el que se comienza mediante una recogida de datos (muestreo), para su posterior resumen y representación en gráficos o tablas a modo descriptivo de la muestra. Una vez culminada esta parte, podemos comenzar con el análisis de los datos obtenidos, estudiando cómo se distribuye la característica y qué parámetros la definen. Finalmente, el proceso termina haciendo uso de

procedimientos y algoritmos matemáticos, con el fin de obtener pronósticos y conclusiones que puedan llegar a extraerse de todo el proceso. [14]

2.2.2 Estadística descriptiva

La estadística descriptiva es una rama de la estadística que se enfoca en describir de manera cuantitativa un conjunto de datos. Para ello, se utilizan técnicas específicas que permiten la recolección de datos, almacenamiento y tablas y gráficos como los que se muestran en la Figura 2-10, que proporcionan información y medidas resumen de lo observado.

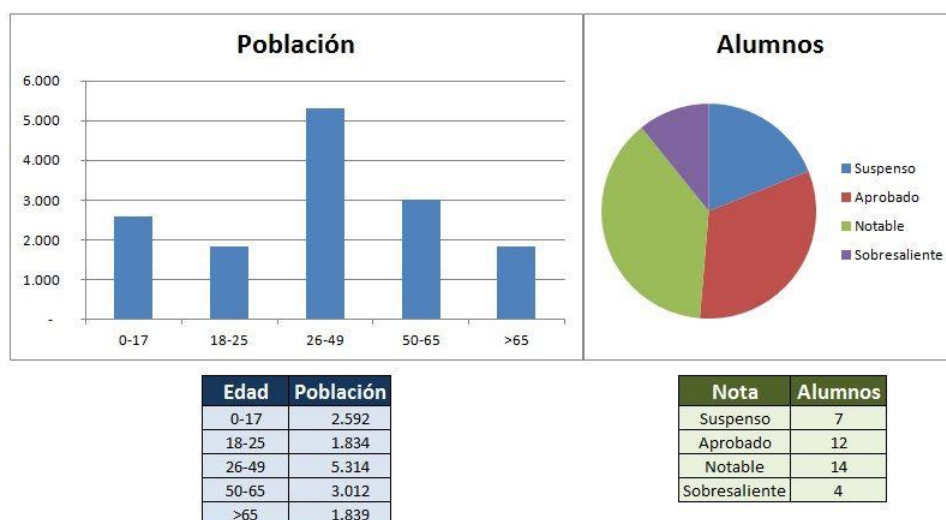


Figura 2-10 Uso de gráficos y tablas de datos en Estadística Descriptiva [15]

Esta parte concreta de la estadística utiliza diversas expresiones matemáticas para resumir la información de un conjunto de datos. Estas fórmulas se dividen en tres categorías: medidas de tendencia central, medidas de dispersión y medidas de posición. Las medidas de tendencia central, como la media y la mediana, proporcionan información sobre el centro de los datos. Las medidas de dispersión, como la desviación típica, la varianza y el rango estadístico, proporcionan información sobre la variabilidad de los datos. Por último, las medidas de posición, como los percentiles y los cuartiles, proporcionan información sobre la posición de un valor en relación con el conjunto de datos. [14]

2.2.3 Inferencia Estadística

La inferencia estadística es la rama de la estadística que engloba métodos y algoritmos matemáticos, donde interviene la probabilidad de sucesos, dedicados a obtener conclusiones generales sobre una o más variables aleatorias de la población a partir de los datos observados en la muestra. Para ello, se estudiará alguna característica de la población para dar una conclusión general o poder llegar a predecir o pronosticar el comportamiento de la variable. La inferencia estadística trabaja eminentemente con tres procedimientos: estimación puntual, intervalos de confianza y contrastes de hipótesis. En el desarrollo de este trabajo nos vamos a centrar en el primero de los tres, el cual se expone a continuación.

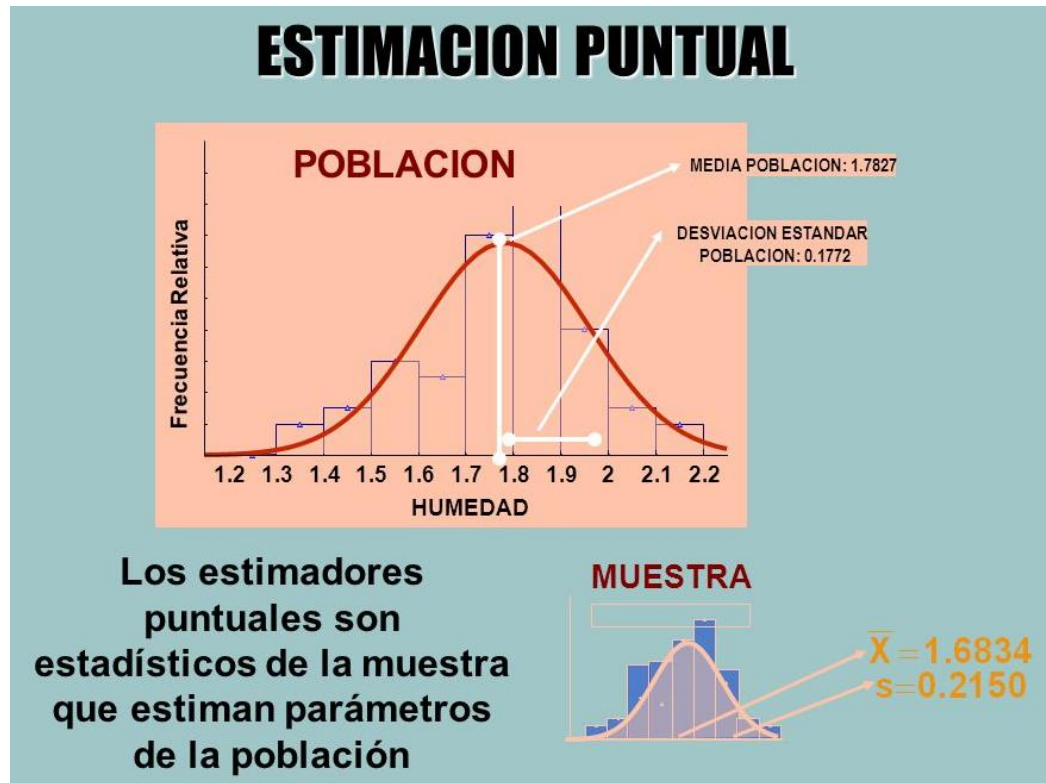


Figura 2-11 La Estimación Puntual es un procedimiento de Inferencia Estadística [16]

La estimación puntual [Figura 2-11] es el proceso de dar un valor numérico específico a un parámetro desconocido (θ) a través de un *Estadístico* (cantidad numérica calculada sobre una muestra que resume su información sobre algún aspecto) calculado a partir de una muestra de una variable aleatoria X . Para esto, se selecciona una muestra aleatoria simple de dicha variable aleatoria X , y se utiliza un estimador, que no es más que un estadístico para estimar el parámetro. El estimador puntual se considera también una variable aleatoria, puesto que puede proporcionar diferentes valores para cada extracción diferente e independiente de la muestra. Pueden existir varios estimadores para un mismo parámetro, por lo que es importante estudiar sus propiedades para elegir el mejor estimador disponible. Las propiedades en las que nos centramos para elegir dichos estimadores son:

- **Insesgadez:** se refiere a la tendencia de un estimador a subestimar o sobreestimar el parámetro. Un estimador es insesgado si su valor esperado es igual al valor verdadero del parámetro. Por lo tanto, llamamos Sesgo a esta diferencia:

$$\text{Sesgo}(\hat{\theta}) = E[\hat{\theta}] - \theta \quad (2.1)$$

Un estimador insesgado es deseable ya que tiene una tendencia cero a subestimar o sobreestimar el parámetro.

- **Error Cuadrático Medio:** es una medida de la precisión de un estimador. Es el valor esperado del cuadrado de la diferencia entre el estimador y el valor verdadero del parámetro. Un estimador con un ECM bajo es deseable ya que indica una alta precisión. El error cuadrático medio de un estimador $\hat{\theta}$ de un parámetro θ puede expresarse como:

$$\text{ECM}(\hat{\theta}) = \text{var}(\hat{\theta}) + \text{sesgo}^2(\hat{\theta}) \quad (2.2)$$

- Consistencia: se refiere a la capacidad de un estimador para acercarse al valor verdadero del parámetro a medida que el tamaño de la muestra aumenta. Un estimador es consistente si su valor esperado converge al valor verdadero del parámetro a medida que el tamaño de la muestra aumenta. Por lo tanto, un estimador $\hat{\theta}$ del parámetro θ se considera consistente cuando es asintóticamente insesgado y su varianza converge a 0 al aumentar el tamaño de la muestra.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} ECM(\hat{\theta}) = E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right] = 0 \quad (2.3)$$

2.3 Herramienta informática de referencia: Matlab

MATLAB es un entorno de cálculo técnico que integra análisis numérico, cálculo matricial, procesamiento de señales y visualización gráfica en una sola plataforma. Los problemas y soluciones se expresan de forma similar a como se escribirían manualmente, sin la necesidad de programación tradicional. Además, MATLAB cuenta con una amplia variedad de programas de apoyo especializados llamados Toolboxes, que extienden significativamente el número de funciones incorporadas en el programa principal, cubriendo prácticamente todas las áreas principales de la ingeniería y la simulación. Es un estándar de la industria en cuanto a computación y visualización numérica, proporciona un medio único para resolver problemas complejos y difíciles. Su nombre proviene de "matrix laboratory" (laboratorio matricial) y fue originalmente escrito para proveer acceso fácil al software matricial desarrollado por los proyectos LINPACK y EISPACK. Hoy en día, se utiliza en una variedad de áreas, incluyendo procesamiento de señales e imágenes, diseño de sistemas de control, ingeniería financiera e investigación médica.



Figura 2-12 MathWorks, creadores de MatLab y Simulink [17].

Esta herramienta de trabajo también es de gran utilidad en el mundo de la estadística. La Statistics Toolbox de MATLAB es un conjunto de herramientas de cálculo estadístico que combina algoritmos

potentes con interfaces gráficas interactivas. Proporciona una amplia variedad de herramientas para realizar cálculos estadísticos, con una mezcla única de facilidad de uso gráfico y programabilidad. Los despliegues gráficos interactivos permiten aplicar métodos estadísticos de forma fácil y consistente, mientras que el lenguaje de MATLAB permite crear fácilmente los métodos estadísticos y de análisis habituales. Esta combinación ofrece la libertad de acceder a funciones de bajo nivel directamente como funciones de probabilidad y análisis de varianza, o de usar las interfaces interactivas para aprender y experimentar con herramientas de visualización y análisis incorporadas. La toolbox también incluye distribuciones de probabilidad, herramientas de GUI, parcelas estadísticas y la capacidad de desarrollar nuevos algoritmos de análisis estadístico. [17]

3 DESARROLLO DEL TFG

3.1 Estudio de la distribución Weibull

La distribución Weibull¹ $T \sim \text{Weibull}(\alpha, \lambda)$ es un tipo de distribución continua comúnmente utilizada tanto en ingeniería como en estudios biomédicos para modelar la vida útil de dispositivos y evaluar los efectos de factores de riesgo sobre esta. Para su definición, por un lado tenemos $\lambda > 0$, representando el parámetro de escala, y por el otro $\alpha > 0$, que representa el parámetro de forma. La distribución Weibull puede considerarse como un caso especial que incluye a la distribución exponencial y, por lo tanto, generaliza los resultados obtenidos para esta última. A continuación se desarrolla como se caracteriza, apoyándonos en distintas gráficas para la comprensión de las funciones:

- Función de densidad [Figura 3-1]: tiene por objeto aproximarse a la probabilidad de fallo en un intervalo de tiempo pequeño con inicio de t .

$$f(t) = \lambda \alpha (\lambda t)^{\alpha-1} e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad (3.1)$$

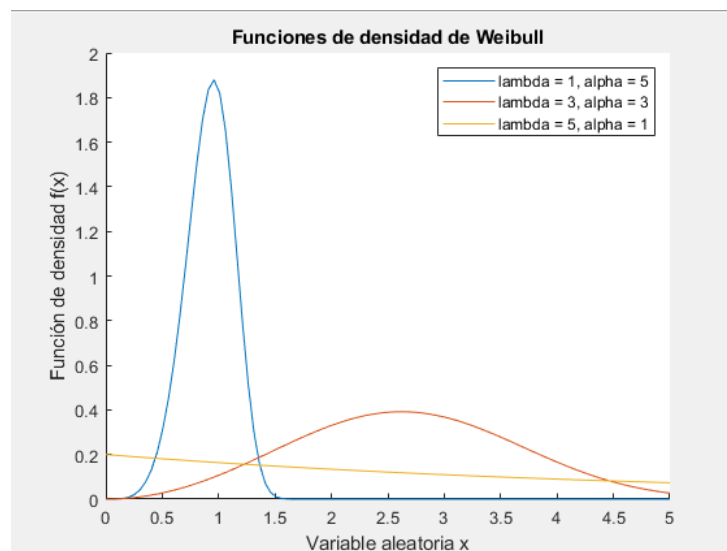


Figura 3-1 Gráfica de función de densidad (Fuente: elaboración propia)

¹ Recibe su nombre de Waloddi Weibull, que fue quien la escribió detalladamente en 1951 (aunque ya había sido usado con anterioridad por otros matemáticos).

- Función de distribución [Figura 3-2]: es la “probabilidad acumulada” ($P(T \leq t) = F(t)$), representando la probabilidad de que un dispositivo falle en un tiempo t .

$$F(t) = 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad (3.2)$$

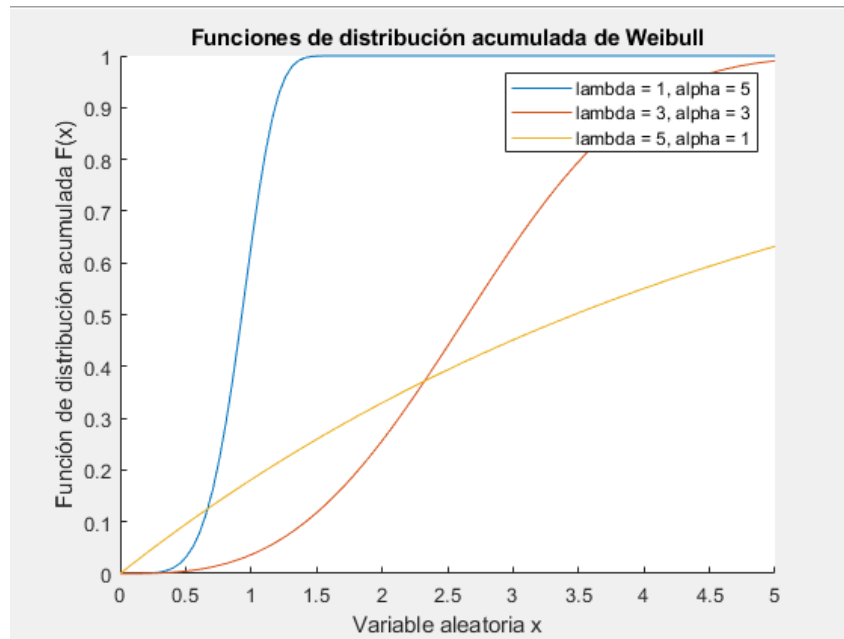


Figura 3-2 Gráfica de función de distribución (Fuente: elaboración propia)

- Función de fiabilidad [Figura 3-3]: es la contraria a la función de distribución, representando la “supervivencia” ($P(T \geq t)$). Nos da, por lo tanto, la probabilidad de que un dispositivo no falle en un tiempo t .

$$R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad (3.3)$$

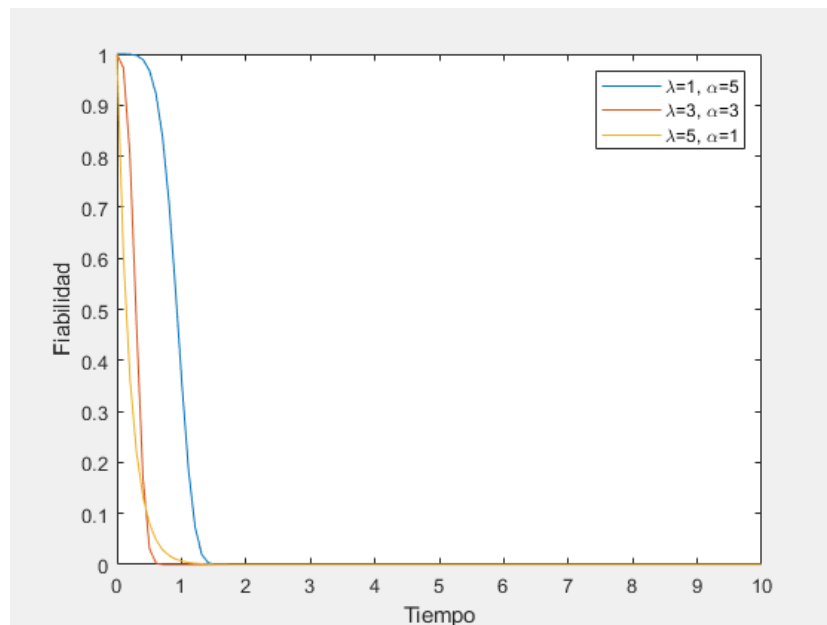


Figura 3-3 Gráfica de función de fiabilidad (Fuente: elaboración propia)

3.1.1 Test de vida acelerados

El test de vida acelerado, en inglés *Accelerated Life Testing* (ALT), es un método de prueba utilizado para determinar la vida útil de un producto en un período de tiempo más corto que el requerido en condiciones normales de uso. Este método implica aumentar las condiciones de estrés a las que se somete el producto, como la temperatura, la vibración o la humedad, para acelerar el proceso de falla. El objetivo de este tipo de test es predecir la vida útil del producto en un entorno real y obtener información sobre su confiabilidad y durabilidad. Esta técnica se utiliza comúnmente en la industria para mejorar la calidad del producto y reducir el tiempo de desarrollo. En la Figura 3-4, por ejemplo, se muestra como la empresa Audi somete a sus coches a condiciones extremas a través del test INKA, para obtener conclusiones acerca de la durabilidad de sus coches.

El ALT implica la selección de un modelo de falla, al cual podemos considerar predominante en el producto a estudiar, y la selección de factores de aceleración apropiados para aumentar la tasa de falla. Tal y como se ha comentado anteriormente, los factores de aceleración pueden ser la temperatura, la humedad, la carga, la vibración, la presión, etc. Una vez que se han identificado los factores de aceleración, se realiza un plan de prueba para exponer el producto a las condiciones de estrés correspondientes. Se registran los datos del experimento y se utilizan para predecir la vida útil del producto en condiciones normales de uso.



Figura 3-4 El test INKA número cien de Audi Quality Assurance como ejemplo de test de vida acelerado [18]

Es importante tener en cuenta que el ALT solo permite obtener una estimación de la vida útil del producto, ya que las condiciones reales de uso pueden variar significativamente de las condiciones de prueba. Por lo tanto, se recomienda realizar pruebas de validación en el campo para confirmar los resultados del test de vida acelerado. [19]

3.1.2 Censura

Debido a las condiciones específicas de nuestro trabajo, centrado en el análisis de dispositivos de un solo uso en muestreos destructivos, los datos que podemos llegar a obtener de un ALT son “incompletos”. La explicación de este fenómeno se basa en la incapacidad de obtener un t referido al tiempo que tarda cierto dispositivo en fallar. Por el contrario, los resultados obtenidos indican el número de dispositivos que fallan en un periodo de tiempo de inspección fijo. A esta pérdida de información se le conoce como *Censura*.

En el análisis de datos de vida, no sabemos con exactitud cuándo fallará una unidad en prueba, lo que se conoce como censura. Diferenciamos tres tipos de censura: por la izquierda, por la derecha y por intervalos, pero para nuestro trabajo únicamente desarrollaremos las dos primeras.

- En la censura por la izquierda se da la situación de falla del dispositivo durante el tiempo de inspección.
- En la censura por la derecha se sabe que la unidad fallará en algún momento después del final de la prueba, pero no se sabe cuándo exactamente.
- En la censura por intervalos no se conoce exactamente el momento en que la unidad fallará, sino que se conoce solo un intervalo de tiempo en el cual la falla ocurrió. Esta situación puede darse, por ejemplo, cuando los datos se recopilan mediante inspecciones programadas en ciertos momentos, y solo se sabe que el fallo ocurrió entre dos inspecciones.

3.1.3 Factores de estrés

En un ALT llamamos factores de estrés a las variables que se utilizan para provocar o aumentar la tasa de fallos en los dispositivos que se están estudiando. Algunos factores de estrés habituales son la temperatura, la humedad o la presión. A medida que aumenta la tasa de fallos, también se acelera la acumulación de información sobre la vida útil de estos dispositivos. Esto permite determinar de una forma más rápida la distribución de T y los parámetros asociados. Los parámetros de T varían dependiendo de los factores de estrés utilizados en ALT. Dentro de la distribución Weibull, a modo de ejemplo, el parámetro de escala (λ) puede disminuir fruto del aumento de la temperatura o la corriente eléctrica. Del mismo modo, el parámetro de forma (α) puede presentar un aumento a medida que la temperatura o la humedad acrecientan.

Para concluir, tal y como desarrolla el AN Jorge González Guitart en su TFG “*Estudio estadístico de la fiabilidad de dispositivos de un solo uso*” [20], existen eminentemente tres tipos de esfuerzo útiles para un ALT: escalonado, progresivo y constante (para nuestro trabajo nos vamos a centrar en este último). Para un esfuerzo constante se plantean distintos tipos de modelos estadísticos que estudian la relación existente entre el tiempo de vida y el esfuerzo aplicado como *Arrhenius* o la *Ley de Potencia Inversa*, siendo el más conveniente para nuestro caso la relación vida-esfuerzo *Log-lineal*. Esta describe las características de vida en función de un vector $X_1, X_2, \dots, X_n$ de estreses. A través de ella podemos estimar los valores de escala y forma de la distribución $T \sim Weibull(\lambda, \theta)$ para $i = 1, \dots, n$:

$$\lambda_i = e^{\lambda_{10} + \lambda_0 x_i} \quad (3.4)$$

$$\alpha_i = e^{\alpha_{10} + \alpha_0 x_i} \quad (3.5)$$

3.2 Desarrollo teórico-estadístico del problema

Tal y como se ha explicado previamente, la línea de investigación de este trabajo se centra en conseguir estimar la vida media o fiabilidad de dispositivos de un solo uso. Para ello, es imprescindible conocer la variable aleatoria $T \sim Weibull(\alpha, \lambda)$ y, por ello, se deben estimar los valores tanto de α como de λ .

Para estimar dichos valores nos basamos en el Método de Máxima Verosimilitud, que es un método utilizado para estimar los parámetros de un modelo estadístico. De este método obtenemos el estimador de máxima verosimilitud, que maximiza la función de verosimilitud a partir de los datos que se han recopilado.

Considerando T una variable aleatoria continua $T \sim f(t, \theta)$, $\theta \in \Theta$ y $T_1, T_2, \dots, T_n$ las n observaciones de T , independientes e idénticamente distribuidas, escogidas mediante el muestreo aleatorio simple, la función de máxima verosimilitud se define como:

$$L(\theta|T_1, T_2, \dots, T_n) = \prod_{i=1}^n f(T_i|\theta) \quad (3.6)$$

El estimador máximo verosímil $\hat{\theta}$ es una expresión en función de las observaciones $T_1, T_2, \dots, T_n$, de la variable aleatoria T de una muestra. Como se ha mencionado, para realizar la estimación puntual, se busca el valor de $\hat{\theta}$, que maximiza la función de máxima verosimilitud:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} L(\theta|T_1, T_2, \dots, T_n) \quad (3.7)$$

Sin embargo, en ocasiones resulta más sencillo trabajar con el logaritmo neperiano para estimar el valor de $\hat{\theta}$:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \log(L(\theta|T_1, T_2, \dots, T_n)) \quad (3.8)$$

3.2.1 Desarrollo del Algoritmo EM

Antes de comenzar con la justificación matemática en sí, se deben desarrollar los parámetros y nomenclatura con la que vamos a trabajar. Para ello nos vamos a servir de la Tabla 3-1, en la que W representa el tipo de estrés al que se va a someter al dispositivo, T representa el tiempo que se verá sometido a dicho estrés (tiempos de inspección).

	W_1	...	W_i	...	W_I
T_1	n_{11}	...	n_{i1}	...	n_{I1}
...	...	...	...	...	...
T_j	n_{1j}	...	n_{ij}	...	n_{Ij}
...	...	...	...	...	...
T_J	n_{1J}	...	n_{iJ}	...	n_{IJ}

Tabla 3-1 Relación entre el factor de estrés y el Tiempo transcurrido (Fuente: elaboración propia)

Cada (T_j, W_i) será un experimento (ALT) al que se verán sometidos K dispositivos. Tal y como se puede observar, n_{ij} se refiere al número de dispositivos que fallan de entre los K dispositivos de cada experimento, a un tiempo T_j , y con un estrés W_i .

- En primer lugar, suponiendo la función de densidad de una Weibull, partiríamos de la función de máxima verosimilitud, asumiendo unos valores iniciales para $\alpha_0, \alpha_{10}, \lambda_0$ y λ_{10} , que dependerá solo del estrés sometido:

$$\begin{aligned} L &= \prod_{ijk} f(t_{ijk}) = \prod_{ijk} \lambda_i \alpha_i (\lambda_i t_{ijk})^{\alpha_i - 1} e^{-(\lambda_i t_{ijk})^{\alpha_i}} = \\ &= \prod_{ijk} e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} (e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} t_{ijk})^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} - 1} e^{-(e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} t_{ijk})^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

- A continuación, se desarrolla el logaritmo neperiano de L :

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{ijk} \lambda_{10} + \lambda_0 w_i + \alpha_{10} + \alpha_0 w_i + (e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} - 1)(\lambda_{10} + \lambda_0 w_i + \ln(t_{ijk})) - (e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} t_{ijk})^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} = \\ &= \sum_{ijk} \alpha_{10} + \sum_{ijk} \alpha_0 w_i + \sum_{ijk} e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} (\lambda_{10} + \lambda_0 w_i + \ln(t_{ijk})) - \sum_{ijk} \ln(t_{ijk}) - \sum_{ijk} (e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} t_{ijk})^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

- Más adelante, se pasa a calcular las derivadas parciales de $\ln L$ para cada parámetro a estimar $[\alpha_0, \alpha_{10}, \lambda_0, \lambda_{10}]$, tal que:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_0} = 0; \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_{10}} = 0; \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_0} = 0; \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda_{10}} = 0; \quad (3.11)$$

- Etapa de *Expectation*: en esta etapa obtenemos el valor de $\hat{t}_i$. Para ello, Teniendo en cuenta que el tiempo de vida de un dispositivo de un solo uso es independiente del tiempo de inspección del experimento (denotado con el subíndice j) e independiente del dispositivo escogido (denotado con el subíndice k), se podría obtener un valor aproximado de cada observación como:

$$\begin{aligned} \hat{t}_i &= \sum_j \sum_k E[t_{ijk} | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J] = \sum_j \sum_k \int_0^\infty t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt \\ &= \sum_j \sum_k \left(\int_0^{T_j} t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt + \int_{T_j}^\infty t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dado que los K dispositivos sometidos a un ALT son independientes, podemos ponderar cada una de las integrales haciendo uso de los únicos datos n_{ij} observados [21]. Así, cada integral vendrá ponderada por la proporción de dispositivos cuyo t_{ijk} (por simplicidad, en la notación se

utilizará a partir de ahora el término t) es inferior o superior al tiempo T_j de inspección (censura o truncamiento por la derecha y por la izquierda).

$$\begin{aligned}
 &= \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{K} \int_0^{T_j} t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt + \frac{K - n_{ij}}{K} \int_{T_j}^{\infty} t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt \right) \\
 &= \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{K} E[t | t \leq T_j] + \frac{K - n_{ij}}{K} E[t | t \geq T_j] \right)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

La esperanza de una distribución Weibull para datos truncados por la derecha y por la izquierda[22] se pueden expresar como:

$$\begin{cases} E[t | t \leq T_j] = \frac{1/\lambda}{1 - e^{-(T_j\lambda)^\alpha}} \gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1, (T_j\lambda)^\alpha\right) \\ E[t | t \geq T_j] = \frac{1/\lambda}{e^{-(T_j\lambda)^\alpha}} \left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) - \gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1, (T_j\lambda)^\alpha\right) \right] \end{cases} \tag{3.14}$$

siendo γ la función gamma incompleta y Γ la función gamma, de expresiones:

$$\gamma(a, b) = \int_0^b t^{a-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt \tag{3.15}$$

con a y b dos números reales positivos.

Por tanto, la expresión del tiempo de vida estimado quedaría como:

$$\begin{aligned}
 \hat{t}_i &= \sum_j \sum_k \int_0^{\infty} t f(t | \alpha_i, \lambda_i, n_{ij}, K, W, J) dt = \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{K} E[t | t \leq T_j] + \frac{K - n_{ij}}{K} E[t | t \geq T_j] \right) \\
 &= \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{K} \frac{1/\lambda}{1 - e^{-(T_j\lambda)^\alpha}} \gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1, (T_j\lambda)^\alpha\right) + \frac{K - n_{ij}}{K} \frac{1/\lambda}{e^{-(T_j\lambda)^\alpha}} \left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) - \gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1, (T_j\lambda)^\alpha\right) \right] \right)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

- Etapa de maximización: a través del desarrollo de las derivadas (3.11) de la función (3.10), nos queda un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas, cuya solución corresponderá a los parámetros de escala y forma de la distribución Weibull.

$$\begin{aligned} I + \sum_i e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} \left[1 - \left(e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} \frac{\hat{t}_i}{JK} \right)^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} \right] (\lambda_{10} + \lambda_0 w_i + \ln(\hat{t}_i) - \ln(JK)) &= 0 \\ W + \sum_i w_i e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} \left[1 - \left(e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} \frac{\hat{t}_i}{JK} \right)^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} \right] (\lambda_{10} + \lambda_0 w_i + \ln(\hat{t}_i) - \ln(JK)) &= 0 \\ \sum_i e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} \left[1 - \left(e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} \frac{\hat{t}_i}{JK} \right)^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} \right] &= 0 \\ \sum_i w_i e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i} \left[1 - \left(e^{\lambda_{10} + \lambda_0 w_i} \frac{\hat{t}_i}{JK} \right)^{e^{\alpha_{10} + \alpha_0 w_i}} \right] &= 0 \end{aligned} \tag{3.17}$$

- Este proceso se volverá a llevar a cabo con los nuevos valores obtenidos para α y λ , de tal forma que continuará iterando hasta el momento en el que la diferencia entre los valores obtenidos y los anteriores sea lo suficientemente pequeña o el número de iteraciones llegue a 1000.
- Se calculará el sesgo y ECM, definidos en el subapartado Inferencia Estadística, para cada uno de los parámetros estimados como solución del Algoritmo EM.
- Finalmente, se utilizan los valores obtenidos para α y λ para calcular la fiabilidad de la distribución, definida en el apartado 3.1 Estudio de la distribución Weibull.

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN / PRUEBA

4.1 Validación del algoritmo

Tal y como se ha explicado en apartados anteriores, el fin último de este trabajo es alcanzar los valores correspondientes a los parámetros de escala y forma de una distribución Weibull. Para ello hemos utilizado el algoritmo EM, que también se ha desarrollado en líneas anteriores. Con el objetivo de obtener un valor numérico para estos parámetros, hemos utilizado, a modo de ejemplo, unos datos experimentales obtenidos por Fan et al. (2009) [1], los cuales se representan tanto en Tabla 4-1 como en Tabla 4-2.

Este experimento se realiza utilizando muestras de 10 dispositivos de un solo uso, las cuales son sometidas a diferentes estreses de temperatura, en concreto 35°C, 45°C y 55°C. Además, existe una variación de los tiempos de inspección, de tal forma que un dispositivo se verá sometido a una las distintas variedades de estrés durante 10, 20 o 30 días. Por lo tanto, tendremos un total de 90 dispositivos a los cuales se les someterá a unas condiciones distintas, en las que variará tanto la temperatura a la que se verá expuesto como el tiempo de inspección. El desarrollo, tal y como se explica a continuación, se ha realizado de forma íntegra con el programa informático Matlab.

$w_1 = 35$			$w_2 = 45$			$w_3 = 55$		
$T_1 = 10$	$T_2 = 20$	$T_3 = 30$	$T_1 = 10$	$T_2 = 20$	$T_3 = 30$	$T_1 = 10$	$T_2 = 20$	$T_3 = 30$
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0

Tabla 4-1 Datos obtenidos de un ALT a un dispositivo de un solo uso [1]

	$w_1 = 35$	$w_2 = 45$	$w_3 = 55$
$T_1 = 10$	3	1	6
$T_1 = 20$	3	5	7
$T_1 = 30$	7	7	9

Tabla 4-2 Total de dispositivos que fallan por muestra [1]

A continuación, se expone el proceso iterativo realizado con Matlab, el cual se muestra completo en el Anexo III: Código del algoritmo EM. Para su desarrollo, nos basándonos en los datos de las tablas:

1. Para comenzar, se nombran las variables: T (vector de tiempos de inspección), W (vector de niveles de estrés), K (número de dispositivos de la muestra), n (matriz en la que se establece el número de fallos por cada W y T [Tabla 4-2]) y $enormal$ (valor de estrés en condiciones normales). Además, se establece como i y j la longitud tanto de W como de T .

```
T=[10 20 30];
W=[35 45 55];
n=[3,3,7;1,5,7;6,7,9];
K=10;
enormal=25;
i=length(W);
j=length(T);
```

Figura 4-1 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

2. Se establecen las variables necesarias para llevar a cabo el proceso iterativo: se dan unos valores iniciales para $\alpha_0/1$ y $\lambda_0/1$, c (que es la condición de la que depende el posterior ciclo *While*), α y λ (guardaran el valor de cada iteración) y $acon$ (contador de iteraciones).

```
alpha0(1)=0.0000001;
lambda0(1)=0.0000001;
alpha1(1)=0.0000001;
lambda1(1)=0.0000001;
c=1;
acon=1;
alphacond(i)=0;
lambdacond(i)=0;
Tes(i)=0;
alpha(1)=100;
lambda(1)=100;
```

Figura 4-2 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

3. Comienza el ciclo *While* para el proceso iterativo del algoritmo EM, el cual se divide a su vez en 2 partes:
 - Esperanza: en este apartado calculamos el valor de T estimada, teniendo en cuenta que los valores de $Tes1$, $Tes2$ y $Tes3$ corresponden al sumatorio de $\hat{t}_i$ establecido en el Subapartado 3.2.1.

```
% ESPERANZA
for icont=1:i
    Tes(icont)=0;
    alphacond(icont)=exp(alpha1(acont)+alpha0(acont)*W(icont));
    lambdacond(icont)=exp(lambda1(acont)+lambda0(acont)*W(icont));

    valuegamma=gamma(1/alphacond(icont)+1);
    if(valuegamma==inf)
        valuegamma=realmax*rand()/10^300;
    end

    Tes1= ANEXO III|
    Tes2= ANEXO III|
    Tes3= ANEXO III|
    Tes(icont)=Tes1+Tes2+Tes3;
end

Tn=Tes;
```

Figura 4-3 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

- Maximización: para esta parte del proceso utilizamos la función *myfun4Ecuaciones* [Anexo IV: Función Myfun4Ecuaciones], en la que se establece el sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas explicado en el Subapartado 3.2.1.

```
function F=myfun4Ecuaciones(x,j,K,Tn,W)
eq1=0; eq2=0; eq3=0; eq4=0;
for H=1:j
    B1=exp(x(3)+x(4)*W(H))*Tn(H)/(j*K);
    A1=1-B1^(exp(x(1)+x(2)*W(H)));|
    eq1=exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1*(x(3)+x(4)*W(H)+log(Tn(H))-log(j*K))+eq1;
    eq2=W(H)*exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1*(x(3)+x(4)*W(H)+log(Tn(H))-log(j*K))+eq2;
    eq3=exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1+eq3;
    eq4=W(H)*exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1+eq4;
end
F=(1/1000)*[3+eq1; sum(W)+eq2; eq3; eq4];
end
```

Figura 4-4 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

Estas ecuaciones son resueltas mediante el comando *fsolve* con la finalidad de obtener los valores de α_0 , α_1 , λ_0 y λ_1 .

```
% MAXIMIZAR

fun=@(x)myfun4Ecuaciones(x,j,K,Tn,W);

x0=[0 0 0 0];
options=optimoptions('fsolve')
options=optimoptions(options,'MaxFunctionEvaluations',1000,'MaxIterations',2000);
x=fsolve(fun,x0,options);
alpha1(acont+1)=x(1);
alpha0(acont+1)=x(2);
lambda1(acont+1)=x(3);
lambda0(acont+1)=x(4);
```

Figura 4-5 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

El comando *fsolve* se sirve del método Newton-Raphson, que es un algoritmo de optimización numérica utilizado para encontrar las raíces de una función. Se basa en la idea de aproximar la función mediante una recta tangente en cada iteración y encontrar el punto donde la recta tangente cruza el eje x, de tal forma que este proceso se repite hasta que se alcanza una precisión suficiente o se alcanza un número máximo de iteraciones. Es uno de los métodos más populares y eficientes para encontrar soluciones numéricas de ecuaciones no lineales.

- Finalmente, se sacan los valores definitivos de α y λ , volviendo a comenzar el ciclo *while* con estos nuevos valores. Para que este ciclo termine tiene que darse una de las siguientes condiciones:
 - a) La diferencia entre el valor nuevo de α y λ , con respecto a los de la anterior iteración sea menor que 0,0001.
 - b) Se lleven a cabo 1000 iteraciones.

```
acont=acont+1;
alpha(acont)=exp(alpha1(acont)+alpha0(acont)*enormal);
lambda(acont)=exp(lambda1(acont)+lambda0(acont)*enormal);

|
if ((abs(lambda(acont)-lambda(acont-1))<0.0001)&&(abs(alpha(acont)-alpha(acont-1))<0.0001))
    c=0;
end

if(acont==1000)
    c=0;
end
```

Figura 4-6 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

- Una vez se finaliza el proceso iterativo, se lleva a cabo la bondad de ajuste. A modo de ejemplo, a continuación se muestra la correspondiente a los parámetros globales.

```
% Parámetros globales
alpha_real=0;
sesgo1=mean(alpha-alpha_real);
ecm1=sum((alpha-alpha_real).^2)/acont;
lambda_real=0.0049*exp(0.0473*enormal);
sesgo2=mean(lambda-lambda_real);
ecm2=sum((lambda-lambda_real).^2)/acont;
```

Figura 4-7 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

- El código finaliza con los resultados obtenidos mostrados por pantalla:

```
% Bondad de ajuste
SESGO=[sesgo_alpha1 sesgo_alpha0 sesgo_lambda1 sesgo_lambda0 sesgo1 sesgo2]
ECM=[ecm_alpha1 ecm_alpha0 ecm_lambda1 ecm_lambda0 ecm1 ecm2]

% Tiempo de ejecución
ejecucion = toc

% Gráfico calculado con promedios de los parámetros

x=linspace(0,wblcdf(1/mean(lambda),mean(alpha),0.95));
y=wblpdf(x,1/mean(lambda),mean(alpha));
plot(x,y)
```

Figura 4-8 código de Matlab (Fuente: elaboración propia)

- Los resultados obtenidos se resumen a continuación, correspondientes a la última iteración:

$\hat{\alpha}$	0,0176		$\hat{\lambda}$	2,7836	
SESGO					
$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$
0,4432	-0,0542	-1,4335	0,8512	8,5376	-267,112
ERROR CUADRÁTICO MEDIO					
$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\lambda}_0$	$\hat{\lambda}_1$
10,3332	0,0044	3,0871	11,1754	269,491	2,58e+05

Tabla 4-3 Resultados obtenidos (Fuente: elaboración propia)

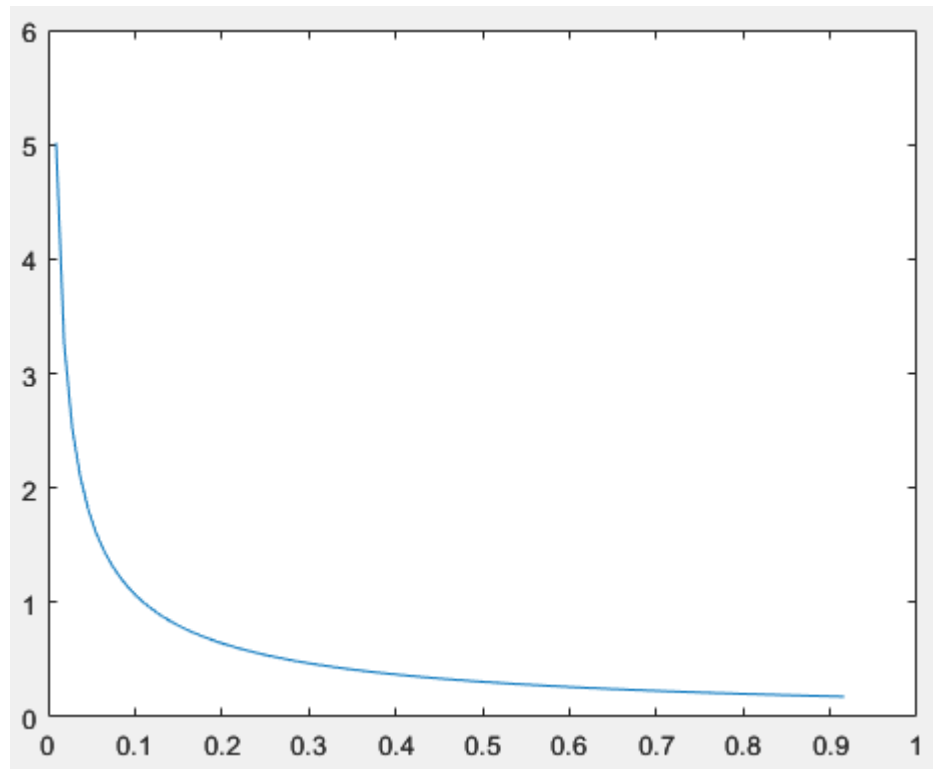


Figura 4-9 Gráfico calculado con promedios de los parámetros (Fuente: elaboración propia)

- Finalmente, los resultados obtenidos para $\hat{\alpha}$ y $\hat{\lambda}$, son utilizados para el cálculo de la fiabilidad.

	<i>Fiabilidad</i>
$T=10$	0,3464
$T=20$	0,3419
$T=30$	0,3393

Tabla 4-4 Fiabilidad (fuente: elaboración propia)

Remarcar que estos resultados son fruto de la comparación con los obtenidos por el AN Jorge González Guitart en su TFG “*Estudio estadístico de la fiabilidad de dispositivos de un solo uso*” [20]. Además, tal y como se observa tanto en el sesgo como en el ECM, los valores obtenidos son excesivamente grandes (a excepción de $\hat{\alpha}_0$), por lo que no podemos considerar la investigación como concluyente.

4.2 Problemática en el desarrollo del algoritmo

Tal y como se explica en el apartado anterior, la precisión de los valores obtenidos no es la suficiente para que podamos considerarlos como válidos. Por este motivo, se recopila a continuación la problemática a la que nos hemos enfrentado, presentando así posibles líneas de trabajo que se pueden abrir en este ámbito.

1. Datos censurados:

La censura/truncamiento puede considerarse como una situación en que falta información sobre la variable, siendo este el punto esencial de partida de este trabajo. Los datos de un experimento ALT con dispositivos de un solo uso, son datos que aparecen censurados tanto por la izquierda como por la derecha y son, de hecho, casos extremos de intervalo censurado. Lo único que se conoce es el estado del dispositivo en el momento específico de finalización del ALT (falla o no falla), en lugar de un tiempo real de fallo del dispositivo.

El problema con variables censuradas no está tanto en la falta de observación en sí, sino en una incorrecta especificación y estimación de estas. Por lo que, si es un problema estimar los parámetros en una situación con datos faltantes, si los datos son incompletos en su totalidad, el proceso se vuelve todavía más complejo.

Ante esto, hay un par de cuestiones a tener en cuenta:

a) la probabilidad de censura, cuya predicción puede obtenerse directamente de la estimación (observación) de los datos.

b) el valor predicho de las observaciones censuradas a partir de la esperanza matemática de la variable.

Para la situación planteada en este trabajo, los dispositivos (y en consecuencia sus tiempos de vida) son independientes entre sí y además, independientes del tiempo de inspección, por lo que la estimación de t_{ijk} vendría afectada únicamente por el factor de estrés w_i al que se ven sometidos. Por simplicidad, se consideró únicamente:

(3.18)

$$\hat{t}_i = \sum_j \sum_k \hat{t}_{ijk} = \sum_j \sum_k E[t_{ijk} | \psi] = JK \cdot E[t_{ijk} | \psi] = JK \cdot \hat{t}_{ijk} \Rightarrow \hat{t}_{ijk} = \frac{\hat{t}_i}{JK}$$

cuestión que afecta a todas las fases del proceso.

2. Estimaciones consideradas:

El algoritmo EM se fundamenta en la estimación de la función de verosimilitud, que desemboca en la estimación de la variable aleatoria faltante comentada en el apartado anterior. Teniendo en cuenta esto, al desarrollar la función de verosimilitud se deberían tener en cuenta:

(3.19)

$$E[\ln(t_{ijk}) | \psi] \leq \ln E[t_{ijk} | \psi], E\left[\left(e^{\psi} t_{ijk}\right)^{e^{\psi}} | \psi\right]$$

además de $E[t_{ijk} | \psi]$, siendo $\psi = (\lambda_i, \alpha_i, T_j, K)$ los parámetros condicionantes (y observados en una etapa previa dentro del proceso algorítmico). Esto implicaría desarrollar la esperanza matemática de funciones de la variable aleatoria, teniendo en cuenta que:

(3.20)

$$E[g(t_{ijk}) | \psi] = \int g(t) f(t | \psi) dt$$

con $g(t)$ función derivable y estrictamente monótona.

3. Punto inicial del algoritmo:

Una elección errónea del punto partida de una simulación/experimentación puede implicar que se produzcan en la iteración resultados cíclicos. Esto, añadido a la particularidad del método Newton-Raphson, que asume que la función es derivable en un intervalo cerrado, teniendo una pendiente definida y una única línea tangente por punto, hace que sea importante encontrar un punto de partida razonable, para garantizar que el algoritmo, y, en consecuencia, las estimaciones, converjan a una solución óptima.

Además, a diferencia del típico método Newton-Raphson que encuentra el estimador máximo verosímil en cada paso M en cada iteración, se debería adoptar un enfoque eficiente basado en el método Newton-Raphson de un solo paso. Para ello, habría que comprobar la única condición requerida para la convergencia de la estimación: la matriz basada en los datos completos sea definida positiva:

(3.21)

$$I_{completa} = \left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta \partial \theta'} \right]$$

siendo $\theta = (\alpha_{10} \quad \alpha_0 \quad \lambda_{10} \quad \lambda_0)$ el vector de parámetros a estimar.

4. Función Gamma:

La función Gamma, desarrollada en la ecuación (3.15), es una aplicación definida como:

(3.22)

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

donde z puede ser un número real o complejo. Su representación gráfica se muestra en la Figura 4-10.

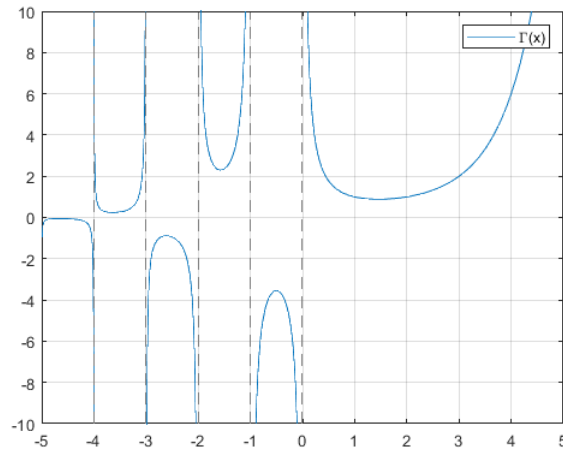


Figura 4-10 Función gamma

Como se puede observar, si la parte real del número complejo es negativa, la función se complica debido a sus asíntotas verticales. En el caso de que la parte real de z sea estrictamente positiva, entonces la integral converge pero crece rápidamente con el aumento del argumento.

Ahora bien, en la implementación con el software MATLAB, dicha función tiene sus limitaciones. Como se indica en la documentación de la función [23]: “Para los datos tipo double (...), la función gamma devuelve Inf para todos los valores mayores que `realmax` (...). Los umbrales de saturación para enteros positivos son `gamma(172)` (...), donde las funciones gamma evaluadas son mayores que los valores máximos representables”.

Por ello, se añade una condición al programa creado, para que pueda continuar todo el proceso de estimación y no pare su ejecución bruscamente. Dicha condición es:

```
if(valuegamma==Inf)
    valuegamma=realmax*rand()/10^300;
end
```

donde *realmax* es el valor máximo considerado por defecto en el software (del orden de 10^{308}), multiplicado por un *rand()* que aporta un valor aleatorio entre 0 y 1.

4.3 Otras soluciones desarrolladas

El razonamiento de [24], establece que en determinadas ocasiones es más conveniente considerar los tiempos de vida logarítmicos $\rho_{ijk} = \ln(t_{ijk})$ en lugar de utilizar los tiempos propiamente de una Weibull. En ese caso, se considera además, la distribución de los valores extremos (distribuciones limitantes para máximos o mínimos), cuya función de densidad de probabilidad y función de distribución se expresan, respectivamente, como:

$$\begin{aligned} f_{\rho}(\rho, \theta) &= \frac{1}{\sigma_i} e^{\frac{\rho - \mu_i}{\sigma_i}} e^{-e^{\frac{\rho - \mu_i}{\sigma_i}}} \quad -\infty < \rho < \infty \\ F_{\rho}(\rho, \theta) &= 1 - e^{-e^{\frac{\rho - \mu_i}{\sigma_i}}} \quad -\infty < \rho < \infty \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde $\theta = (\alpha_{10} \quad \alpha_0 \quad \lambda_{10} \quad \lambda_0)$, teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \ln(\alpha_i) = \alpha_{10} + \alpha_0 \omega_i \\ \sigma_i &= \frac{1}{\lambda_i} = e^{-(\lambda_{10} + \lambda_0 \omega_i)} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Estas dos relaciones, proporcionarán la estimación de los parámetros de una distribución Weibull una vez que las estimaciones de los parámetros de valores extremos hayan sido determinadas. Los investigadores [21] [24] [25] utilizan esta perspectiva para el desarrollo del problema completo planteado en este trabajo, siguiente un planteamiento similar basado en el algoritmo EM.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

Para comenzar, el inicio del trabajo se ha centrado en contextualizar la importancia de los dispositivos de un solo uso en el ámbito de las FAS. Para ello, se ha desarrollado de forma clara y concisa el papel que juega defensa en la actualidad, así como las características que diferencian a los dispositivos de un solo uso. Todos estos objetivos se han alcanzado de manera satisfactoria.

A la hora de analizar las conclusiones debemos fijar nuestra atención en la distribución Weibull, la cual ha supuesto el eje de todo el trabajo, y ha sido ampliamente explicada y desarrollada. Nuestro objetivo inicial se centraba obtener los valores de sus parámetros de escala y forma, para poder así estimar la fiabilidad de dispositivos de un solo uso. Para ello, nos hemos servido de los datos de un experimento de Test de Vida Acelerado, con unas condiciones concretas de estrés aplicadas.

Para hallar los parámetros de escala y forma de la Weibull a través de estos datos, hemos empleado el Algoritmo EM, el cual ha sido desarrollado en amplitud, para su posterior desarrollo a través del programa informático Matlab. Finalmente, se han obtenido unos valores específicos de los parámetros, así como su sesgo y error cuadrático medio. Además, los valores de los parámetros se han utilizado para hallar la fiabilidad en distintos tiempos.

En esta última parte, nos hemos tenido que enfrentar a multitud de problemas (explicados en el Apartado 4.2), lo cual ha derivado en unos resultados inexactos, que presentan un alto sesgo y error cuadrático medio. Es por este motivo que no podemos considerar que el trabajo sea concluyente. Dada esta circunstancia, se intentan dar posibles soluciones a dichos problemas, las cuales pueden llegar a servir como hilo conductor para futuras investigaciones.

5.2 Líneas futuras

A la hora de tratar este apartado, se van a plantear dos formas distintas de trabajo en este ámbito:

- Mejora del desarrollo del algoritmo EM: para profundizar en esta línea, se pueden plantear dos caminos por los que continuar la investigación: la parte de *Expectation* y la de *Maximización*.
 - a) Para el caso de *Expectation*, uno de los aspectos por los que se puede continuar es en estimar un t_{ijk} , pues, tal y como se ha desarrollado en el apartado Problemática en el desarrollo del algoritmo, este podría ser uno de los motivos por los cuales nuestros resultados han sido tan dispares.
 - b) Por otro lado, en la *Maximización*, se podría intentar resolver el sistema de ecuaciones con un método alternativo a Newton-Rhapson. Una posible línea de investigación sería tratar de obtener la solución de un parámetro, de tal forma que esta se revierta en el resto. Además, la resolución del sistema mediante métodos numéricos puede plantearse como otra opción alternativa.
- Otras investigaciones: tal y como se establece en el Apartado 4.3, otra línea de investigación podría ir unida a trabajar con los tiempos de vida logarítmicos en lugar de utilizar los tiempos propiamente de una Weibull.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] «T.-H. Fan, N. Balakrishnan y C.-C. Chang, “The Bayesian approach for highly reliable electro-explosive devices using one-shot device testing”, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 79, n.º 9, pp. 1143–1154, septiembre de 2009. Disponible: <https://doi.org/10.1080/00949650802142592>».
- [2] «<https://emad.defensa.gob.es/en/operaciones/operaciones-en-el-exterior/>».
- [3] D. Welle (www.dw.com), «Guerra en Ucrania: Si Rusia para la guerra, habrá paz. Si Ucrania deja de luchar, desaparecerá | DW | 04.11.2022», *DW.COM*. <https://www.dw.com/es/guerra-en-ucrania-si-rusia-para-la-guerra-habr%C3%A1-paz-si-ucrania-deja-de-luchar-desaparecer%C3%A1/a-63656058> (accedido 5 de febrero de 2023).
- [4] «Concepto de empleo de la Fuerzas Armadas 2017. Realizado por la Secretaria del Jefe del Estado Mayor de la Defensa».
- [5] «<https://www.lamoncloa.gob.es/serviciosdeprensa/notasprensa/defensa/Paginas/2022/281222-cumpliendo-diciembre-2022.aspx>».
- [6] «La industria de Defensa. Principales características y eficiencia de un sector estratégico. Redactado por Carlos Martí Sempere».
- [7] «Desarrollos tecnológicos militares frente a nuevos conceptos operativos», *Real Instituto Elcano*. <https://www.realinstitutoelcano.org/analisis/desarrollos-tecnologicos-militares-frente-a-nuevos-conceptos-operativos/> (accedido 5 de febrero de 2023).
- [8] «Agencia EFE», *EFE Noticias*, 5 de febrero de 2023. <https://efe.com/> (accedido 5 de febrero de 2023).
- [9] «Estrategia de Tecnología e Innovación para la Defensa ETID - 2020».
- [10] «AIMPLAS - Ensayos de resistencia a la flexión de plásticos», *AIMPLAS*. <https://www.aimplas.es/tipos-ensayos/propiedades-mecanicas-de-los-materiales-plasticos/ensayo-de-flexion/> (accedido 7 de febrero de 2023).
- [11] Defensa.com, «10.000 granadas de mano de Instalaza para el Ejército de Tierra - Noticias Defensa España», *Defensa.com*, 9 de septiembre de 2022. <https://www.defensa.com/espana/instalaza-suministrara-10-000-granadas-mano-ejercito-tierra> (accedido 7 de febrero de 2023).
- [12] *San Isidoro de Sevilla (Murillo)*.
- [13] «Muestreo». <https://www.universoformulas.com/estadistica/inferencia/muestreo/> (accedido 6 de febrero de 2023).
- [14] Cao, R. et al. *Introducción a la Estadística y sus aplicaciones*, 1ª, Pirámide, 2001.
- [15] «Dibujo de gráficos y tablas de estadística descriptiva | Diagrama de barras, Estadística, Graficos estadísticos». <https://www.pinterest.es/pin/852798879414201991/> (accedido 6 de febrero de 2023).
- [16] «Inferencia Estadística - ppt descargar». <https://slideplayer.es/slide/4282168/> (accedido 6 de febrero de 2023).
- [17] «<https://es.mathworks.com/products/matlab.html>».
- [18] «<https://www.caranddriver.com/es/coches/planeta-motor/a10640/test-inka-el-examen-mas-duro-de-audi/>».
- [19] «*Accelerated Life Testing: A Comprehensive Guide*» de Suhrid Bhat y Michael Pecht.
- [20] «Estudio estadístico de la fiabilidad de dispositivos de un solo uso (Autor: AN Jorge González Guitart)».
- [21] «Narayanaswamy Balakrishnan and Man Ho Ling (2013) Expectation Maximization algorithm of one shot device accelerated life testing with Weibull lifetimes, and variable parameters over stress. *IEEE Transactions on reliability*, 62 (2): 537-551.»
- [22] «Robert P. McEwen and Bernard R. Parresol (1991) Moment expressions and summary statistics for the complete and truncated Weibull distribution. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 20 (4): 1361-1372.»
- [23] «https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/gamma.html?s_tid=srchtitle_gamma_1».

- [24] Man Ho Ling, B.Sc., M.Phil., «Inference for one-shot device testing data».
- [25] «So, H. (2016) Some Inferential Results for One-Shot Device Testing Data Analysis. Thesis doctoral. McMaster University.»

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

La situación económica global de la actualidad está sufriendo una recesión sin precedentes, la cual ha tenido su consecuente impacto sobre nuestra nación. En la actualidad, España se enfrenta a una crisis económica exacerbada por la pandemia de COVID-19. Sin embargo, este no es el único motivo que ha llevado a la situación actual, pues desde el año 2008 se lleva desarrollando una crisis financiera a nivel mundial que todavía no se había superado totalmente.

España, como país miembro de la OTAN, debe cumplir con el establecido gasto militar del 2% del Producto Interior Bruto, alcanzando cifras superiores a los 200.000 millones de euros. Sin embargo, la inflación más alta de las últimas cuatro décadas, como causa directa de la crisis comentada anteriormente, convierten este objetivo en un imposible, ya que, en la actualidad, la inversión en defensa corresponde al 1,01%. Todo ello es un reflejo de la necesidad de ahorro y optimización de los medios por parte de las FAS para garantizar la totalidad de sus capacidades operativas independientemente del contexto económico en el que nos encontramos.

Este trabajo tiene por objetivo determinar, de la forma más aproximada posible, el momento en el que pierde sus capacidades un dispositivo de un solo uso. Tal y como ha explicado durante todo el desarrollo, este tipo de dispositivos tienen una especial importancia en las FAS, y debido a nuestra condición operativa actual, muchos de ellos se ven expuestos unas condiciones de almacenaje concretas durante largos periodos de tiempo. El hecho de conseguir estimar de forma eficaz tanto las condiciones óptimas de almacenaje como el tiempo de vida útil de los dispositivos derivaría en un ahorro económico más que notable en esta área, pudiéndose invertir dicho dinero en otros aspectos dentro del ámbito de defensa que cuenten con mayores carencias.

Por último, en el aspecto ambiental, también nos encontramos en una situación de crisis, la cual queda patente en el cambio climático, fruto de las enormes emisiones de gases invernadero, el consumo excesivo combustibles fósiles y la contaminación del agua, aire y suelo. Nuestro trabajo también tendría su impacto en este aspecto, pues una estimación eficaz de la vida útil de los dispositivos de un solo uso conseguiría evitar que se desecharan lotes de este tipo de productos como consecuencia de la pérdida de sus capacidades, reduciendo así la generación de desechos y la explotación de recursos.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

La investigación y desarrollo de dispositivos de un solo uso en el ámbito de las fuerzas armadas trae consigo una serie de reflexiones de índole ético-social. La principal de ellas se resume en que su desarrollo puede aumentar la eficiencia y la precisión de las operaciones militares, lo cual deriva directamente en una reducción del número de bajas en ambos bandos, además de minimizar el daño colateral.

Por otro lado, algunos de estos dispositivos pueden ser útiles para situaciones en las que no es seguro o práctico para los miembros de las FAS utilizar armas convencionales. Ejemplos muy visuales son aquellos que pueden ser utilizados para desactivar explosivos sin la necesidad de enviar a los soldados a zonas de alto riesgo.

Otro aspecto a tener en cuenta es que los dispositivos de un solo uso pueden proporcionar una ventaja táctica sobre los adversarios y reducir el número de recursos necesarios para llevar a cabo una operación. Esto puede ser particularmente importante en situaciones en las que los recursos son limitados o el tiempo es un factor crítico.

Por último, los tiempos de crisis en los que no encontramos, han potenciado la importancia del ahorro económico en todos los aspectos, entre los cuales se encuentra la inversión en defensa. Una investigación fructífera en materia de dispositivos de un solo uso derivaría en un mejor conocimiento de estos y el consiguiente ahorro en lotes desechados o estropeados por su mal uso o conservación.

ANEXO III: CÓDIGO DEL ALGORITMO EM

```

clear
clc
tic

T=[10 20 30];
W=[35 45 55];
n=[3,3,7;1,5,7;6,7,9];
K=10;
enormal=25;
i=length(W);
j=length(T);

alpha0(1)=0.0000001;
lambda0(1)=0.0000001;
alpha1(1)=0.0000001;
lambda1(1)=0.0000001;
c=1;
acont=1;
alphacond(i)=0;
lambdacond(i)=0;
Tes(i)=0;
alpha(1)=100;
lambda(1)=100;

while(c==1)

    % ESPERANZA
    for icon=1:i
        Tes(icon)=0;
        alphacond(icon)=exp(alpha1(acont)+alpha0(acont)*W(icon));
        lambdacond(icon)=exp(lambda1(acont)+lambda0(acont)*W(icon));

        valuegamma=gamma(1/alphacond(icon)+1);
        if(valuegamma==inf)
            valuegamma=realmax*rand()/10^300;
        end

        Tes1=(n(icon,1)/K)*((1/lambdacond(icon))/(1-exp(-
(T(1)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(1)*lambdacon
d(icon))^alphacond(icon))+((K-n(icon,1))/K)*((1/lambdacond(icon))/(exp(-
(T(1)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*(valuegamma-
(gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(1)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))));
        Tes2=(n(icon,2)/K)*((1/lambdacond(icon))/(1-exp(-
(T(2)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(2)*lambdacon
d(icon))^alphacond(icon))+((K-n(icon,2))/K)*((1/lambdacond(icon))/(exp(-
(T(2)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*(valuegamma-
(gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(2)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))));
        Tes3=(n(icon,3)/K)*((1/lambdacond(icon))/(1-exp(-
(T(3)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(3)*lambdacon
d(icon))^alphacond(icon))+((K-n(icon,3))/K)*((1/lambdacond(icon))/(exp(-
(T(3)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))))*(valuegamma-
(gammainc(1/alphacond(icon)+1,(T(3)*lambdacond(icon))^alphacond(icon))));
        Tes(icon)=Tes1+Tes2+Tes3;
    end

    Tn=Tes;
    % MAXIMIZAR

fun=@(x)myfun4Ecuaciones(x,j,K,Tn,W);

```

```
x0=[0 0 0 0];
options=optimoptions('fsolve')
options=optimoptions(options,'MaxFunctionEvaluations',1000,'MaxIterations',2000);
x=fsolve(fun,x0,options);
alpha1(acont+1)=x(1);
alpha0(acont+1)=x(2);
lambda1(acont+1)=x(3);
lambda0(acont+1)=x(4);

acont=acont+1;
alpha(acont)=exp(alpha1(acont)+alpha0(acont)*enormal);
lambda(acont)=exp(lambda1(acont)+lambda0(acont)*enormal);

if ((abs(lambda(acont)-lambda(acont-1))<0.0001)&&(abs(alpha(acont)-alpha(acont-1))<0.0001))
    c=0;
end

if(acont==1000)
    c=0;
end

end

%% Bondad del ajuste

% Parámetros individuales
alpha1v=0;
sesgo_alpha1=mean(alpha1-alpha1v);
ecm_alpha1=sum((alpha1-alpha1v).^2)/acont;
alpha0v=0;
sesgo_alpha0=mean(alpha0-alpha0v);
ecm_alpha0=sum((alpha0-alpha0v).^2)/acont;
lambda1v=log(0.0049);
sesgo_lambda1=mean(lambda1-lambda1v);
ecm_lambda1=sum((lambda1-lambda1v).^2)/acont;
lambda0v=0.0473;
sesgo_lambda0=mean(lambda0-lambda0v);
ecm_lambda0=sum((lambda0-lambda0v).^2)/acont;

% Parámetros globales
alpha_real=0;
sesgo1=mean(alpha-alpha_real);
ecm1=sum((alpha-alpha_real).^2)/acont;
lambda_real=0.0049*exp(0.0473*enormal);
sesgo2=mean(lambda-lambda_real);
ecm2=sum((lambda-lambda_real).^2)/acont;

%% Resultados por pantalla

% Bondad de ajuste
SESG0=[sesgo_alpha1 sesgo_alpha0 sesgo_lambda1 sesgo_lambda0 sesgo1 sesgo2]
ECM=[ecm_alpha1 ecm_alpha0 ecm_lambda1 ecm_lambda0 ecm1 ecm2]

% Tiempo de ejecución
ejecucion = toc
```

% Gráfico calculado con promedios de los parámetros

```
x=linspace(0,wblcdf(1/mean(lambda),mean(alpha),0.95));  
y=wblpdf(x,1/mean(lambda),mean(alpha));  
plot(x,y)
```

ANEXO IV: FUNCIÓN MYFUN4ECUACIONES

```
function F=myfun4Ecuaciones(x,j,K,Tn,W)
eq1=0; eq2=0; eq3=0; eq4=0;
for H=1:j
    B1=exp(x(3)+x(4)*W(H))*Tn(H)/(j*K);
    A1=1-B1^(exp(x(1)+x(2)*W(H)));

    eq1=exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1*(x(3)+x(4)*W(H)+log(Tn(H))-log(j*K))+eq1;
    eq2=W(H)*exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1*(x(3)+x(4)*W(H)+log(Tn(H))-log(j*K))+eq2;
    eq3=exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1+eq3;
    eq4=W(H)*exp(x(1)+x(2)*W(H))*A1+eq4;
end
F=(1/1000)*[3+eq1; sum(W)+eq2; eq3; eq4];
end
```