



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelización matemática de problemas de transferencia de calor
en el ámbito de la ingeniería*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Nattapong Leardprasit

DIRECTORES: Gonzalo Castiñeira Veiga

CURSO ACADÉMICO: 2020-2021

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelización matemática de problemas de transferencia de calor
en el ámbito de la ingeniería*

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Cuerpo General

UniversidadeVigo

RESUMEN

El presente Trabajo De Fin de Grado se enmarca en la modelización matemática de problemas relacionados con la transferencia de calor. Por un lado, se estudian modelos matemáticos que involucran a la ecuación del calor. En particular, se estudia la existencia y unicidad de solución del problema unidimensional de la ecuación del calor considerando condiciones de tipo Dirichlet, Neumann o Robin. A continuación, se aplican dichos resultados al estudio del problema de transmisión de calor a través de una pared plana, la cual puede estar formada por capas de diferentes materiales. En estos problemas, se obtiene la distribución de temperaturas en cada capa, el coeficiente de transferencia de calor y el flujo en función de los datos del problema. Por otro lado, se analiza el problema de transmisión de calor en un recinto cerrado, mediante la resolución de un problema de Cauchy. Considerando que el calor aportado es una función de la temperatura a través de la ley del enfriamiento de Newton, obtendremos la curva de la temperatura en función del tiempo. Finalmente, se diseña una interfaz para cada problema estudiado en el trabajo, la cual permite la obtención de resultados de una forma muy intuitiva, rápida y eficaz.

PALABRAS CLAVE

Ecuación del calor, Pared multicapa, Coeficiente de transferencia de calor, Problema de Cauchy, Ley de enfriamiento de Newton

AGRADECIMIENTOS

Mi estancia en la Escuela Naval Militar han sido los cinco mejores años de mi vida, es una experiencia que no solo me ha formado profesionalmente como oficial de la Armada, si no que también me ha mejorado como persona y que me ha permitido conocer a personas a las que aprecio y admiro mucho. Me gustaría agradecer a AF. Salinero Artesero, AF. Pardo Garcia, AF. Sánchez Vazquéz y AF. Lázaro Benavides quienes fueron un gran apoyo tanto académico como en la vida diaria en la escuela en los momentos más difíciles. Al profesor Gonzalo Castiñeira por su paciencia y su ayuda durante el desarrollo de este trabajo.

También me gustaría agradecer a todos los compañeros de la promoción 421 de Cuerpo General y la promoción 151 de Cuerpo Infantería de Marina quienes fueron mis grandes apoyos en estos últimos años de la Escuela Naval Militar. Y por último agradecer a mi familia en Tailandia, sin ella, nada sería posible.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	2
1 Introducción y objetivos	3
1.1 Introducción	3
1.2 Objetivos	3
2 Estado del arte	5
2.1 Modelización matemática	5
2.2 Ecuaciones diferenciales	6
2.2.1 Ecuaciones diferenciales ordinarias	7
2.2.2 Ecuaciones en derivadas parciales	8
2.3 Introducción histórica de la Ecuación del calor	8
2.4 Algunas aplicaciones importantes de la ecuación del calor	9
3 Desarrollo del TFG	11
3.1 Mecanismos de transferencia de calor	11
3.1.1 Conducción	12
3.1.2 Convección	12
3.1.3 Radiación	13
3.2 La ecuación del calor	13
3.2.1 Caso unidimensional con condiciones de tipo Dirichlet	15
3.2.2 Caso unidimensional con condiciones de tipo Dirichlet y Neumann	21
3.2.3 Caso unidimensional con condiciones de tipo Robin	25
3.3 Problema de la pared plana	30
3.3.1 Pared de una capa	31
3.3.2 Pared de dos capas	33
3.3.3 Pared Multicapa	35
3.4 Transferencia de calor en un recinto cerrado	37
4 Resultados / Validación / Prueba	40
4.1 Interfaz de Matlab	40
4.2 Pared de una capa	44
4.3 Pared de dos capas	46
4.4 Pared de tres capas	48
4.5 Ley de enfriamiento de Newton	50
5 Conclusiones y líneas futuras	51
5.1 Conclusiones	51
5.2 Líneas de futuras	52
6 Bibliografía	53
Anexo I: Códigos de matlab	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Modelo matemático [Elaboración propia].....	6
Figura 2-2 Problema de la cuerda vibrante [8]	8
Figura 2-3 Jean Baptiste Joseph Fourier. [11]	9
Figura 2-4 Tubería submarina para el transporte de petróleo [13].	10
Figura 2-5 Un contenedor sumergido [14].....	10
Figura 2-6 Esquema de sistema del aire acondicionado [15].....	10
Figura 3-1 Mecanismos de transferencia de calor [17].....	11
Figura 3-2 Un ejemplo de la conducción de calor [19].....	12
Figura 3-3 Una olla de agua sobre una llama [21]	13
Figura 3-4 la luz emitida por una lámpara [23]	13
Figura 3-5 El vector normal en una superficie [Elaboración propia].	15
Figura 3-6 Una varilla de longitud L [Elaboración propia].	16
Figura 3-7 Dos ambientes a diferentes temperaturas separadas por una pared simple [Elaboración propia].	31
Figura 3-8 Dos capas de materiales distintos [Elaboración propia].....	33
Figura 3-9 Multicapas de distintos materiales [Elaboración propia].	35
Figura 3-10 La curva de enfriamiento [Elaboración propia].	39
Figura 4-1 Interfaz de Matlab de una capa [Elaboración propia].	41
Figura 4-2 Interfaz de Matlab de dos capas [Elaboración propia].	42
Figura 4-3 Interfaz de Matlab de tres capas [Elaboración propia].	42
Figura 4-4 Interfaz de Matlab de la ley de enfriamiento [Elaboración propia].	43
Figura 4-5 Una capa de acero [Elaboración propia].	44
Figura 4-6 Una capa de aluminio [Elaboración propia].....	45
Figura 4-7 Una capa de vidrio [Elaboración propia].	46
Figura 4-8 Dos capas de aluminio y acero [Elaboración propia].....	47
Figura 4-9 Dos capas de acero y aluminio [Elaboración propia].....	48
Figura 4-10 Tres capas de acero-aluminio-acero [Elaboración propia].....	49
Figura 4-11 Tres capas de aluminio-acero-aluminio [Elaboración propia].	49
Figura 4-12 Ejemplo de enfriamiento de cobre [Elaboración propia].	50

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

En el ámbito de la ingeniería, para el análisis y estudio de problemas reales la modelización matemática ha demostrado ser una pieza clave. Este proceso, permite transformar en lenguaje matemático un problema real, que pueda ser interpretado mediante diferentes leyes físicas y condiciones adicionales.

Entre estos problemas, destacan notablemente los relacionados con la transmisión de calor por sus numerosas aplicaciones: aislamiento de recintos, calentamiento de piezas, fundición de materiales etc. Para el estudio de estos problemas suele ser necesario el uso de ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento del sistema en cuestión. En particular, destaca la ecuación del calor ya que, además de estar presente en muchos de los problemas de transmisión de calor, también es una ecuación de gran interés desde el punto de vista matemático por sus características y propiedades [1].

Es por ello, por lo que el estudio de este tipo de problemas sigue siendo de especial relevancia en el mundo científico [2]. Esto pone en manifiesto el interés de producir nuevos estudios que permitan la exposición de resultados teóricos y prácticos sobre problemas de transmisión de calor y el diseño de nuevas herramientas que puedan ser de utilidad para el ámbito científico y también para el ámbito académico.

1.2 Objetivos

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es el estudio diferentes problemas relacionados con la transmisión de calor.

En primer lugar, estudiaremos el problema de la ecuación de calor, considerando diferentes condiciones de contorno. En particular, estudiaremos la existencia y unicidad de solución del problema unidimensional combinando diferentes condiciones de contorno entre las posibles: Dirichlet, Neumann o Robin. En cada problema, presentaremos la solución analítica considerando tanto condiciones de contorno homogéneas como no homogéneas. A continuación, abordaremos el problema de la transmisión de calor a través de una pared plana la cual puede estar formada por capas de materiales distintos. En estos problemas presentaremos el modelo matemático correspondiente y obtendremos la distribución de temperatura en cada capa, el coeficiente de transferencia de calor y el flujo de calor.

En segundo lugar, estudiaremos la curva de enfriamiento en un recinto cerrado en el caso conducción-convección (Ley de Enfriamiento de Newton), mediante la resolución de un problema de Cauchy.

Finalmente, utilizaremos el software Matlab para diseñar una interfaz para cada uno de los problemas desarrollados en el TFG. Con ellas, será posible la obtención de resultados de una forma rápida y muy intuitiva para el usuario. Además, también permitirá el análisis de estos problemas de una forma muy didáctica, lo que puede ser gran utilidad desde los puntos de vista profesional y académico.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Modelización matemática

Un modelo matemático trata de representar de la forma más fiel posible el comportamiento de un problema real, mediante ecuaciones y/o relaciones matemáticas. Para obtener un modelo matemático de un problema, primero hay que identificar todas las variables que ocasionan que el problema cambie y posteriormente establecer de qué manera estas variables afectan al sistema.

Es claro que cuantas más variables que afectan al problema se consideren, se obtendrá un mejor modelo matemático; sin embargo, el modelo será cada vez más complejo. Por ello, a veces un modelo de baja resolución (es decir, con pocas variables) es suficiente para determinar de forma aproximada la solución de nuestro problema [3].

Podemos describir el proceso de la modelización matemática a través de sus principales etapas [Figura 2-1]:

- **Análisis del problema real:** para hacer un análisis de un problema real, es necesario conocer los parámetros que afectan al nuestro problema y revisar los datos obtenidos. Se identifica las variables dependientes e independientes. Se busca una identificación clara de las variables y las leyes científicas que estén involucradas en el problema.
- **Elaboración del modelo matemático:** se consideran las ecuaciones y/o relaciones que representen las leyes que gobiernan en el problema. Se consideran las condiciones adicionales según las características del modelo en cuestión. Haremos simplificaciones en aquellos puntos no relevantes para obtener un modelo matemático óptimo desde los puntos de vista de su dificultad y exactitud.
- **Solución del modelo:** dependiendo del problema se estudiará la existencia de solución analítica. De no ser posible, obtendremos datos cualitativos o se proporcionará una solución aproximada mediante métodos numéricos con apoyo computacional.
- **Validación de los resultados:** se revisan los resultados y se mejora el modelo matemático. Se consideran las soluciones matemáticas que tienen sentido para el problema real que hemos planteado antes.

Muchos de los problemas reales físicos que se modelizan matemáticamente presentan ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento de las variables involucradas. En efecto, los problemas que abordaremos en este trabajo, tendrán un modelo matemático formado por ecuaciones diferenciales, por lo que en el siguiente apartado, comentaremos brevemente en que consisten estas ecuaciones, destacando algunos tipos y mencionando algunas referencias disponibles en el estado del arte actual.

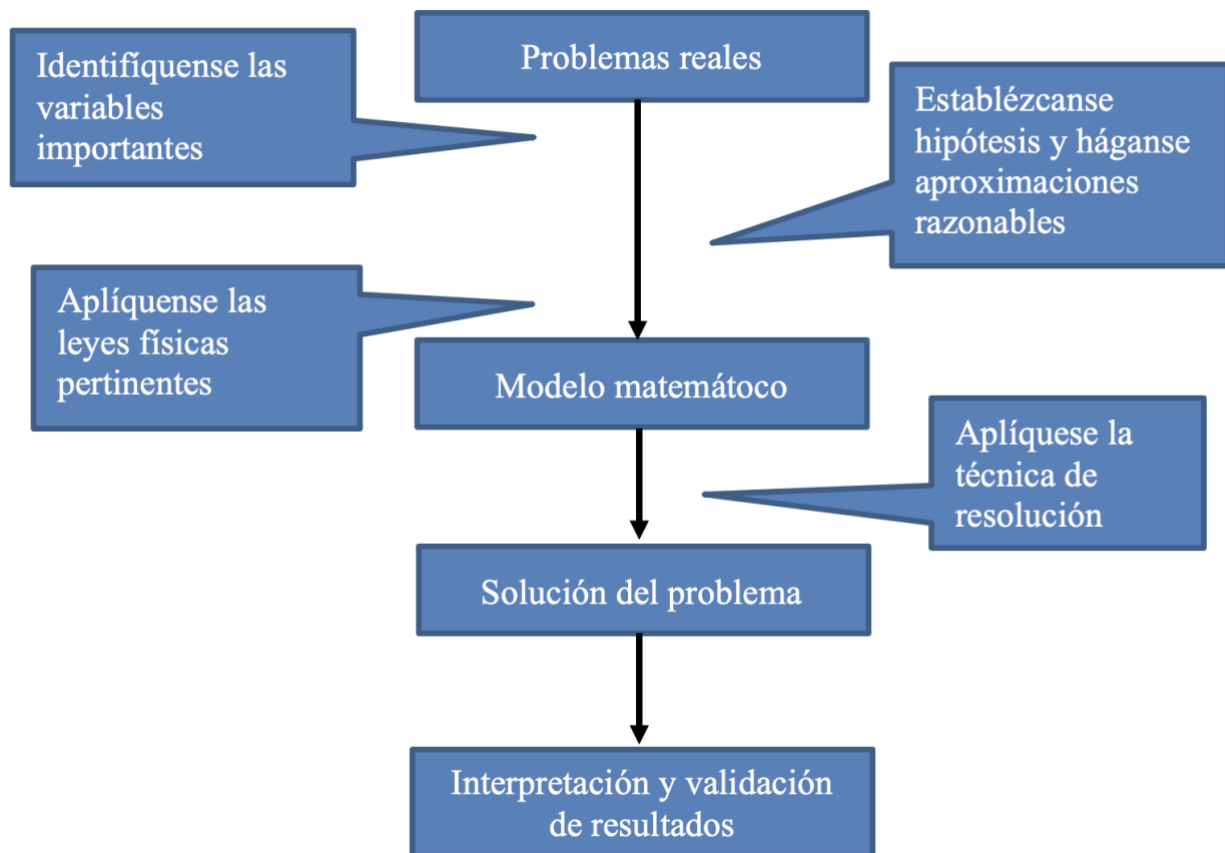


Figura 2-1 Modelo matemático [Elaboración propia].

2.2 Ecuaciones diferenciales

Muchas leyes de la naturaleza, en Física, Química, Biología o Astronomía, encuentran su expresión más natural en el lenguaje de las ecuaciones diferenciales. En cualquier proceso natural, las variables involucradas y sus ritmos de variación están relacionadas entre sí por medio de los principios científicos básicos que gobiernan dicho proceso. Al expresar tal conexión en símbolos matemáticos, el resultado es con frecuencia una ecuación diferencial [4]. Son asimismo abundantes sus aplicaciones en la propia matemática, especialmente en geometría, y también en ingeniería, economía y en otros muchos campos de las ciencias aplicadas [4].

Una ecuación diferencial es aquella en la que interviene una variable dependiente y sus derivadas con respecto a una o más variables independientes. Una variable dependiente es aquella cuyo valor depende del valor numérico que adopta la variable independiente. Por ejemplo, $y = f(x)$, donde y es una variable dependiente y x es la variable independiente.

Vemos a continuación un ejemplo de ecuación diferencial. Según la segunda ley de Newton, llamada ley fundamental o principio fundamental de la Dinámica, plantea que un cuerpo se acelera si se le aplica una fuerza. Esta ley se expresa con la siguiente fórmula:

$$F = ma.$$

En donde:

- F es la fuerza neta. Se expresa en Newton (N).
- m es la masa del cuerpo. Se expresa en kilogramos (Kg).
- a es la aceleración que adquiere el cuerpo. Se expresa en metros por segundo al cuadrado (m/s^2).

Si se supone que un cuerpo se encuentra en caída libre, la única fuerza que actuará sobre él será la de la gravedad. A parte, si se considera que y es la altura medida hacia abajo desde donde el objeto comienza a caer, su velocidad $v(t) := \frac{dy}{dt}$, será la medida de la variación de su posición con respecto al tiempo. Entonces, su aceleración $a(t) := \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$, será la variación de su velocidad con respecto al tiempo. Según la segunda ley de Newton, la expresión sería:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = mg.$$

Es decir,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g.$$

Es una ecuación diferencial ordinaria (EDO) de segundo orden [4].

Según el número de variables independientes, las ecuaciones diferenciales se pueden diferenciar en dos grandes tipos: ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y ecuaciones en derivadas parciales (EDPs).

2.2.1 Ecuaciones diferenciales ordinarias

Una ecuación diferencial ordinaria (EDO) es una en la que sólo existe una variable independiente.

Las ecuaciones diferenciales ordinarias que utilizamos en este trabajo, son de primer orden y segundo orden. Se denomina orden de una ecuación diferencial al orden de la derivada más alta que exista en dicha ecuación.

- Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden son aquellas que relacionan una variable independiente y su derivada de primer orden, por ejemplo:

$$mc \frac{du}{dt} = Q(t),$$

es una ecuación de primer orden que estudiaremos en este trabajo (Sección 3.4) que denota la pérdida de calor.

- Ecuaciones diferenciales de segundo orden son aquellas que relacionan una variable independiente y sus derivadas hasta el segundo orden [5] por ejemplo:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = 0,$$

es una ecuación diferencial de segundo orden que estudiaremos en este trabajo (Sección 3.2) que denota la ecuación de calor unidimensional en estado estacionario.

2.2.2 Ecuaciones en derivadas parciales

Una ecuación en derivadas parciales (EDP) es una en la que hay dos o más variables independientes.

Dada la complejidad de las leyes naturales que describen los problemas en la naturaleza, es fácil imaginar que la mayoría de los problemas físicos y de ingeniería están descritos por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales [6].

Para ilustrar esto destacamos tres ejemplos importantes. Si $u = f(x, y, z, t)$ es una función del tiempo y de las tres coordenadas cartesianas de un punto en el espacio, las que siguen son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= 0, \\ a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) &= \frac{\partial u}{\partial t}, \\ a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) &= \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.\end{aligned}$$

Estas son las ecuaciones de Laplace, del calor y de ondas respectivamente. Cada una de ellas posee un importante significado en Física Teórica, y su estudio ha estimulado el desarrollo de muchas ideas matemáticas relevantes [4].

A lo largo de la historia, las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales han jugado un papel muy destacado a la hora de representar matemáticamente diferentes problemas del mundo real. En particular, la ecuación del calor, objeto de estudio en este trabajo, tuvo una especial importancia desde el punto de vista del análisis matemático y por su relación con diferentes problemas en otros ámbitos distintos de la transferencia de calor.

2.3 Introducción histórica de la Ecuación del calor

El siglo XVIII fue una época de descubrimiento y experimentación en Ciencias y Matemáticas. Previamente al estudio de la ecuación del calor, el matemático francés Jean le Rond D'Alembert (1717-1783) dedujo el modelo matemático que representaba el problema conocido como cuerda vibrante (Ecuación de Onda) [Figura 2-2] en 1746, consistente en la EDP [7]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

donde a es una constante que depende de las características físicas de la cuerda.

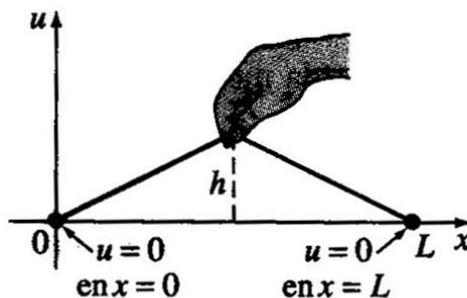


Figura 2-2 Problema de la cuerda vibrante [8]

Sesenta años después, estos estudios sobre el problema de la cuerda vibrante inspiraron a el matemático y físico francés Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) quien fue pionero en el estudio de la transferencia del calor en sólidos. En efecto, fue Fourier quien introdujo la ley que lleva su nombre, la ley de Fourier. Esta ecuación (sección 3.2) [9] dio paso a la deducción de la ecuación de calor que consiste en una EDP cuya versión tridimensional es:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right),$$

donde $u(x, y, z, t)$ representa la temperatura en cada punto del interior del sólido en cada instante de tiempo y α es una constante que depende del material. Fourier presentó en 1807 los resultados de sus investigaciones a la Academia de Ciencias de París y fue evaluado por destacadas personalidades, entre ellos Pierre Simon Laplace (1749-1827) y Joseph Louis Lagrange (1736-1813). [10]

Joseph Fourier es considerado uno de los más grandes matemáticos aplicados de la historia y su Teoría Analítica del Calor es reconocida como uno de los pilares de la Física Teórica; además los aportes de las Series y las Transformadas de Fourier a distintas ramas de la Ingeniería son indiscutibles. [1]



Figura 2-3 Jean Baptiste Joseph Fourier. [11]

2.4 Algunas aplicaciones importantes de la ecuación del calor.

Valiéndose de esta herramienta matemática desarrollada por Fourier, hoy en día se sigue estudiando sobre problemas de transferencia de calor en problemas actuales del mundo real. Existen numerosos ejemplos en los que involucran el estudio de la temperatura entre sus variables, por lo que destacaremos algunos de gran interés para la Armada y otros de gran relevancia para nuestro trabajo:

- **Tubería submarina para el transporte de petróleo.** El problema del enfriamiento del petróleo dentro de la tubería submarina es muy importante para las industrias petroleras debido al riesgo de alcanzar la temperatura del punto de fluidez. Este problema es particularmente evidente en las tuberías submarinas donde la presencia de agua aumenta la transferencia de calor en la superficie externa de la tubería. Por lo tanto, un modelo preciso de la transferencia de calor de la tubería permitirá predecir el perfil térmico transitorio, ayudando a las industrias petroleras en la prevención de los riesgos de obstrucción [12].



Figura 2-4 Tubería submarina para el transporte de petróleo [13].

- **Contenedor sumergido.** La idea es investigar la dinámica de fluidos de convección natural del agua de mar y las características de transferencia de calor para evaluar las capacidades del sistema para garantizar el enfriamiento del contenedor [14].



Figura 2-5 Un contenedor sumergido [14].

- **Sistema del aire acondicionado en submarino.** La pérdida de calor de los equipos del submarino se elimina mediante varios sistemas de refrigeración, por ejemplo, los sistemas de refrigeración por fluido, como el agua dulce, el agua de mar y el sistema de refrigeración por aire [15]. De ahí, la importancia de estudiar la transferencia de calor dentro de un submarino para mejorar el sistema del aire acondicionado.

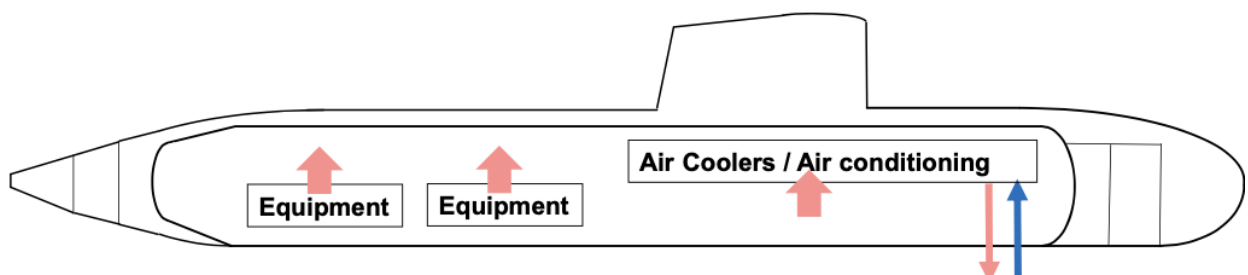


Figura 2-6 Esquema de sistema del aire acondicionado [15].

3 DESARROLLO DEL TFG

En este capítulo desarrollaremos de forma teórica y práctica dos grandes problemas de transmisión de calor muy comunes en el ámbito de la ingeniería.

En primer lugar, recordaremos los tipos de transferencia de calor que son conducción, convección y radiación.

En segundo lugar, estudiaremos la ecuación de calor con las condiciones de contorno entre las posibles: Dirichlet, Neumann o Robin. Además, estudiaremos la existencia y unicidad de solución del problema unidimensional. A continuación, aplicaremos estos resultados al problema de transmisión de calor a través de una pared plana que puede estar formada por capas de diferentes materiales. Para ello, abordaremos los casos de una pared de una capa, dos capas y N capas, respectivamente.

En tercer lugar, estudiaremos el problema de la transferencia de calor en un recinto cerrado mediante la resolución de un problema de valor inicial (Problema de Cauchy).

3.1 Mecanismos de transferencia de calor

La transferencia de calor es el paso de energía térmica desde un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura. Cuando un cuerpo, por ejemplo, un objeto sólido o un fluido, está a una temperatura diferente de la de su entorno u otro cuerpo, la transferencia de energía térmica, también conocido como transferencia de calor o intercambio de calor, ocurre de tal manera que el cuerpo y su entorno alcancen equilibrio térmico [16].

Existen tres tipos mecanismo de transferencia de calor: conducción, convección y radiación [Figura 3-1].

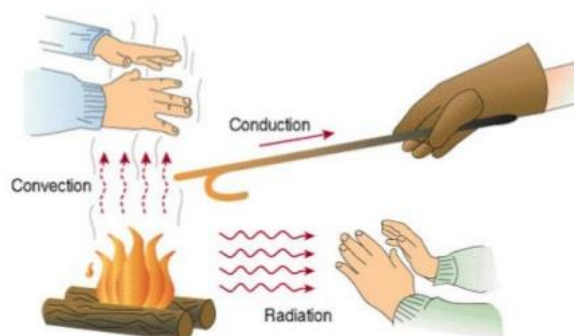


Figura 3-1 Mecanismos de transferencia de calor [17]

3.1.1 Conducción

Cuando en un cuerpo existe un gradiente de temperatura, la experiencia muestra que hay una transferencia de energía desde la región de alta temperatura hacia la región de baja temperatura. Se dice que la energía (q) se ha transferido por conducción y que el flujo de calor (q) por unidad de área (A) es proporcional al gradiente normal de temperatura en la dirección del flujo de calor (du/dx), es decir

$$q \sim \frac{du}{dx}.$$

Se puede expresar la relación en esta ecuación (ley de Fourier):

$$q = -k \frac{du}{dx},$$

donde k se llama conductividad térmica del material, y se ha puesto el signo menos para satisfacer el segundo principio de la termodinámica [18]; esto es, el calor debe fluir hacia las temperaturas más bajas.

Existen numerosos ejemplos en la vida cotidiana de la conducción de calor, por ejemplo, los utensilios de cocina, los cuales están hechos de metales como el acero, tienen mangos de material aislante. Con ello se reduce el riesgo de quemaduras al manipularlos mientras están en contacto con la llama o el contenido está caliente. [Figura 3-2]

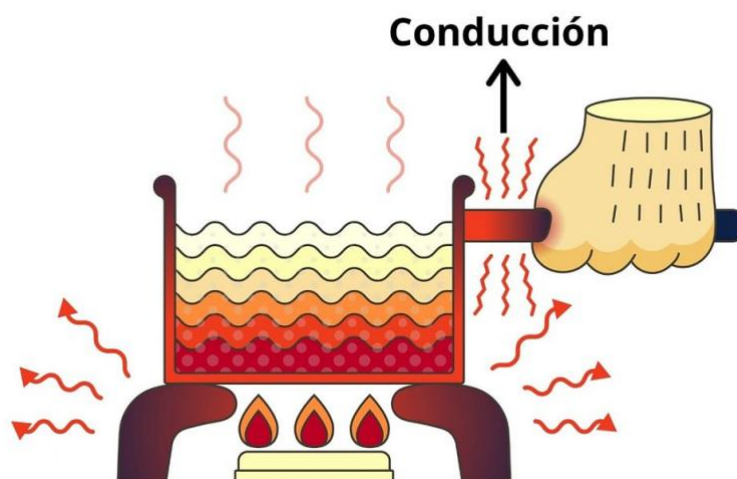


Figura 3-2 Un ejemplo de la conducción de calor [19]

3.1.2 Convección

La transmisión de calor por convección tiene lugar en líquidos y gases. Ésta se produce cuando las partes más calientes de un fluido ascienden hacia las zonas más frías, generando de esta manera una circulación continua del fluido (corriente convectiva) y transmitiendo así el calor hacia las zonas frías.

Los líquidos y gases, al aumentar de temperatura disminuyen de densidad, provocando la ascensión. El hueco dejado por el fluido caliente lo ocupa el fluido más frío (de mayor densidad). [20]

La convección también puede originar la circulación de un líquido, como en el calentamiento de una olla de agua sobre una llama. El agua caliente se expande y se hace mas ligera. El agua mas fría, cerca de la superficie es mas densa y desciende. Con ambos movimientos se forma un patrón de circulación. [Figura 3-3]

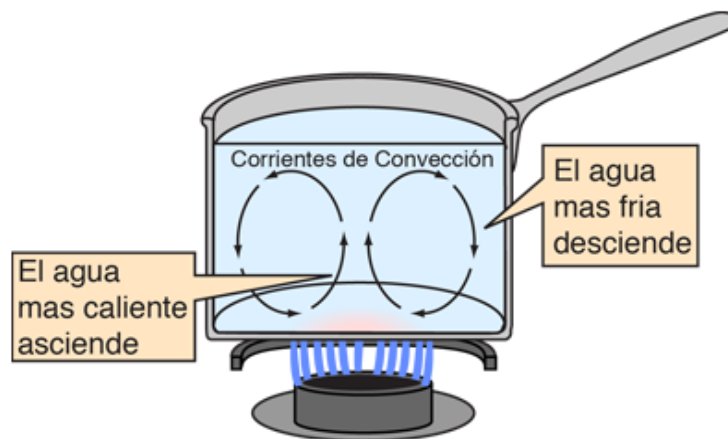


Figura 3-3 Una olla de agua sobre una llama [21]

3.1.3 Radiación

La radiación térmica es la energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura finita. La radiación se puede atribuir a cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos. La energía del campo de radiación es transportada por ondas electromagnéticas. Mientras la transferencia de energía por conducción o por convección requiere la presencia de un medio material, la radiación no lo precisa. De hecho, la transferencia de radiación ocurre de manera más eficiente en el vacío [22].

Algunos ejemplos de este tipo de transmisión de observa en la transmisión de ondas electromagnéticas a través del horno microondas, la luz emitida por una lámpara, el calor emitido por un radiador, entre otros.



Figura 3-4 la luz emitida por una lámpara [23]

3.2 La ecuación del calor

Cuando se analiza un objeto en el espacio tridimensional a través del cual puede fluir el calor, la temperatura u medida en grados Kelvin (K) varía respecto al tiempo t medida en segundos (s) y las coordenadas (x, y, z) en el sólido de dominio D . El físico-matemático Jean-Baptiste Fourier analizó este problema por medio de la consideración de algunos principios físicos propios de la temperatura y el flujo de calor en un objeto.

La ley de Fourier expresa los flujos de calor instantáneos en las tres coordenadas por:

$$q_x = -k \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$q_y = -k \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$q_z = -k \frac{\partial u}{\partial z}.$$

Donde $\mathbf{q} := (q_x, q_y, q_z)$ es el flujo de calor por unidad de tiempo y por unidad del área normal a la dirección de propagación y k es la conductividad térmica del material.

Fourier dedujo la EDP relacionada con su ley de la forma:

$$\frac{d}{dx}(q_x) + \frac{d}{dy}(q_y) + \frac{d}{dz}(q_z) = \rho c_p \frac{du}{dt},$$

es decir,

$$\frac{d}{dx}\left(k \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{d}{dy}\left(k \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{d}{dz}\left(k \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho c_p \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Donde, ρ es la densidad (kg/m^3) y c_p es el calor específico del material (J/kgK).

Así, dedujo que la función temperatura u debe satisfacer la llamada ecuación de calor:

$$\alpha^2(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}) = u_t, \quad (3-1)$$

donde α depende de la densidad del objeto, su conductividad térmica y el calor específico del material del que esta hecho el objeto; u_{xx}, u_{yy}, u_{zz} denotan las derivadas segundas parciales de la temperatura respecto de x, y, z respectivamente y u_t denota la derivada con respecto al tiempo. [4]

Para resolver la ecuación de calor se necesita especificar las condiciones iniciales y de contorno para u . La condición inicial viene dada por una función $f(x, y, z)$ de la siguiente forma:

$$u(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \quad (x, y, z) \in D.$$

Las condiciones de contorno en la superficie (frontera) del cuerpo de dominio D a lo largo del tiempo que consideramos, pueden ser de los siguientes tipos:

- **Dirichlet** (temperatura dada en puntos (x, y, z) en la frontera de D):

$$u(x, y, z, t) = g_D(x, y, z, t),$$

con $g_D(x, y, z, t)$ una función que denota la temperatura en la frontera de D .

- **Neumann** (densidad superficial de flujo de calor dada):

$$k \frac{du}{dn}(x, y, z, t) = -\mathbf{q}(x, y, z, t) \cdot \mathbf{n}(x, y, z) = -g(x, y, z, t).$$

Donde $\mathbf{n}(x, y, z)$ es un vector unitario normal en cada punto de la superficie del cuerpo [véase **Figura 3-5**] y la función $g(W/m^2)$ es la densidad superficial de flujo de calor que sale del sólido.

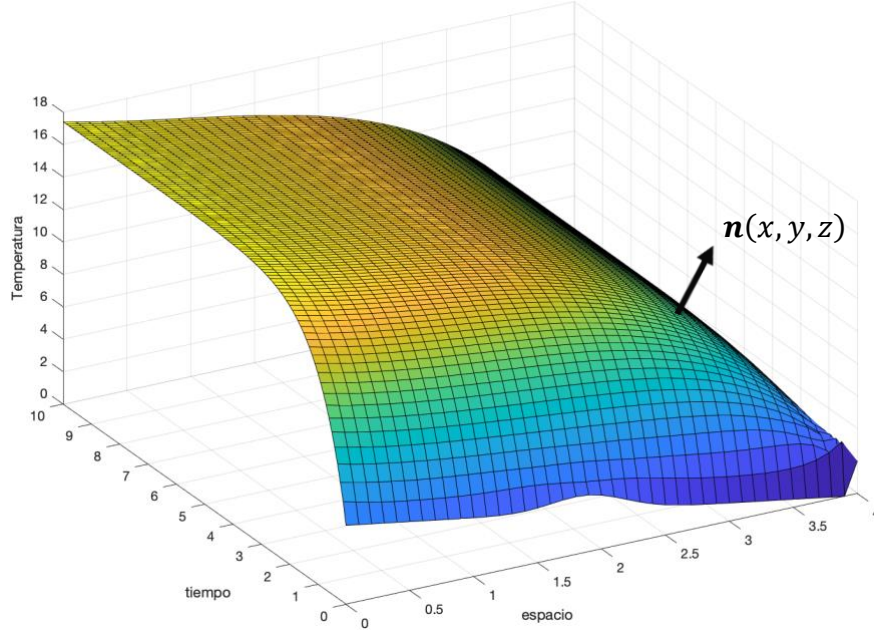


Figura 3-5 El vector normal en una superficie [Elaboración propia].

- **Robin** (condición de convección):

$$k \frac{du}{dn}(x, y, z, t) = -\mathbf{q}(x, y, z, t) \cdot \mathbf{n}(x, y, z) = \alpha(u_c(x, y, z, t) - u(x, y, z, t)).$$

Donde $\alpha(W/m^2K)$ es el coeficiente de transferencia de calor por convección y $u(x, y, z, t)$ es la temperatura dada, $u_c(x, y, z, t)$ es la temperatura de convección.

La ecuación (3-1) corresponde a la ecuación del calor tridimensional, pero en algunos problemas se pueden presentar sus versiones bidimensional y unidimensional. En nuestro caso, analizaremos el problema en particular del flujo de calor a través de una pared plana, el cual se puede estudiar a través de la versión unidimensional de la ecuación del calor [22]. Por ello, analizaremos en lo que sigue este caso con más detalle dependiendo de las condiciones de contorno consideradas.

3.2.1 Caso unidimensional con condiciones de tipo Dirichlet

En este apartado plantearemos la ecuación de calor unidimensional considerando condiciones de contorno tipo Dirichlet. Además, para estos casos estudiaremos la existencia y unicidad de solución y daremos una expresión general para la solución del problema en función de los datos.

Condiciones de contorno Homogéneas

Considere una varilla de longitud L [**Figura 3-6**] con temperatura inicial $f(x)$ en toda ella y cuyos extremos se mantienen a una temperatura nula en todo tiempo $t > 0$.

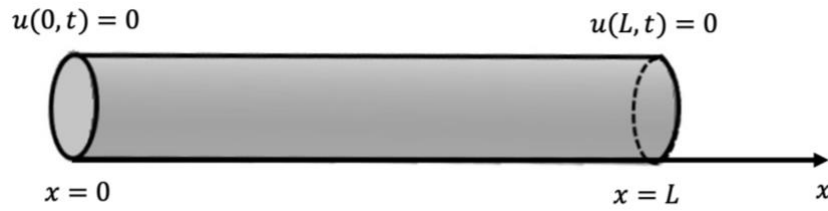


Figura 3-6 Una varilla de longitud L [Elaboración propia].

Entonces su temperatura $u(x, t)$ se determina mediante el siguiente modelo matemático:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0 & t > 0 \end{cases} \quad (3-2)$$

La primera ecuación $u_t = \alpha^2 u_{xx}$, denota la ecuación de calor unidimensional.

Las condiciones

$$u(0, t) = u(L, t) = 0,$$

Son las condiciones de contorno e indican que la temperatura en los extremos de la pared es constante e igual a 0. La condición inicial:

$$u(x, 0) = f(x),$$

indica la distribución de temperaturas en la barra en el instante inicial.

Vamos a utilizar el método de separación de variables para resolver esta ecuación en derivadas parciales. Para ello supondremos que la solución $u(x, t)$ puede ponerse como producto de dos funciones $G(x)$ y $F(t)$, de la siguiente forma:

$$u(x, t) = G(x)F(t), \quad (3-3)$$

por tanto,

$$u_t(x, t) = G(x)F_t(t)$$

$$u_x(x, t) = G_x(x)F(t),$$

$$u_{xx}(x, t) = G_{xx}(x)F(t).$$

Sustituyendo en la ecuación del calor (3-2),

$$G(x)F_t(t) = \alpha^2 G_{xx}(x)F(t).$$

Sabemos que la función nula $u = 0$ es solución de la ecuación u en derivadas parciales, sin embargo, sólo será solución del problema si $f(x) = 0$ que es el caso trivial; así que buscaremos soluciones alternativas, por lo que supondremos que $F(t) \neq 0$ y $G(x) \neq 0$. Entonces:

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{F_t(t)}{F(t)} = \frac{G_{xx}(x)}{G(x)}.$$

Un lado de la igualdad depende sólo de t y el otro depende sólo de x , por tanto, para que se de la igualdad ambos miembros deben ser constantes:

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{F_t(t)}{F(t)} = \frac{G_{xx}(x)}{G(x)} =: -\lambda, \quad (3-4)$$

con $\lambda \in \mathbb{R}$, la constante de separación [4].

De la ecuación (3-4) obtenemos dos ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{aligned} F_t(t) + \lambda \alpha^2 F(t) &= 0, \\ G_{xx}(X) + \lambda G(x) &= 0. \end{aligned} \quad (3-5)$$

Las condiciones de contorno del problema (3-2) se transforman en

$$\begin{aligned} u(0, t) &= G(0)F(t) = 0, \\ u(L, t) &= G(L)F(t) = 0. \end{aligned}$$

Sabemos que si fuese $F(t) \equiv 0$ tendríamos $u \equiv 0$ y no se cumpliría la condición inicial del problema (3-2) si f es no nula. Por lo tanto,

$$G(0) = G(L) = 0. \quad (3-6)$$

Ahora bien, λ puede ser tres casos ($\lambda < 0$, $\lambda > 0$ y $\lambda = 0$) y asumimos que es positiva ya que en los otros casos daría la solución trivial [24] y por tanto lo podemos poner de la forma $\lambda = \mu^2$ para cualquier positivo μ . La ecuación diferencial sería:

$$G_{xx}(x) + \mu^2 G(x) = 0,$$

cuya ecuación característica es:

$$G^2 + \mu^2 = 0,$$

dado que

$$G = \pm \mu i, \quad i = \sqrt{-1},$$

cuyas raíces son complejas. Por tanto, la solución general es [4]

$$G(x) = A \cos \mu x + B \sin \mu x.$$

Utilizamos las condiciones de contorno (3-6) para encontrar los valores de A y B . Tenemos,

$$\begin{aligned} A &= 0, \\ A \cos \mu L + B \sin \mu L &= 0, \end{aligned}$$

donde

$$B \sin \mu L = 0.$$

Para evitar la solución trivial, asumimos que $B \neq 0$, por tanto

$$\begin{aligned} \sin \mu L &= 0, \\ \mu L &= n\pi, \quad n \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

luego

$$\mu = \frac{n\pi}{L}.$$

Dado que $\lambda = \mu^2$ entonces,

$$\lambda = \frac{n^2\pi^2}{L^2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Entonces, la solución general para cualquier n sería

$$G_n(x) = B_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right). \quad (3-7)$$

Cuando $n \in \mathbb{N}$.

Ahora bien, consideramos la ecuación diferencial (3-5),

$$F_t(t) + \alpha^2 \lambda F(t) = 0,$$

sustituimos el valor de λ en la ecuación anterior, tendremos

$$F_t(t) + \alpha^2 \frac{n^2\pi^2}{L^2} F(t) = 0. \quad (3-8)$$

Integramos la ecuación (3-8) y se tiene que

$$F(t) = e^{-\alpha^2 \frac{n^2\pi^2}{L^2} t},$$

para la solución general para cualquier $n \in \mathbb{N}$ sería,

$$F_n(t) := e^{-\alpha^2 \frac{n^2\pi^2}{L^2} t}. \quad (3-9)$$

Entonces, teniendo en cuenta (3-3), (3-7) y (3-9) la solución para cada $n \in \mathbb{N}$ será:

$$u_n(x, t) := F_n(t)G_n(x) = e^{-\alpha^2 \frac{n^2\pi^2}{L^2} t} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right).$$

Como la ecuación en derivadas parciales es lineal, cualquier combinación lineal de soluciones también es solución, así que consideraremos como solución general en sentido formal a:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) e^{-\alpha^2 \frac{n^2\pi^2}{L^2} t}. \quad (3-10)$$

Finalmente, utilizando la condición inicial $u(x, 0) = f(x)$ se obtiene

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) = f(x).$$

Entonces, podemos calcular el valor de los coeficientes B_n , si observamos la expresión como un desarrollo de Fourier, concretamente el de la extensión impar de $f(x)$, por tanto:

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx.$$

Para que estos términos estén bien definidos, necesitamos que la función f sea integrable [24]. Como cada $u_n \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ y la serie es convergente [24], se tiene: $u(x, t) \rightarrow 0 \forall x \in [0, L]$. Es decir, la varilla tiende a ponerse a 0 grados como podíamos esperar [24].

Ahora bien, vamos a demostrar que la solución del problema es única. Por reducción al absurdo, supongamos que existen 2 soluciones (u_1, u_2) del siguiente problema:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0 & t > 0. \end{cases} \quad (3-11)$$

Sea

$$w = u_1 - u_2,$$

entonces,

$$\begin{aligned} w_t &= u_{1t} - u_{2t}, \\ \alpha^2 w_{xx} &= \alpha^2 (u_{1xx} - u_{2xx}). \end{aligned}$$

Según la condición inicial, $u(x, 0) = f(x)$, se tiene que

$$w(x, 0) = u_1(x, 0) - u_2(x, 0) = f(x) - f(x) = 0.$$

Según la condición de contorno, $u(0, t) = 0$

$$w(0, t) = u_1(0, t) - u_2(0, t) = 0.$$

Para $u(L, t) = 0$, tenemos

$$w(L, t) = u_1(L, t) - u_2(L, t) = 0.$$

Por tanto, el problema para w sería

$$\begin{cases} w_t = \alpha^2 w_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ w(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq L, \\ w(0, t) = 0, \quad w(L, t) = 0 & t > 0. \end{cases}$$

Entonces, como ahora la condición inicial es nula, $B_n = 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$, por (3-10) se tiene que $w = 0$, entonces:

$$u_1 - u_2 = 0 \Leftrightarrow u_1 = u_2,$$

es decir, el problema tiene una única solución.

Condiciones de contorno no homogéneas

En general las temperaturas de los extremos de la varilla no tienen que ser cero. Por tanto, estudiemos el problema con condiciones de contorno no nula, esto es, los extremos toman a lo largo del tiempo las temperaturas constantes (independientes del tiempo) dadas g_0 y g_L :

$$u(0, t) = g_0, \quad u(L, t) = g_L.$$

El modelo matemático resultante es:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = g_0, \quad u(L, t) = g_L \end{cases} \quad (3-12)$$

Para resolver este problema, consideraremos una función auxiliar $v(x, t)$ tal que:

$$u(x, t) = s(x) + v(x, t), \quad (3-13)$$

donde $s(x) = \frac{g_L - g_0}{L}x + g_0$. Esta función auxiliar $v(x, t)$, será la solución del problema con condiciones de contorno homogéneas asociado al problema (3-12). Veamos como se deduce el problema homogéneo.

De la ecuación (3-13) se tiene que,

$$v(x, t) = u(x, t) - s(x). \quad (3-14)$$

Entonces,

$$v_t = u_t,$$

y

$$v_{xx} = u_{xx}.$$

Según la condición inicial, de (3-14) se deduce que

$$v(x, 0) = u(x, 0) - s(x) = f(x) - s(x).$$

Ahora aplicamos la condición de contorno cuando $u(0, t) = g_0$, sustituyendo en la ecuación(3-14),

$$v(0, t) = u(0, t) - s(0) = 0.$$

Análogamente, $u(L, t) = g_L$, entonces

$$v(L, t) = u(L, t) - s(L) = 0.$$

Entonces, la función auxiliar $v(x, t)$ será solución del siguiente problema con condiciones de contorno homogéneas:

$$\begin{cases} v_t = \alpha^2 v_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ v(x, 0) = f(x) - s(x), & 0 \leq x \leq L, \\ v(0, t) = 0, \quad v(L, t) = 0 & t > 0. \end{cases} \quad (3-15)$$

Por tanto, según (3-10) la solución será de la forma:

$$u(x, t) = \frac{g_L - g_0}{L}x + g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) e^{-\alpha^2 \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t},$$

con $C_n = \frac{2}{L} \int_0^L [f(x) - s(x)] \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx$, $n \in \mathbb{N}$. Como la solución del problema (3-15) es única y $s(x)$ es una función conocida, entonces $u(x, t)$ también es única. Cuando $t \rightarrow \infty$, dado que $\sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) e^{-\alpha^2 \frac{n^2 \pi^2}{L^2} t} \rightarrow 0$, se tiene que

$$u(x, t) \rightarrow \frac{g_L - g_0}{L}x + g_0, \quad 0 \leq x \leq L,$$

y así, deducimos que la solución del problema (3-12) tiende a una expresión estacionaria, es decir, independiente de tiempo.

3.2.2 Caso unidimensional con condiciones de tipo Dirichlet y Neumann.

Debido al tipo de problemas que estudiaremos en las siguientes secciones, es interesante que estudiemos que ocurre cuando en los extremos de la varilla $x = 0$ y $x = L$, consideramos una condición de tipo Dirichlet, temperatura dada, y una condición de tipo Neumann, flujo de calor conocido, respectivamente. Como en la subsección anterior, empezaremos con el caso de condiciones de contorno homogéneas para luego abordar el caso de condiciones de contorno no homogéneas.

Condiciones de contorno homogéneas.

En este problema consideraremos las condiciones de contorno en los extremos:

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(L, t) = 0.$$

El modelo matemático resultante es:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = 0, \quad u_x(L, t) = 0, & t > 0. \end{cases} \quad (3-16)$$

Vamos a utilizar nuevamente el método de separación de variables para resolver esta ecuación. Para ello supondremos que la solución $u(x, t)$ puede ponerse como producto de dos funciones $T(t)$ y $M(x)$. Por tanto, calculando las derivadas correspondientes:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= M(x)T(t), \\ u_t(x, t) &= M(x)T_t(t), \\ u_x(x, t) &= M_x(x)T(t), \\ u_{xx}(x, t) &= M_{xx}(x)T(t). \end{aligned}$$

Entonces, la ecuación de calor queda:

$$M(x)T_t(t) = \alpha^2 M_{xx}(x)T(t).$$

Como en el problema anterior consideramos con $\lambda \in \mathbb{R}$, la constante de separación, tal que:

$$-\lambda := \frac{1}{\alpha^2} \frac{T_t(t)}{T(t)} = \frac{M_{xx}(x)}{M(x)}.$$

Obtenemos dos ecuaciones diferenciales,

$$T_t(t) + \lambda \alpha^2 T(t) = 0, \quad (3-17)$$

$$M_{xx}(x) + \lambda M(x) = 0.$$

Las condiciones de contorno se transforman en

$$\begin{aligned} u(0, t) &= M(0)T(t) = 0, \\ u_x(L, t) &= M_x(L)T(t) = 0. \end{aligned}$$

Sabemos que si fuese $T(t) \equiv 0$ tendríamos $u \equiv 0$ y no se cumpliría la condición inicial del problema (3-16) si f es no nula. Por lo tanto,

$$M(0) = M_x(L) = 0. \quad (3-18)$$

Ahora bien, λ puede ser tres casos ($\lambda < 0$, $\lambda > 0$ y $\lambda = 0$) y asumimos que es positiva ya que en los otros casos daría la solución trivial [24] y por tanto lo podemos poner de la forma $\lambda = \mu^2$ para cualquier positivo μ . La ecuación diferencial sería:

$$M_{xx}(x) + \mu^2 M(x) = 0.$$

cuya ecuación característica es:

$$M^2 + \mu^2 = 0,$$

dado que

$$M = \pm \mu i,$$

cuyas raíces son complejas. Por tanto, la solución general es [4]

$$M(x) = C \cos \mu x + D \sin \mu x.$$

Obtengamos el valor de las constantes C y D aplicando las condiciones de contorno (3-18).

De esta forma, se tiene que

$$C = 0,$$

$$-C \sin \mu L + D \cos \mu L = 0,$$

donde,

$$D \cos \mu L = 0.$$

Para evitar la solución trivial, asumimos que $D \neq 0$, por tanto,

$$\cos \mu L = 0,$$

es decir,

$$\mu L = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \rightarrow \mu = (2n + 1) \frac{\pi}{2L}, \quad n \in \mathbb{N},$$

Sabemos que $\lambda = \mu^2$, entonces:

$$\lambda = (2n + 1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2}.$$

De esta forma, la solución general para cualquier n sería

$$M_n(x) = D \sin \left((2n + 1) \frac{\pi}{2L} x \right), \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3-19)$$

Ahora bien, consideremos la ecuación diferencial (3-17),

$$T_t(t) + \alpha^2 (2n + 1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2} T(t) = 0.$$

Integramos la ecuación anterior,

$$T(t) = e^{-\alpha^2(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2} t},$$

para la solución general para cualquier $n \in \mathbb{N}$ sería:

$$T_n(t) = e^{-\alpha^2(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2} t}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3-20)$$

Entonces, teniendo en cuenta (3-19) y (3-20) la solución para cada $n \in \mathbb{N}$ será:

$$u_n(x, t) := M_n(x)T_n(t) = D \operatorname{sen} \left((2n+1) \frac{\pi}{2L} x \right) e^{-\alpha^2(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2} t}.$$

Como la ecuación en derivadas parciales es lineal, cualquier combinación lineal de soluciones también es solución, así que consideraremos como solución general en sentido formal a:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \operatorname{sen} \left((2n+1) \frac{\pi}{2L} x \right) e^{-\alpha^2(2n+1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2} t}. \quad (3-21)$$

Utilizando la condición inicial $u(x, 0) = f(x)$ se obtiene

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \operatorname{sen} \left((2n+1) \frac{\pi}{2L} x \right) = f(x),$$

Según las series de Fourier de funciones impares,

$$D_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \operatorname{sen} \left((2n+1) \frac{\pi}{2L} x \right) dx.$$

Para que estos términos estén bien definidos, necesitamos que la función f sea integrable [24]. Como cada $u_n \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ y la serie es convergente [24], se tiene: $u(x, t) \rightarrow 0 \forall x \in [0, L]$. Es decir nuevamente, la varilla tiende a ponerse a 0 grados como podíamos esperar [24].

A continuación, vamos a demostrar la unicidad de la solución del problema. Por reducción al absurdo, supongamos que existen 2 soluciones (u_1, u_2) del siguiente problema:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = 0, \quad u_x(L, t) = 0, & t > 0. \end{cases} \quad (3-22)$$

Sea

$$w = u_1 - u_2,$$

entonces,

$$\begin{aligned} w_t &= u_{1t} - u_{2t}, \\ \alpha^2 w_{xx} &= \alpha^2 (u_{1xx} - u_{2xx}). \end{aligned}$$

Según la condición inicial, $u(x, 0) = f(x)$, se tiene que

$$w(x, 0) = u_1(x, 0) - u_2(x, 0) = f(x) - f(x) = 0.$$

Según la condición de contorno, $u(0, t) = 0$ obtenemos que

$$w(0, t) = u_1(0, t) - u_2(0, t) = 0.$$

Para $u_x(L, t) = 0$, tenemos

$$w_x(L, t) = u_{1_x}(L, t) - u_{2_x}(L, t) = 0.$$

Por tanto,

$$\begin{cases} w_t = \alpha^2 w_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ w(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq L, \\ w(0, t) = 0, \quad w_x(L, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

Entonces, como ahora la condición inicial es nula, $D_n = 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$, por (3-21) se tiene que $w = 0$, entonces:

$$u_1 - u_2 = 0 \leftrightarrow u_1 = u_2,$$

es decir, el problema tiene una única solución.

Condiciones de contorno no homogéneas

A continuación, consideraremos que las condiciones de contorno sean constantes no nulas, es decir, un extremo toma a lo largo del tiempo la temperatura constante (independiente del tiempo) dada g_0 y otro extremo toma a lo largo del tiempo el flujo de calor dado h_L .

Por tanto, las condiciones de contorno serán de la forma:

$$u(0, t) = g_0, \quad u_x(L, t) = h_L.$$

El modelo matemático resultante es:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u(0, t) = g_0, \quad u_x(L, t) = h_L, & t > 0. \end{cases} \quad (3-23)$$

Para resolver este problema, consideraremos una función auxiliar $v(x, t)$ tal que:

$$u(x, t) = v(x, t) + s(x).$$

Donde $s(x) = h_L x + g_0$. Esta función auxiliar $v(x, t)$, será la solución del problema con condiciones de contorno homogéneas asociado al problema (3-23). Veamos como se deduce el problema homogéneo.

Por un lado, las derivadas de la función auxiliar v son

$$v_t = u_t,$$

y

$$v_{xx} = u_{xx}.$$

Por otro lado, de la condición inicial del problema (3-23) se tiene que:

$$v(x, 0) = u(x, 0) - s(x) = f(x) - s(x).$$

Por las condiciones de contorno del problema (3-23) se tiene que

$$v(0, t) = u(0, t) - s(0) = 0,$$

y,

$$v_x(L, t) = u_x(L, t) - s_x(L) = 0$$

Entonces, $v(x, t)$ será solución del problema homogéneo:

$$\begin{cases} v_t = \alpha^2 v_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ v(x, 0) = f(x) - s(x), & 0 \leq x \leq L, \\ v(0, t) = 0, \quad v_x(L, t) = 0, & t > 0. \end{cases} \quad (3-24)$$

Por tanto, la solución (3-21) sería,

$$u(x, t) = h_L x + g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin\left((2n-1)\frac{\pi}{2L}x\right) e^{-\alpha^2(2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2}t},$$

$$\text{con } D_n = \frac{2}{L} \int_0^L [f(x) - s(x)] \sin\left((2n-1)\frac{\pi}{2L}x\right) dx, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Como la solución del problema (3-24) es única y $s(x)$ es una función conocida, entonces $u(x, t)$ también es única. Cuando t tiende a infinito $\sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin\left((2n-1)\frac{\pi}{2L}x\right) e^{-\alpha^2(2n-1)^2 \frac{\pi^2}{4L^2}t}$ tiende a cero y se tiene que

$$u(x, t) \rightarrow h_L x + g_0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (3-25)$$

y así, deducimos que la solución del problema (3-23) tiende a una expresión estacionaria, es decir, independiente de tiempo.

3.2.3 Caso unidimensional con condiciones de tipo Robin

Nuevamente, motivados por el tipo de problemas que abordaremos a continuación, nos interesa estudiar un problema donde ahora las condiciones de contorno son ambas de tipo Robin. Este tipo de condiciones suele aparecer cuando tenemos flujo por convección en problemas de transmisión de calor. Como en las subsecciones anteriores, empezaremos con el caso de condiciones de contorno homogéneas para luego abordar el caso de condiciones de contorno no homogéneas.

Condiciones de contorno homogéneas

En este problema consideraremos las condiciones de contorno en los extremos:

$$u_x(0, t) + a_0 u(0, t) = 0, \quad u_x(L, t) + a_l u(L, t) = 0.$$

El modelo matemático resultante es:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u_x(0, t) + a_0 u(0, t) = 0, & t > 0, a_0 \in \mathbb{R}; a_0 \neq 0, \\ u_x(L, t) + a_l u(L, t) = 0. & t > 0, a_l \in \mathbb{R}; a_l \neq 0. \end{cases} \quad (3-26)$$

Vamos a utilizar nuevamente el método de separación de variables para resolver esta ecuación. Para ello supondremos que la solución $u(x, t)$ puede ponerse como producto de dos funciones $P(t)$ y $R(x)$. Por tanto, calculando las derivadas correspondientes:

$$\begin{aligned}u(x, t) &= R(x)P(t), \\u_t(x, t) &= R(x)P_t(t), \\u_x(x, t) &= R_x(x)P(t), \\u_{xx}(x, t) &= R_{xx}(x)P(t).\end{aligned}$$

Entonces, la ecuación de calor queda:

$$R(x)P_t(t) = \alpha^2 R_{xx}(x)P(t).$$

Como en el problema anterior consideramos con $\lambda \in \mathbb{R}$, la constante de separación, tal que:

$$-\lambda := \frac{1}{\alpha^2} \frac{P_t(t)}{P(t)} = \frac{R_{xx}(x)}{R(x)}.$$

Obtenemos dos ecuaciones diferenciales,

$$\begin{aligned}P_t(t) + \lambda \alpha^2 P(t) &= 0, \\R_{xx}(x) + \lambda R(x) &= 0.\end{aligned}\tag{3-27}$$

Las condiciones de contorno se transforman en

$$\begin{aligned}R_x(0)P(t) + a_0 R(0)P(t) &= 0, \\R_x(L)P(t) + a_l R(L)P(t) &= 0.\end{aligned}$$

Sabemos que si fuese $P(t) \equiv 0$ tendríamos $u \equiv 0$ y no se cumpliría la condición inicial del problema (3-26) si f es no nula. Por lo tanto,

$$R_x(0) + a_0 R(0) = R_x(L) + a_l R(L) = 0.\tag{3-28}$$

Ahora bien, λ puede ser tres casos ($\lambda < 0$, $\lambda > 0$ y $\lambda = 0$) y asumimos que es positiva ya que en los otros casos daría la solución trivial [24] y por tanto lo podemos poner de la forma $\lambda = \mu^2$ para cualquier positivo μ . La ecuación diferencial sería:

$$R_{xx}(x) + \mu^2 R(x) = 0.$$

cuya ecuación característica es:

$$R^2 + \mu^2 = 0,$$

dado que

$$R = \pm \mu i,$$

cuyas raíces son complejas. Por tanto, la solución general es [4]

$$R(x) = A \cos \mu x + B \sin \mu x.$$

Obtengamos el valor de las constantes A y B aplicando las condiciones de contorno(3-28).

De esta forma, se tiene que

$$\mu B + a_0 A = 0 \rightarrow A = -\frac{\mu B}{a_0}.$$

$$B \left(\left(\frac{\mu^2}{a_0} + a_l \right) \operatorname{sen} \mu L + \mu \left(1 - \frac{a_l}{a_0} \right) \cos \mu L \right) = 0,$$

Para evitar la solución trivial, asumimos que $B \neq 0$, por tanto,

$$\left(\frac{\mu^2}{a_0} + a_l \right) \operatorname{sen} \mu L + \mu \left(1 - \frac{a_l}{a_0} \right) \cos \mu L = 0.$$

Se puede escribir en esta forma:

$$\tan \mu L = -\frac{\mu \left(1 - \frac{a_l}{a_0} \right)}{\left(\frac{\mu^2}{a_0} + a_l \right)}.$$

Para resolver esta ecuación debemos hallar los puntos intersección entre la función tangente a la izquierda de la ecuación y la función a la derecha de la misma. De esos puntos se puede deducir una expresión para μ para cada $n \in \mathbb{N}$, que denotaremos por μ_n . Por simplicidad omitiremos este estudio, para más detalles véase [25]. Entonces,

$$R(x) = -\frac{\mu_n B}{a_0} \cos \mu_n x + B \operatorname{sen} \mu_n x,$$

para la solución general para cualquier $n \in \mathbb{N}$ sería,

$$R_n(x) = -\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \operatorname{sen} \mu_n x. \quad (3-29)$$

Ahora bien, consideramos la ecuación diferencial (3-27),

$$P_t(t) + \alpha^2 \lambda P(t) = 0,$$

Resolviendo la ecuación diferencial anterior y se tiene que

$$P(t) = e^{-\alpha^2 \mu^2 t},$$

para la solución general para cualquier $n \in \mathbb{N}$ sería,

$$P_n(t) := e^{-\alpha^2 \mu_n^2 t}, \quad (3-30)$$

Entonces, teniendo en cuenta (3-29) y (3-30) la solución para cada $n \in \mathbb{N}$ será:

$$u_n(x, t) := P_n(t) R_n(x) = e^{-\alpha^2 \mu_n^2 t} \left(-\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \operatorname{sen} \mu_n x \right),$$

Como la ecuación en derivadas parciales es lineal, cualquier combinación lineal de soluciones también es solución, así que consideraremos como solución general en sentido formal a:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \mu_n^2 t} \left(-\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \sin \mu_n x \right). \quad (3-31)$$

Finalmente, utilizando la condición inicial $u(x, 0) = f(x)$ se obtiene

$$u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \sin \mu_n x \right) = f(x).$$

En este caso podríamos hallar los B_n de forma similar a los apartados anteriores, para más detalles véase [26].

Como cada $u_n \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ y la serie es convergente [24], se tiene: $u(x, t) \rightarrow 0 \forall x \in [0, L]$. Es decir como en los casos anteriores, la varilla tiende a ponerse a 0 grados [24].

A continuación, vamos a demostrar la unicidad de la solución del problema. Por reducción al absurdo, supongamos que existen 2 soluciones (u_1, u_2) del siguiente problema:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u_x(0, t) + a_0 u(0, t) = 0, & t > 0, a_0 \in \mathbb{R}; a_0 \neq 0 \\ u_x(L, t) + a_l u(L, t) = 0. & t > 0, a_l \in \mathbb{R}; a_l \neq 0 \end{cases} \quad (3-32)$$

Sea

$$w = u_1 - u_2,$$

entonces,

$$\begin{aligned} w_t &= u_{1t} - u_{2t}, \\ \alpha^2 w_{xx} &= \alpha^2 (u_{1xx} - u_{2xx}). \end{aligned}$$

Según la condición inicial, $u(x, 0) = f(x)$, se tiene que

$$w(x, 0) = u_1(x, 0) - u_2(x, 0) = f(x) - f(x) = 0.$$

Según la condición de contorno, $u_x(0, t) + a_0 u(0, t) = 0$ obtenemos que

$$w_x(0, t) + a_0 w(0, t) = u_{1x}(0, t) + a_0 u_1(0, t) - u_{2x}(0, t) - a_0 u_2(0, t) = 0.$$

Para $u_x(L, t) + a_l u(L, t) = 0$, tenemos

$$w_x(L, t) + a_l w(L, t) = u_{1x}(L, t) + a_l u_1(L, t) - u_{2x}(L, t) - a_l u_2(L, t) = 0..$$

Por tanto,

$$\begin{cases} w_t = \alpha^2 w_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ w(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq L, \\ w_x(0, t) + a_0 w(0, t) = 0, & t > 0, a_0 \in \mathbb{R}; a_0 \neq 0 \\ w_x(L, t) + a_l w(L, t) = 0. & t > 0, a_l \in \mathbb{R}; a_l \neq 0 \end{cases} \quad (3-33)$$

Entonces, como ahora la condición inicial es nula, $B_n = 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$, por (3-31) se tiene que $w = 0$, entonces:

$$u_1 - u_2 = 0 \leftrightarrow u_1 = u_2,$$

es decir, el problema tiene una única solución.

Condiciones de contorno no homogéneas.

A continuación, consideraremos que las condiciones de contorno sean constantes no nulas, es decir, consideraremos dos constantes g_0 y g_L tal que:

$$u_x(0, t) + u(0, t) = g_0, \quad u_x(L, t) + u(L, t) = g_L.$$

El modelo matemático resultante es:

$$\left\{ \begin{array}{ll} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ u(x, 0) = f(x), & 0 \leq x \leq L, \\ u_x(0, t) + a_0 u(0, t) = g_0, & t > 0, a_0 \in \mathbb{R}; a_0 \neq 0, \\ u_x(L, t) + a_l u(L, t) = g_L. & t > 0, a_l \in \mathbb{R}; a_l \neq 0. \end{array} \right. \quad (3-34)$$

Para resolver este problema, consideraremos una función auxiliar $v(x, t)$ tal que:

$$u(x, t) = v(x, t) + s(x).$$

Donde $s(x) = \frac{g_L - g_0}{L} x + g_0 - \frac{g_L - g_0}{L}$. Esta función auxiliar $v(x, t)$, será la solución del problema con condiciones de contorno homogéneas asociado al problema (3-34). Veamos como se deduce el problema homogéneo.

Por un lado, las derivadas de la función auxiliar v son

$$v_t = u_t,$$

y

$$v_{xx} = u_{xx}.$$

Por otro lado, de la condición inicial del problema (3-34)

se tiene que:

$$v(x, 0) = u(x, 0) - s(x) = f(x) - s(x).$$

Por las condiciones de contorno del problema (3-34) se tiene que

$$v_x(0, t) + a_0 v(0, t) = u_x(0, t) + a_0 u(0, t) - s_x(0) - s(0),$$

es decir,

$$v_x(0, t) + a_0 v(0, t) = g_0 - \frac{g_L - g_0}{L} - g_0 + \frac{g_L - g_0}{L} = 0$$

y,

$$v_x(L, t) + a_l v(L, t) = u_x(L, t) + a_l u(L, t) - s_x(L) - s(L),$$

es decir,

$$v_x(L, t) + a_l v(L, t) = g_L - \frac{g_L - g_0}{L} - g_L + g_0 - g_0 + \frac{g_L - g_0}{L} = 0.$$

Entonces, $v(x, t)$ será solución del problema homogéneo:

$$\begin{cases} v_t = \alpha^2 v_{xx}, & t > 0, x \in (0, L), \\ v(x, 0) = f(x) - s(x), & 0 \leq x \leq L, \\ v_x(0, t) + a_0 v(0, t) = 0, & t > 0, a_0 \in \mathbb{R}; a_0 \neq 0 \\ v_x(L, t) + a_l v(L, t) = 0. & t > 0, a_l \in \mathbb{R}; a_l \neq 0 \end{cases} \quad (3-35)$$

Por tanto, la solución (3-31) sería,

$$u(x, t) = \frac{g_L - g_0}{L} x + g_0 - \frac{g_L - g_0}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \mu_n^2 t} \left(-\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \sin \mu_n x \right).$$

Como la solución del problema (3-35) es única y $s(x)$ es una función conocida, entonces $u(x, t)$ también es única. Cuando t tiende a infinito $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha^2 \mu_n^2 t} \left(-\frac{\mu_n B_n}{a_0} \cos \mu_n x + B_n \sin \mu_n x \right)$ tiende a cero y se tiene que

$$u(x, t) \rightarrow \frac{g_L - g_0}{L} x + g_0 - \frac{g_L - g_0}{L}, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (3-36)$$

y así, deducimos que la solución del problema (3-34) tiende a una expresión estacionaria, es decir, independiente de tiempo

3.3 Problema de la pared plana

En este apartado, modelizaremos matemáticamente el problema de la transferencia de calor a través de una pared plana. Para ello, utilizaremos las ecuaciones expuestas en el apartado anterior, pero considerando ahora el caso estacionario (independiente del tiempo) [22]. En efecto, en los problemas estudiados en la sección anterior, comprobamos que a medida que aumenta el tiempo, la solución u tiende a una función que solo depende de los puntos x a lo largo del intervalo $[0, L]$, lo que justifica el estudio de este tipo de problemas en un estado estacionario.

Emplearemos diferentes problemas dependiendo del número de capas que forman la pared. Para su mejor comprensión, nos centraremos en los problemas con una pared formada por una única capa, luego continuaremos con el problema de una pared formada por dos capas y finalmente terminaremos presentando el problema generalizado para una pared multicapa, es decir, formada por un número finito de n de capas.

En cada problema obtendremos la distribución de la temperatura a través de las paredes, el flujo de calor y el coeficiente de transferencia de calor.

3.3.1 Pared de una capa

En este problema estacionario hay dos diferentes ambientes a distintas temperaturas (u_l, u_r) separadas [Figura 3-7] por una pared de espesor L .

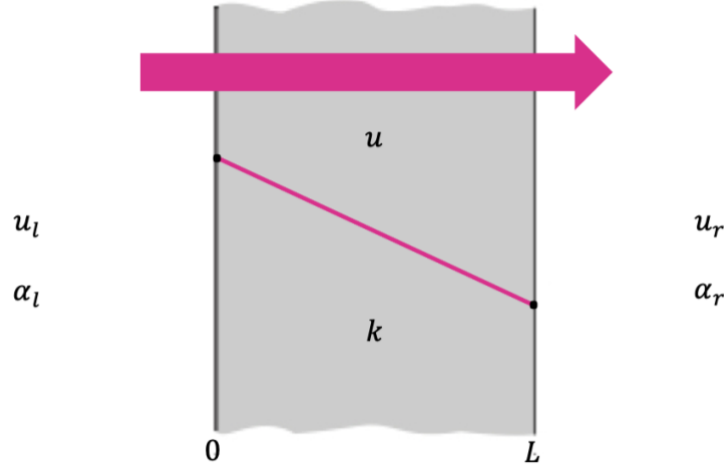


Figura 3-7 Dos ambientes a diferentes temperaturas separadas por una pared simple [Elaboración propia].

Entonces, el modelo matemático en estado estacionario será:

$$\begin{cases} -ku_{xx} = 0, & x \in (0, L), \\ -k \frac{du}{dx}(0) = \alpha_l(u_l - u(0)), \\ k \frac{du}{dx}(L) = \alpha_r(u_r - u(L)). \end{cases} \quad (3-37)$$

con $k(W/mK)$ es la conductividad térmica y α_l y α_r (W/m^2K) son coeficientes de convección a través de la pared.

La solución del modelo matemático sería,

$$u(x) = \frac{u_L - u_0}{L}x + u_0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad (3-38)$$

donde $u_L = u(L)$ y $u_0 = u(0)$. Observamos que la ecuación del calor en este modelo es,

$$-ku_{xx} = 0, \quad (3-39)$$

por lo que se deduce que $q := -ku_x$ que representa el flujo de calor, es una constante. Además, según la ecuación (3-38) se tiene que:

$$q = -k \frac{u_L - u_0}{L}. \quad (3-40)$$

De la segunda y tercera relación (3-37) se deduce:

$$q = \alpha_l(u_l - u_0) = -\alpha_r(u_L - u_r).$$

De ahí:

$$\begin{cases} u_0 = u_l - \frac{q}{\alpha_l}, \\ u_L = u_r + \frac{q}{\alpha_r}. \end{cases} \quad (3-41)$$

Por otro lado, de la solución (3-38)

$$u(x) = -\frac{q}{k}x + u_0,$$

entonces,

$$u_L = u(L) = -\frac{q}{k}L + u_0.$$

Sustituyendo (3-41),

$$u_r + \frac{q}{\alpha_r} = -\frac{q}{k}L + u_l - \frac{q}{\alpha_l},$$

es decir,

$$u_l - u_r = q \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L}{k} + \frac{1}{\alpha_l} \right). \quad (3-42)$$

El número

$$h := \frac{q}{u_l - u_r},$$

se denomina coeficiente de transferencia de calor (W/m^2K) que según la ecuación (3-42) podemos dejar en esta forma:

$$h = \frac{q}{u_l - u_r} = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L}{k} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1}.$$

Podemos observar que la expresión que hemos obtenido, el coeficiente de transferencia de calor (h) es depende de la longitud de la pared (espesor) y de la conductividad térmica del material y de los coeficientes de convección a través de las capas límite.

En resumen, hemos obtenido:

$$\begin{cases} u(x) = \frac{u_L - u_0}{L}x + u_0, & 0 \leq x \leq L. & \rightarrow \text{La temperatura a través de la pared (K).} \\ h = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L}{k} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1} & & \rightarrow \text{El coeficiente de transferencia de calor (W/m}^2\text{K).} \\ q = h(u_l - u_r). & & \rightarrow \text{El flujo de calor (W/m}^2\text{).} \end{cases}$$

3.3.2 Pared de dos capas.

En este apartado consideraremos que la pared que separa los dos ambientes a diferentes temperaturas está formada por dos capas de materiales distintos. **[Figura 3-8]**

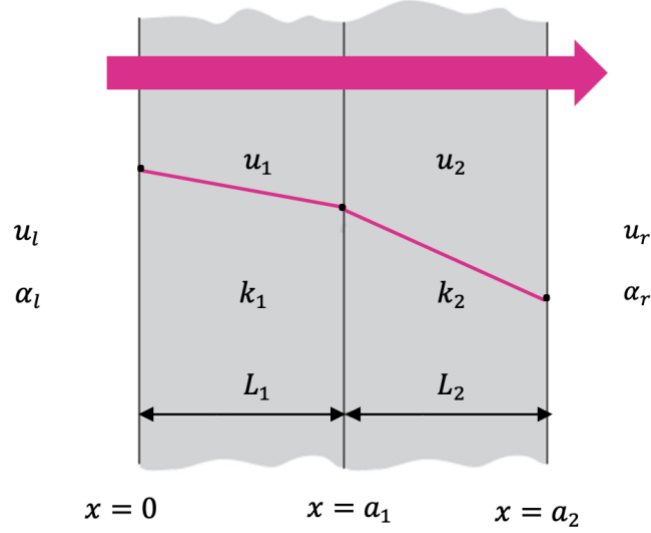


Figura 3-8 Dos capas de materiales distintos [Elaboración propia].

Por tanto, el modelo matemático de este problema será:

$$\left\{ \begin{array}{l} -k(u_i)_{xx} = 0, \quad x \in (0, L), \quad i \in 1, 2 \\ u_1(a_1) = u_2(a_1), \\ k_1 \frac{du_1}{dx}(a_1) = k_2 \frac{du_2}{dx}(a_1), \\ -k \frac{du_1}{dx}(0) = \alpha_l(u_l - u_1(0)) \\ k \frac{du_2}{dx}(L) = \alpha_r(u_r - u_2(a_2)). \end{array} \right. \quad (3-43)$$

con $k(W/mK)$ es la conductividad térmica y α_l y α_r (W/m^2K) son coeficientes de convección a través de la pared.

Si $q_i = -k_i(u_i)_x$ de la primera ecuación deducimos que $q_i = cte$ para $i = 1, 2$. Por tanto, por la tercera relación de (3-43).

$$q_1 = -k_1 \frac{du_1}{dx} = -k_2 \frac{du_2}{dx} = q_2.$$

Por tanto, denotamos por $q := q_1 = q_2$. De la cuarta y quinta relación de (3-43) se tiene que:

$$q = \alpha_l(u_l - u_1(0)) = -\alpha_r(u_r - u_2(a_2)).$$

En este caso, la solución será (3-25)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(x) = -\frac{q}{k_1}x + u_0, \\ u_2(x) = -\frac{q}{k_2}(x - a_1) + u_1(a_1). \end{array} \right. \quad (3-44)$$

Según la ecuación (3-44), podemos calcular en particular:

$$\begin{aligned} u_1(a_1) &= -\frac{q}{k_1} a_1 + u_0 \\ u_2(a_2) &= -\frac{q}{k_2} (a_2 - a_1) + u_1(a_1), \end{aligned}$$

donde $a_2 - a_1 = L_2$.

Sumando las expresiones anteriores:

$$u_1(a_1) + u_2(a_2) = -\frac{q}{k_1} L_1 + u_0 - \frac{q}{k_2} L_2 + u_1(a_1),$$

entonces,

$$u_2(a_2) = -q \left(\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_1}{k_1} \right) + u_0. \quad (3-45)$$

Además, en los extremos (3-44),

$$\begin{cases} u_0 = u_l - \frac{q}{\alpha_l}, \\ u_2(a_2) = u_r + \frac{q}{\alpha_r}. \end{cases}$$

Sustituyendo u_0 y $u_2(a_2)$ en la ecuación (3-45),

$$u_r + \frac{q}{\alpha_r} = -q \left(\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_1}{k_1} \right) + u_l - \frac{q}{\alpha_l},$$

es decir,

$$u_l - u_r = q \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{1}{\alpha_l} \right).$$

Así, en este caso el coeficiente de transferencia de calor es,

$$h = \frac{q}{u_l - u_r} = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1}.$$

Podemos observar que la expresión que hemos obtenido, el coeficiente de transferencia de calor (h) es depende de la longitud de cada capa (espesor) y de las propiedades físicas de los materiales que forman la pared multicapa y de los coeficientes de convección a través de las capas límite.

En resumen, hemos obtenido:

$$\begin{cases} u_1(x) = -\frac{q}{k_1} x + u_0, & 0 \leq x \leq a_1 & \rightarrow \text{La temperatura a través de la pared de la primera capa (K).} \\ u_2(x) = -\frac{q}{k_2} (x - a_1) + u_1(a_1), & a_1 \leq x \leq a_2, & \rightarrow \text{La temperatura a través de la pared de la segunda capa (K).} \\ h = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1} & & \rightarrow \text{El coeficiente de transferencia de calor (W/m}^2\text{K).} \\ q = h(u_l - u_r). & & \rightarrow \text{El flujo de calor (W/m}^2\text{).} \end{cases}$$

3.3.3 Pared Multicapa

En este apartado consideraremos que la pared que separa los dos ambientes a diferentes temperaturas está formada por un número N de capas de materiales distintos [Figura 3-9]. Los planos que definen las capas serán los $x = a_i$ siendo $a_0 = 0$ y $a_i - a_{i-1} = L_i$, $i = 1, 2, \dots, N$.

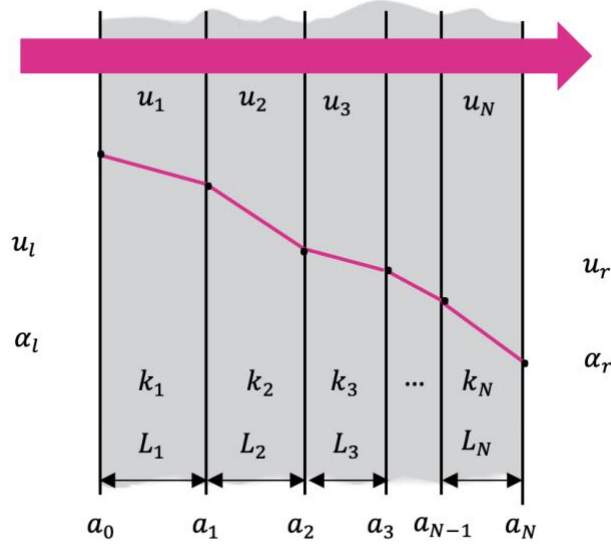


Figura 3-9 Multicapas de distintos materiales [Elaboración propia].

Según el modelo matemático:

$$\left\{ \begin{array}{l} -k(u_i)_{xx} = 0, \\ u_i(a_i) = u_{i+1}(a_i), \\ k_i \frac{du_i}{dx}(a_i) = k_{i+1} \frac{du_{i+1}}{dx}(a_i), \\ -k_1 \frac{du_1}{dx}(a_0) = \alpha_l(u_l - u_1(a_0)), \\ k_N \frac{du_N}{dx}(a_N) = \alpha_r(u_r - u_N(a_N)). \end{array} \right. \quad x \in (0, L), \quad i \in \mathbb{N} \quad (3-46)$$

con $k(W/mK)$ es la conductividad térmica y α_l y α_r (W/m^2K) son coeficientes de convección a través de la pared.

Si $q_i = -k_i(u_i)_x$ de la primera ecuación deducimos que $q_i = cte.$ para $i = 1, 2 \dots N$ Por tanto, por la tercera relación de (3-46)

$$q_1 = -k_1 \frac{du_1}{dx} = \dots = -k_N \frac{du_N}{dx} = q_N.$$

Por tanto, denotamos por $q := q_i$, $i = 1, 2, \dots, N$. De la cuarta y quinta relación de (3-46) se tiene que:

$$q = \alpha_l(u_l - u_1(a_0)) = -\alpha_r(u_r - u_N(a_N)). \quad (3-47)$$

La solución del problema en cada capa será:

$$u_i(x) = -\frac{q}{k_i}(x - a_{i-1}) + u_i(a_{i-1}).$$

En particular,

$$u_i(a_i) = -\frac{q}{k_i}(a_i - a_{i-1}) + u_i(a_{i-1}),$$

Sumando las expresiones anteriores desde $i = 1$ hasta N :

$$u_N(a_N) = -q \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i} + \frac{q}{\alpha_l} + u_1(a_0). \quad (3-48)$$

De (3-47) hemos obtenido:

$$\begin{cases} u_1(a_0) = u_l - \frac{q}{\alpha_l}, \\ u_N(a_N) = u_r + \frac{q}{\alpha_r}. \end{cases}$$

Sustituyendo estas expresiones en (3-48),

$$\frac{q}{\alpha_r} + u_r = -q \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i} - \frac{q}{\alpha_l} + u_l,$$

y así,

$$u_l - u_r = q \left(\frac{1}{\alpha_r} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{\alpha_l} \right).$$

Entonces, el coeficiente de transferencia de calor es,

$$h = \frac{q}{u_l - u_r} = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1}.$$

Podemos observar que la expresión que hemos obtenido, el coeficiente de transferencia de calor (h) es depende de la longitud de cada capa (espesor) y de las propiedades físicas de los materiales que forman la pared multicapa y de los coeficientes de convección a través de las capas límite.

En resumen, hemos obtenido:

$$\begin{cases} u_i(x) = -\frac{q}{k_i}(x - a_{i-1}) + u_i(a_{i-1}), & 0 \leq x \leq L, \\ & i = 1, 2 \dots N. \end{cases} \quad \begin{aligned} &\rightarrow \text{La temperatura a través de la} \\ &\text{pared (K).} \\ &\rightarrow \text{El coeficiente de transferencia de} \\ &\text{calor (W/m}^2\text{K).} \\ &\rightarrow \text{El flujo de calor (W/m}^2\text{).} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} h = \left(\frac{1}{\alpha_r} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{\alpha_l} \right)^{-1} \\ q = h(u_l - u_r). \end{cases}$$

3.4 Transferencia de calor en un recinto cerrado

A continuación, supongamos que tenemos un recinto cerrado a cierta temperatura que lo sumergimos en un fluido que lo baña completamente. Si el fluido está a diferente temperatura que la del recinto cerrado, se producirá una transferencia de calor hasta llegar a un estado de equilibrio. El objetivo de este apartado es la distribución de temperaturas hasta llegar a este estado. A esta función también se le conoce como curva de enfriamiento [26].

Para la transferencia de calor en un recinto cerrado debemos tener en cuenta el otro tipo de energía (energía interna) que tiene valor específico dependiendo del material y temperatura, que se mide en Kelvin (K). Este se denomina calor específico del material c (J/kgK).

La energía interna puede variar por la aportación (o la pérdida) de calor desde el exterior. Se puede expresar mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$mc \frac{du}{dt}(t) = Q(t),$$

donde m es masa (kg) y $Q(t)$ es la pérdida de calor (W).

Ahora vamos a presentar el problema de Cauchy, o también conocido como problema del valor inicial, conociendo los valores de m y c , así como el valor u_0 de la temperatura instantánea de tiempo t_0 . Por tanto, para obtener la distribución de temperaturas a lo largo del tiempo, debemos resolver el problema:

$$\begin{cases} mc \frac{du}{dt}(t) = Q(t), \\ u(t_0) = u_0. \end{cases} \quad (3-49)$$

La potencia de calor aportado depende, en muchas situaciones reales de la temperatura $u(t)$. Vamos a presentar los dos ejemplos más importantes que son Conducción-convección y Radiación, si bien resolveremos el problema de Cauchy únicamente en el primer caso.

- **Conducción-convección (ley de enfriamiento de Newton)**

En este caso la pérdida de calor $Q(t)$ viene dada por

$$Q(t) = hS(u_c(t) - u(t)), \quad (3-50)$$

donde $h(W/m^2K)$ es coeficiente de transferencia de calor por convección. $S(m^2)$ es la superficie del cuerpo, y $u_c(t)(K)$ es la temperatura dada de un fluido que baña el cuerpo.

- **Radiación**

En este caso la pérdida de calor $Q(t)$ viene dada por

$$Q(t) = \alpha S(u_r^4(t) - u^4(t)), \quad (3-51)$$

donde $\alpha(W/m^2K^4)$ es coeficiente de transferencia de calor. $S(m^2)$ es la superficie del cuerpo, y $u_r(t)(K)$ es la temperatura dada de otro cuerpo con el que intercambia calor por radiación.

A continuación, resolveremos el problema de Cauchy con la ley de enfriamiento (3-50), por su simplicidad.

Por tanto, teniendo en cuenta (3-49) y (3-50), el modelo matemático es:

$$\begin{cases} mc \frac{du}{dt}(t) = Q(t), \\ u(t_0) = u_0. \\ Q(t) = hS(u_c - u(t)). \end{cases}$$

Como se trata de una EDO de variables separadas nos queda,

$$\frac{1}{u_c - u} du = \frac{hS}{mc} dt,$$

integramos en los dos lados,

$$\int_{u_0}^u \frac{1}{u_c - u} du = \int_{t_0}^t \frac{hS}{mc} dt,$$

Integrando y asumiendo que el instante inicial $t_0 = 0$, entonces

$$\begin{aligned} \ln(u_c - u) - \ln(u_c - u_0) &= -\frac{hS}{mc} t, \\ u_c - u &= (u_c - u_0)e^{-\frac{hS}{mc}t}, \end{aligned}$$

por tanto,

$$u(t) = u_c + (u_0 - u_c)e^{-\frac{hS}{mc}t}. \quad (3-52)$$

A esta función se le conoce como curva de enfriamiento.

Aplicaremos la ley de enfriamiento de Newton en un ejemplo: un cubo de hierro con una dimensión de 10 cm y la temperatura de 80 °C, está dentro del agua de 20 °C. La densidad de material (hierro: 7880 kg/m³), el coeficiente de transferencia de calor por convección del agua es 500 W/m²K. Estudiaremos el cambio de la temperatura mediante la ecuación que hemos estudiado anterior.

El área de superficie es

$$S = 6(0.1)^2 = 0.06 \text{ m}^2.$$

El volumen de cubo es

$$V = (0.1)^3 = 0.001 \text{ m}^3.$$

Entonces, la masa de este cubo es

$$m = 7880 * 0.001 = 7.88 \text{ kg}.$$

Sustituyendo los datos en la ecuación (3-52),

$$u(t) = 20 + (80 - 20)e^{-\frac{(500)(0.06)}{(7.88)(450)}t}$$

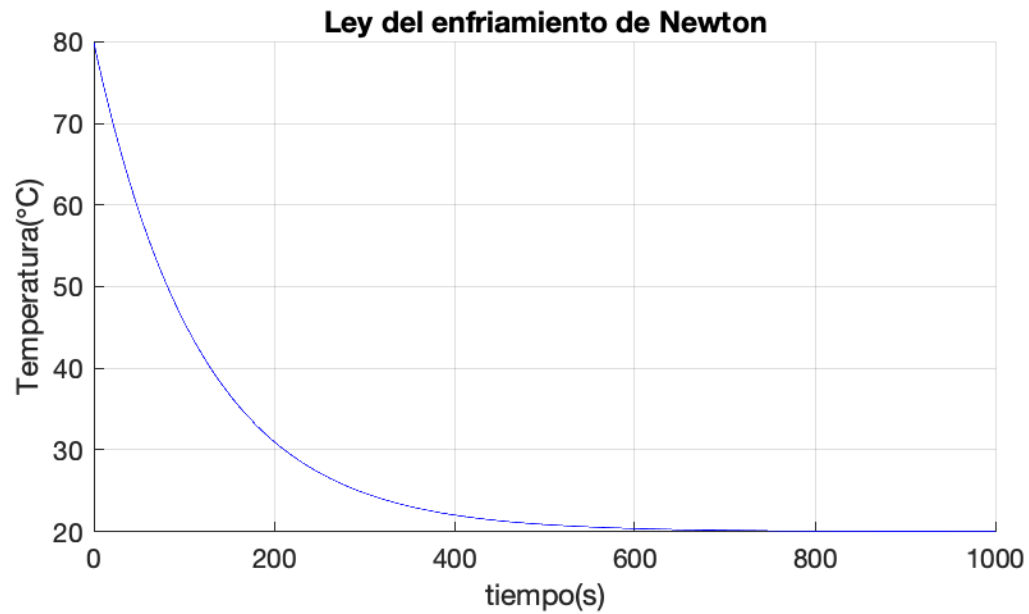


Figura 3-10 La curva de enfriamiento [Elaboración propia].

Según la gráfica **[Figura 3-10]**, podemos ver la curva del cambio de la temperatura del material a lo largo tiempo. En efecto, cuando t tiende a infinito la temperatura final del material tiende a la temperatura de agua que lo rodea.

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN / PRUEBA

4.1 Interfaz de Matlab

Utilizando el contenido desarrollado en la memoria de este trabajo, hemos implementado diferentes interfaces para cada uno de los problemas tratados (códigos disponibles en el Anexo I). Estas aplicaciones, nos permiten la obtención de resultados numéricos y gráficos de una forma óptima desde los puntos de vista de su sencillez, rapidez y precisión. Por un lado, hemos creado tres aplicaciones que nos permiten resolver problemas de una pared de una capa, dos capas y tres capas, respectivamente. Por otro lado, también hemos implementado una interfaz que nos permite estudiar la curva de enfriamiento de un material de un recinto cerrado.

En primer lugar, explicaremos el uso de las interfaces desarrolladas para estudiar el problema del flujo a través de una pared. Se ha optado por realizar una interfaz para el problema con una capa, dos capas y 3 capas, si bien podría crearse fácilmente una interfaz para cualquier número de capas que la pared pueda tener.

Empecemos por la interfaz para el problema de una pared con una capa cuya interfaz es la correspondiente de la **[Figura 4-1]**.



Figura 4-1 Interfaz de Matlab de una capa [Elaboración propia].

Esta interfaz nos permite obtener la distribución de temperatura en la pared, las temperaturas en cada superficie de la pared y el coeficiente de transferencia de calor. Los resultados se pueden ver en la esquina inferior derecha.

Para usar la interfaz, se seguirán en los siguientes pasos:

1. Introducir la longitud de espesor en cm.
2. Elegir la conductividad térmica dependiendo del material. En el caso de que el material no se encuentre en la lista, el usuario puede escribir el valor directamente seleccionando la opción "Otros"
3. Introducir el coeficiente de convección (izquierda) en W/m^2K cuyos valores se pueden encontrar en [27].
4. Introducir el coeficiente de convección (derecha) en W/m^2K cuyos valores se pueden encontrar en [27].
5. Elegir la temperatura del fluido a la izquierda de la pared mediante la barra en °C.
6. Elegir la temperatura del fluido a la derecha de la pared mediante la barra °C.
7. El botón "Representar" permite representar la gráfica de la temperatura a lo largo de la longitud del espesor, obtener el resultado del coeficiente de transferencia de calor y las temperaturas en cada superficie de la pared.

Nótese que la relación entre grados Celsius (°C) y grados Kelvin (K) es $T(^{\circ}C) = T(K) - 273$.

La interfaz de dos capas [Figura 4-2] y de tres capas [Figura 4-3] que se muestran a continuación tendrá un formato similar. Con respecto a los resultados, podremos obtener los mismos que en la interfaz anterior y además, las temperaturas entre cada superficie que separa las diferentes capas de la pared.

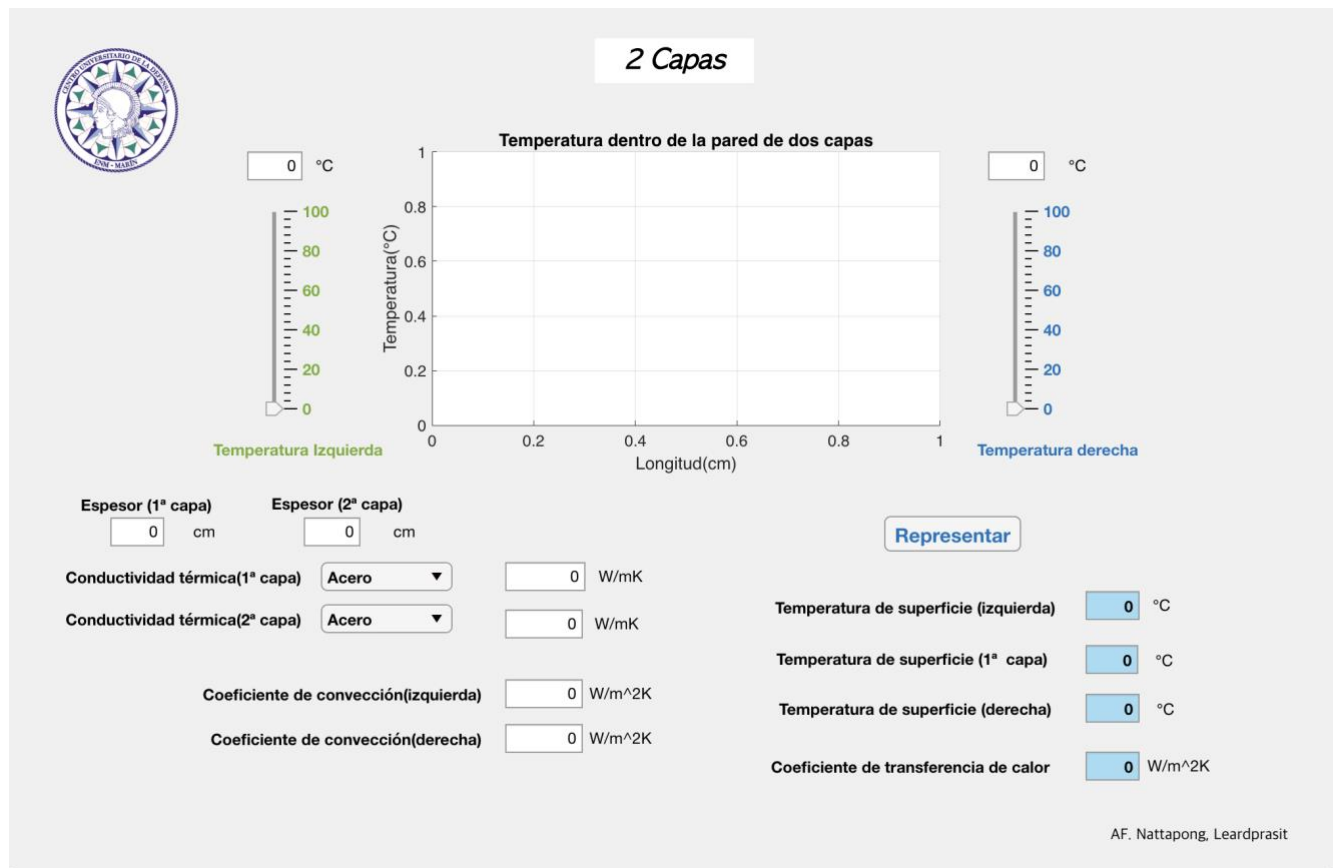


Figura 4-2 Interfaz de Matlab de dos capas [Elaboración propia].



Figura 4-3 Interfaz de Matlab de tres capas [Elaboración propia].

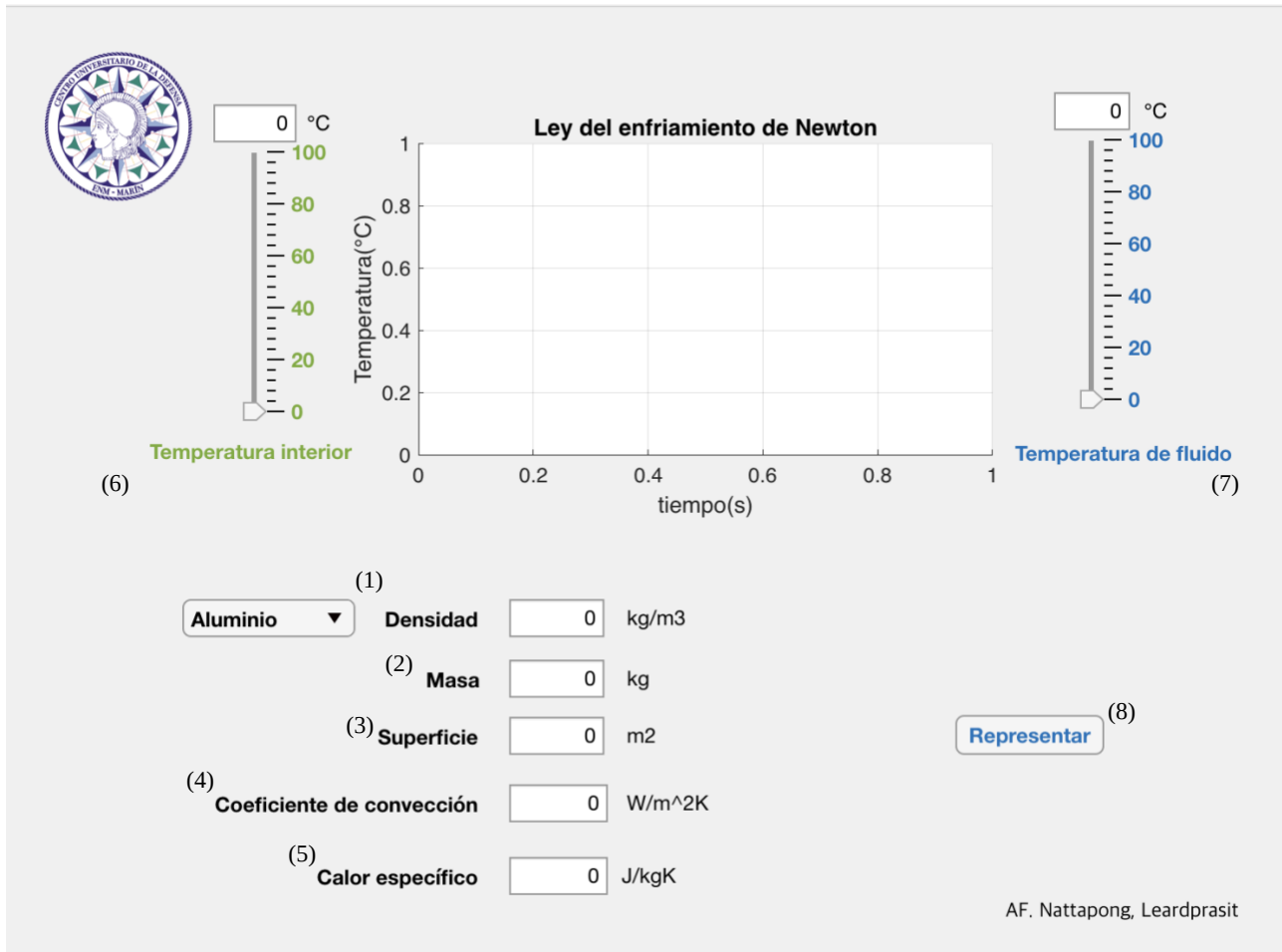


Figura 4-4 Interfaz de Matlab de la ley de enfriamiento [Elaboración propia].

A continuación, se explicará la interfaz para la ley del enfriamiento de Newton [Figura 4-4]. En esta interfaz nos permite ver la curva del enfriamiento en un recinto cerrado.

Para usar la interfaz, se explicará en los siguientes pasos:

1. Elegir el tipo del material.
2. Introducir la masa en kg.
3. Introducir el área de superficie del recinto en m^2 .
4. Introducir el coeficiente de convección en W/m^2K datos en [27]
5. Introducir el calor específico del recinto en J/kgK datos en [22]
6. Elegir la temperatura del recinto en °C.
7. Elegir la temperatura de fluido exterior en °C.

A continuación, aplicaremos las interfaces en algunos ejemplos. Comenzaremos con el problema de una capa, dos capas, tres capas y después estudiaremos la curva del enfriamiento de un problema en particular.

4.2 Pared de una capa

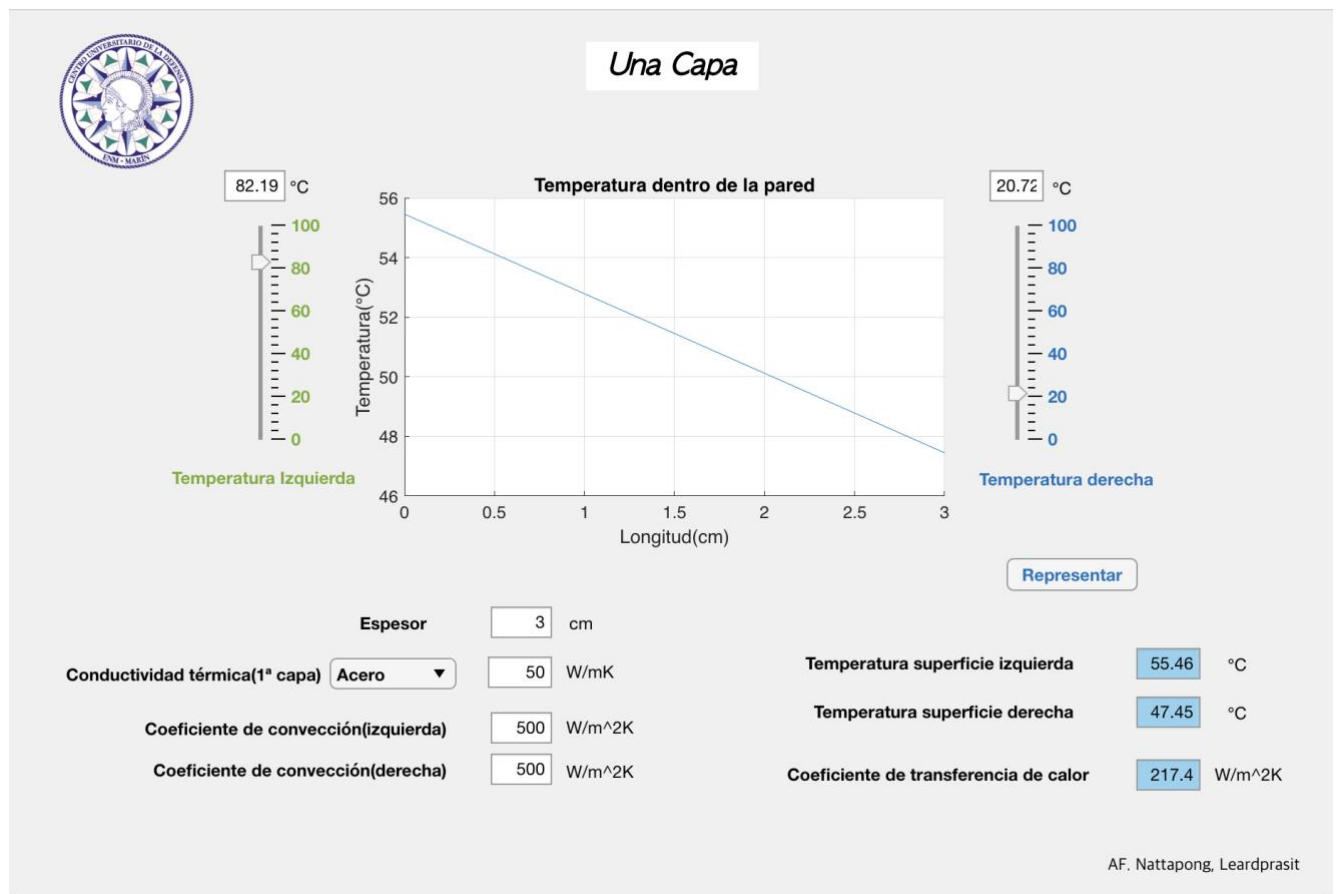


Figura 4-5 Una capa de acero [Elaboración propia].

En el primer ejemplo **[Figura 4-5]**, consideraremos una pared hecha de acero, de espesor 3 cm, que separa dos líquidos a temperaturas distintas, 82.19°C y 20.72°C respectivamente. Una vez introducidos los datos, obtenemos el valor del coeficiente de transferencia de calor (h), con un valor de $217.4 \text{ W/m}^2\text{K}$ y las temperaturas en las superficies izquierda y derecha de la pared, 55.46°C y 47.45°C, respectivamente. Además, podemos ver la distribución de temperaturas dentro de la pared en la gráfica.

En el segundo ejemplo **[Figura 4-6]**, consideraremos que la pared está hecha de aluminio, un material que tiene una mayor conductividad térmica que el acero. Como se podía esperar, podemos observar como el coeficiente de transferencia de calor ha aumentado, mientras que las temperaturas en las superficies de la pared han disminuido.

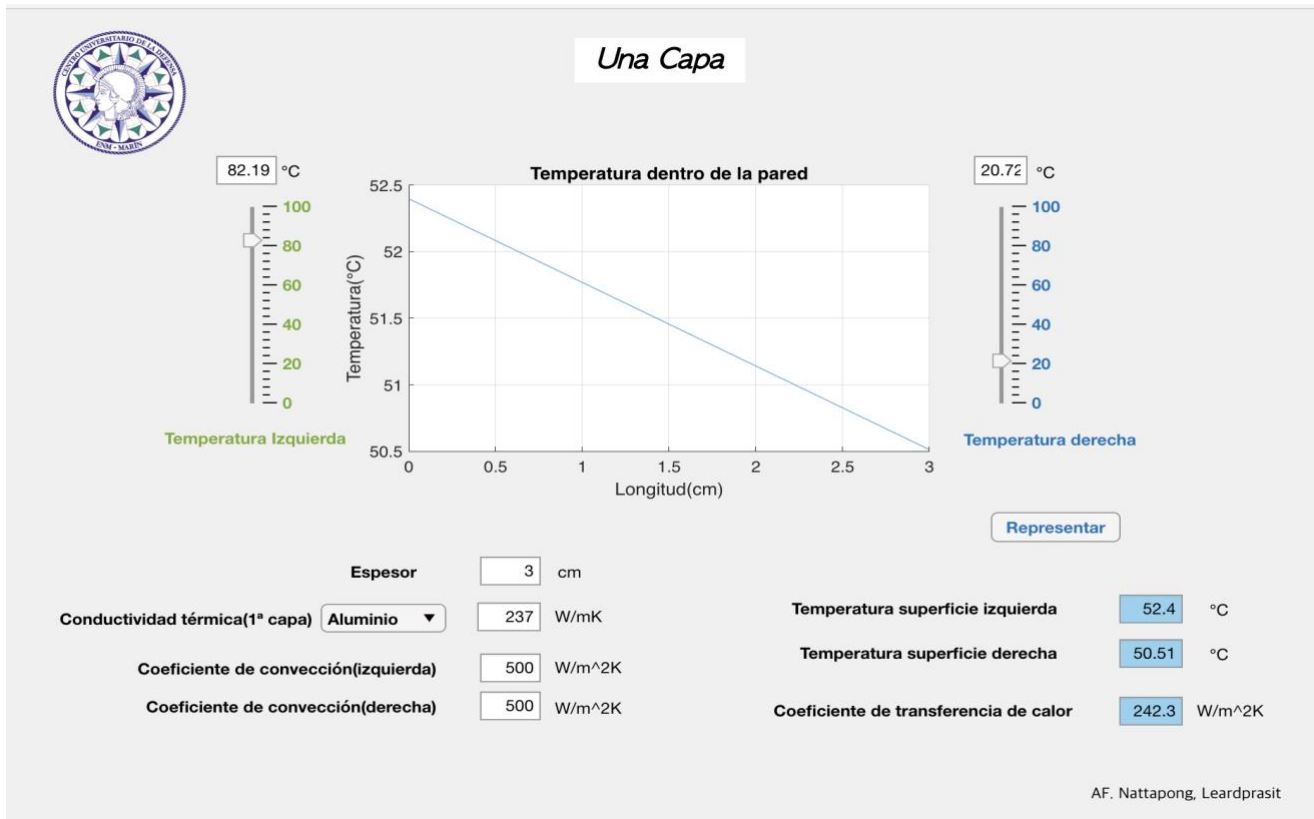


Figura 4-6 Una capa de aluminio [Elaboración propia].

En el siguiente ejemplo, consideramos que la pared está hecha de vidrio, cuyo valor de conductividad es más bajo que en los ejemplos anteriores. En este caso, el coeficiente de transferencia de calor es más bajo mientras que las temperaturas en las superficies es más alta.

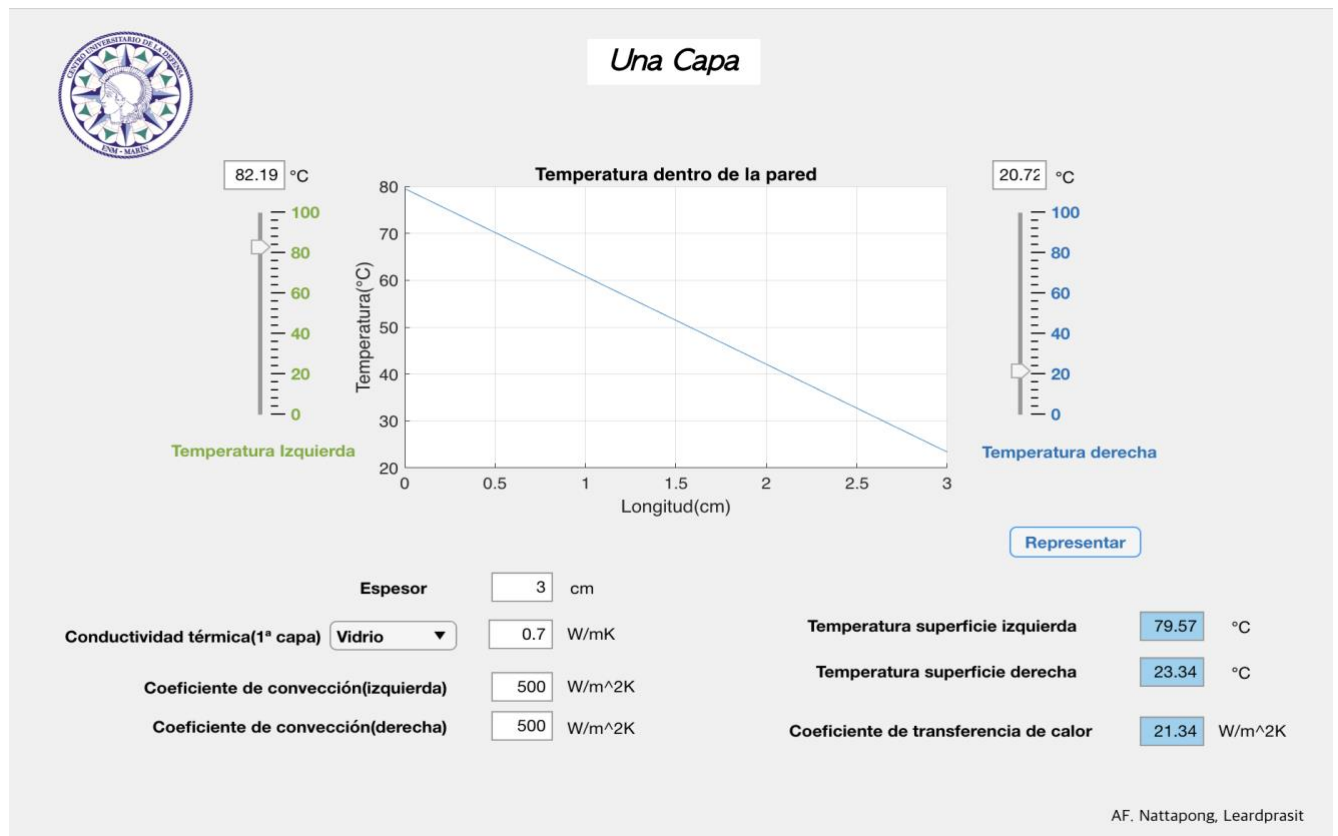


Figura 4-7 Una capa de vidrio [Elaboración propia].

4.3 Pared de dos capas

Ahora veremos algunos ejemplos de problemas de transmisión de calor en una pared formada por dos capas de materiales distintos, con la interfaz diseñada con Matlab. **[Figura 4-8]**

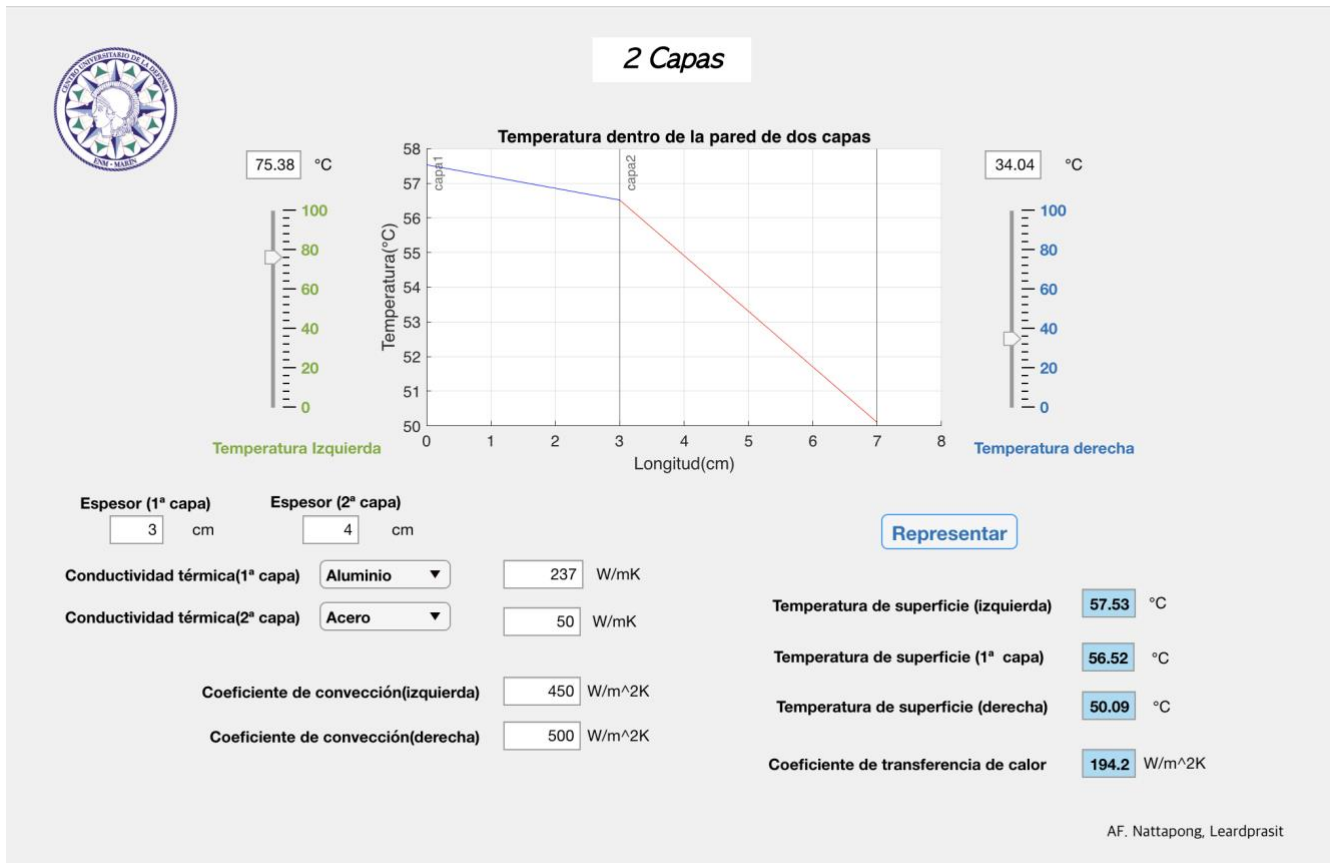


Figura 4-8 Dos capas de aluminio y acero [Elaboración propia].

En este ejemplo [Figura 4-8], consideraremos una pared hecha de aluminio, de espesor 3 cm y de acero, de espesor 4 cm, que separa dos fluidos a temperaturas distintas, 75.38°C y 34.04°C respectivamente. Una vez introducidos los datos, obtenemos el valor del coeficiente de transferencia de calor (h), con un valor de $194.2 \text{ W/m}^2\text{K}$ y las temperaturas en las superficies izquierda, de primera capa y derecha de la pared, 57.53°C, 56.52°C, y 50.09°C, respectivamente. Además, podemos ver la distribución de temperaturas dentro de la pared en la gráfica.

A continuación, cambiaremos el orden los materiales [Figura 4-9]. Es decir, la primera capa es acero y la segunda capa es aluminio. Como se podía esperar, podemos observar como el coeficiente de transferencia de calor ha aumentado, mientras que las temperaturas en las superficies de la pared han disminuido.

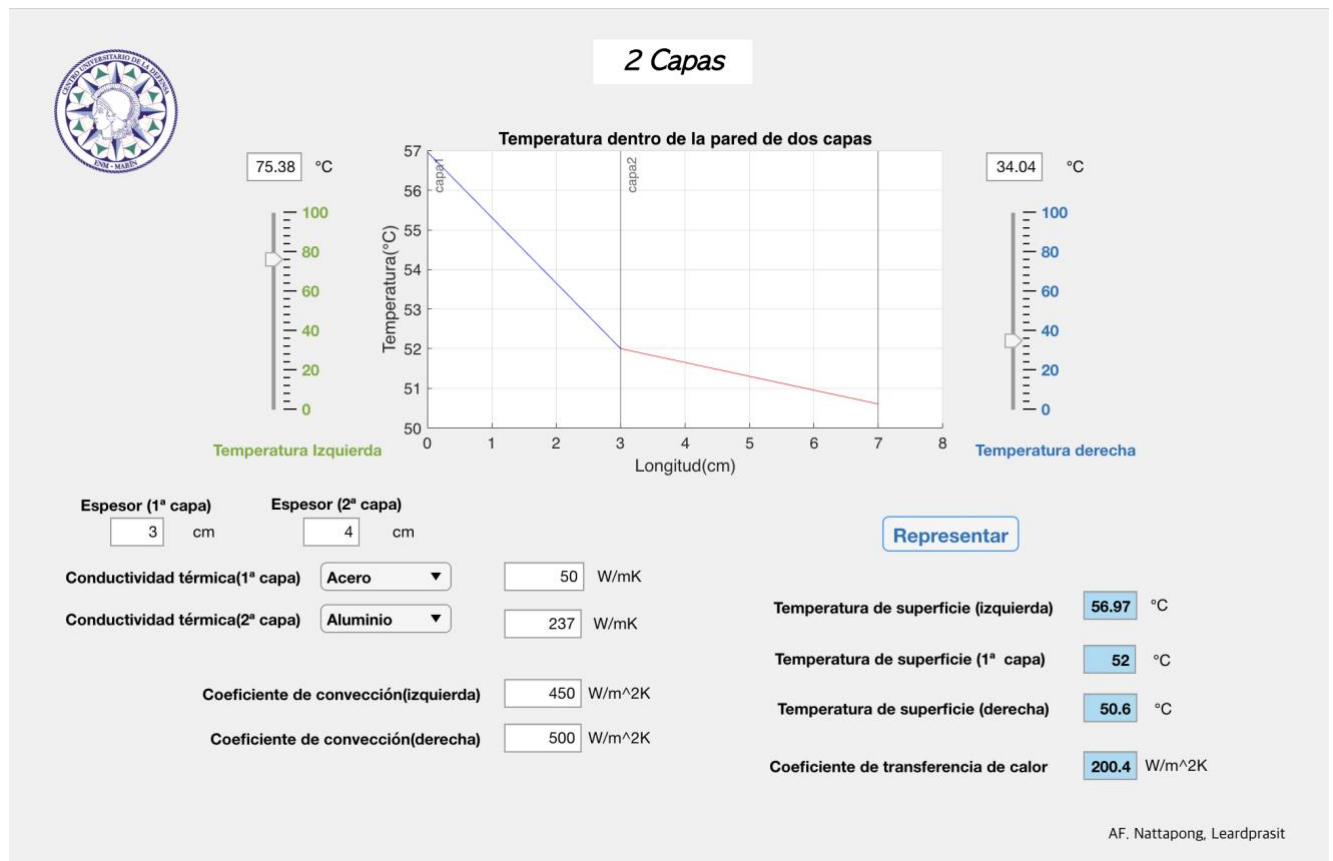


Figura 4-9 Dos capas de acero y aluminio [Elaboración propia].

4.4 Pared de tres capas

Ahora veremos algunos ejemplos de problemas de transmisión de calor en una pared formada por tres capas de materiales distintos, con la interfaz diseñada con Matlab.

En este ejemplo **[Figura 4-10]** consideraremos una pared hecha de acero, de espesor 3 cm y de aluminio, de espesor 4 cm y de acero, de espesor 5 cm, que separa dos fluidos a temperaturas distintas, 81.19°C y 22.96°C respectivamente. Una vez introducidos los datos, obtenemos el valor del coeficiente de transferencia de calor (h), con un valor de $179 \text{ W/m}^2\text{K}$ y las temperaturas en las superficies izquierda, primera capa, segunda capa y derecha de la pared, 60.35°C, 54.09°C, 52.33°C y 41.91°C, respectivamente. Además, podemos ver la distribución de temperaturas dentro de la pared en la gráfica.

Podemos ver a los resultados y la gráfica de la temperatura dentro de la pared respecto a cada capa. Además, si cambiamos el orden de material, se puede ver como se cambia la gráfica de la temperatura. **[Figura 4-11]**.

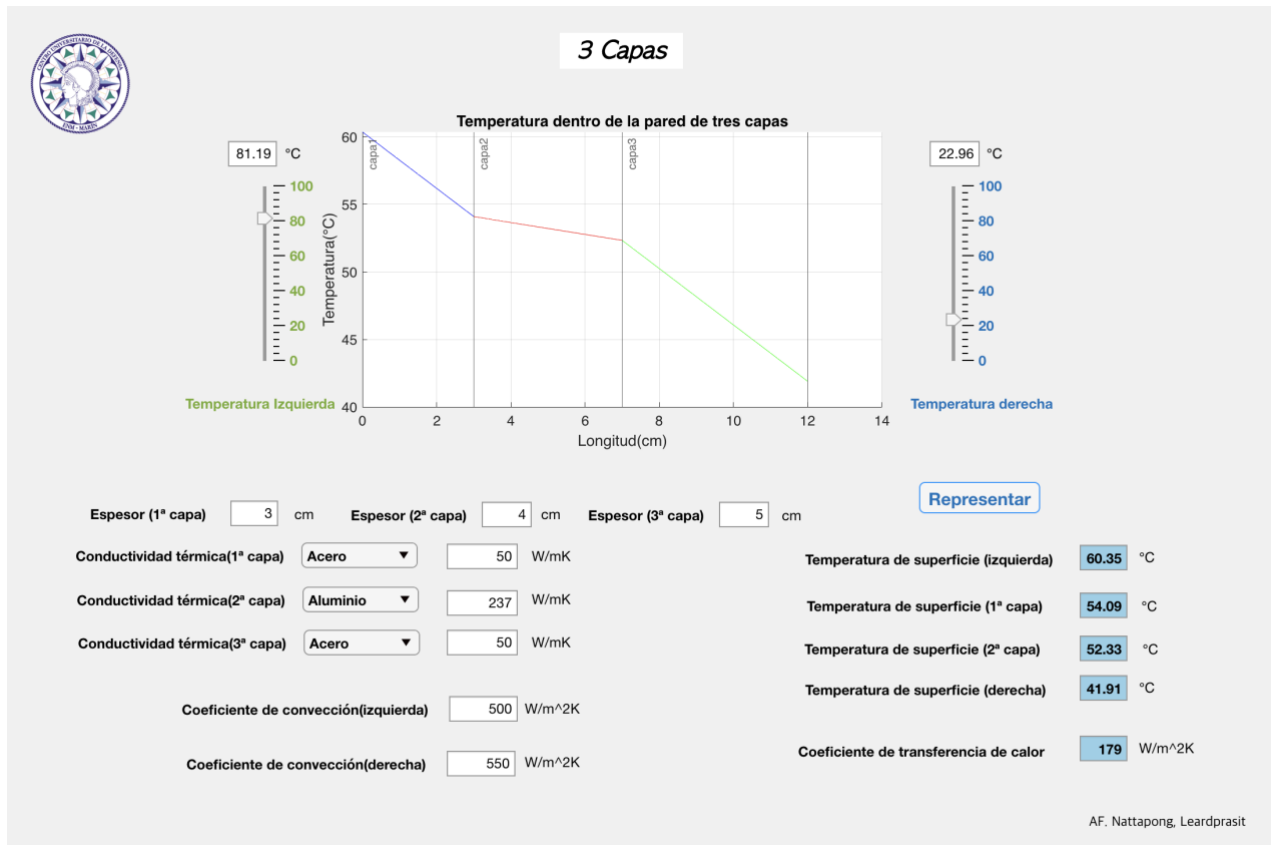


Figura 4-10 Tres capas de acero-aluminio-acero [Elaboración propia].

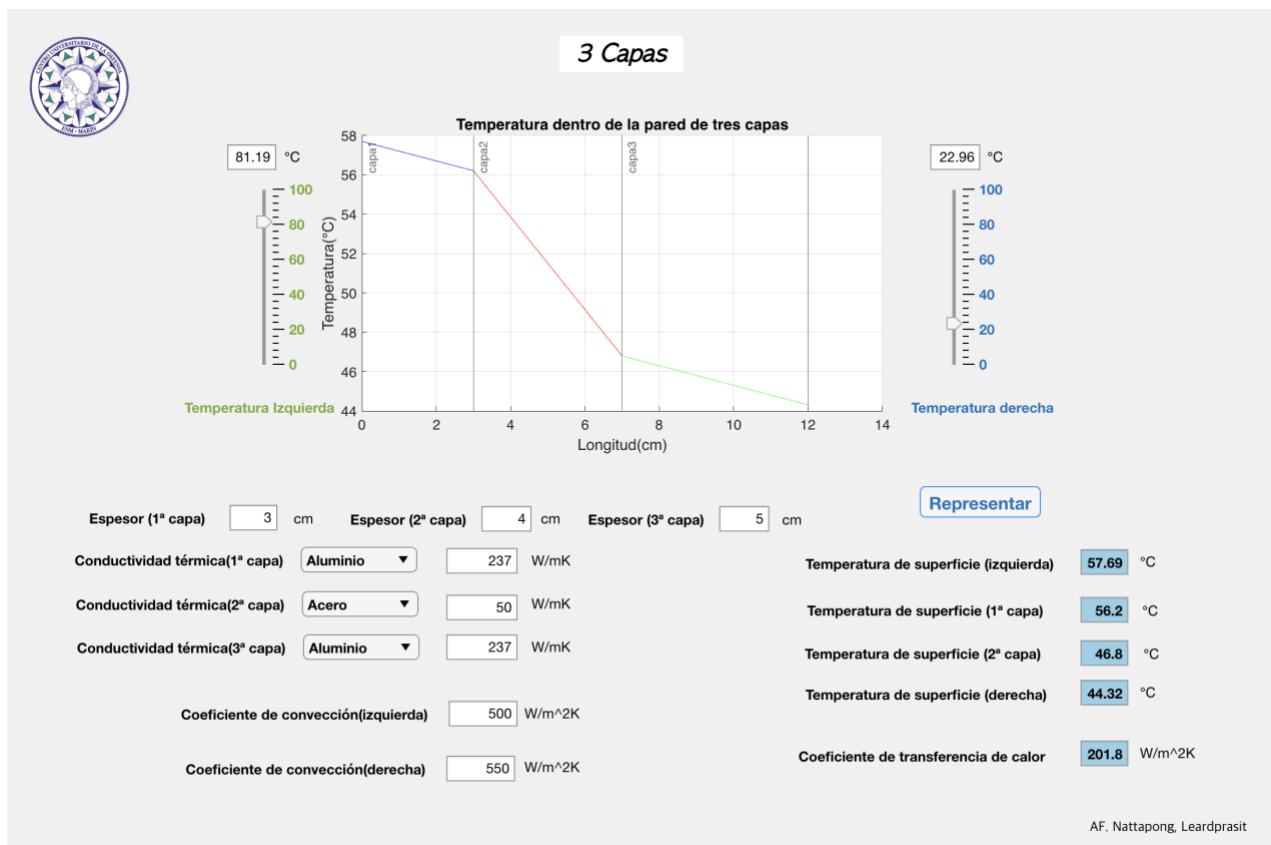


Figura 4-11 Tres capas de aluminio-acero-aluminio [Elaboración propia].

4.5 Ley de enfriamiento de Newton

A continuación, veremos un ejemplo con la interfaz de Matlab con la ley de enfriamiento de Newton.

Consideremos el problema [Figura 4-12] con un material cobre que tiene densidad de 8930 kg/m^3 , el calor específico del material de 385 J/kgK y temperatura de 77°C , que está dentro de un fluido (agua) que tiene el coeficiente de transferencia de calor por convección de $500 \text{ W/m}^2\text{K}$ y temperatura de 31.25°C . Una vez introducidos los datos, obtenemos la gráfica que representa a la curva de enfriamiento a lo largo del tiempo.

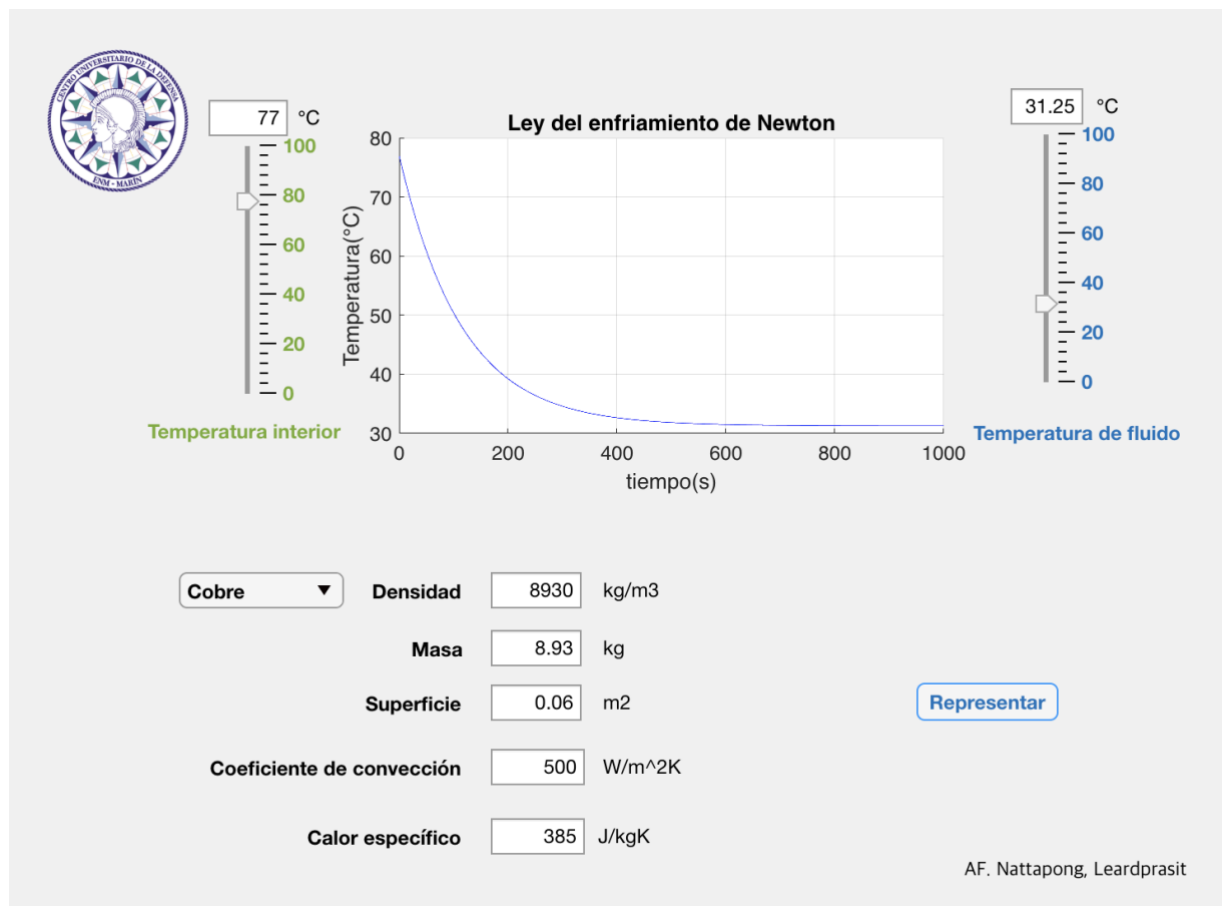


Figura 4-12 Ejemplo de enfriamiento de cobre [Elaboración propia].

En efecto, se puede comprobar que a medida que avanza el tiempo, el recinto alcanzará la temperatura del fluido que lo rodea.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo hemos analizado diferentes problemas de transmisión de calor desde los puntos de vista teórico y práctico.

En primer lugar, hemos estudiado el modelo matemático del problema de la ecuación del calor, centrándonos en su caso unidimensional. Combinando las condiciones de contorno Dirichlet, Neumann y Robin, hemos obtenido la única solución analítica para cada uno de los problemas planteados, mediante el uso de la teoría de ecuaciones en derivadas parciales y ecuaciones diferenciales ordinarias. Para cada modelo, hemos considerado tanto condiciones de contorno homogéneas como no homogéneas. En las expresiones de la solución obtenida, hemos demostrado que, si las condiciones de contorno no dependen del tiempo, la solución tiende a una expresión estacionaria, es decir, independiente del tiempo.

En segundo lugar, hemos estudiado el problema de transmisión de calor a través de una pared multicapa utilizando la versión estacionaria de los modelos unidimensionales analizados. En particular, hemos presentado los problemas de una pared con una capa, con dos capas y con un número N de capas. Para cada uno de ellos, se ha desarrollado los pasos para obtener la distribución de temperaturas a través de cada capa, el flujo de calor y el coeficiente de transferencia de calor en la pared. Este último, demostramos que dependía de las longitudes de cada capa, las propiedades físicas de los materiales y los coeficientes de convección a través de las capas límite. Además, hemos estudiado el problema de transmisión de calor en un recinto cerrado considerando la ley de enfriamiento de Newton. Para su resolución, se ha resuelto el problema de Cauchy correspondiente, obteniendo la expresión de la temperatura en función del tiempo y los datos del problema.

Finalmente, hemos desarrollado diferentes interfaces para cada uno de los problemas analizados en la memoria. Estas aplicaciones, nos permiten la obtención de resultados analíticos de una forma rápida e intuitiva para el usuario. En particular, permite la obtención de la distribución de temperaturas en cada capa, mediante una representación gráfica de las mismas. Además, también proporciona las temperaturas en las superficies de la pared, de las capas que separan cada material (si las hay) y el coeficiente de transferencia de calor correspondiente. En el caso de la interfaz correspondiente al problema de transmisión de calor en un recinto cerrado, permite la visualización de la función de temperatura con respecto al tiempo.

El sencillo uso de estas interfaces, puede ser de gran utilidad no solo para el análisis y estudio de problemas reales si no también como elemento didáctico para este tipo de problemas.

5.2 Líneas de futuras

La culminación de este trabajo abre un amplio abanico de posibilidades para su continuación y mejora para otros casos más complejos. A continuación, destacaremos algunos de ellos.

En primer lugar, sería interesante estudiar problemas de transferencia de calor a través de paredes cilíndricas o esféricas. Esto permitiría el análisis de problemas reales como el sistema aire acondicionado dentro de un submarino [22]. Otro elemento importante relacionado con el estudio de transferencia de calor a través de una pared sería considerar la generación de energía térmica entre las capas de las paredes. Por ejemplo, sería interesante aplicar el estudio de transferencia de calor en las celdas de batería en un coche eléctrico [28]. Este tipo de análisis tiene gran importancia dado el posible agotamiento en las próximas décadas de los combustibles fósiles de la Tierra.

Otra línea de trabajo futuro sería la posibilidad de estudiar problemas con condiciones de contorno dependientes del tiempo. Esto podría aplicarse en problemas más complejos como en el problema de las celdas de batería o incendios entre habitaciones contiguas.

También sería muy interesante realizar la comparación de resultados analíticos con resultados experimentales de coeficientes de transferencia de calor, flujos de calor y la distribución de temperaturas entre las capas de la pared.

Por otro lado, se podría completar el estudio el caso de radiación mediante el problema de Cauchy mediante la obtención de resultados analíticos y numéricos. Además, se podría considerar en estos problemas la dependencia explícita de la temperatura de algunos de los parámetros involucrados en los modelos matemáticos estudiados.

Con respecto a la interfaz, si bien el código disponible en este trabajo puede permitir la deducción de nuevos códigos de interfaces para cualquier número de capas, se podría contemplar la posibilidad de crear una aplicación mucho más compleja que crease una interfaz correspondiente a un número de capas que el usuario quiera considerar.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. d. C. Ibarra, La ecuación de Fourier : Resolución mediante métodos de análisis en variable real y en variable compleja, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad de ingeniería.
- [2] «Universidad de Salamanca,» [En línea]. Available: http://campus.usal.es/~modelosmatematicos/ModelosMatematicos/index_files/Trabajo%20Ec%20Diferenciales%20en%20Ingenieria.pdf. [Último acceso: 9 mar 2021].
- [3] E. d. ordinarias, «ugr,» [En línea]. Available: https://www.ugr.es/~jagalvez/pdfs/M1_T4.pdf. [Último acceso: 14 feb 2021].
- [4] G. F. Simmons, Ecuaciones Diferenciales, Madrid: McGraw Hill, 1998.
- [5] J. Geta, Análisis Dinámico: Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden, Universidad de Barcelona, Barcelona, 2014.
- [6] «Universidad de Granada,» [En línea]. Available: <https://www.ugr.es/~prodelas/ftp/ETSICCP/Resoluci%F3nNum%E9ricaEDPs.pdf>. [Último acceso: 14 feb 2021].
- [7] M. L. Ortega, «Una perspectiva histórica de los métodos de Fourier,» Granada, 2016.
- [8] «Mathematic Department,» Universidad de British Columbia, [En línea]. Available: <http://www.math.ubc.ca/feldman/demos/demo6c.html>. [Último acceso: 20 feb 2021].
- [9] «mcnbiografias,» [En línea]. Available: <http://www.mcnbiografias.com/app-bio/do/show?key=fourier-jean-baptiste-joseph>. [Último acceso: 5 feb 2021].
- [10] «biografiasyvidas,» Ruiza, M., Fernández, T. y Tamaro, E., [En línea]. Available: <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/f/fourier.htm>. [Último acceso: 16 feb 2021].
- [11] «wikipedia,» [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Fourier. [Último acceso: 24 enero 2021].
- [12] R. Lanzafame et. al. , «Heat Exchange Numerical Modeling of a submarine Pipeline for Crude Oil Transport,» *Energy procedia*, vol. 126, pp. 18-25, 2017.
- [13] «constructionreviewonline,» [En línea]. Available: <https://constructionreviewonline.com/news/equatorial-guinea-to-build-us-100m-subsea-gas-pipeline/>. [Último acceso: 14 feb 2021].
- [14] M. Santinello et. al. , «External heat transfer capability of a submerged SMR containment,» *Progress in Nuclear Energy*, nº 96, pp. 62-75, 2017.
- [15] J. M. T. Jan D. Wilgenhof, Performance Verification of the Air-conditioning System in a Submarine, *RINA warship*, 2017.
- [16] C. H. Forsberg, Heat Transfer Principles and Applications, London: Academic Press, 2021.

- [17] «Nergiza,» Carlos, [En línea]. Available: <https://nergiza.com/radiacion-conduccion-y-conveccion-tres-formas-de-transferencia-de-calor/>. [Último acceso: 27 feb 2021].
- [18] J.P.Holman, Transferencia de calor, Madrid: Mc GrawHill, 1999.
- [19] «Lifeder,» Zapata, Fanny, [En línea]. Available: <https://www.lifeder.com/transferencia-calor-conduccion/>. [Último acceso: 20 feb 2021].
- [20] «Actitudecologica,» [En línea]. Available: <https://actitudecologica.com/formas-de-transferencia-de-calor/>. [Último acceso: 2 mar 2021].
- [21] «Hyperphysics,» Nave, M Olmo R, [En línea]. Available: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/thermo/heatra.html>. [Último acceso: 20 feb 2021].
- [22] F. P. Incropera y D. P. DeWitt, Fundamentos de Transferencia de Calor, México: Pearson Education, 1999.
- [23] «e-ducativa,» [En línea]. Available: http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/500/518/html/Unidad_02/pagina_15.html. [Último acceso: 12 feb 2021].
- [24] P. Aranda, «Apuntes de métodos matemáticos II (EDPs),» 2017 (sin publicar).
- [25] R. C. Daileda, «Trinity University,» [En línea]. Available: http://ramanujan.math.trinity.edu/rdaileda/teach/s12/m3357/lectures/lecture_2_28_short.pdf. [Último acceso: 10 mar 2021].
- [26] A. J. G. Yunus A. Çengel, Transferencia de calor y masa, México: Mc GrawHill, 2011.
- [27] F. Kreith, r. M. Manglik y M. S. Bohn, Principles of heat transfer, Stamford: Cengage Learning, 2011.
- [28] «Hibridosyelectricos,» [En línea]. Available: <https://www.hibridosyelectricos.com/articulo/tecnologia/celdas-4680-enfriamiento-solas-tesla-modulos-bateria/20201001175553038620.amp.html>. [Último acceso: 10 mar 2021].
- [29] R. B. Mejías, Modelización de intercambiadores de calor y cogeneración con turbinas de gas en aplicación informática REDVAP, Sevilla, 2019.

ANEXO I: CÓDIGOS DE MATLAB

Pared de una capa

```
classdef app1capa < matlab.apps.AppBase
```

```
% Properties that correspond to app components
```

```
properties (Access = public)
```

```
    UIFigure          matlab.ui.Figure
    UIAxes             matlab.ui.control.UIAxes
    cmLabel            matlab.ui.control.Label
    Label_4            matlab.ui.control.Label
    Label_3            matlab.ui.control.Label
    Label_2            matlab.ui.control.Label
    Label              matlab.ui.control.Label
    RepresentarButton  matlab.ui.control.Button
    tr                 matlab.ui.control.NumericEditField
    tl                 matlab.ui.control.NumericEditField
    AFNattapongLeardprasitLabel  matlab.ui.control.Label
    Image2             matlab.ui.control.Image
    UnaCapaLabel       matlab.ui.control.Label
    Wm2KLabel_3        matlab.ui.control.Label
    hEditField         matlab.ui.control.NumericEditField
    mLabel             matlab.ui.control.Label
    Wm2KLabel_2        matlab.ui.control.Label
    Wm2KLabel          matlab.ui.control.Label
    kEditField         matlab.ui.control.NumericEditField
    c1EditField        matlab.ui.control.NumericEditField
    c2EditField        matlab.ui.control.NumericEditField
    EspesorEditField   matlab.ui.control.NumericEditField
    EspesorEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
    TemperaturalzquierdaSlider  matlab.ui.control.Slider
    TemperaturalzquierdaSliderLabel  matlab.ui.control.Label
    TemperaturaderechaSlider  matlab.ui.control.Slider
    TemperaturaderechaSliderLabel  matlab.ui.control.Label
```

```
TemperaturasuperficieizquierdaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturasuperficederechaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2 matlab.ui.control.Label
CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
WmKLabel matlab.ui.control.Label
end
```

```
% Callbacks that handle component events
```

```
methods (Access = private)
```

```
% Callback function
```

```
function ConductividadtrmicaListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.ConductividadtrmicaListBox.Value;
    app.kEditField.Value=value;
end
```

```
% Callback function
```

```
function CoeficientedeconveccinListBox1ValueChanged(app, event)
    value = app.CoficientedeconveccinListBox1.Value;
    app.c1EditField.Value = value;
end
```

```
% Callback function
```

```
function CoeficientedeconveccinListBox2ValueChanged2(app, event)
    value = app.CoficientedeconveccinListBox2.Value;
    app.c2EditField.Value=value;
end
```

% Callback function

function CalcularhButtonPushed(app, event)

%Definiciones

cl = app.c1EditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda

cr = app.c2EditField.Value; %Coeficiente de convección derecha

k = app.kEditField.Value; %Conductividad térmica

l = app.EspesorEditField.Value/100; %Longitud de espesor en cm.

% Cálculo de Coeficiente de transferencia de calor

$h = 1/(1/cl + l/k + 1/cr)$; %Coeficiente de transferencia de calor

app.hEditField.Value = h;

end

% Callback function

function ConductividadtrmicaListBoxValueChanged2(app, event)

value = app.ConductividadtrmicaListBox.Value;

app.kEditField.Value = value;

end

% Callback function

function Coeficientedeconveccin2ValueChanged(app, event)

value = app.Coficientedeconveccin2.Value;

app.c2EditField.Value = value;

end

% Value changed function: TemperaturalzquierdaSlider

function TemperaturalzquierdaSliderValueChanged(app, event)

value = app.TemperaturalzquierdaSlider.Value;

app.tl.Value = value;

end

% Value changed function: TemperaturaderechaSlider

```
function TemperaderechaSliderValueChanged(app, event)
    value = app.TemperaderechaSlider.Value;
    app.tr.Value = value;
end
```

% Button pushed function: RepresentarButton

```
function RepresentarButtonPushed(app, event)
    %Definiciones

    ul = app.tl.Value; %Temperatura de fluido izquierda
    ur = app.tr.Value; %Temperatura de fluido derecha
    l = app.EspesorEditField.Value/100; %Longitud de espesor en cm.
    k = app.kEditField.Value;
    cl = app.c1EditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda
    cr = app.c2EditField.Value; %Coeficiente de convección derecha

    % Cálculo de Coeficiente de transferencia de calor
    h = 1/(1/cl + l/k + 1/cr); %Coeficiente de transferencia de calor
    q = h*(ul-ur); %Flujo de calor
    u0 = ul-q/cl; %Temperatura de superficie izquierda
    uL = ur+q/cr; %Temperatura de superficie derecha
```

%La gráfica de la temperatura

```
x = 0:0.01:l;
y = -q*x/k +u0;
plot(app.UIAxes,x*100,y);
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditField.Value = u0;
app.TemperaturasuperficiederechaEditField.Value = uL;
app.hEditField.Value = h;
end
```

% Value changed function: Conductividadtrmica1capaDropDown

```
function Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged(app, event)
```

```
value = app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value;
app.kEditField.Value =value;
end
end

% Component initialization
methods (Access = private)

% Create UIFigure and components
function createComponents(app)

% Create UIFigure and hide until all components are created
app UIFigure = uifigure('Visible', 'off');
app UIFigure.Position = [100 100 933 626];
app UIFigure.Name = 'MATLAB App';

% Create UIAxes
app.UIAxes = uiaxes(app UIFigure);
title(app.UIAxes, 'Temperatura dentro de la pared')
xlabel(app.UIAxes, 'Longitud(cm)')
ylabel(app.UIAxes, 'Temperatura(°C)')
zlabel(app.UIAxes, 'Z')
app.UIAxes.PlotBoxAspectRatio = [1.81609195402299 1 1];
app.UIAxes.XGrid = 'on';
app.UIAxes.YGrid = 'on';
app.UIAxes.Position = [243 241 425 295];

% Create cmLabel
app.cmLabel = uilabel(app UIFigure);
app.cmLabel.Position = [396 185 36 23];
app.cmLabel.Text = 'cm';
```

% Create Label_4

```
app.Label_4 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_4.Position = [858 122 35 23];  
app.Label_4.Text = '°C';
```

% Create Label_3

```
app.Label_3 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_3.Position = [858 156 35 23];  
app.Label_3.Text = '°C';
```

% Create Label_2

```
app.Label_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_2.Position = [735 490 35 23];  
app.Label_2.Text = '°C';
```

% Create Label

```
app.Label = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label.Position = [200 491 35 23];  
app.Label.Text = '°C';
```

% Create RepresentarButton

```
app.RepresentarButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');  
app.RepresentarButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app, @RepresentarButtonPushed, true);  
app.RepresentarButton.FontWeight = 'bold';  
app.RepresentarButton.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.RepresentarButton.Position = [703 219 92 23];  
app.RepresentarButton.Text = 'Representar';
```

% Create tr

```
app.tr = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
```

```
app.tr.Position = [691 492 38 22];
```

```
% Create tl
```

```
app.tl = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
```

```
app.tl.Position = [154 492 43 22];
```

```
% Create AFNattapongLeardprasitLabel
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.FontName = 'Apple SD Gothic Neo';
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Position = [774 15 140 22];
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Text = 'AF. Nattapong, Leardprasit';
```

```
% Create Image2
```

```
app.Image2 = uiimage(app.UIFigure);
```

```
app.Image2.Position = [33 507 105 110];
```

```
app.Image2.ImageSource = 'Imagen 1.png';
```

```
% Create UnaCapaLabel
```

```
app.UnaCapaLabel = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.UnaCapaLabel.BackgroundColor = [1 1 1];
```

```
app.UnaCapaLabel.HorizontalAlignment = 'center';
```

```
app.UnaCapaLabel.FontName = 'AppleGothic';
```

```
app.UnaCapaLabel.FontSize = 20;
```

```
app.UnaCapaLabel.FontWeight = 'bold';
```

```
app.UnaCapaLabel.FontAngle = 'italic';
```

```
app.UnaCapaLabel.Position = [408 570 121 34];
```

```
app.UnaCapaLabel.Text = 'Una Capa';
```

```
% Create Wm2KLabel_3
```

```
app.Wm2KLabel_3 = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.Wm2KLabel_3.Position = [849 79 53 22];
```

```
app.Wm2KLabel_3.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create hEditField
```

```
app.hEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.hEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];  
app.hEditField.Position = [794 79 45 22];
```

```
% Create mLabel
```

```
app.mLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.mLabel.Position = [359 185 25 22];  
app.mLabel.Text = 'm';
```

```
% Create Wm2KLabel_2
```

```
app.Wm2KLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel_2.Position = [394 112 53 22];  
app.Wm2KLabel_2.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create Wm2KLabel
```

```
app.Wm2KLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel.Position = [394 81 53 22];  
app.Wm2KLabel.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create kEditField
```

```
app.kEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.kEditField.Position = [339 151 45 22];
```

```
% Create c1EditField
```

```
app.c1EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.c1EditField.Position = [341 112 43 22];
```

```
% Create c2EditField
```

```
app.c2EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.c2EditField.Position = [341 83 43 22];
```

% Create EspesorEditField

```
app.EspesorEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.EspesorEditField.Position = [341 186 43 22];
```

% Create EspesorEditFieldLabel

```
app.EspesorEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.EspesorEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.EspesorEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.EspesorEditFieldLabel.Position = [243 185 53 23];  
app.EspesorEditFieldLabel.Text = 'Espesor';
```

% Create TemperaturalzquierdaSlider

```
app.TemperaturalzquierdaSlider = uislider(app.UIFigure);  
app.TemperaturalzquierdaSlider.Orientation = 'vertical';  
app.TemperaturalzquierdaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@TemperaturalzquierdaSliderValueChanged, true);  
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturalzquierdaSlider.Position = [178 325 3 150];
```

% Create TemperaturalzquierdaSliderLabel

```
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Position = [112 287 134 23];  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Text = 'Temperatura Izquierda';
```

% Create TemperaderechaSlider

```
app.TemperaderechaSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperaderechaSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperaderechaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperaderechaSliderValueChanged, true);
app.TemperaderechaSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaderechaSlider.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaderechaSlider.Position = [709 325 3 150];
```

% Create TemperaderechaSliderLabel

```
app.TemperaderechaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.TemperaderechaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperaderechaSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperaderechaSliderLabel.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaderechaSliderLabel.Position = [678 286 128 23];
app.TemperaderechaSliderLabel.Text = 'Temperatura derecha';
```

% Create TemperasuperficieizquierdaEditField

```
app.TemperasuperficieizquierdaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.TemperasuperficieizquierdaEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];
app.TemperasuperficieizquierdaEditField.Position = [794 157 45 22];
```

% Create TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel

```
app.TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel.Position = [555 157 195 23];
app.TemperasuperficieizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura superficie izquierda';
```

% Create TemperasuperficiederechaEditField

```
app.TemperasuperficiederechaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.TemperasuperficiederechaEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];
app.TemperasuperficiederechaEditField.Position = [794 123 45 22];
```

% Create TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel

```
app.TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel.Position = [562 123 188 23];  
app.TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura superficie derecha';
```

% Create CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2

```
app.CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2.FontWeight = 'bold';  
app.CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2.Position = [549 79 218 23];  
app.CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2.Text = 'Coeficiente de transferencia de calor';
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel

```
app.CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Position = [92 112 218 22];  
app.CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(izquierda)';
```

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel

```
app.CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Position = [98 83 212 22];  
app.CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(derecha)';
```

% Create Conductividadtrmica1capaDropDownLabel

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
```

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Position = [38 150 184 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(1ª capa)';

% Create Conductividadtrmica1capaDropDown
app.Conductividadtrmica1capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Position = [228 150 89 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value = 50;

% Create WmKLabel
app.WmKLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.WmKLabel.Position = [394 151 39 22];
app.WmKLabel.Text = 'W/mK';

% Show the figure after all components are created
app.UIFigure.Visible = 'on';
end
end

% App creation and deletion
methods (Access = public)

% Construct app
function app = app1capa
```

% Create UIFigure and components

createComponents(app)

% Register the app with App Designer

registerApp(app, app.UIFigure)

if nargin == 0

clear app

end

end

% Code that executes before app deletion

function delete(app)

% Delete UIFigure when app is deleted

delete(app.UIFigure)

end

end

end

classdef app1capa < matlab.apps.AppBase

% Properties that correspond to app components

properties (Access = public)

UIFigure matlab.ui.Figure

UIAxes matlab.ui.control.UIAxes

cmLabel matlab.ui.control.Label

Label_4 matlab.ui.control.Label

Label_3 matlab.ui.control.Label

Label_2 matlab.ui.control.Label

Label matlab.ui.control.Label

RepresentarButton matlab.ui.control.Button

```
tr                matlab.ui.control.NumericEditField
tl                matlab.ui.control.NumericEditField
AFNattapongLeardprasitLabel  matlab.ui.control.Label
Image2            matlab.ui.control.Image
UnaCapaLabel      matlab.ui.control.Label
Wm2KLabel_3       matlab.ui.control.Label
hEditField        matlab.ui.control.NumericEditField
mLabel            matlab.ui.control.Label
Wm2KLabel_2       matlab.ui.control.Label
Wm2KLabel         matlab.ui.control.Label
kEditField        matlab.ui.control.NumericEditField
c1EditField       matlab.ui.control.NumericEditField
c2EditField       matlab.ui.control.NumericEditField
EspesorEditField  matlab.ui.control.NumericEditField
EspesorEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
TemperaturalzquierdaSlider  matlab.ui.control.Slider
TemperaturalzquierdaSliderLabel  matlab.ui.control.Label
TemperaturaderechaSlider    matlab.ui.control.Slider
TemperaturaderechaSliderLabel  matlab.ui.control.Label
TemperaturasuperficieizquierdaEditField  matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
TemperaturasuperficederechaEditField  matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturasuperficederechaEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
CoeficientedetransferenciadecalorLabel_2  matlab.ui.control.Label
CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel  matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDownLabel  matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDown  matlab.ui.control.DropDown
WmKLabel          matlab.ui.control.Label
end

% Callbacks that handle component events
methods (Access = private)
```

% Callback function

function ConductividadtrmicaListBoxValueChanged(app, event)

value = app.ConductividadtrmicaListBox.Value;

app.kEditField.Value=value;

end

% Callback function

function CoeficientedeconveccinListBox1ValueChanged(app, event)

value = app.CoficientedeconveccinListBox1.Value;

app.c1EditField.Value = value;

end

% Callback function

function CoeficientedeconveccinListBox2ValueChanged2(app, event)

value = app.CoficientedeconveccinListBox2.Value;

app.c2EditField.Value=value;

end

% Callback function

function CalcularhButtonPushed(app, event)

%Definiciones

cl = app.c1EditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda

cr = app.c2EditField.Value; %Coeficiente de convección derecha

k = app.kEditField.Value; %Conductividad térmica

l = app.EspesorEditField.Value/100; %Longitud de espesor en cm.

% Cálculo de Coeficiente de transferencia de calor

$h = 1/(1/cl + l/k + 1/cr)$; %Coeficiente de transferencia de calor

app.hEditField.Value = h;

end

% Callback function

```
function ConductividadtrmicaListBoxValueChanged2(app, event)
    value = app.ConductividadtrmicaListBox.Value;
    app.kEditField.Value = value;
end
```

% Callback function

```
function Coeficientedeconveccin2ValueChanged(app, event)
    value = app.Coficientedeconveccin2.Value;
    app.c2EditField.Value = value;
end
```

% Value changed function: TemperaturalzquierdaSlider

```
function TemperaturalzquierdaSliderValueChanged(app, event)
    value = app.TemperaturalzquierdaSlider.Value;
    app.tl.Value = value;
end
```

% Value changed function: TemperaturaderechaSlider

```
function TemperaturaderechaSliderValueChanged(app, event)
    value = app.TemperaturaderechaSlider.Value;
    app.tr.Value = value;
end
```

% Button pushed function: RepresentarButton

```
function RepresentarButtonPushed(app, event)
    %Definiciones

    ul = app.tl.Value; %Temperatura de fluido izquierda
    ur = app.tr.Value; %Temperatura de fluido derecha
    l = app.EspesorEditField.Value/100; %Longitud de espesor en cm.
    k = app.kEditField.Value;
    cl = app.c1EditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda
    cr = app.c2EditField.Value; %Coeficiente de convección derecha
```

```
% Cálculo de Coeficiente de transferencia de calor
h = 1/(1/cl + l/k + 1/cr); %Coeficiente de transferencia de calor
q = h*(ul-ur); %Flujo de calor
u0 = ul-q/cl; %Temperatura de superficie izquierda
uL = ur+q/cr; %Temperatura de superficie derecha

%La gráfica de la temperatura
x = 0:0.01:l;
y = -q*x/k +u0;
plot(app.UIAxes,x*100,y);
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditField.Value = u0;
app.TemperaturasuperficiederechaEditField.Value = uL;
app.hEditField.Value = h;
end

% Value changed function: Conductividadtrmica1capaDropDown
function Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged(app, event)
value = app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value;
app.kEditField.Value =value;
end
end

% Component initialization
methods (Access = private)

% Create UIFigure and components
function createComponents(app)

% Create UIFigure and hide until all components are created
app.UIFigure = uifigure('Visible', 'off');
```

```
app.UIFigure.Position = [100 100 933 626];
app.UIFigure.Name = 'MATLAB App';

% Create UIAxes
app.UIAxes = uiaxes(app.UIFigure);
title(app.UIAxes, 'Temperatura dentro de la pared')
xlabel(app.UIAxes, 'Longitud(cm)')
ylabel(app.UIAxes, 'Temperatura(°C)')
zlabel(app.UIAxes, 'Z')
app.UIAxes.PlotBoxAspectRatio = [1.81609195402299 1 1];
app.UIAxes.XGrid = 'on';
app.UIAxes.YGrid = 'on';
app.UIAxes.Position = [243 241 425 295];
```

```
% Create cmLabel
app.cmLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.cmLabel.Position = [396 185 36 23];
app.cmLabel.Text = 'cm';
```

```
% Create Label_4
app.Label_4 = uilabel(app.UIFigure);
app.Label_4.Position = [858 122 35 23];
app.Label_4.Text = '°C';
```

```
% Create Label_3
app.Label_3 = uilabel(app.UIFigure);
app.Label_3.Position = [858 156 35 23];
app.Label_3.Text = '°C';
```

```
% Create Label_2
app.Label_2 = uilabel(app.UIFigure);
app.Label_2.Position = [735 490 35 23];
```

```
app.Label_2.Text = '°C';
```

```
% Create Label
```

```
app.Label = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.Label.Position = [200 491 35 23];
```

```
app.Label.Text = '°C';
```

```
% Create RepresentarButton
```

```
app.RepresentarButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');
```

```
app.RepresentarButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app, @RepresentarButtonPushed, true);
```

```
app.RepresentarButton.FontWeight = 'bold';
```

```
app.RepresentarButton.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
```

```
app.RepresentarButton.Position = [703 219 92 23];
```

```
app.RepresentarButton.Text = 'Representar';
```

```
% Create tr
```

```
app.tr = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
```

```
app.tr.Position = [691 492 38 22];
```

```
% Create tl
```

```
app.tl = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
```

```
app.tl.Position = [154 492 43 22];
```

```
% Create AFNattapongLeardprasitLabel
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.FontName = 'Apple SD Gothic Neo';
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Position = [774 15 140 22];
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Text = 'AF. Nattapong, Leardprasit';
```

```
% Create Image2
```

```
app.Image2 = uiimage(app.UIFigure);
```

```
app.Image2.Position = [33 507 105 110];  
app.Image2.ImageSource = 'Imagen 1.png';
```

% Create UnaCapaLabel

```
app.UnaCapaLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.UnaCapaLabel.BackgroundColor = [1 1 1];  
app.UnaCapaLabel.HorizontalAlignment = 'center';  
app.UnaCapaLabel.FontName = 'AppleGothic';  
app.UnaCapaLabel.FontSize = 20;  
app.UnaCapaLabel.FontWeight = 'bold';  
app.UnaCapaLabel.FontAngle = 'italic';  
app.UnaCapaLabel.Position = [408 570 121 34];  
app.UnaCapaLabel.Text = 'Una Capa';
```

% Create Wm2KLabel_3

```
app.Wm2KLabel_3 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel_3.Position = [849 79 53 22];  
app.Wm2KLabel_3.Text = 'W/m^2K';
```

% Create hEditField

```
app.hEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.hEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];  
app.hEditField.Position = [794 79 45 22];
```

% Create mLabel

```
app.mLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.mLabel.Position = [359 185 25 22];  
app.mLabel.Text = 'm';
```

% Create Wm2KLabel_2

```
app.Wm2KLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel_2.Position = [394 112 53 22];
```

```
app.Wm2KLabel_2.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create Wm2KLabel
```

```
app.Wm2KLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel.Position = [394 81 53 22];  
app.Wm2KLabel.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create kEditField
```

```
app.kEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.kEditField.Position = [339 151 45 22];
```

```
% Create c1EditField
```

```
app.c1EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.c1EditField.Position = [341 112 43 22];
```

```
% Create c2EditField
```

```
app.c2EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.c2EditField.Position = [341 83 43 22];
```

```
% Create EspesorEditField
```

```
app.EspesorEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.EspesorEditField.Position = [341 186 43 22];
```

```
% Create EspesorEditFieldLabel
```

```
app.EspesorEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.EspesorEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.EspesorEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.EspesorEditFieldLabel.Position = [243 185 53 23];  
app.EspesorEditFieldLabel.Text = 'Espesor';
```

% Create TemperaturalzquierdaSlider

```
app.TemperaturalzquierdaSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperaturalzquierdaSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperaturalzquierdaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperaturalzquierdaSliderValueChanged, true);
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];
app.TemperaturalzquierdaSlider.Position = [178 325 3 150];
```

% Create TemperaturalzquierdaSliderLabel

```
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel = xlabel(app.UIFigure);
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Position = [112 287 134 23];
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Text = 'Temperatura Izquierda';
```

% Create TemperaturaderechaSlider

```
app.TemperaturaderechaSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperaturaderechaSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperaturaderechaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperaturaderechaSliderValueChanged, true);
app.TemperaturaderechaSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturaderechaSlider.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaturaderechaSlider.Position = [709 325 3 150];
```

% Create TemperaturaderechaSliderLabel

```
app.TemperaturaderechaSliderLabel = xlabel(app.UIFigure);
app.TemperaturaderechaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Position = [678 286 128 23];
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Text = 'Temperatura derecha';
```

% Create TemperaturasuperficieizquierdaEditField

```
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditField.Position = [794 157 45 22];
```

% Create TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel

```
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel.Position = [555 157 195 23];  
app.TemperaturasuperficieizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura superficie izquierda';
```

% Create TemperaturasuperficiederechaEditField

```
app.TemperaturasuperficiederechaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturasuperficiederechaEditField.BackgroundColor = [0.5725 0.8196 0.9412];  
app.TemperaturasuperficiederechaEditField.Position = [794 123 45 22];
```

% Create TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel

```
app.TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel.Position = [562 123 188 23];  
app.TemperaturasuperficiederechaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura superficie derecha';
```

% Create CoeficientedetransferenciadecolorLabel_2

```
app.CoficientedetransferenciadecolorLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoficientedetransferenciadecolorLabel_2.FontWeight = 'bold';  
app.CoficientedetransferenciadecolorLabel_2.Position = [549 79 218 23];  
app.CoficientedetransferenciadecolorLabel_2.Text = 'Coeficiente de transferencia de calor';
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel

```
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Position = [92 112 218 22];
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(izquierda)';
```

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel

```
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Position = [98 83 212 22];
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(derecha)';
```

% Create Conductividadtrmica1capaDropDownLabel

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Position = [38 150 184 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(1ª capa)';
```

% Create Conductividadtrmica1capaDropDown

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Position = [228 150 89 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value = 50;
```

% Create WmKLabel

```
app.WmKLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel.Position = [394 151 39 22];  
app.WmKLabel.Text = 'W/mK';
```

```
% Show the figure after all components are created
```

```
app.UIFigure.Visible = 'on';
```

```
end
```

```
end
```

```
% App creation and deletion
```

```
methods (Access = public)
```

```
% Construct app
```

```
function app = app1capa
```

```
% Create UIFigure and components
```

```
createComponents(app)
```

```
% Register the app with App Designer
```

```
registerApp(app, app.UIFigure)
```

```
if nargin == 0
```

```
clear app
```

```
end
```

```
end
```

```
% Code that executes before app deletion
```

```
function delete(app)
```

```
% Delete UIFigure when app is deleted
```

```
delete(app.UIFigure)
end
end
end
```

Pared de dos capas

```
classdef app2capas < matlab.apps.AppBase
```

```
% Properties that correspond to app components
```

```
properties (Access = public)
```

```
UIFigure matlab.ui.Figure
```

```
Image2 matlab.ui.control.Image
```

```
cmLabel matlab.ui.control.Label
```

```
cmLabel_2 matlab.ui.control.Label
```

```
Wm2KLabel_3 matlab.ui.control.Label
```

```
Wm2KLabel_2 matlab.ui.control.Label
```

```
CapasLabel matlab.ui.control.Label
```

```
WmKLabel_2 matlab.ui.control.Label
```

```
WmKLabel matlab.ui.control.Label
```

```
Wm2KLabel matlab.ui.control.Label
```

```
hEditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
k1EditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
k2EditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
CoeficientedeconveccinizquierdaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
```

```
CoeficientedeconveccinderechaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
```

```
Espesor1capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
    Espesor1capaEditFieldLabel    matlab.ui.control.Label
```

```
    Espesor2capaEditField        matlab.ui.control.NumericEditField
```

```
    Espesor2capaEditFieldLabel    matlab.ui.control.Label
```

```
    TemperaturalzquierdaSlider    matlab.ui.control.Slider
```

```
TemperaturalzquierdaSliderLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturaderechaSlider      matlab.ui.control.Slider
TemperaturaderechaSliderLabel matlab.ui.control.Label
RepresentarButton             matlab.ui.control.Button
tzEditField2                  matlab.ui.control.NumericEditField
tdEditField2                  matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadesuperficiederechaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturadesuperficiederechaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturadesuperficieizquierdaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
Temperaturadesuperficie1capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
Label                          matlab.ui.control.Label
Label_2                        matlab.ui.control.Label
Label_3                        matlab.ui.control.Label
Label_4                        matlab.ui.control.Label
Label_5                        matlab.ui.control.Label
AFNattapongLeardprasitLabel   matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
Conductividadtrmica2capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica2capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
CoeficientedetransferenciadecalorLabel matlab.ui.control.Label
UIAxes                         matlab.ui.control.UIAxes
end

% Callbacks that handle component events
methods (Access = private)

% Callback function
function Conductividadtrmica1capaListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica1capaListBox.Value;
    app.k1EditField.Value = value;
```

```
end
```

```
% Value changed function: k1EditField
```

```
function k1EditFieldValueChanged(app, event)
```

```
end
```

```
% Callback function
```

```
function Conductividadtrmica2capaListBoxValueChanged(app, event)
```

```
    value = app.Conductividadtrmica2capaListBox.Value;
```

```
    app.k2EditField.Value = value;
```

```
end
```

```
% Callback function
```

```
function CoeficientedeconveccinizqListBoxValueChanged(app, event)
```

```
    value = app.CoficientedeconveccinizqListBox.Value;
```

```
    app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Value = value;
```

```
end
```

```
% Callback function
```

```
function CoeficientedeconveccindrcListBoxValueChanged(app, event)
```

```
    value = app.CoficientedeconveccindrcListBox.Value;
```

```
    app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Value = value;
```

```
end
```

```
% Callback function
```

```
function CalcularhButtonPushed(app, event)
```

```
    %Defniciones
```

```
    l1 = app.Espesor1capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de primera capa en cm.
```

```
    l2 = app.Espesor2capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de segunda capa en cm.
```

```
k1 = app.k1EditField.Value; %Conductividad térmica de primera capa
k2 = app.k2EditField.Value; %Conductividad térmica de segunda capa

cl = app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda
cr = app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Value; %Coeficiente de convección derecha
h = 1/(1/cl + l1/k1 + l2/k2 + 1/cr); %Coeficiente de transferencia de calor
app.hEditField.Value = h;
end

% Value changed function: Espesor1capaEditField
function Espesor1capaEditFieldValueChanged(app, event)

end

% Button down function: UIAxes
function UIAxesButtonDown(app, event)

end

% Button pushed function: RepresentarButton
function RepresentarButtonPushed(app, event)

%Definiciones
ul = app.TemperaturalezquierdaSlider.Value; %Temperatura de fluido izquierda
ur = app.TemperaturaderechaSlider.Value; %Temperatura de fluido derecha
l1 = app.Espesor1capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de primera capa en cm.
l2 = app.Espesor2capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de segunda capa en cm.
k1 = app.k1EditField.Value; %Conductividad térmica de primera capa
k2 = app.k2EditField.Value; %Conductividad térmica de segunda capa
cl = app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda
lt = l1+l2; %Longitud de espesor total capa en cm.
cr = app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Value; %Coeficiente de convección derecha
h = 1/(1/cl + l1/k1 + l2/k2 + 1/cr); %Coeficiente de transferencia de calor
```

```
q = h*(ul-ur); %Flujo de calor
u0 = -q/cl +ul; %Temperatura de superficie izquierda

u1 = -q*l1/k1 + u0;
u2 = -q*(l2/k2 + l1/k1)+ u0;

x1 = 0:0.01: l1;
y1 = -q*x1/k1 + u0;
plot(app.UIAxes,x1*100,y1,'-b');
hold (app.UIAxes,"on")

x2 = l1:0.01: lt;
y2 = -q*(x2-l1)/k2 +u1;
plot(app.UIAxes,x2*100,y2,'-r');
hold(app.UIAxes,"off")

xline(app.UIAxes,l1*100,'-', 'capa2');

xline(app.UIAxes,lt*100);

xline(app.UIAxes,0,'-', 'capa1');

%temperaturas calculadas
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.Value = u0;
app.Temperaturadesuperficie1capaEditField.Value = u1;
app.TemperaturadesuperficiederechaEditField.Value = u2 ;
app.hEditField.Value = h ;
end

% Value changed function: tzEditField2
function tzEditField2ValueChanged(app, event)
```

end

% Value changed function: TemperaturalzquierdaSlider

function TemperaturalzquierdaSliderValueChanged(app, event)

value = app.TemperaturalzquierdaSlider.Value;

app.tzEditField2.Value=value;

end

% Value changed function: TemperaturaderechaSlider

function TemperaturaderechaSliderValueChanged(app, event)

value = app.TemperaturaderechaSlider.Value;

app.tdEditField2.Value = value;

end

% Value changed function:

% TemperaturadesuperficieizquierdaEditField

function TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldValueChanged(app, event)

end

% Value changed function: Conductividadtrmica1capaDropDown

function Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged(app, event)

value = app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value;

app.k1EditField.Value= value;

end

% Value changed function: Conductividadtrmica2capaDropDown

function Conductividadtrmica2capaDropDownValueChanged(app, event)

value = app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Value;

app.k2EditField.Value=value;

end

```
end
```

```
% Component initialization
```

```
methods (Access = private)
```

```
% Create UIFigure and components
```

```
function createComponents(app)
```

```
% Create UIFigure and hide until all components are created
```

```
app.UIFigure = uifigure('Visible', 'off');
```

```
app.UIFigure.Position = [100 100 1011 660];
```

```
app.UIFigure.Name = 'MATLAB App';
```

```
% Create Image2
```

```
app.Image2 = uiimage(app.UIFigure);
```

```
app.Image2.Position = [33 527 105 110];
```

```
app.Image2.ImageSource = 'Imagen 1.png';
```

```
% Create cmLabel
```

```
app.cmLabel = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.cmLabel.Position = [144 251 25 22];
```

```
app.cmLabel.Text = 'cm';
```

```
% Create cmLabel_2
```

```
app.cmLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.cmLabel_2.Position = [296 251 25 22];
```

```
app.cmLabel_2.Text = 'cm';
```

```
% Create Wm2KLabel_3
```

```
app.Wm2KLabel_3 = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.Wm2KLabel_3.Position = [445 94 53 22];
```

```
app.Wm2KLabel_3.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create Wm2KLabel_2
```

```
app.Wm2KLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel_2.Position = [445 128 53 22];  
app.Wm2KLabel_2.Text = 'W/m^2K';
```

```
% Create CapasLabel
```

```
app.CapasLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CapasLabel.BackgroundColor = [1 1 1];  
app.CapasLabel.HorizontalAlignment = 'center';  
app.CapasLabel.FontName = 'AppleGothic';  
app.CapasLabel.FontSize = 20;  
app.CapasLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CapasLabel.FontAngle = 'italic';  
app.CapasLabel.Position = [449 603 121 34];  
app.CapasLabel.Text = '2 Capas';
```

```
% Create WmKLabel_2
```

```
app.WmKLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel_2.Position = [449 181 39 22];  
app.WmKLabel_2.Text = 'W/mK';
```

```
% Create WmKLabel
```

```
app.WmKLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel.Position = [452 217 39 22];  
app.WmKLabel.Text = 'W/mK';
```

```
% Create Wm2KLabel
```

```
app.Wm2KLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel.Position = [869 73 53 22];
```

```
app.Wm2KLabel.Text = 'W/m^2K';
```

% Create hEditField

```
app.hEditField = ueditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.hEditField.FontWeight = 'bold';  
app.hEditField.BackgroundColor = [0.6353 0.8627 0.9608];  
app.hEditField.Position = [822 73 41 22];
```

% Create k1EditField

```
app.k1EditField = ueditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.k1EditField.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app, @k1EditFieldValueChanged, true);  
app.k1EditField.Position = [381 217 61 22];
```

% Create k2EditField

```
app.k2EditField = ueditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.k2EditField.Position = [381 181 59 22];
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditField

```
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField = ueditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Position = [381 128 59 22];
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel

```
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Position = [145 128 218 22];  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(izquierda)';
```

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditField

```
app.CoficientedeconveccinderechaEditField = ueditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Position = [381 94 59 22];
```

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel

```
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Position = [151 94 212 22];  
app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(derecha)';
```

% Create Espesor1capaEditField

```
app.Espesor1capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.Espesor1capaEditField.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@Espesor1capaEditFieldValueChanged, true);  
app.Espesor1capaEditField.Position = [81 251 41 22];
```

% Create Espesor1capaEditFieldLabel

```
app.Espesor1capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Espesor1capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.Espesor1capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.Espesor1capaEditFieldLabel.Position = [53 272 105 22];  
app.Espesor1capaEditFieldLabel.Text = 'Espesor (1ª capa)';
```

% Create Espesor2capaEditField

```
app.Espesor2capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.Espesor2capaEditField.Position = [228 251 43 22];
```

% Create Espesor2capaEditFieldLabel

```
app.Espesor2capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Espesor2capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.Espesor2capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.Espesor2capaEditFieldLabel.Position = [198 273 105 22];  
app.Espesor2capaEditFieldLabel.Text = 'Espesor (2ª capa)';
```

% Create TemperaturalzquierdaSlider

```
app.TemperaturalzquierdaSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperaturalzquierdaSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperaturalzquierdaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperaturalzquierdaSliderValueChanged, true);
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];
app.TemperaturalzquierdaSlider.Position = [204 355 3 150];
```

% Create TemperaturalzquierdaSliderLabel

```
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Position = [154 314 134 22];
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Text = 'Temperatura Izquierda';
```

% Create TemperaturaderechaSlider

```
app.TemperaturaderechaSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperaturaderechaSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperaturaderechaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperaturaderechaSliderValueChanged, true);
app.TemperaturaderechaSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturaderechaSlider.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaturaderechaSlider.Position = [767 355 3 150];
```

% Create TemperaturaderechaSliderLabel

```
app.TemperaturaderechaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.TemperaturaderechaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Position = [729 311 133 27];
```

```
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Text = 'Temperatura derecha';
```

% Create RepresentarButton

```
app.RepresentarButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');  
app.RepresentarButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app, @RepresentarButtonPushed, true);  
app.RepresentarButton.FontSize = 15;  
app.RepresentarButton.FontWeight = 'bold';  
app.RepresentarButton.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.RepresentarButton.Position = [669 247 104 27];  
app.RepresentarButton.Text = 'Representar';
```

% Create tzEditField2

```
app.tzEditField2 = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.tzEditField2.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app, @tzEditField2ValueChanged, true);  
app.tzEditField2.Position = [185 529 42 22];
```

% Create tdEditField2

```
app.tdEditField2 = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.tdEditField2.Position = [748 529 43 22];
```

% Create TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel

```
app.TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel.Position = [583 116 213 23];  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (derecha);
```

% Create TemperaturasuperficiesderechaEditField

```
app.TemperaturasuperficiesderechaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficiesderechaEditField.BackgroundColor = [0.6353 0.8627 0.9608];
```

```
app.TemperaturadesuperficederechaEditField.Position = [822 117 41 22];
```

% Create TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel

```
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel.Position = [580 193 219 23];  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (izquierda)';
```

% Create TemperaturadesuperficieizquierdaEditField

```
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldValueChanged, true);  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.BackgroundColor = [0.6353 0.8627 0.9608];  
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.Position = [822 195 41 22];
```

% Create Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel

```
app.Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel.Position = [580 154 213 23];  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (1ª capa)';
```

% Create Temperaturadesuperficie1capaEditField

```
app.Temperaturadesuperficie1capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditField.BackgroundColor = [0.6353 0.8627 0.9608];  
app.Temperaturadesuperficie1capaEditField.Position = [822 154 40 22];
```

% Create Label

```
app.Label = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.Label.Position = [237 529 25 22];  
app.Label.Text = '°C';
```

```
% Create Label_2
```

```
app.Label_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_2.Position = [809 529 25 22];  
app.Label_2.Text = '°C';
```

```
% Create Label_3
```

```
app.Label_3 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_3.Position = [876 116 25 22];  
app.Label_3.Text = '°C';
```

```
% Create Label_4
```

```
app.Label_4 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_4.Position = [875 153 25 22];  
app.Label_4.Text = '°C';
```

```
% Create Label_5
```

```
app.Label_5 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_5.Position = [873 195 25 22];  
app.Label_5.Text = '°C';
```

```
% Create AFNattapongLeardprasitLabel
```

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.FontName = 'Apple SD Gothic Neo';  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Position = [841 20 140 22];  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Text = 'AF. Nattapong, Leardprasit';
```

```
% Create Conductividadtermica1capaDropDownLabel
```

```
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
```

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Position = [42 217 184 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(1ª capa)';
```

% Create Conductividadtrmica1capaDropDown

```
app.Conductividadtrmica1capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Position = [241 217 100 22];
app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value = 50;
```

% Create Conductividadtrmica2capaDropDownLabel

```
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.Position = [42 185 184 22];
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(2ª capa)';
```

% Create Conductividadtrmica2capaDropDown

```
app.Conductividadtrmica2capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica2capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Position = [241 185 100 22];
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Value = 50;
```

```
% Create CoeficientedetransferenciadecalorLabel
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.FontWeight = 'bold';
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.Position = [583 72 218 23];
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.Text = 'Coeficiente de transferencia de calor';

% Create UIAxes
app.UIAxes = uiaxes(app.UIFigure);
title(app.UIAxes, 'Temperatura dentro de la pared de dos capas')
xlabel(app.UIAxes, 'Longitud(cm)')
ylabel(app.UIAxes, 'Temperatura(°C)')
zlabel(app.UIAxes, 'Z')
app.UIAxes.PlotBoxAspectRatio = [1.86 1 1];
app.UIAxes.XGrid = 'on';
app.UIAxes.YGrid = 'on';
app.UIAxes.ButtonDownFcn = createCallbackFcn(app, @UIAxesButtonDown, true);
app.UIAxes.Position = [285 301 435 282];

% Show the figure after all components are created
app.UIFigure.Visible = 'on';
end
end

% App creation and deletion
methods (Access = public)

% Construct app
function app = app2capas

% Create UIFigure and components
```

```
createComponents(app)
```

```
% Register the app with App Designer
```

```
registerApp(app, app.UIFigure)
```

```
if nargin == 0
```

```
clear app
```

```
end
```

```
end
```

```
% Code that executes before app deletion
```

```
function delete(app)
```

```
% Delete UIFigure when app is deleted
```

```
delete(app.UIFigure)
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

Pared de tres capas

```
classdef app3capas < matlab.apps.AppBase

% Properties that correspond to app components
properties (Access = public)
    UIFigure matlab.ui.Figure
    Image matlab.ui.control.Image
    WmKLabel matlab.ui.control.Label
    k1EditField matlab.ui.control.NumericEditField
    WmKLabel_2 matlab.ui.control.Label
    k2EditField matlab.ui.control.NumericEditField
    WmKLabel_3 matlab.ui.control.Label
    k3EditField matlab.ui.control.NumericEditField
    cmLabel matlab.ui.control.Label
    Espesor1capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
    Espesor1capaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
    Espesor2capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
    Espesor2capaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
    cmLabel_2 matlab.ui.control.Label
    Espesor3capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
    Espesor3capaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
    CoeficientedeconveccinizquierdaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
    CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
    Wm2KLabel matlab.ui.control.Label
    Wm2KLabel_2 matlab.ui.control.Label
    CoeficientedeconveccinderechaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
    CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
end
```

```
Wm2KLabel_3 matlab.ui.control.Label
hEditField matlab.ui.control.NumericEditField
tzEditField2 matlab.ui.control.NumericEditField
tdEditField2 matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
Label matlab.ui.control.Label
Label_2 matlab.ui.control.Label
Label_3 matlab.ui.control.Label
Label_4 matlab.ui.control.Label
Label_5 matlab.ui.control.Label
TemperaturalzquierdaSlider matlab.ui.control.Slider
TemperaturalzquierdaSliderLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturaderechaSlider matlab.ui.control.Slider
TemperaturaderechaSliderLabel matlab.ui.control.Label
Temperaturadesuperficie2capaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
Temperaturadesuperficie2capaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadesuperficieizquierdaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturadesuperficieizquierdaEditField matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadesuperficieprimeracapaEditFieldLabel matlab.ui.control.Label
TemperaturadesuperficederechaEditField_2Label matlab.ui.control.Label
TemperaturadesuperficederechaEditField_2 matlab.ui.control.NumericEditField
Label_6 matlab.ui.control.Label
RepresentarButton matlab.ui.control.Button
AFNattapongLeardprasitLabel matlab.ui.control.Label
CapasLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica1capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
Conductividadtrmica2capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
Conductividadtrmica2capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
Conductividadtrmica3capaDropDownLabel matlab.ui.control.Label
    Conductividadtrmica3capaDropDown matlab.ui.control.DropDown
    cmLabel_4 matlab.ui.control.Label
    CoeficientedetransferenciadecalorLabel matlab.ui.control.Label
    UIAxes matlab.ui.control.UIAxes
end
```

% Callbacks that handle component events

methods (Access = private)

% Callback function

```
function Conductividadtrmica1capaListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica1capaListBox.Value;
    app.k1EditField.Value = value;
end
```

% Callback function

```
function Conductividadtrmica2capaListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica2capaListBox.Value;
    app.k2EditField.Value = value;
end
```

% Callback function

```
function Conductividadtrmica3capaListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica3capaListBox.Value;
    app.k3EditField.Value = value;
end
```

% Callback function

```
function CoeficientedeconveccinizqListBoxValueChanged(app, event)
    value = app.CoficientedeconveccinizqListBox.Value;
    app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Value = value;
end
```

% Callback function

```
function CoeficientedeconveccindrcListBoxValueChanged(app, event)
```

end

% Callback function

function CalcularhButtonPushed(app, event)

 %Definiciones

 l1 = app.Espesor1capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de primera capa en cm.

 l2 = app.Espesor2capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de segunda capa en cm.

 l3 = app.Espesor3capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de tercera capa en cm.

 cl = app.c1EditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda

 cr = app.c2EditField.Value; %Coeficiente de convección derecha

 k1 = app.k1EditField.Value; %Conductividad térmica de primera capa

 k2 = app.k2EditField.Value; %Conductividad térmica de segunda capa

 k3 = app.k3EditField.Value; %Conductividad térmica de tercera capa

 %Calcular h

$$h = 1/(1/cr + l1/k1 + l2/k2 + l3/k3 + 1/cl);$$
 %Coeficiente de transferencia de calor

 app.hEditField.Value = h;

end

% Button pushed function: RepresentarButton

function RepresentarButtonPushed(app, event)

 %Definiciones

 tl = app.tzEditField2.Value; %Temperatura de fluido izquierda

 tr = app.tdEditField2.Value; %Temperatura de fluido derecha

 l1 = app.Espesor1capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de primera capa en cm.

 l2 = app.Espesor2capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de segunda capa en cm.

 l3 = app.Espesor3capaEditField.Value/100; %Longitud de espesor de tercera capa en cm.

 cl = app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Value; %Coeficiente de convección izquierda

 cr = app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Value; %Coeficiente de convección derecha

 k1 = app.k1EditField.Value; %Conductividad térmica de primera capa

 k2 = app.k2EditField.Value; %Conductividad térmica de segunda capa

```
k3 = app.k3EditField.Value; %Conductividad térmica de tercera capa
lt = l1+l2;
lt2 = l1+ l2+ l3;

%Calcular h

h = 1/(1/cr +l1/k1 + l2/k2 +l3/k3 +1/cl); %Coeficiente de transferencia de calor

%El flujo de calor
q = h*(tl-tr);
u0 = -q/cl +tl; %Temperatura de superficie izquierda
u1 = -q*l1/k1 +u0;
u2 = -q*(l2/k2 + l1/k1)+u0;
u3 = -q*(l3/k3 +l2/k2 +l1/k1)+u0;

x1 = 0:0.001:l1;
y1 = -q*x1/k1 +u0;
plot(app.UIAxes,x1*100,y1,'-b');
hold(app.UIAxes,"on");

x2 = l1:0.001:lt;
y2 = -q*(x2-l1)/k2 +u1;
plot(app.UIAxes,x2*100,y2,'-r');
hold(app.UIAxes,"on");

x3 = lt:0.001:lt2;
y3 = -q*(x3-lt)/k3 +u2;
plot(app.UIAxes,x3*100,y3,'-g');
hold(app.UIAxes,"off");

xline(app.UIAxes,0,'-', 'capa1');
xline(app.UIAxes,l1*100,'-', 'capa2');
xline(app.UIAxes,lt*100,'-', 'capa3');
xline(app.UIAxes,lt2*100,'-');
```

```
%temperatura calculadas
app.TemperaturadesuperficieizquierdaEditField.Value = u0;
app.TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField.Value = u1;
app.Temperaturadesuperficie2capaEditField.Value = u2;
app.TemperaturadesuperficederechaEditField_2.Value = u3;
app.hEditField.Value = h;
end

% Value changed function: TemperaturalzquierdaSlider
function TemperaturalzquierdaSliderValueChanged(app, event)
    value = app.TemperaturalzquierdaSlider.Value;
    app.tzEditField2.Value = value;
end

% Value changed function: TemperaturaderechaSlider
function TemperaturaderechaSliderValueChanged(app, event)
    value = app.TemperaturaderechaSlider.Value;
    app.tdEditField2.Value = value;
end

% Callback function
function CoeficientedeconveccindrcListBoxValueChanged2(app, event)

end

% Callback function
function CoeficientedeconveccindrcListBoxValueChanged3(app, event)
    value = app.CoeficientedeconveccindrcListBox.Value;
    app.CoeficientedeconveccinderechaEditField.Value = value;
end

% Value changed function: Conductividadtrmica1capaDropDown
```

```
function Conductividadtrmica1capaDropDownValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica1capaDropDown.Value;
    app.k1EditField.Value = value;
end

% Value changed function: Conductividadtrmica2capaDropDown
function Conductividadtrmica2capaDropDownValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Value;
    app.k2EditField.Value = value;
end

% Value changed function: Conductividadtrmica3capaDropDown
function Conductividadtrmica3capaDropDownValueChanged(app, event)
    value = app.Conductividadtrmica3capaDropDown.Value;
    app.k3EditField.Value = value;
end
end

% Component initialization
methods (Access = private)

% Create UIFigure and components
function createComponents(app)

% Create UIFigure and hide until all components are created
app.UIFigure = uifigure('Visible', 'off');
app.UIFigure.Position = [100 100 1093 729];
app.UIFigure.Name = 'MATLAB App';

% Create Image
app.Image = uiimage(app.UIFigure);
```

```
app.Image.Position = [15 612 100 100];  
app.Image.ImageSource = 'Imagen 1.png';
```

```
% Create WmKLabel
```

```
app.WmKLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel.Position = [453 245 39 22];  
app.WmKLabel.Text = 'W/mK';
```

```
% Create k1EditField
```

```
app.k1EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.k1EditField.Position = [380 245 61 22];
```

```
% Create WmKLabel_2
```

```
app.WmKLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel_2.Position = [453 208 39 22];  
app.WmKLabel_2.Text = 'W/mK';
```

```
% Create k2EditField
```

```
app.k2EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.k2EditField.Position = [380 205 61 22];
```

```
% Create WmKLabel_3
```

```
app.WmKLabel_3 = uilabel(app.UIFigure);  
app.WmKLabel_3.Position = [453 171 39 22];  
app.WmKLabel_3.Text = 'W/mK';
```

```
% Create k3EditField
```

```
app.k3EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.k3EditField.Position = [380 171 61 22];
```

```
% Create cmLabel
```

```
app.cmLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.cmLabel.Position = [249 281 25 22];
app.cmLabel.Text = 'cm';

% Create Espesor1capaEditField
app.Espesor1capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.Espesor1capaEditField.Position = [194 282 41 22];

% Create Espesor1capaEditFieldLabel
app.Espesor1capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Espesor1capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Espesor1capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Espesor1capaEditFieldLabel.Position = [68 282 105 22];
app.Espesor1capaEditFieldLabel.Text = 'Espesor (1ª capa)';

% Create Espesor2capaEditField
app.Espesor2capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.Espesor2capaEditField.Position = [410 281 43 22];

% Create Espesor2capaEditFieldLabel
app.Espesor2capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Espesor2capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Espesor2capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Espesor2capaEditFieldLabel.Position = [292 281 105 22];
app.Espesor2capaEditFieldLabel.Text = 'Espesor (2ª capa)';

% Create cmLabel_2
app.cmLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);
app.cmLabel_2.Position = [461 281 25 22];
app.cmLabel_2.Text = 'cm';
```

% Create Espesor3capaEditField

```
app.Espesor3capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.Espesor3capaEditField.Position = [614 281 43 22];
```

% Create Espesor3capaEditFieldLabel

```
app.Espesor3capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Espesor3capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.Espesor3capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.Espesor3capaEditFieldLabel.Position = [496 281 105 22];  
app.Espesor3capaEditFieldLabel.Text = 'Espesor (3ª capa)';
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditField

```
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditField.Position = [382 114 59 22];
```

% Create CoeficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel

```
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Position = [146 113 218 23];  
app.CoficientedeconveccinizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(izquierda)';
```

% Create Wm2KLabel

```
app.Wm2KLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel.Position = [447 114 53 22];  
app.Wm2KLabel.Text = 'W/m^2K';
```

% Create Wm2KLabel_2

```
app.Wm2KLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Wm2KLabel_2.Position = [447 68 53 22];  
app.Wm2KLabel_2.Text = 'W/m^2K';
```

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditField

app.CoficientedeconveccinderechaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');

app.CoficientedeconveccinderechaEditField.Position = [380 67 59 22];

% Create CoeficientedeconveccinderechaEditFieldLabel

app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);

app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';

app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';

app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Position = [150 66 212 23];

app.CoficientedeconveccinderechaEditFieldLabel.Text = 'Coeficiente de convección(derecha)';

% Create Wm2KLabel_3

app.Wm2KLabel_3 = uilabel(app.UIFigure);

app.Wm2KLabel_3.Position = [975 80 53 22];

app.Wm2KLabel_3.Text = 'W/m^2K';

% Create hEditField

app.hEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');

app.hEditField.FontWeight = 'bold';

app.hEditField.BackgroundColor = [0.5843 0.8118 0.9098];

app.hEditField.Position = [924 80 41 22];

% Create tzEditField2

app.tzEditField2 = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');

app.tzEditField2.Position = [192 591 42 22];

% Create tdEditField2

app.tdEditField2 = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');

app.tdEditField2.Position = [795 591 43 22];

% Create TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField

```
app.TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField.BackgroundColor = [0.5843 0.8118 0.9098];  
app.TemperaturadesuperficieprimeracapaEditField.Position = [924 203 41 22];
```

% Create Label

```
app.Label = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label.Position = [241 591 25 22];  
app.Label.Text = '°C';
```

% Create Label_2

```
app.Label_2 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_2.Position = [844 591 25 22];  
app.Label_2.Text = '°C';
```

% Create Label_3

```
app.Label_3 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_3.Position = [978 165 25 22];  
app.Label_3.Text = '°C';
```

% Create Label_4

```
app.Label_4 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_4.Position = [977 202 25 22];  
app.Label_4.Text = '°C';
```

% Create Label_5

```
app.Label_5 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_5.Position = [975 244 25 22];  
app.Label_5.Text = '°C';
```

% Create TemperaturazquierdaSlider

```
app.TemperaturalzquierdaSlider = uislider(app.UIFigure);  
app.TemperaturalzquierdaSlider.Orientation = 'vertical';  
app.TemperaturalzquierdaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@TemperaturalzquierdaSliderValueChanged, true);  
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturalzquierdaSlider.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturalzquierdaSlider.Position = [222 424 3 150];
```

% Create TemperaturalzquierdaSliderLabel

```
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Position = [150 377 134 22];  
app.TemperaturalzquierdaSliderLabel.Text = 'Temperatura Izquierda';
```

% Create TemperaturaderechaSlider

```
app.TemperaturaderechaSlider = uislider(app.UIFigure);  
app.TemperaturaderechaSlider.Orientation = 'vertical';  
app.TemperaturaderechaSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@TemperaturaderechaSliderValueChanged, true);  
app.TemperaturaderechaSlider.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturaderechaSlider.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.TemperaturaderechaSlider.Position = [814 424 3 150];
```

% Create TemperaturaderechaSliderLabel

```
app.TemperaturaderechaSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturaderechaSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturaderechaSliderLabel.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Position = [768 374 133 27];  
app.TemperaturaderechaSliderLabel.Text = 'Temperatura derecha';
```

% Create Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel

```
app.Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel.Position = [686 165 204 23];  
app.Temperatradesuperficie2capaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (2ª capa)';
```

% Create Temperatradesuperficie2capaEditField

```
app.Temperatradesuperficie2capaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.Temperatradesuperficie2capaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.Temperatradesuperficie2capaEditField.BackgroundColor = [0.5843 0.8118 0.9098];  
app.Temperatradesuperficie2capaEditField.Position = [924 166 41 22];
```

% Create TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel

```
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel.Position = [682 242 219 23];  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (izquierda)';
```

% Create TemperatradesuperficieizquierdaEditField

```
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditField.FontWeight = 'bold';  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditField.BackgroundColor = [0.5843 0.8118 0.9098];  
app.TemperatradesuperficieizquierdaEditField.Position = [924 244 41 22];
```

% Create TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel

```
app.TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel.Position = [686 202 206 23];  
app.TemperatradesuperficieprimeracapaEditFieldLabel.Text = 'Temperatura de superficie (1ª capa)';
```

% Create TemperaturasuperficederechaEditField_2Label

```
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2Label = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2Label.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2Label.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2Label.Position = [682 130 213 23];  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2Label.Text = 'Temperatura de superficie (derecha);'
```

% Create TemperaturasuperficederechaEditField_2

```
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2 = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2.BackgroundColor = [0.5843 0.8118 0.9098];  
app.TemperaturasuperficederechaEditField_2.Position = [924 132 41 22];
```

% Create Label_6

```
app.Label_6 = uilabel(app.UIFigure);  
app.Label_6.Position = [975 132 25 22];  
app.Label_6.Text = '°C';
```

% Create RepresentarButton

```
app.RepresentarButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');  
app.RepresentarButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app, @RepresentarButtonPushed, true);  
app.RepresentarButton.FontSize = 15;  
app.RepresentarButton.FontWeight = 'bold';  
app.RepresentarButton.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.RepresentarButton.Position = [786 293 104 27];  
app.RepresentarButton.Text = 'Representar';
```

% Create AFNattapongLeardprasitLabel

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.FontName = 'Apple SD Gothic Neo';  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Position = [932 16 140 22];  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Text = 'AF. Nattapong, Leardprasit';
```

% Create CapasLabel

```
app.CapasLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.CapasLabel.BackgroundColor = [1 1 1];
app.CapasLabel.HorizontalAlignment = 'center';
app.CapasLabel.FontName = 'AppleGothic';
app.CapasLabel.FontSize = 20;
app.CapasLabel.FontWeight = 'bold';
app.CapasLabel.FontAngle = 'italic';
app.CapasLabel.Position = [477 675 106 31];
app.CapasLabel.Text = '3 Capas';
```

% Create Conductividadtermica1capaDropDownLabel

```
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel.Position = [56 246 184 22];
app.Conductividadtermica1capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(1ª capa);
```

% Create Conductividadtermica1capaDropDown

```
app.Conductividadtermica1capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtermica1capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtermica1capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtermica1capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtermica1capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtermica1capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtermica1capaDropDown.Position = [255 246 100 22];
app.Conductividadtermica1capaDropDown.Value = 50;
```

% Create Conductividadtermica2capaDropDownLabel

```
app.Conductividadtermica2capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Conductividadtermica2capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
```

```
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.Position = [56 207 185 23];
app.Conductividadtrmica2capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(2ª capa)';

% Create Conductividadtrmica2capaDropDown
app.Conductividadtrmica2capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica2capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Position = [256 208 100 22];
app.Conductividadtrmica2capaDropDown.Value = 50;

% Create Conductividadtrmica3capaDropDownLabel
app.Conductividadtrmica3capaDropDownLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica3capaDropDownLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Conductividadtrmica3capaDropDownLabel.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica3capaDropDownLabel.Position = [57 170 185 23];
app.Conductividadtrmica3capaDropDownLabel.Text = 'Conductividad térmica(3ª capa)';

% Create Conductividadtrmica3capaDropDown
app.Conductividadtrmica3capaDropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.Items = {'Acero', 'Aluminio', 'Madera', 'Vidrio', 'Otros
(introduzca)'};
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.ItemsData = [50 237 0.13 0.7 0];
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@Conductividadtrmica3capaDropDownValueChanged, true);
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.FontWeight = 'bold';
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.Position = [257 171 100 22];
app.Conductividadtrmica3capaDropDown.Value = 50;
```

```
% Create cmLabel_4
```

```
app.cmLabel_4 = uilabel(app.UIFigure);  
app.cmLabel_4.Position = [668 280 25 22];  
app.cmLabel_4.Text = 'cm';
```

```
% Create CoeficientedetransferenciadecalorLabel
```

```
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.Position = [682 77 218 23];  
app.CoficientedetransferenciadecalorLabel.Text = 'Coeficiente de transferencia de calor';
```

```
% Create UIAxes
```

```
app.UIAxes = uiaxes(app.UIFigure);  
title(app.UIAxes, 'Temperatura dentro de la pared de tres capas')  
xlabel(app.UIAxes, 'Longitud(cm)')  
ylabel(app.UIAxes, 'Temperatura(°C)')  
zlabel(app.UIAxes, 'Z')  
app.UIAxes.PlotBoxAspectRatio = [1.88832487309645 1 1];  
app.UIAxes.XGrid = 'on';  
app.UIAxes.YGrid = 'on';  
app.UIAxes.Position = [270 328 491 349];
```

```
% Show the figure after all components are created
```

```
app.UIFigure.Visible = 'on';
```

```
end
```

```
end
```

```
% App creation and deletion
```

```
methods (Access = public)
```

```
% Construct app
```

```
function app = app3capas
```

```
% Create UIFigure and components
```

```
createComponents(app)
```

```
% Register the app with App Designer
```

```
registerApp(app, app.UIFigure)
```

```
if nargin == 0
```

```
clear app
```

```
end
```

```
end
```

```
% Code that executes before app deletion
```

```
function delete(app)
```

```
% Delete UIFigure when app is deleted
```

```
delete(app.UIFigure)
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

Ley de enfriamiento de Newton

```
classdef appNewton < matlab.apps.AppBase
```

% Properties that correspond to app components

properties (Access = public)

UIFigure	matlab.ui.Figure
DensidadEditFieldLabel	matlab.ui.control.Label
DensidadEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
TemperaturadematerialLabel	matlab.ui.control.Label
TemperaturadematerialSlider	matlab.ui.control.Slider
kgm3Label	matlab.ui.control.Label
RepresentarButton	matlab.ui.control.Button
CalorespecificoEditFieldLabel	matlab.ui.control.Label
CalorespecificoEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
temperaturaEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
Label	matlab.ui.control.Label
Image	matlab.ui.control.Image
JkgkLabel	matlab.ui.control.Label
TemperaturadefluidoEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
Label_2	matlab.ui.control.Label
AFNattapongLeardprasitLabel	matlab.ui.control.Label
SuperficieEditFieldLabel	matlab.ui.control.Label
SuperficieEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
MasaEditFieldLabel	matlab.ui.control.Label
MasaEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
cm2Label	matlab.ui.control.Label
kgLabel	matlab.ui.control.Label
hVEditField	matlab.ui.control.NumericEditField
DropDown	matlab.ui.control.DropDown
MaterialListBoxLabel_2	matlab.ui.control.Label
TemperaturadefluidoSliderLabel	matlab.ui.control.Label
TemperaturadefluidoSlider	matlab.ui.control.Slider
CoeficientedeconveccionDropDownLabel_2	matlab.ui.control.Label
Wm2KLabel	matlab.ui.control.Label
UIAxes	matlab.ui.control.UIAxes

end

% Callbacks that handle component events

methods (Access = private)

% Callback function

function MaterialListBoxValueChanged(app, event)

value = app.MaterialListBox.Value;

app.DensidadEditField.Value = value;

end

% Button pushed function: RepresentarButton

function RepresentarButtonPushed(app, event)

m = app.MasaEditField.Value; % Masa del material (kg)

s = app.SuperficieEditField.Value/10^4; %Superficie del cubo

Ta = app.TemperaturadefluidoEditField.Value; %Temperatura de ambiente

T0 = app.TemperaturadematerialSlider.Value; %temperatura de material

h = app.hvEditField.Value; % el coeficiente de convección

c = app.CalorespecificoEditField.Value; % Coeficiente de calor

k = (h*s)/(m*c); % constante

t = 0:0.1:1000; %tiempo en segundo

T = Ta+(T0-Ta)*exp(-k*t);

plot(app.UIAxes,t,T,'-b');

end

% Callback function

function CoeficientedeconveccinDropDownValueChanged(app, event)

end

% Value changed function: TemperaturadematerialSlider

function TemperaturadematerialSliderValueChanged(app, event)

value = app.TemperaturadematerialSlider.Value;

app.temperaturaEditField.Value = value;

end

% Callback function

function DimensincmSliderValueChanged(app, event)

value = app.DimensincmSlider.Value;

app.DimensionEditField.Value = value;

end

% Value changed function: DropDown

function DropDownValueChanged(app, event)

value = app.DropDown.Value;

app.DensidadEditField.Value=value;

end

% Value changed function: TemperaturadefluidoSlider

function TemperaturadefluidoSliderValueChanged(app, event)

value = app.TemperaturadefluidoSlider.Value;

app.TemperaturadefluidoEditField.Value = value;

end

end

% Component initialization

methods (Access = private)

% Create UIFigure and components

function createComponents(app)

```
% Create UIFigure and hide until all components are created
```

```
app.UIFigure = uifigure('Visible', 'off');  
app.UIFigure.Position = [100 100 744 555];  
app.UIFigure.Name = 'MATLAB App';
```

```
% Create DensidadEditFieldLabel
```

```
app.DensidadEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.DensidadEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.DensidadEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.DensidadEditFieldLabel.Position = [216 191 60 22];  
app.DensidadEditFieldLabel.Text = 'Densidad';
```

```
% Create DensidadEditField
```

```
app.DensidadEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.DensidadEditField.Position = [294 191 55 22];
```

```
% Create TemperaturadematerialLabel
```

```
app.TemperaturadematerialLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.TemperaturadematerialLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.TemperaturadematerialLabel.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturadematerialLabel.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturadematerialLabel.Position = [48 249 170 43];  
app.TemperaturadematerialLabel.Text = 'Temperatura de material ';
```

```
% Create TemperaturadematerialSlider
```

```
app.TemperaturadematerialSlider = uislider(app.UIFigure);  
app.TemperaturadematerialSlider.Orientation = 'vertical';  
app.TemperaturadematerialSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,  
@TemperaturadematerialSliderValueChanged, true);  
app.TemperaturadematerialSlider.FontWeight = 'bold';  
app.TemperaturadematerialSlider.FontColor = [0.4667 0.6745 0.1882];  
app.TemperaturadematerialSlider.Position = [146 300 3 150];
```

% Create kgm3Label

```
app.kgm3Label = uilabel(app.UIFigure);  
app.kgm3Label.Position = [362 191 40 22];  
app.kgm3Label.Text = 'kg/m3';
```

% Create RepresentarButton

```
app.RepresentarButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');  
app.RepresentarButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app, @RepresentarButtonPushed,  
true);  
app.RepresentarButton.FontWeight = 'bold';  
app.RepresentarButton.FontColor = [0 0.4471 0.7412];  
app.RepresentarButton.Position = [552 123 86 23];  
app.RepresentarButton.Text = 'Representar';
```

% Create CalorespecificoEditFieldLabel

```
app.CalorespecificoEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);  
app.CalorespecificoEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';  
app.CalorespecificoEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';  
app.CalorespecificoEditFieldLabel.Position = [177 42 99 22];  
app.CalorespecificoEditFieldLabel.Text = 'Calor específico';
```

% Create CalorespecificoEditField

```
app.CalorespecificoEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.CalorespecificoEditField.Position = [294 42 57 22];
```

% Create temperaturaEditField

```
app.temperaturaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.temperaturaEditField.Position = [131 460 48 22];
```

% Create Label

```
app.Label = xlabel(app.UIFigure);  
app.Label.Position = [191 460 25 22];  
app.Label.Text = '°C';
```

% Create Image

```
app.Image = uiimage(app.UIFigure);  
app.Image.Position = [18 436 100 100];  
app.Image.ImageSource = 'Imagen 1.png';
```

% Create JkgkLabel

```
app.JkgkLabel = xlabel(app.UIFigure);  
app.JkgkLabel.Position = [359 42 35 22];  
app.JkgkLabel.Text = 'J/kgk';
```

% Create TemperaturadefluidoEditField

```
app.TemperaturadefluidoEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');  
app.TemperaturadefluidoEditField.Position = [594 460 44 22];
```

% Create Label_2

```
app.Label_2 = xlabel(app.UIFigure);  
app.Label_2.Position = [645 460 25 22];  
app.Label_2.Text = '°C';
```

% Create AFNattapongLeardprasitLabel

```
app.AFNattapongLeardprasitLabel = xlabel(app.UIFigure);  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.FontName = 'Apple SD Gothic Neo';  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Position = [581 21 140 22];  
app.AFNattapongLeardprasitLabel.Text = 'AF. Nattapong, Leardprasit';
```

% Create SuperficieEditFieldLabel

```
app.SuperficieEditFieldLabel = xlabel(app.UIFigure);
```

```
app.SuperficieEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.SuperficieEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.SuperficieEditFieldLabel.Position = [212 123 64 22];
app.SuperficieEditFieldLabel.Text = 'Superficie';

% Create SuperficieEditField
app.SuperficieEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.SuperficieEditField.Position = [294 123 55 22];

% Create MasaEditFieldLabel
app.MasaEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.MasaEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.MasaEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.MasaEditFieldLabel.Position = [240 156 37 22];
app.MasaEditFieldLabel.Text = 'Masa';

% Create MasaEditField
app.MasaEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.MasaEditField.Position = [294 156 55 22];

% Create cm2Label
app.cm2Label = uilabel(app.UIFigure);
app.cm2Label.Position = [362 123 29 22];
app.cm2Label.Text = 'cm2';

% Create kgLabel
app.kgLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.kgLabel.Position = [362 156 25 22];
app.kgLabel.Text = 'kg';

% Create hvEditField
```

```
app.hvEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.hvEditField.Position = [294 84 57 22];

% Create DropDown
app.DropDown = uidropdown(app.UIFigure);
app.DropDown.Items = {'Aluminio', 'Cobre', 'Estaño', 'Hierro', 'Otros'};
app.DropDown.ItemsData = [2700 8930 7290 7880 0];
app.DropDown.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app, @DropDownValueChanged, true);
app.DropDown.FontWeight = 'bold';
app.DropDown.Position = [105 191 100 22];
app.DropDown.Value = 2700;

% Create MaterialListBoxLabel_2
app.MaterialListBoxLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);
app.MaterialListBoxLabel_2.HorizontalAlignment = 'right';
app.MaterialListBoxLabel_2.FontWeight = 'bold';
app.MaterialListBoxLabel_2.Position = [41 191 53 22];
app.MaterialListBoxLabel_2.Text = 'Material';

% Create TemperatradefluidoSliderLabel
app.TemperatradefluidoSliderLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.TemperatradefluidoSliderLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.TemperatradefluidoSliderLabel.FontWeight = 'bold';
app.TemperatradefluidoSliderLabel.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperatradefluidoSliderLabel.Position = [566 254 131 22];
app.TemperatradefluidoSliderLabel.Text = 'Temperatura de fluido';

% Create TemperatradefluidoSlider
app.TemperatradefluidoSlider = uislider(app.UIFigure);
app.TemperatradefluidoSlider.Orientation = 'vertical';
app.TemperatradefluidoSlider.ValueChangedFcn = createCallbackFcn(app,
@TemperatradefluidoSliderValueChanged, true);
```

```
app.TemperaturadefluidoSlider.FontWeight = 'bold';
app.TemperaturadefluidoSlider.FontColor = [0 0.4471 0.7412];
app.TemperaturadefluidoSlider.Position = [614 295 3 150];

% Create CoeficientedeconveccinDropDownLabel_2
app.CoficientedeconveccinDropDownLabel_2 = uilabel(app.UIFigure);
app.CoficientedeconveccinDropDownLabel_2.HorizontalAlignment = 'right';
app.CoficientedeconveccinDropDownLabel_2.FontWeight = 'bold';
app.CoficientedeconveccinDropDownLabel_2.Position = [118 84 158 22];
app.CoficientedeconveccinDropDownLabel_2.Text = 'Coeficiente de convección';

% Create Wm2KLabel
app.Wm2KLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Wm2KLabel.Position = [362 84 53 22];
app.Wm2KLabel.Text = 'W/m^2K';

% Create UIAxes
app.UIAxes = uiaxes(app.UIFigure);
title(app.UIAxes, 'Ley del enfriamiento de Newton')
xlabel(app.UIAxes, 'tiempo(s)')
ylabel(app.UIAxes, 'Temperatura(°C)')
zlabel(app.UIAxes, 'Z')
app.UIAxes.PlotBoxAspectRatio = [1.844444444444444 1 1];
app.UIAxes.XGrid = 'on';
app.UIAxes.YGrid = 'on';
app.UIAxes.Position = [201 260 381 236];

% Show the figure after all components are created
app.UIFigure.Visible = 'on';
end
end
```

% App creation and deletion

methods (Access = public)

% Construct app

function app = appNewton

% Create UIFigure and components

createComponents(app)

% Register the app with App Designer

registerApp(app, app.UIFigure)

if nargin == 0

clear app

end

end

% Code that executes before app deletion

function delete(app)

% Delete UIFigure when app is deleted

delete(app.UIFigure)

end

end

end