



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Evaluación del Posicionamiento con Señales de Satélites de Oportunidad (SATSOO) mediante Simulación

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Enrique Paniagua Vilar

DIRECTORES: José María Núñez Ortuño

CURSO ACADÉMICO: 2025-2026

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Evaluación del Posicionamiento con Señales de Satélites de
Oportunidad (SATSOO) mediante Simulación*

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

Este Trabajo Fin de Grado evalúa la viabilidad de un sistema de posicionamiento alternativo para plataformas navales en escenarios donde los sistemas Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS) sufren interferencias o suplantación. La solución propuesta explota pasivamente Señales de Satélites de Oportunidad (SATSOO) emitidas por mega-constelaciones *Low Earth Orbit* (LEO) de telecomunicaciones, como Starlink o Iridium. El núcleo del estudio se apoya en un modelo puramente angular (*Bearing-Only*), que infiere la posición midiendo exclusivamente el azimut y la elevación de las señales. A través de un entorno de simulación en MATLAB, se ha desarrollado un algoritmo de estimación no lineal. Este motor emplea Mínimos Cuadrados Ponderados dependientes de la elevación (ED-WLS) y un vector de estado de cuatro grados de libertad que incluye latitud, longitud y sesgos angulares. Esta arquitectura permite estimar la coordenada del buque y autocalibrar simultáneamente los errores de apuntamiento de la antena derivados del entorno marítimo. Los ensayos, que incluyen una prueba con hardware físico real, demuestran que el algoritmo es estable y logra evitar el colapso matemático en escenarios extremos. Todo ello confirma a la tecnología SATSOO como un sistema de contingencia resiliente y viable para garantizar la navegación naval.

PALABRAS CLAVE

Señales de Oportunidad, Navegación LEO, GNSS Denegado, Entorno Naval, *Bearing-Only*

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría expresar mi agradecimiento a mi tutor, José María Núñez Ortuño, por su orientación durante el desarrollo de este trabajo, así como por su disponibilidad para resolver dudas y aportar criterio técnico en los momentos clave del proyecto.

Asimismo, quiero reconocer la labor del Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar, por la formación recibida a lo largo del grado, que ha permitido abordar un trabajo de estas características con una base sólida tanto técnica como metodológica.

También me gustaría agradecer a mis compañeros, por el apoyo mutuo durante estos años y por el intercambio de ideas, que en muchas ocasiones ha contribuido a enfocar mejor distintos problemas.

Por último, quiero dar las gracias a mi familia por su apoyo constante durante toda la carrera. Su confianza y respaldo han sido fundamentales para poder llegar hasta este punto.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas.....	4
Índice de Acrónimos	5
1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	7
1.1 Introducción	7
1.2 Objetivos	9
1.3 Organización de la Memoria.....	10
2 Estado del arte	11
2.1 Técnicas de estimación, seguimiento e identificación en posicionamiento mediante SOP....	11
2.1.1 Estado actual del posicionamiento con señales de oportunidad (SATSOO).....	11
2.1.2 Técnicas y algoritmos de posicionamiento con señales no cooperativas (TDOA, FDOA, TOA, DOA, filtrado, etc.)	13
2.2 Modelado y simulación de señales SATSO en MATLAB	15
2.2.1 Métricas de evaluación de rendimiento	19
2.3 Casos de aplicación y validación en entorno marítimo y naval.....	22
3 Desarrollo del TFG.....	23
3.1 Marco teórico y planteamiento del problema de navegación SATSOO.....	23
3.1.1 Problema inverso de estimación de estado	23
3.1.2 Análisis geométrico de observables: El modelo angular (Bearing-Only)	24
3.1.3 Sensibilidad topológica, dilución de precisión (DOP) y geometría LEO.....	25
3.2 Hipótesis, simplificaciones y alcance del modelo	25
3.2.1 Dependencia de efemérides externas y dinámica orbital (TLE/SGP4)	26
3.2.2 Modelado estocástico de la pseudodistancia y simplificación del canal	26
3.2.3 Topología terrestre: El elipsoide WGS84 y la tierra esférica	27
3.2.4 Evaluación estática (Régimen Snapshot).....	27
3.2.5 Prevención de colapso geométrico	27
3.3 Fundamentos algorítmicos y matemáticos transversales	28
3.3.1 Tratamiento de la circularidad angular	28
3.3.2 Minimización analítica mediante distancia de cuerda	28
3.3.3 Condiciones de observabilidad	28
3.3.4 Mitigación física del entorno marítimo (Máscara de elevación base).....	29
3.3.5 Acotación del estado de búsqueda.....	29

3.4 Desarrollo iterativo del algoritmo de navegación SATSOO: Versiones V1-V10	29
3.4.1 Formulación del problema y limitaciones computacionales	30
3.4.2 Implementación del modelo ECEF	31
3.4.3 Problemas de convergencia y espacio de búsqueda	34
3.4.4 Modelado estocástico y paradigma ponderado dependiente de la elevación (V5-V7).....	35
3.4.5 Optimización de rendimiento, geometría horizontal y consolidación (V8-V10).	36
4 Resultados / Validación / Prueba.....	41
4.1 Estimación de medidas basadas en simulación.....	41
4.1.1 Diseño de experimentos y matriz de validación	41
4.1.2 Criterios de selección de constelaciones LEO	44
4.1.3 Fase 1: Desempeño latitudinal y carga computacional.....	44
4.1.4 Fase 2: Análisis de la cuenca de atracción y estabilidad del filtro no lineal	46
4.1.5 Fase 3.1: Análisis de sensibilidad al ruido ambiental estocástico	48
4.1.6 Fase 3.2: Tolerancia al sesgo estructural	49
4.1.7 Fase 4.1: Matriz combinada de parámetros más probable.....	51
4.1.8 Fase 4.2: Matriz combinada de parámetros más peligrosa por paquetes.....	53
4.2 Estimación de posición basada en medidas angulares con hardware real	55
4.2.1 Planteamiento de la prueba	55
4.2.2 Adaptación del entorno de simulación para la incorporación de datos reales	55
4.2.3 Resultados de la medición real	57
5 Conclusiones y líneas futuras	58
5.1 Conclusiones	58
5.2 Líneas futuras	59
6 Bibliografía.....	61
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	64
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	67
Anexo III: Uso ético y Responsable de la inteligencia artificial	69

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Escenario de plataforma naval bajo interferencia GNSS asistida por satélites LEO (Fuente: ChatGPT).....	8
Figura 3-1 Modelo <i>Bearing-Only</i> y volumen de incertidumbre por no concurrencia. (Fuente: ChatGPT)	24
Figura 3-2 Impacto de la Dilución de Precisión (DOP) en la estimación de posición (Fuente: ChatGPT)	25
Figura 3-3 Transformación espacial entre los sistemas de coordenadas geodésico, ECEF y ENU (Fuente: [33])	32
Figura 3-4 Renderizado geoespacial 3D en MATLAB del escenario satelital y estimación de la posición (Fuente: MATLAB).....	39
Figura 4-1 Número de satélites visibles en función de la latitud para las tres constelaciones (Fuente: MATLAB)	45
Figura 4-2 Resultados obtenidos (Fuente: MATLAB).....	55
Figura 4-3 Antena real tipo “ <i>patch</i> ” (Fuente: MATLAB).....	56

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4-1 Media de resultados Fase 1 (tomada de MATLAB)	46
Tabla 4-2 Resultados Fase 2 (tomada de MATLAB).....	48
Tabla 4-3 Media de resultados Fase 3.1 (tomada de MATLAB)	49
Tabla 4-4 Media de resultados Fase 3.2 (tomada de MATLAB)	50
Tabla 4-5 Media de resultados Fase 4.1 Escenario 1 (tomada de MATLAB)	52
Tabla 4-6 Media de resultados Fase 4.1 Escenario 2 (tomada de MATLAB)	53
Tabla 4-7 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Alfa (tomada de MATLAB)	53
Tabla 4-8 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Bravo (tomada de MATLAB).....	54
Tabla 4-9 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Charlie (tomada de MATLAB).....	54

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

AIS	Automatic Identification System
AOA	Angle of Arrival
AOR	Area of Responsibility
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BAE	BAE Systems
DOA	Direction of Arrival
DOP	Dilution of Precision
ECEF	Earth-Centered, Earth-Fixed
EKF	Extended Kalman Filter
EMCON	Emissions Control
ENU	East-North-Up
EW	Electronic Warfare
FDOA	Frequency Difference of Arrival
GDOP	Geometric Dilution of Precision
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
HDOP	Horizontal Dilution of Precision
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertial Navigation System
LEO	Low Earth Orbit
LNA	Low Noise Amplifier
OLS	Ordinary Least Squares
OTAN	Organización del Tratado del Atlántico Norte
PDOP	Position Dilution of Precision
PNT	Positioning, Navigation, and Timing
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SOP	Signals of Opportunity
TDOA	Time Difference of Arrival
TLE	Two-Line Element
TOA	Time of Arrival
TTFF	Time to First Fix
UHF	Ultra High Frequency
UTC	Coordinated Universal Time
VDOP	Vertical Dilution of Precision

VHF	Very High Frequency
WCS	Worst Case Scenario
WIFI	Wireless Fidelity
WLS	Weighted Least Squares

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

La determinación precisa de la posición ha sido, desde los orígenes de la navegación, uno de los principales retos técnicos asociados al ámbito marítimo. Durante siglos, los navegantes se apoyaron en la observación de los astros para estimar su situación en el mar, utilizando instrumentos como el sextante y modelos geométricos del firmamento. Este enfoque, basado en la medición de ángulos respecto a referencias externas conocidas, constituye uno de los primeros ejemplos de resolución de un problema de posicionamiento mediante observables indirectos. Aunque los medios tecnológicos han evolucionado de forma radical, el principio fundamental permanece inalterado: inferir la posición propia a partir de la geometría relativa con respecto a emisores o referencias externas.

En la actualidad, los sistemas globales de navegación por satélite (GNSS) han sustituido prácticamente por completo a las técnicas tradicionales, proporcionando soluciones de posicionamiento, navegación y tiempo con una precisión y disponibilidad muy elevadas. Estos sistemas constituyen la base de la navegación moderna tanto en aplicaciones civiles como militares, y en particular en el entorno marítimo, donde representan la principal fuente de información de posición en navegación oceánica. Sin embargo, esta dependencia casi absoluta de GNSS introduce una vulnerabilidad estructural significativa.

Las señales GNSS, debido a la gran distancia a la que se encuentran los satélites emisores (órbita media, aproximadamente 20.000 km), llegan a la superficie terrestre con niveles de potencia extremadamente bajos. Esta característica las hace especialmente sensibles a interferencias, tanto accidentales como deliberadas, así como a ataques de suplantación de señal [1]. En entornos operativos o escenarios de conflicto, donde la guerra electrónica juega un papel relevante, esta vulnerabilidad se convierte en un problema crítico. La degradación o pérdida total de la señal GNSS puede dejar a una plataforma sin una referencia fiable de posicionamiento, comprometiendo tanto la seguridad de la navegación como la ejecución de operaciones.

Este problema es especialmente acusado en el ámbito naval. A diferencia de los entornos terrestres, donde pueden existir infraestructuras de apoyo como redes de comunicaciones o sistemas de posicionamiento locales, en alta mar la navegación depende casi exclusivamente de sistemas espaciales y sensores embarcados. Cuando GNSS deja de estar disponible, las alternativas se reducen a sistemas inerciales, navegación por estima o referencias externas limitadas [2], todas ellas con una degradación progresiva de la precisión. Por ello, existe una necesidad clara de desarrollar soluciones complementarias que permitan mantener una capacidad de posicionamiento razonable en ausencia de GNSS.

En este contexto, el uso de señales de oportunidad (*Signals of Opportunity*, SoOP) se presenta como una línea de investigación especialmente relevante. Este enfoque consiste en aprovechar señales de radio ya existentes en el entorno, que no han sido diseñadas específicamente para navegación, pero que

contienen información susceptible de ser explotada para estimar la posición de un receptor. Entre estas señales se incluyen de forma particularmente interesante señales procedentes de satélites de comunicaciones para aplicaciones marítimas.

Dentro de este ámbito, las constelaciones de satélites en órbita terrestre baja (LEO) han adquirido un papel destacado. Estas constelaciones, como Starlink, OneWeb o Iridium, operan a altitudes significativamente menores (del orden de cientos a pocos miles de kilómetros), lo que implica que sus señales llegan a la superficie con mayor potencia que las señales GNSS. Además, presentan una elevada densidad de satélites y una cobertura prácticamente global, lo que incrementa la disponibilidad de observaciones. Estas características, junto con la dinámica orbital rápida de los satélites LEO [3], hacen que sus señales resulten atractivas como fuente alternativa o complementaria de posicionamiento. La situación descrita se ilustra gráficamente en la Figura 1-1.

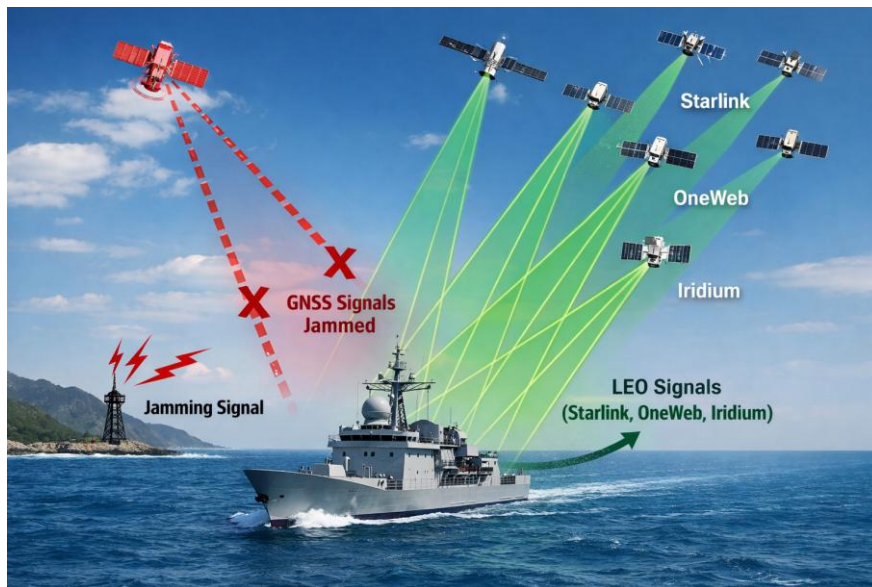


Figura 1-1 Escenario de plataforma naval bajo interferencia GNSS asistida por satélites LEO (Fuente: ChatGPT)

No obstante, el uso de estas señales plantea importantes retos técnicos. A diferencia de los sistemas GNSS, los satélites de comunicaciones no están diseñados para proporcionar servicios de navegación. Esto implica que el receptor no dispone de información directa como las pseudodistancias, lo que limita los observables disponibles. En consecuencia, el problema de posicionamiento debe reformularse en función de la información que sí puede extraerse de la señal.

En el caso abordado en este trabajo, la estimación de la posición se basa en la medición de ángulos de llegada de la señal (azimut y elevación), obtenidos mediante sistemas de antenas. Este planteamiento conduce a un modelo de tipo *Bearing-Only*, en el que cada observación define una línea de visión entre el receptor y el satélite [4], pero no proporciona información directa de distancia. Desde un punto de vista geométrico, esto implica que el problema consiste en encontrar el punto que mejor ajusta un conjunto de líneas de visión que, debido al ruido y a los errores del sistema, no se intersectan exactamente en un punto común. [4]

Esta formulación introduce una serie de dificultades relevantes. En primer lugar, el problema es altamente no lineal, lo que obliga a utilizar algoritmos iterativos de estimación. En segundo lugar, la solución es extremadamente sensible a la geometría de los satélites visibles, lo que se traduce en una fuerte dependencia del denominado factor de dilución de precisión (DOP). En tercer lugar, la presencia de ruido en las medidas, errores en las efemérides orbitales y sesgos instrumentales puede degradar significativamente la solución. Por último, la convergencia del algoritmo depende, a priori, de la estimación inicial, lo que introduce un condicionante adicional en la viabilidad del sistema.

Dada la complejidad del problema y la dificultad de realizar validaciones experimentales en entorno real, el presente trabajo adopta un enfoque basado en simulación. Mediante el uso de herramientas como MATLAB [4], se construye un entorno controlado que permite modelar la geometría del sistema, generar observaciones sintéticas, introducir perturbaciones y evaluar el comportamiento del algoritmo bajo distintas condiciones. Este enfoque permite analizar de forma sistemática la viabilidad del posicionamiento SATSOO, identificando los factores que más influyen en su rendimiento y sus principales limitaciones.

En conjunto, este Trabajo Fin de Grado se enmarca en el estudio de sistemas de navegación resilientes, abordando el problema del posicionamiento mediante señales de satélites de oportunidad desde una perspectiva técnica, geométrica y computacional, con especial atención a su aplicabilidad en el entorno naval.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este Trabajo Fin de Grado es evaluar la viabilidad y precisión del posicionamiento utilizando señales de satélites de oportunidad (SATSOO) mediante simulación, con especial énfasis en su aplicación a plataformas navales en escenarios donde los sistemas GNSS se encuentren degradados o no disponibles.

Este objetivo general se descompone en una serie de objetivos específicos que permiten abordar el problema de forma estructurada:

- Definir con precisión el problema de posicionamiento SATSOO en el contexto del trabajo, identificando los observables disponibles, las variables conocidas del sistema y las incógnitas a estimar.
- Desarrollar un modelo geométrico que relacione la posición del receptor con las observaciones procedentes de múltiples satélites, teniendo en cuenta la geometría tridimensional del problema.
- Implementar un algoritmo de estimación no lineal basado en técnicas de optimización iterativa, capaz de resolver el problema inverso de posicionamiento.
- Incorporar al modelo diferentes fuentes de error, incluyendo ruido en las observaciones, incertidumbre en las efemérides orbitales y efectos simplificados del canal de propagación.
- Analizar la influencia de la geometría de los satélites visibles y de la selección de subconjuntos de satélites en la calidad de la solución obtenida.
- Evaluar el rendimiento del sistema mediante métricas como el error de posicionamiento, el tiempo de convergencia, la estabilidad de la solución y la robustez frente a perturbaciones.
- Estudiar la sensibilidad del sistema a factores clave como la estimación inicial, el nivel de ruido o la disponibilidad de satélites.
- Determinar, a partir de los resultados obtenidos, en qué condiciones el sistema puede considerarse viable como solución complementaria de navegación en el entorno naval.

Es importante destacar que el objetivo del trabajo no es desarrollar un sistema operativo listo para su implementación en plataformas reales, sino realizar un análisis técnico fundamentado que permita evaluar sus capacidades y limitaciones. Este enfoque permite identificar los principales desafíos asociados al posicionamiento mediante SATSOO y establecer una base sólida para futuros desarrollos o validaciones experimentales.

1.3 Organización de la Memoria

La memoria del presente Trabajo Fin de Grado se estructura en varios capítulos que recogen de forma ordenada el desarrollo completo del trabajo, desde el análisis del estado del arte hasta la obtención de conclusiones.

En el Capítulo 2 (Estado del arte) se presenta una revisión detallada de las principales técnicas de posicionamiento basadas en señales de oportunidad, incluyendo métodos como *Time of Arrival* (TOA), *Time Difference of Arrival* (TDOA), *Frequency Difference of Arrival* (FDOA) y *Angle of Arrival* (AOA), así como los avances recientes en el uso de satélites LEO para navegación. Asimismo, se analizan las ventajas, limitaciones y retos asociados a este tipo de sistemas, con especial atención a su aplicación en entornos marítimos.

El Capítulo 3 (Desarrollo del TFG) constituye el núcleo del trabajo. En este capítulo se formula el problema de posicionamiento desde un punto de vista matemático, se describe el modelo geométrico utilizado y se detalla el diseño del algoritmo de estimación. Además, se explica el entorno de simulación implementado en MATLAB, incluyendo la generación de escenarios, el modelado de las observaciones y la incorporación de fuentes de error.

En el Capítulo 4 (Resultados) se presentan y analizan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones realizadas. Se evalúa el comportamiento del sistema bajo diferentes configuraciones y condiciones, prestando especial atención a la influencia de la geometría satelital, el nivel de ruido y la disponibilidad de observaciones.

El Capítulo 5 (Conclusiones y líneas futuras) recoge las principales conclusiones del trabajo, destacando los aspectos más relevantes en relación con la viabilidad del sistema propuesto. Asimismo, se plantean posibles líneas de mejora y futuras investigaciones que permitan avanzar en el desarrollo de sistemas de posicionamiento basados en señales de oportunidad.

Finalmente, la memoria se completa con varios anexos en los que se abordan aspectos adicionales relacionados con el trabajo, incluyendo consideraciones éticas, sociales y técnicas, así como información complementaria que apoya el desarrollo del proyecto.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Técnicas de estimación, seguimiento e identificación en posicionamiento mediante SOP

2.1.1 Estado actual del posicionamiento con señales de oportunidad (SATSOO)

En las últimas décadas ha aumentado mucho el interés por la navegación basada en señales de oportunidad. Este enfoque se plantea como un complemento, e incluso una alternativa, a los sistemas GNSS tradicionales. La idea es bastante sencilla: aprovechar señales de radio que ya existen en el entorno y que no fueron diseñadas para navegar, pero que podrían emplearse para obtener posición y tiempo. Dentro de este grupo entran señales emitidas por satélites que no son de navegación, por ejemplo, satélites de comunicaciones en órbita baja (LEO) o satélites meteorológicos.

Uno de los motivos principales por los que las señales de oportunidad están despertando tanto interés es que los sistemas GNSS presentan limitaciones claras en determinados entornos. Las señales GNSS llegan a la superficie con muy poca potencia debido a la gran distancia a la que se encuentran los satélites, lo que complica su recepción en zonas urbanas densas, interiores de edificios o terrenos con fuerte relieve. Además, al operar en bandas abiertas y bien conocidas, son especialmente vulnerables a interferencias intencionadas (*jamming*) o a ataques de suplantación (*spoofing*), algo que se ha visto recientemente en distintos conflictos [5]. Todo esto ha impulsado la búsqueda de soluciones de posicionamiento más resilientes, capaces de seguir funcionando cuando GNSS no está disponible o deja de ser fiable. En este contexto, las señales de oportunidad aparecen como una alternativa prometedora.

Dentro de las SOP, los satélites en órbita terrestre baja (LEO) han recibido una atención especial. A diferencia de los satélites GNSS, que se encuentran en órbita media a unos 20.000 km de altura, las grandes constelaciones LEO operan a menos de 2.000 km [5]. Sistemas como Starlink, OneWeb, Iridium o Globalstar emiten señales de comunicaciones que cubren prácticamente todo el planeta, incluidos los océanos. Al estar mucho más cerca de la Tierra, sus señales llegan con mayor potencia, son más difíciles de bloquear y presentan variaciones de Doppler rápidas debido a la alta velocidad orbital de los satélites. Estas características pueden aprovecharse para tareas de navegación, ofreciendo una mayor robustez frente al ruido y las interferencias que los sistemas GNSS clásicos.

Además, estas constelaciones operan en múltiples bandas de frecuencia, lo que añade diversidad y flexibilidad al sistema. En la actualidad existen miles de satélites LEO comerciales en servicio, lo que supone una gran disponibilidad de señales espaciales que podrían usarse como fuente de posicionamiento sin necesidad de lanzar satélites dedicados [5]. Por este motivo, diferentes países y agencias están investigando cómo explotar estas constelaciones para proporcionar servicios de posicionamiento, navegación y tiempo más resistentes.

Aunque este enfoque pueda parecer reciente, existen precedentes históricos. El primer sistema de navegación por satélite operativo, TRANSIT, desarrollado por la Marina de Estados Unidos en los años 60, utilizaba satélites en órbita baja y se basaba únicamente en la medición del efecto Doppler para calcular la posición del usuario. Con este método se alcanzaban precisiones del orden de decenas de metros, lo que ya demostraba que era posible navegar usando satélites no diseñados específicamente para ello. En este sentido, TRANSIT puede considerarse un precursor directo de muchos de los enfoques actuales basados en señales de oportunidad y Doppler. [6]

En tiempos más recientes, también se ha visto un interés claro por parte de la industria. En 2012, la empresa BAE Systems presentó el concepto NAVSOP (*Navigation via Signals of Opportunity*), que proponía calcular la posición aprovechando la gran cantidad de señales disponibles en el entorno. La idea era combinar señales procedentes de torres de telefonía móvil, emisores de radio y televisión, radares civiles e incluso redes WIFI para obtener una solución de posicionamiento robusta. Entre las ventajas que se destacaban estaban la ausencia de infraestructura adicional, el funcionamiento en interiores y la menor vulnerabilidad frente a interferencias que afectan al GPS. Este tipo de propuestas puso de manifiesto que las señales oportunistas, tanto terrestres como satelitales, no solo interesan a la comunidad académica, sino también al sector industrial y de defensa. [7]

Ventajas y estado actual: Las técnicas de navegación con SOP presentan atractivos claros:

1. Aprovechan infraestructuras ya desplegadas (telecomunicaciones, radiodifusión, etc.), evitando la necesidad de satélites o torres dedicadas.
2. Ofrecen cobertura potencialmente global o localizada según la fuente (señales espaciales para océanos y zonas remotas, señales terrestres para áreas urbanas).
3. Pueden operar de manera pasiva (el receptor calcula su posición sin necesidad de transmitir nada), lo cual aporta discreción y protección de la privacidad del usuario.
4. Al combinar muchas fuentes heterogéneas, un sistema SoOP bien diseñado sería más difícil de inutilizar con un solo ataque de interferencia, aumentando la robustez y disponibilidad de *Positioning, Navigation and Timing* (PNT) en entornos adversos. [8]

Numerosos trabajos recientes han mostrado [9] de forma experimental que estas ideas son viables en la práctica. Por ejemplo, ya se ha conseguido realizar posicionamiento utilizando señales de la constelación Starlink. En un estudio publicado en 2021 [9] se logró un error horizontal de unos 7,7 metros empleando únicamente señales de *downlink* de Starlink, sin ningún apoyo de GPS.

Más adelante, otros experimentos [10] han ido un paso más allá combinando señales de distintas constelaciones LEO. En concreto, al utilizar de forma conjunta satélites de Starlink y OneWeb, se consiguió estimar la posición de un receptor con errores del orden de 2 a 5 metros. Estos resultados muestran que la precisión mejora claramente cuando se fusionan varias constelaciones frente a utilizarlas por separado.

También se ha analizado [11] el comportamiento de estos sistemas en escenarios donde GNSS no está disponible. En pruebas con vehículos terrestres, al interrumpir la señal GNSS durante unos 40 segundos, la solución basada únicamente en satélites LEO consiguió limitar el error final a unos 8 metros. En cambio, cuando no se utilizó ningún apoyo LEO, el error superó los 300 metros. Este tipo de resultados cuantitativos ponen de manifiesto el potencial de los satélites LEO de oportunidad para proporcionar navegación precisa y robusta incluso en ausencia total de GPS.

En paralelo a estos avances experimentales, tanto la industria como los organismos internacionales están empezando a incorporar el concepto de posicionamiento mediante señales de oportunidad en sus planes de desarrollo. En el ámbito de las comunicaciones 5G y 6G, por ejemplo, se estudia la integración de capacidades de posicionamiento dentro de redes no terrestres (*Non-Terrestrial Networks*), que incluyen satélites LEO y pseudo-satélites como complemento a los sistemas GNSS. [12] [13]

Además, ya existen empresas que ofrecen o planean ofrecer servicios comerciales de posicionamiento, navegación y tiempo basados en satélites LEO. Compañías como Xona Space o

Satelles están desarrollando soluciones alternativas, y en el caso de Satelles se explota la constelación Iridium para proporcionar servicios de posicionamiento de respaldo. Esto demuestra que el uso de satélites de comunicaciones LEO para navegación no es solo una idea teórica, sino una posibilidad real en entornos operativos. [14] [15]

Desde el punto de vista académico, también se han publicado [16] recientemente varios trabajos de revisión que resumen el estado del arte. Algunos de ellos ofrecen una visión amplia del posicionamiento con satélites LEO no cooperativos, analizando las principales constelaciones, los tipos de observables disponibles y los algoritmos empleados, además de proponer líneas futuras de investigación. Otros estudios se centran [17] en los principales retos del posicionamiento masivo con señales de oportunidad, como la incertidumbre en las efemérides o la falta de sincronización de constelaciones que no fueron diseñadas originalmente para navegación.

En conjunto, el estado actual de la investigación muestra un campo muy activo y en rápida evolución. Existe un consenso bastante claro en que las señales de oportunidad, y en particular las procedentes de satélites LEO, pueden actuar como un complemento muy potente y un posible respaldo de los sistemas GNSS tradicionales. No obstante, todavía quedan retos técnicos importantes por resolver antes de que los sistemas SoOP puedan desplegarse de forma generalizada en aplicaciones reales.

2.1.2 Técnicas y algoritmos de posicionamiento con señales no cooperativas (TDOA, FDOA, TOA, DOA, filtrado, etc.)

El posicionamiento con señales de oportunidad puede abordarse con numerosas técnicas de geolocalización ya conocidas en radionavegación. En esencia, se desea localizar nuestro receptor con respecto a transmisores de posición conocida usando las mediciones que podamos obtener de sus señales. Entre las técnicas fundamentales se incluyen: [4]

TOA (*Time of Arrival*) – Tiempo de llegada de la señal

Esta técnica se basa en medir el instante en el que una señal llega al receptor. Para que funcione bien, hace falta comparar ese instante con un tiempo de referencia común. Si se reciben señales de varios emisores que están sincronizados, se puede calcular la distancia a cada uno (multiplicando el tiempo por la velocidad de la luz) y, a partir de ahí, obtener la posición, de forma similar a como funciona el GPS. El principal problema es que, en el caso de las señales de oportunidad, normalmente los emisores no están sincronizados [16] entre sí ni emiten marcas de tiempo conocidas, por lo que obtener un TOA absoluto fiable suele ser complicado.

TDOA (*Time Difference of Arrival*) – Diferencia de tiempos de llegada

En lugar de medir el tiempo absoluto, esta técnica mide la diferencia de tiempo con la que una misma señal llega a dos receptores distintos, o bien la diferencia entre señales de dos emisores recibidas en un mismo receptor. De esta forma, no es necesario conocer un tiempo de referencia común. Cada medida TDOA define un conjunto de posibles posiciones del receptor con forma de hipérbola (en dos dimensiones). Si se disponen de medidas suficientes, la intersección de esas hipérbolas permite estimar la posición. Este método ha sido utilizado en sistemas clásicos como LORAN-C y también se ha aplicado a señales de televisión digital, donde varios emisores transmiten de forma sincronizada.

FDOA (*Frequency Difference of Arrival*) – Diferencia de frecuencia Doppler

Esta técnica es parecida al TDOA, pero en lugar de comparar tiempos se comparan diferencias en el desplazamiento Doppler de la señal. Es especialmente útil cuando el emisor o el receptor están en movimiento. [4]

En el ámbito militar, la combinación de TDOA y FDOA se emplea en sistemas pasivos para localizar emisores. En navegación basada en señales de oportunidad, el FDOA puede utilizarse si se dispone de varios receptores separados o si se comparan señales de distintos satélites. No obstante, cuando solo se

cuenta con un receptor móvil, suele ser más habitual trabajar directamente con el Doppler absoluto de cada señal.

AOA / DOA (*Angle of Arrival*) – Dirección de llegada

Esta técnica consiste en estimar el ángulo desde el cual llega la señal al receptor, tanto en azimut como en elevación. Para ello se necesitan antenas direccionales o conjuntos de antenas, lo que implica un hardware más complejo. Si se conocen las posiciones de varios transmisores y se mide el ángulo de llegada de sus señales, es posible triangular la posición del receptor. Aunque puede ser útil en entornos abiertos como el marítimo, su precisión suele ser menor que la de otras técnicas, por lo que normalmente se combina con otros métodos.

RSS (*Received Signal Strength*) – Intensidad de la señal recibida

Este método utiliza la potencia de la señal recibida para estimar la distancia al emisor, suponiendo que se conoce cómo se atenúa la señal con la distancia. Sin embargo, es una técnica poco precisa, ya que la potencia recibida puede variar mucho debido a reflexiones y otros efectos del entorno. En posicionamiento con señales de oportunidad, el RSS se emplea más habitualmente en métodos de tipo *fingerprinting*, donde se comparan los niveles de señal medidos con una base de datos previamente creada. Este enfoque es común en entornos urbanos o interiores con redes WiFi o celulares densas, pero resulta menos práctico en entornos marítimos abiertos, donde no existe una infraestructura de señales tan abundante.

En general, las técnicas geométricas como TOA, TDOA, FDOA o AOA requieren conocer la posición de los transmisores y, en algunos casos, que estén sincronizados o tengan características de emisión conocidas. A partir de estas medidas, se resuelve el problema geométrico mediante la intersección de líneas o superficies de posición, o mediante métodos de ajuste cuando hay muchas observaciones.

Por otro lado, los métodos no paramétricos, como el *fingerprinting* basado en RSS, evitan calcular distancias o ángulos directamente y se basan en comparar patrones de señal con bases de datos calibradas. El inconveniente de estos métodos es que requieren un mantenimiento continuo de dichas bases de datos, lo que puede ser difícil o poco viable en aplicaciones a gran escala o en entornos marítimos cambiantes.

En el contexto de SATSO para aplicaciones navales, cobran mayor relevancia ciertas técnicas específicas:

Posicionamiento mediante Doppler absoluto (frecuencia de llegada)

Muchos satélites en órbita baja (LEO) que no están pensados para navegación no transmiten códigos de tiempo, lo que impide usar técnicas clásicas basadas en tiempo de llegada. En estos casos, una alternativa es utilizar únicamente el efecto Doppler de la señal recibida para estimar la posición y la velocidad del receptor. Esta idea no es nueva y ya se utilizó en sistemas históricos como TRANSIT. [18]

El principio básico es que la variación del Doppler observada en la señal de un satélite LEO depende de la posición relativa entre el satélite y el receptor. Para un valor concreto de Doppler, el receptor debe encontrarse sobre una determinada superficie geométrica. Cuando se observan varios satélites en movimiento rápido, cada uno aporta una restricción distinta, y la intersección de todas ellas permite estimar la posición del usuario en tres dimensiones. Además, a partir de estas medidas también se puede estimar la velocidad del receptor y ciertos errores asociados al reloj.

Con un único satélite LEO en movimiento, la información de posición es limitada, ya que el receptor puede encontrarse en múltiples puntos compatibles con la medida Doppler. Sin embargo, al combinar señales de varios satélites con trayectorias diferentes, es posible obtener una solución única.

Filtros de seguimiento y fusión de sensores

Una vez obtenidas las mediciones, la solución de navegación suele mejorarse utilizando filtros que tienen en cuenta la evolución del movimiento en el tiempo. El Filtro de Kalman Extendido es uno de los más utilizados en prototipos basados en señales de oportunidad. Este tipo de filtro permite combinar distintos tipos de observaciones y reducir el efecto del ruido, manteniendo una estimación continua de la posición.

Por ejemplo, en algunos experimentos con vehículos terrestres se ha utilizado un EKF para fusionar observaciones Doppler de varios satélites LEO junto con un modelo simple del movimiento del vehículo, logrando trayectorias con errores reducidos incluso en periodos sin GPS [19].

En entornos navales, donde el movimiento del buque suele ser relativamente suave, este tipo de filtros resulta especialmente útil para estabilizar la solución y distinguir entre ruido aleatorio y cambios reales de posición.

Algoritmos de optimización e identificación de emisores

Uno de los principales retos al trabajar con señales de oportunidad no cooperativas es que, en muchos casos, el receptor no sabe exactamente qué satélite o transmisor está recibiendo, ya que no existe un mensaje de identificación claro. Por ello, es necesario aplicar algoritmos que permitan identificar la fuente de la señal.

Una estrategia habitual consiste en comparar las curvas de Doppler medidas con las que se esperarían de distintos satélites candidatos, usando información orbital conocida. [20] De esta forma, se puede determinar qué satélite es el más probable origen de la señal. Resolver correctamente esta identificación es un paso clave, ya que sin conocer el emisor no es posible utilizar su posición en el cálculo de la navegación. Actualmente, el desarrollo de receptores capaces de analizar un espectro amplio y reconocer automáticamente qué señales corresponden a qué emisores sigue siendo un tema de investigación activa.

En conjunto, el abanico de técnicas disponibles para el posicionamiento mediante señales de oportunidad es muy amplio. Se emplean tanto métodos clásicos adaptados a señales no diseñadas para navegación como enfoques más recientes basados en Doppler y en la fusión de información de distintas fuentes. La literatura muestra que, con la técnica adecuada y un modelo razonable del entorno, prácticamente cualquier señal de radio puede aportar información útil para navegación. Sin embargo, cada método tiene requisitos y limitaciones propias, como la necesidad de sincronización, ancho de banda suficiente, hardware específico o conocimiento previo de la señal. En la práctica, los sistemas más robustos tienden a combinar varias técnicas y fuentes distintas, compensando las debilidades de cada una. Es precisamente en estas estrategias de fusión multisensor donde se concentra gran parte del desarrollo más reciente en posicionamiento basado en señales de oportunidad.

2.2 Modelado y simulación de señales SATSO en MATLAB

Para desarrollar y validar soluciones de posicionamiento basadas en señales de satélites de oportunidad, es fundamental contar con modelos y simulaciones realistas. Gran parte de la investigación previa ha utilizado entornos de simulación (a menudo en MATLAB) para experimentar con diferentes constelaciones, algoritmos y condiciones antes de pruebas de campo. A continuación, se resumen los aspectos principales del modelado y simulación de señales SATSO, con énfasis en entornos navales:

Geometría y dinámica orbital:

Un primer paso fundamental es modelar correctamente las trayectorias de los satélites o emisores que se van a utilizar como señales de oportunidad. En el caso de satélites LEO, lo más habitual es partir de datos orbitales públicos, como los *Two-Line Elements* (TLE), que están disponibles para la mayoría

de constelaciones comerciales. A partir de estos datos, se puede calcular la posición y la velocidad de cada satélite usando modelos estándar de propagación orbital, siendo uno de los más utilizados el modelo SGP4. [21]

En MATLAB existen implementaciones ya disponibles de SGP4, y también es posible apoyarse en herramientas específicas como el Aerospace Toolbox para realizar estos cálculos de forma más directa. Un aspecto clave en este punto es la precisión de las efemérides, ya que los TLE no son perfectos. De hecho, un TLE con varios días de antigüedad puede introducir errores del orden de uno o varios kilómetros en la posición real del satélite. [21]

Por este motivo, en simulaciones es habitual empezar suponiendo efemérides ideales, para analizar el comportamiento del sistema en condiciones óptimas, y posteriormente introducir errores controlados en las órbitas para estudiar cómo afectan al posicionamiento. Incluso errores relativamente moderados en la predicción de la trayectoria satelital pueden provocar errores significativos en la solución de navegación si no se tienen en cuenta, lo que pone de relieve la importancia de modelar adecuadamente estas incertidumbres.

En un entorno naval, además, hay que considerar que el receptor no es estático, sino que puede estar en movimiento. Por ello, resulta útil generar escenarios representativos, como por ejemplo un buque navegando en alta mar que recibe señales de varios satélites LEO situados a diferentes ángulos, y eventualmente también de algún satélite GNSS. Este tipo de escenarios pueden simularse en MATLAB calculando, para cada instante de tiempo, las posiciones relativas entre el receptor y los satélites, así como los ángulos de elevación y visibilidad de cada transmisor.

Modelo de canal radio en entorno marítimo

El canal de propagación describe cómo viaja la señal desde el emisor hasta el receptor y condiciona aspectos como la potencia recibida, la presencia de multitrayecto (*multipath*) y la variabilidad de la señal en el tiempo. En alta mar, lo habitual es suponer que existe línea de vista directa entre el satélite y el receptor, ya que no hay grandes obstáculos. Sin embargo, aparece un fenómeno importante: la reflexión de la señal en la superficie del mar.

El océano puede comportarse como una superficie reflectante que genera una segunda trayectoria, además de la directa, con un pequeño retraso. Este efecto es más acusado cuando el mar está relativamente calmado y da lugar a un modelo de dos rayos, formado por una componente directa y otra reflejada. La interferencia entre ambas puede provocar desvanecimientos de la señal e introducir errores en medidas de fase o de tiempo. Cuando hay oleaje, esta reflexión deja de ser tan coherente y pasa a estar más dispersa.

En simulaciones, a veces se opta por un modelo simplificado de canal libre con ruido, que representa un caso ideal. En otros casos, se introducen efectos de multipath y pérdidas adicionales mediante modelos estadísticos más realistas. En zonas costeras, además, pueden aparecer bloqueos momentáneos causados por otros buques o infraestructuras portuarias, lo que puede simularse reduciendo la calidad de la señal o perdiendo temporalmente algunas observaciones.

Ruido y sensibilidad del receptor

Para que las simulaciones sean realistas, es necesario incluir el efecto del ruido presente en cualquier receptor. Normalmente se modela como ruido gaussiano añadido a la señal lo que permite representar la sensibilidad real del sistema. En función de la banda de frecuencia y del ancho de banda de la señal, se asume un determinado nivel de ruido y se calcula la relación señal-ruido, que condiciona directamente la precisión de las medidas.

En el caso particular, como excepción a la norma, de señales LEO en banda Ku, como las empleadas por sistemas tipo Starlink, se han reportado valores de C/N_0 del orden de 24 a 36 dB-Hz [22]. Cuando la relación señal-ruido disminuye, aumenta la incertidumbre en las estimaciones, por ejemplo, en el cálculo del Doppler o del tiempo de llegada. Por este motivo, en MATLAB es habitual introducir ruido aditivo blanco en las observaciones simuladas, ajustando su nivel para representar distintas condiciones de recepción.

Variando el *Signal-to-Noise Ratio* (SNR) se pueden simular situaciones más exigentes, como el uso de antenas pequeñas o satélites a baja elevación. En entornos marítimos abiertos, el SNR suele ser relativamente bueno siempre que haya línea de vista directa, aunque puede degradarse en condiciones adversas, como tormentas intensas (debido a la atenuación por lluvia en bandas altas) o cuando el satélite se encuentra muy cerca del horizonte, donde la señal atraviesa una mayor porción de la atmósfera.

Interferencias y coexistencia de señales

Un aspecto crítico en el uso de señales de oportunidad procedentes de satélites LEO es la interferencia entre múltiples enlaces descendentes que operan en bandas de frecuencia similares. A diferencia de los sistemas GNSS, las constelaciones LEO emplean reutilización intensiva del espectro, lo que implica que varios satélites de una misma constelación, e incluso de constelaciones distintas, pueden transmitir simultáneamente en rangos de frecuencia cercanos. Por ejemplo, constelaciones como Starlink y OneWeb operan en la banda Ku (aproximadamente entre 12 y 18 GHz), lo que puede dar lugar a la recepción simultánea de múltiples señales débiles superpuestas en un receptor no cooperativo. [23]

Desde el punto de vista del posicionamiento, esta coexistencia de señales dificulta la identificación y el seguimiento de cada satélite individual, ya que el receptor debe separar contribuciones con diferentes retardos, potencias y desplazamientos Doppler (variaciones aparentes de frecuencia debidas al movimiento relativo satélite-receptor). En entornos marítimos, este problema se ve agravado por el multipath, provocado por la reflexión de las señales en la superficie del mar, lo que introduce réplicas retardadas que degradan la calidad de las correlaciones y de las estimaciones Doppler.

En simulación, estos efectos suelen modelarse incorporando múltiples señales interferentes con distintos parámetros orbitales y niveles de potencia, o bien tratándolos como un incremento efectivo del ruido. El impacto se evalúa analizando la degradación en las métricas de sincronización, frecuencia y observabilidad de la señal útil. En escenarios más exigentes, también se considera la presencia de interferencias deliberadas, como el jamming, para estudiar la robustez del sistema y la capacidad del algoritmo de posicionamiento de descartar señales saturadas y explotar aquellas que permanezcan utilizables. En conjunto, la correcta gestión de interferencias es uno de los principales retos técnicos para el empleo fiable de señales LEO como fuente alternativa de posicionamiento y tiempo.

Simulación en MATLAB

MATLAB es una herramienta muy utilizada en este tipo de trabajos porque permite tanto el modelado matemático como la generación de señales sintéticas. Un flujo típico de simulación de posicionamiento con señales de oportunidad en MATLAB suele seguir varios pasos. Primero, se generan las posiciones de los satélites o transmisores y del receptor a lo largo del tiempo. A partir de esa geometría, se calculan las observaciones teóricas ideales, como pseudorangos, diferencias de tiempo, Doppler o ángulos de llegada.

A continuación, se introducen distintos modelos de error para hacer la simulación más realista, como sesgos de reloj del receptor, ruido gaussiano en las medidas según el SNR, o errores en las efemérides de los satélites. Si se desea, también se pueden incluir efectos atmosféricos, aunque en el caso de satélites

LEO suelen despreciarse en una primera aproximación debido a las frecuencias elevadas y a la menor distancia recorrida por la señal.

Una vez generadas las observaciones, estas se introducen en el algoritmo de posicionamiento implementado, que puede basarse en mínimos cuadrados, en Doppler puro o en un filtro de Kalman. Finalmente, se evalúan los resultados en términos de error de posición, convergencia o estabilidad de la solución. Un aspecto especialmente importante es la inicialización del algoritmo. Algunos estudios muestran que, en métodos iterativos basados en Doppler LEO, una mala estimación inicial puede impedir la convergencia o aumentar notablemente los errores. Por ello, en simulación es habitual probar distintos niveles de incertidumbre inicial para comprobar la robustez del método o la necesidad de una ayuda externa inicial, como una posición GNSS previa antes de su pérdida.

Consideraciones específicas del entorno naval

En un entorno marítimo, además de los efectos del canal de propagación, hay otros factores que conviene tener en cuenta. El receptor, al estar embarcado en un buque, se encuentra en movimiento continuo, normalmente a velocidades relativamente bajas, pero con posibles variaciones de orientación debidas al oleaje. El cabeceo y el balanceo pueden afectar a la recepción si la antena no es completamente omnidireccional, algo que puede modelarse en simulación introduciendo pequeñas variaciones en la orientación o en la altura del receptor. A nivel de posicionamiento global, este efecto suele ser secundario, pero puede influir en la calidad de la señal.

Otro aspecto importante es la disponibilidad de señales terrestres. A medida que el buque se aleja de la costa, desaparece la cobertura de telefonía móvil o televisión digital, por lo que en alta mar normalmente solo se dispone de señales satelitales. En estos escenarios, las principales fuentes de información suelen ser satélites LEO, eventualmente satélites geoestacionarios de comunicaciones y sistemas propios del ámbito marítimo como el AIS. El AIS es un sistema cooperativo en el que los buques intercambian su posición vía radio, por lo que no es estrictamente una señal de oportunidad para posicionarse a uno mismo, ya que depende de GNSS. [24] No obstante, puede considerarse en simulaciones de fusión de sensores como una fuente adicional de información, por ejemplo, usando las posiciones transmitidas por otros barcos cercanos como referencia.

En general, cuando se estudia un escenario marítimo con GNSS denegado, se suele asumir que el buque no dispone de posiciones externas fiables y debe basarse únicamente en señales oportunistas y en sus propios sensores. Esto da lugar a escenarios más simples que los urbanos, sin edificios ni gran densidad de señales, pero también con menos ayudas disponibles, lo que resalta la importancia de las señales de oportunidad de origen espacial.

En la literatura especializada se han desarrollado entornos de simulación avanzados para el análisis de sistemas de navegación basados en señales de oportunidad. Estas herramientas suelen presentar arquitecturas modulares que permiten modelar distintos elementos del sistema, como configuraciones de constelaciones LEO, errores de sincronización o condiciones del entorno de propagación. Asimismo, facilitan la evaluación del impacto de estos factores sobre el rendimiento de algoritmos de estimación, incluyendo enfoques basados en filtros recursivos como el Filtro de Kalman Extendido.

Usando esta herramienta, los autores observaron, entre otros resultados, que en latitudes altas algunas constelaciones ofrecen una precisión mucho mayor que otras. En concreto, constelaciones con órbitas polares, como Iridium o OneWeb, llegaron a proporcionar precisiones hasta diez veces mejores que constelaciones con menos satélites, como Orbcomm. [25] La razón principal es la diferencia en cobertura y en geometría de los satélites visibles según la zona geográfica. Este tipo de resultados pone de manifiesto la importancia de analizar la geometría y la distribución orbital antes de plantear un sistema de posicionamiento real.

Este tipo de simulaciones sistemáticas, ya sea en MATLAB u otros entornos similares, son fundamentales para entender cómo se comporta un sistema SATSO y qué configuraciones son más favorables, antes de pasar a una implementación práctica o a pruebas reales. Permiten comparar escenarios de forma controlada y estudiar la sensibilidad del sistema a distintos errores y supuestos.

En resumen, el modelado y la simulación en entornos navales deben tener en cuenta varios aspectos clave: una geometría orbital realista, un modelo de canal adecuado para mar abierto, niveles de ruido e interferencias representativos y, en muchos casos, simplificaciones razonables. MATLAB ofrece herramientas suficientes para abordar todo este proceso y ha sido ampliamente utilizado en la literatura para estimar el rendimiento teórico de sistemas de posicionamiento basados en señales de oportunidad antes de realizar ensayos en campo.

2.2.1 Métricas de evaluación de rendimiento

A la hora de evaluar sistemas de posicionamiento basados en señales de oportunidad, se suelen utilizar métricas muy parecidas a las empleadas en GNSS, aunque adaptadas a este nuevo contexto. Las más importantes son las siguientes.

Exactitud y precisión de la posición

Esta métrica indica lo cerca que está la posición estimada de la posición real. Normalmente se expresa como un error RMS (error cuadrático medio) en metros, o mediante indicadores como el CEP, que define el radio dentro del cual cae un determinado porcentaje de las soluciones [26] (por ejemplo, el 50 % o el 95 %).

En los experimentos realizados con señales procedentes de satélites LEO, se ha observado que la precisión del posicionamiento puede situarse en niveles métricos cuando se emplean técnicas de fusión con sistemas inerciales, así como cuando se combinan observaciones de múltiples constelaciones en escenarios favorables. Estos resultados evidencian que, bajo condiciones adecuadas de geometría y calidad de señal, los sistemas basados en señales de oportunidad pueden alcanzar niveles de precisión competitivos dentro del ámbito de la navegación

Además del error aleatorio, también es importante tener en cuenta la existencia de sesgos o errores sistemáticos. Por ejemplo, errores en las efemérides de los satélites pueden desplazar la solución de forma constante. En estos casos, suele ser necesario estimar y corregir estos sesgos, por ejemplo, mediante técnicas diferenciales o ajustes adicionales dentro del algoritmo.

Disponibilidad de la solución

La disponibilidad mide el porcentaje de tiempo o de situaciones en las que el sistema es capaz de proporcionar una solución de posicionamiento con una calidad aceptable. En entornos navales, esta métrica puede verse afectada si el número de señales disponibles cae por debajo de un mínimo necesario para resolver la posición. Idealmente, un sistema de navegación debería ofrecer cobertura global y continua.

Una de las principales ventajas de los satélites LEO es su gran número. En constelaciones masivas, es muy probable que siempre haya varios satélites visibles sobre el horizonte en cualquier punto del planeta. En el análisis de métricas de desempeño geométrico, como Dilución de Precisión Geométrica (GDOP) y Dilución de Precisión de Posición (PDOP), entre distintas constelaciones LEO, se observa que la disponibilidad de múltiples satélites mejora las métricas de calidad de la solución, en forma análoga al análisis de sistemas GNSS tradicionales. Esto indica que, con una constelación suficientemente densa y bien distribuida en el cielo, la geometría de observación puede ser favorable. [27]

En el caso de señales terrestres, la situación es muy diferente. En alta mar, la disponibilidad de señales como telefonía móvil o televisión digital es prácticamente nula lejos de la costa. Por ello, en aplicaciones oceánicas la disponibilidad del sistema depende casi por completo de las señales de origen espacial. Esta métrica puede cuantificarse, por ejemplo, como la probabilidad de disponer en todo momento de al menos un número mínimo de satélites con una elevación superior a cierto umbral. Algunos estudios han mostrado que incluso constelaciones LEO parciales pueden ofrecer una disponibilidad elevada en escenarios dinámicos, lo que refuerza el interés de estas señales como complemento o respaldo de GNSS.

Robustez e integridad

La robustez hace referencia a la capacidad del sistema para seguir funcionando en condiciones adversas, como interferencias, *multipath* o fallos de algunos emisores. Es decir, no se trata solo de que el sistema sea preciso en condiciones ideales, sino de que mantenga un rendimiento aceptable cuando el entorno se complica.

Una forma habitual de evaluar la robustez es analizar cómo se degrada la solución cuando se introducen perturbaciones. Por ejemplo, se puede estudiar cuánto aumenta el error cuando la relación señal-ruido disminuye de forma significativa, o cuánta interferencia puede soportar el sistema antes de perder la solución. Algunos trabajos han probado receptores bajo condiciones extremas, incluyendo interferencias deliberadas, para comprobar hasta qué punto pueden mantener la sincronización o el posicionamiento cuando los sistemas GNSS convencionales fallan.

En el caso del posicionamiento con señales de oportunidad, la robustez también está muy relacionada con la redundancia. Cuantas más señales distintas se utilicen, mayor será la probabilidad de que el sistema siga funcionando, aunque alguna fuente falle, sea bloqueada o sufra un intento de suplantación. Esta idea es especialmente relevante en entornos de defensa, donde se busca aprovechar todas las fuentes posibles de posicionamiento, navegación y tiempo disponibles en el entorno para no depender de un único sistema.

Por otro lado, la integridad se refiere al nivel de confianza que se tiene en la solución proporcionada y a la capacidad de detectar errores importantes cuando ocurren. En GNSS existen mecanismos específicos para monitorizar la integridad y lanzar alertas si la solución no es fiable. En el caso de las señales de oportunidad, este aspecto está menos desarrollado, pero pueden plantearse estrategias similares, como analizar los residuos del ajuste o comprobar la coherencia entre soluciones obtenidas a partir de distintas fuentes. Por ejemplo, un receptor podría comparar la posición estimada con satélites LEO frente a la derivada de otra señal disponible y detectar discrepancias significativas. Esta línea de trabajo todavía está en desarrollo dentro de la literatura actual.

Tiempo de convergencia o TTFF (*Time to First Fix*)

Otra métrica importante es el tiempo que tarda el sistema en proporcionar una primera solución fiable de posición. Esto es especialmente relevante en sistemas que necesitan un periodo inicial de observación antes de poder converger correctamente.

Por ejemplo, en el caso de navegación basada únicamente en Doppler con satélites LEO, puede ser necesario observar durante cierto tiempo la variación de la frecuencia para que el algoritmo pueda resolver la posición inicial. Si no se dispone de ninguna estimación previa, el sistema necesita acumular suficiente información para eliminar ambigüedades y llegar a una solución estable.

En este contexto, el TTFF mide cuánto tarda el algoritmo o el filtro en pasar de una situación inicial “en frío” a un estado en el que el error se estabiliza y alcanza un valor aceptable. En simulaciones se ha comprobado que, si se cuenta con una buena estimación inicial o con ayuda externa al comienzo (por ejemplo, unos segundos de GNSS antes de su pérdida), la solución puede obtenerse muy rápidamente.

Sin embargo, si el sistema depende exclusivamente de Doppler y no tiene ninguna información previa, el proceso de convergencia puede tardar bastante más, llegando a requerir decenas de segundos o incluso varios minutos de datos.

Reducir esa dependencia de información inicial y acortar el tiempo de convergencia es uno de los retos actuales en este tipo de sistemas de posicionamiento.

Consumo y coste

Aunque no es una métrica directamente relacionada con la precisión de la posición, en evaluaciones reales también es importante tener en cuenta la complejidad y el coste del sistema. Un receptor basado en señales de oportunidad puede necesitar hardware más exigente que un receptor GNSS convencional. Por ejemplo, podría requerir *front-ends* capaces de trabajar en varias bandas de frecuencia, o antenas de mayor tamaño si se quieren captar señales LEO en bandas como Ku.

En trabajos académicos normalmente se asume que el equipamiento necesario está disponible y se centra el análisis en el rendimiento teórico. Sin embargo, en una aplicación real, especialmente en un entorno naval, habría que valorar aspectos prácticos como el número de antenas necesarias a bordo, el espacio disponible o el consumo energético. También surge la duda de si sería necesaria una antena direccionable para determinadas constelaciones o cuánta capacidad de procesamiento haría falta para manejar señales de gran ancho de banda y realizar correlaciones complejas en tiempo real.

Por ello, algunas evaluaciones no solo comparan la precisión alcanzada, sino también el compromiso entre rendimiento y coste, buscando configuraciones que ofrezcan un equilibrio razonable entre prestaciones y viabilidad práctica.

Para concretar algunas de estas métricas con datos reales, se pueden mencionar resultados experimentales ya publicados. Por ejemplo, en un experimento realizado por Humphreys y su equipo se consiguió una precisión aproximada de 5 metros utilizando únicamente cuatro satélites de Starlink durante un periodo de cinco minutos. En ese intervalo, además, la disponibilidad de señal fue continua, es decir, del 100 %.

En cuanto a la robustez frente a interferencias, se espera que estas señales LEO sean más resistentes al jamming que las señales GNSS tradicionales, principalmente porque transmiten con mayor potencia y en anchos de banda más amplios, al estar diseñadas para servicios de comunicaciones. Algunos autores señalan que esta mayor potencia proporciona una inmunidad natural frente a interferencias significativamente superior a la de GNSS.

En conclusión, las métricas de rendimiento en sistemas basados en señales de oportunidad incluyen las clásicas de cualquier sistema de navegación (precisión, disponibilidad, continuidad e integridad), pero adaptadas a un entorno donde se combinan señales muy diversas. Los resultados publicados hasta ahora muestran que es posible alcanzar precisiones del orden de metros utilizando señales espaciales LEO, con cobertura prácticamente global cuando se aprovechan constelaciones masivas y con un nivel de robustez frente a interferencias mayor que el de GNSS por sí solo.

No obstante, es importante tener en cuenta que muchos de estos resultados se han obtenido en entornos controlados o mediante simulaciones. Trasladar ese mismo rendimiento a escenarios reales, especialmente en aplicaciones marítimas o militares, sigue siendo el objetivo final y requiere resolver varios retos técnicos que se abordarán a continuación.

2.3 Casos de aplicación y validación en entorno marítimo y naval

El entorno marítimo es uno de los casos donde más sentido tiene buscar alternativas a GNSS. En alta mar, los buques, plataformas o aeronaves marítimas dependen casi por completo de GPS u otros sistemas GNSS para navegar. El problema es que están expuestos tanto a interferencias deliberadas, como jamming desde otros buques, como a interferencias accidentales. Además, lejos de la costa no existe cobertura terrestre que pueda servir de respaldo. Por eso, el ámbito naval se considera un escenario crítico para este tipo de tecnologías. [28]

Navegación marítima resiliente

La motivación principal es disponer de un sistema que actúe como respaldo cuando GNSS deja de estar disponible. Actualmente, si un buque pierde GNSS en mar abierto, las alternativas son bastante limitadas: sistemas inerciales, navegación por estima, algún sistema terrestre si está disponible o referencias visuales cerca de la costa. En ese contexto, las señales de oportunidad espaciales, especialmente las procedentes de satélites LEO, ofrecen una posible solución.

Constelaciones como Iridium, Starlink o OneWeb podrían permitir que un buque mantenga una estimación de posición durante un periodo en el que GNSS esté caído. Este escenario se ha estudiado principalmente en simulaciones, aunque todavía no existen muchos casos prácticos ampliamente documentados en operaciones reales.

En un contexto militar, el interés es aún mayor. Por ejemplo, en un entorno hostil, un buque podría intentar aprovechar cualquier señal disponible, incluso señales de comunicaciones o emisiones del adversario, para seguir estimando su posición de forma discreta. La idea de utilizar señales existentes en el entorno como fuente alternativa de posicionamiento ha despertado el interés de distintas fuerzas armadas, que ven en este enfoque una forma de aumentar la resiliencia de los sistemas de posicionamiento, navegación y tiempo.

En Europa, la Agencia Espacial Europea también ha impulsado proyectos dentro de programas como NAVISP, donde se mencionan aplicaciones marítimas de estas tecnologías. Además, empresas como ALL.SPACE han recibido financiación para desarrollar terminales multibanda capaces de aprovechar señales de satélites de comunicaciones en bandas Ku o Ka con fines de posicionamiento y orientación en plataformas móviles.

Todo esto indica que la industria y los organismos públicos consideran viable, al menos a medio plazo, equipar buques con receptores capaces de utilizar señales de satélites de comunicaciones como apoyo para estimar posición y actitud cuando GNSS no esté disponible.

Validaciones experimentales en buques

Hasta la fecha, la mayor parte de experimentos SoOP reportados se han llevado a cabo en entornos terrestres (vehículos, drones o receptores fijos), existiendo una presencia muy limitada de validaciones en plataformas marítimas reales. Esta tendencia puede explicarse, en parte, por las menores exigencias logísticas de los ensayos en tierra. Como consecuencia, se identifica una carencia significativa de resultados experimentales en el dominio marítimo, lo que pone de manifiesto un área aún poco explorada y con potencial para futuras contribuciones.

3 DESARROLLO DEL TFG

3.1 Marco teórico y planteamiento del problema de navegación SATSOO

El presente trabajo aborda el problema de estimar la posición de una plataforma de superficie utilizando exclusivamente señales procedentes de satélites de oportunidad (SATSOO). Este enfoque se basa en aprovechar transmisiones de constelaciones que no fueron diseñadas para ofrecer servicios de Posicionamiento, Navegación y Tiempo (PNT), pero cuyas características orbitales y de radiofrecuencia permiten extraer información direccional para localizar un receptor pasivo.

Ante la vulnerabilidad de los sistemas GNSS tradicionales en escenarios tácticos o entornos electromagnéticamente denegados, donde las señales pueden ser interferidas (*jamming*) o suplantadas (*spoofing*) debido a su baja potencia [1] de recepción, la alternativa SATSOO plantea explotar megaconstelaciones de telecomunicaciones en Órbita Terrestre Baja (LEO, entre 500 y 1.200 km de altitud), como Starlink, OneWeb o Iridium. Al operar en órbitas veinte veces más cercanas a la Tierra, la potencia con la que llegan sus señales es órdenes de magnitud superior.

El reto principal reside en que el sistema de posicionamiento debe trabajar con señales de banda ancha no cooperativas. Al no tratarse de satélites de navegación convencionales, el receptor no puede medir distancias, sino que debe operar en un modo puramente direccional. Mediante el uso de antenas, el sistema extrae el Ángulo de Llegada (AoA, *Angle of Arrival*) de la señal recibida, lo que obliga a formular el cálculo matemático de la estimación desde un enfoque exclusivamente angular (*Bearing-Only*).

3.1.1 Problema inverso de estimación de estado

En el contexto de este TFG, el posicionamiento SATSOO consiste en determinar las coordenadas del receptor a partir de la observación puramente direccional de múltiples satélites visibles. La base matemática radica en relacionar el vector de posición desconocido del receptor ($\mathbf{x}$) y los vectores de posición conocidos de los satélites ($\mathbf{s}_i$).

Este reto se plantea formalmente como un problema de estimación no lineal. Matemáticamente, el sistema se modela mediante una función geométrica (h) que relaciona la posición del receptor con las medidas direccionales teóricas esperadas, a las que se suma un vector de error aleatorio ($\mathbf{v}$):

$$\mathbf{z} = h(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (1)$$

Conociendo de antemano la ubicación de los satélites y partiendo de las observaciones angulares reales realizadas por la antena ($\mathbf{z}_{obs}$), el objetivo es encontrar la coordenada ($\mathbf{x}$) que minimice el error geométrico. Como esta función implica complejas proyecciones trigonométricas sobre la superficie de un elipsoide, no existe una solución directa que permita despejar la incógnita mediante álgebra simple. [29]

En la práctica, este sistema se resuelve utilizando algoritmos de optimización iterativa basados en el cálculo del gradiente, como la Programación Cuadrática Secuencial (SQP). La lógica de funcionamiento es la siguiente: el algoritmo propone una posición candidata y calcula qué ángulos hacia los satélites se deberían observar teóricamente desde esa coordenada. A continuación, evalúa el error respecto a la medida real y utiliza la matriz Jacobiana para determinar en qué dirección geográfica debe desplazar su estimación en la siguiente iteración, repitiendo el proceso hasta reducir el fallo al mínimo.

3.1.2 Análisis geométrico de observables: El modelo angular (*Bearing-Only*)

El núcleo teórico, algorítmico y computacional de este trabajo de investigación se centra exclusivamente en la formulación del modelo angular (*Bearing-Only*). En este entorno pasivo, el vector de observación para el i -ésimo satélite se compone estrictamente de azimut horizontal (A_i) y la elevación vertical (E_i) respecto al plano del receptor:

$$\mathbf{z}_{BO,i} = [A_i, E_i]^T \quad (2)$$

Desde una perspectiva geométrica, este planteamiento presenta una gran dificultad topológica. Cada observación direccional no define una región acotada, sino que define matemáticamente una línea de visión (LOS, *Line of Sight*) que se origina en la antena del receptor y se proyecta hacia el infinito cruzando la coordenada del satélite.

En un escenario ideal sin errores instrumentales, las líneas de visión proyectadas desde todos los satélites observados intersecarían perfectamente en un único punto del espacio: la antena del buque. Sin embargo, debido al ruido atmosférico y las desviaciones del hardware (representados por el término $\mathbf{v}$), estas proyecciones se convierten en "rectas no concurrentes" en el espacio $\mathbb{R}^3$, es decir, rectas que se cruzan, pero jamás llegan a cortarse en un punto común, como se ilustra en la Figura 3-1. El problema matemático cambia entonces hacia la búsqueda de una coordenada sobre la superficie terrestre que minimice la distancia ortogonal simultánea a todo ese haz de rectas. [29]

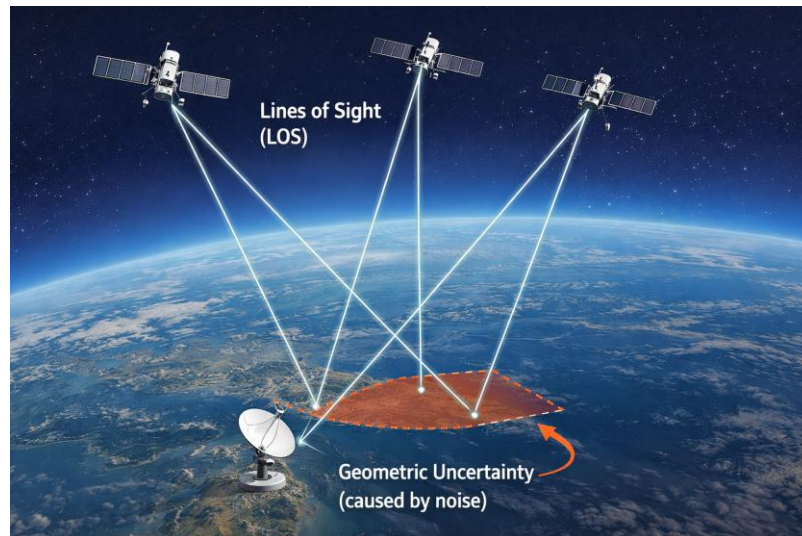


Figura 3-1 Modelo *Bearing-Only* y volumen de incertidumbre por no concurrencia. (Fuente: ChatGPT)

3.1.3 Sensibilidad topológica, dilución de precisión (DOP) y geometría LEO

Como consecuencia directa de la geometría de las líneas de visión, el problema de estimación iterativa se vuelve hipersensible a la disposición espacial de los satélites. Este fenómeno se cuantifica en geodesia mediante la matriz de covarianza de la geometría, conocida como dilución de precisión (DOP, *Dilution of Precision*). [30]

La geometría entre los satélites y el observador determina el condicionamiento de la matriz que el algoritmo debe invertir. Si los satélites observados se encuentran agrupados en un sector estrecho del firmamento (baja diversidad angular), las líneas de visión proyectadas descienden de forma casi paralela. Matemáticamente, esto implica que los gradientes computados son casi linealmente dependientes. En este escenario adverso, la zona de incertidumbre deja de ser una esfera acotada y se alarga transformándose en un cilindro difuso de varios kilómetros de longitud, lo que impide al algoritmo discriminar la posición correcta y amplifica fatalmente el más mínimo error de la antena.

Por el contrario, cuando los satélites se encuentran ampliamente distribuidos abarcando múltiples cuadrantes, las proyecciones visuales se cruzan de forma cuasi-ortogonal (en ángulos próximos a 90°). Esto proporciona restricciones matemáticas fuertemente independientes, minimizando el factor DOP y reforzando la robustez de la estimación. Ambas situaciones descritas quedan representadas gráficamente en la Figura 3-2.

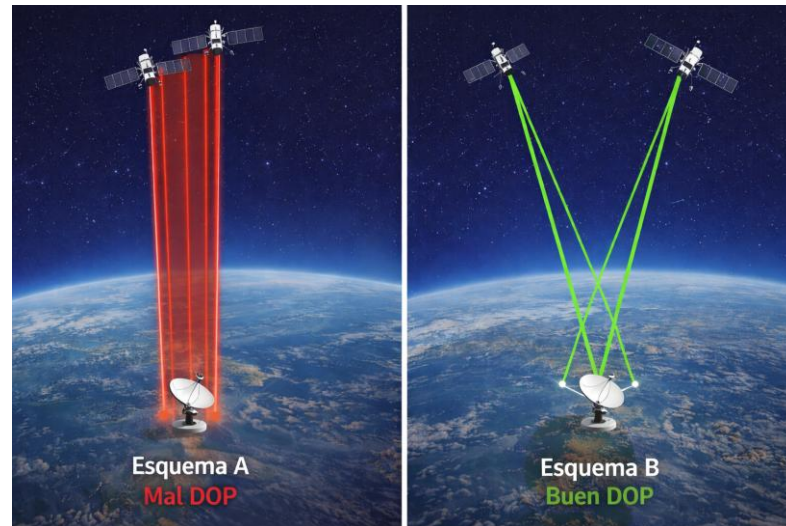


Figura 3-2 Impacto de la Dilución de Precisión (DOP) en la estimación de posición (Fuente: ChatGPT)

Dado que el objetivo prioritario de una plataforma naval es navegar sobre el nivel del mar (asumiendo que la coordenada de altitud es constante e irrelevante para la carta náutica), el parámetro geométrico más importante es la Dilución de Precisión Horizontal (HDOP). Para optimizar el HDOP en un sistema *Bearing-Only*, la trigonometría exige captar satélites distribuidos cerca del horizonte. Sin embargo, las señales rasantes son las que mayor masa atmosférica atraviesan, sufriendo severas corrupciones. Este conflicto entre la geometría ideal y la física de propagación establece el compromiso fundamental que el motor matemático del TFG deberá resolver mediante modelos estocásticos ponderados.

3.2 Hipótesis, simplificaciones y alcance del modelo

El desarrollo de un motor de radionavegación pasiva exige una aproximación metodológica rigurosa. Para que la memoria de este Trabajo de Fin de Grado garantice la trazabilidad de la ingeniería de sistemas aplicada, es imperativo establecer con transparencia las asunciones, simplificaciones y leyes de la física que presenta el modelo computacional base sobre el que evolucionará el código MATLAB.

El vector de estado que el sistema goniométrico debe despejar en su arquitectura inicial se amplía para absorber los defectos de la propia antena, definiéndose como:

$$\mathbf{x} = [\phi, \lambda, b_{az}, b_{el}]^T \quad (3)$$

En esta formulación matricial, ϕ y λ representan la latitud y longitud proyectadas directamente sobre el elipsoide de referencia geodésico. Los términos b_{az} y b_{el} engloban los errores sistemáticos o sesgos (biases) intrínsecos al hardware de recepción; es decir, el error de montaje o la desviación constante en grados que sufren las antenas al medir electrónicamente la onda electromagnética. Al integrar estos parámetros adicionales en el vector incógnita $\mathbf{x}$, el algoritmo debe estimar la posición geográfica al mismo tiempo que intenta autocalibrar los defectos de su propio sensor de a bordo.

3.2.1 Dependencia de efemérides externas y dinámica orbital (TLE/SGP4)

A diferencia del GPS, las señales de constelaciones de telecomunicaciones (como Iridium NEXT o Globalstar) no incluyen la posición exacta del satélite dentro del propio mensaje. Por tanto, se asume como hipótesis que la posición de los satélites en coordenadas ECEF, $\mathbf{s}_i(t)$, se debe introducir al algoritmo desde el exterior utilizando catálogos públicos conocidos como TLE.

Estos archivos contienen los parámetros básicos de la órbita de cada satélite. Para calcular la posición espacial a partir de ellos, se utiliza un modelo matemático estándar llamado propagador SGP4 [31]. Dado que estos satélites vuelan muy bajo (por debajo de los 1.000 km), sufren bastante fricción con la atmósfera, lo que hace que el modelo SGP4 acumule pequeños errores o derivas de forma natural [32]. En este estudio, se asume que este error de posición es propio de trabajar con señales de oportunidad (SATSOO) y simplemente se acepta como parte del ruido base del sistema.

Además, para que el sistema sea viable en un entorno táctico y el cálculo no se ralentice por culpa de una mala conexión a internet, el diseño realizado en este TFG incluye un sistema de memoria local temporal caché relativamente corta para evitar pérdidas de precisión en la estimaciones [21]. Esto simula la situación real de una fragata que opera en estricto silencio electrónico (Emissions Control, EMCON), navegando de forma autónoma utilizando tablas de órbitas descargadas previamente que tienen una validez de un par de horas.

3.2.2 Modelado estocástico de la pseudodistancia y simplificación del canal

La propagación de microondas a través de la atmosfera padece desviaciones críticas. Al atravesar la ionosfera, el plasma altera la fase de la onda. Al descender a través de la troposfera, el gradiente térmico y de humedad curva físicamente la trayectoria geométrica de la señal (fenómeno de refracción). Adicionalmente, el entorno naval induce un severo efecto *multipath* especular al rebotar las señales incidentes en la superficie del agua antes de alcanzar la antena.

Modelar analíticamente estas dispersiones físicas mediante técnicas de trazado de rayos sobre un modelo de oleaje dinámico exigiría una capacidad de supercomputación inviable para un algoritmo de cálculo en tiempo real. Por ello, se asume como hipótesis de diseño un modelo estocástico de observación ($\tilde{\mathbf{z}}$), donde todas las aberraciones atmosféricas y el ruido de la circuitería se toman matemáticamente en un único vector de error aleatorio ($\mathbf{v}$):

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{b} + \mathbf{v} \quad (4)$$

Se establece que el vector de error $\mathbf{v}$, sigue un modelo estadístico de Ruido Blanco Gaussiano Aditivo (AWGN). En términos prácticos, esto significa que los errores aleatorios se distribuyen siguiendo una curva normal (campana de Gauss) centrada en cero $\mathbf{v} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Al introducir este ruido de forma controlada sobre los ángulos teóricos, logramos simular el desgaste real que sufren las señales en la atmósfera y podemos poner a prueba la resistencia del algoritmo de optimización.

Por otro lado, como el simulador no incluye modelos meteorológicos complejos para corregir la refracción de la troposfera, el motor matemático debe compensar este defecto. Para lograrlo, se implementa la técnica de Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS), utilizando funciones trigonométricas que actúan como "penalización" para quitarle peso y rechazar matemáticamente las señales de aquellos satélites que se encuentran demasiado bajos en el horizonte [5].

3.2.3 Topología terrestre: El elipsoide WGS84 y la tierra esférica

Para calcular con exactitud el error entre los ángulos reales que lee la antena y los que estima el algoritmo, es obligatorio modelar la curvatura de la Tierra de forma realista. A menudo, para simplificar las matemáticas y ahorrar tiempo de procesador, se asume que la Tierra es una esfera perfecta. Sin embargo, hacer esto en este proyecto introduciría errores de decenas de kilómetros en el cálculo, ya que el planeta está ensanchado en el ecuador y achatado por los polos. En un sistema de navegación de precisión, este nivel de desviación es inaceptable.

Por lo tanto, se establece como requisito que toda la geometría del programa debe basarse en los parámetros oficiales del Sistema Geodésico Mundial (WGS84), utilizando su semieje mayor (a) y su primera excentricidad al cuadrado (e^2). Como consecuencia, para poder calcular correctamente la línea de visión hacia el satélite, el algoritmo tendrá que proyectar primero las coordenadas a un sistema geocéntrico global (ECEF) y, posteriormente, aplicar matrices de rotación para alinear esos vectores con el horizonte local del buque, es decir, hacia los ejes Este-Norte-Arriba (ENU) [26].

3.2.4 Evaluación estática (Régimen Snapshot)

En un escenario operativo real, el buque está en constante movimiento, definido por su velocidad y rumbo. Sin embargo, si incluyéramos el factor del tiempo y el movimiento en esta fase de diseño del algoritmo, estaríamos enmascarando el comportamiento espacial de las constelaciones LEO. Si el programa calculara una posición con mucho error, resultaría imposible saber si el fallo es culpa de una mala geometría de los satélites (DOP) o de haber modelado mal la inercia del barco.

Para dotar al desarrollo de validez empírica estricta, el escenario de validación se restringe a un régimen de fijación instantánea o Snapshot. El sistema congela la cinemática, asumiendo que el vector de velocidad del receptor es estrictamente nulo ($\dot{\mathbf{x}} = 0$), y resuelve el sistema hiperdeterminado de observaciones estáticas. Al prescindir de la ayuda de filtros predictivos que suavicen la trayectoria, podemos evaluar de forma cruda la capacidad real del modelo no lineal para encontrar la coordenada correcta partiendo desde la ignorancia absoluta.

3.2.5 Prevención de colapso geométrico

En problemas de estimación más sencillos, la gráfica del error suele tener la forma de un cuenco con un único fondo predecible (el mínimo global). Sin embargo, al cruzar proyecciones trigonométricas sobre la superficie del elipsoide terrestre WGS84, las matemáticas se complican. La función de coste resultante es altamente no convexa; es decir, su superficie está llena de valles engañosos conocidos como mínimos locales.

Si utilizamos un algoritmo clásico de optimización y le damos una coordenada inicial muy alejada de la posición real del buque, corremos el enorme riesgo de que el programa descienda hacia una de estas trampas matemáticas, quedándose atrapado en una latitud falsa creyendo que ha encontrado la solución.

Para blindar la fiabilidad del software desarrollado en el TFG, se estableció la necesidad de implementar una estrategia de búsqueda heurística global. El sistema debe ser capaz de lanzar procesos

paralelos desde decenas de coordenadas iniciales repartidas de forma aleatoria por todo el espacio de búsqueda. De esta manera, garantizamos matemáticamente que al menos uno de estos exploradores esquivará los mínimos locales y logre descender hasta la posición geodésica correcta, a pesar del severo ruido y los sesgos inyectados en la antena.

3.3 Fundamentos algorítmicos y matemáticos transversales

Aunque el algoritmo pasó por varias versiones para mejorar su velocidad y su resistencia al ruido, la base del simulador siempre se apoyó en unas reglas físicas y matemáticas fijas. Estos principios básicos, que se han mantenido desde el primer prototipo (V1) hasta la versión definitiva (V10), se diseñaron para asegurar que los cálculos funcionaran correctamente y para evitar cualquier tipo de fallo o bloqueo matemático en el programa.

3.3.1 Tratamiento de la circularidad angular

Un aspecto importante al trabajar con estas medidas es que los ángulos presentan un comportamiento circular. A diferencia de la elevación, el azimut recorre el rango completo. Numéricamente, al cruzar el Norte geográfico, el valor salta bruscamente de 359° a 0° . Si el programa restara estos números de forma normal, creería que hay un error de 359° , cuando en realidad la diferencia física es de apenas 1° . Esto induciría errores en el algoritmo y comprometería la convergencia del cálculo.

Para evitar este problema, todas las operaciones matemáticas con el azimut se programaron usando la función módulo (mod en MatLab). De esta forma, tanto al añadir los errores de la antena y el ruido, como al calcular las nuevas posiciones, nos aseguramos de que los ángulos siempre se limiten correctamente al rango de 0° a 360° . Esta restricción asegura una evaluación geométrica continua y coherente en cualquier caso.

3.3.2 Minimización analítica mediante distancia de cuerda

A la hora de diseñar la función de coste del optimizador, se descartó la resta directa de los ángulos (es decir, la minimización de la diferencia entre el azimut y la elevación). Restar ángulos directamente introduce problemas de escala y, de forma más crítica, genera inconsistencias geométricas en las proximidades del cenit, un punto donde el azimut pierde su definición matemática.

La solución adoptada de forma transversal en el código consistió en transformar las coordenadas esféricas locales en vectores tridimensionales unitarios empleando para ello la función `sph2cart` de MatLab.

En lugar de evaluar el error restando los ángulos, la función de coste calcula la distancia en línea recta (norma euclidiana) entre el vector de la observación real y el de la posición candidata mediante la función `vecnorm` de MatLab. Este método equivale a minimizar la "distancia de cuerda" (Chordal Distance) sobre una esfera. De este modo, se consigue una medida del error estable, continua y libre de conflictos matemáticos, lo que facilita enormemente el trabajo del algoritmo de búsqueda.

3.3.3 Condiciones de observabilidad

El problema de estimación se formuló definiendo un vector de estado con cuatro grados de libertad: latitud, longitud, sesgo en azimut y sesgo en elevación. Las leyes fundamentales del álgebra lineal determinan que, para que un sistema de estas características no quede matemáticamente subdeterminado, se requiere un mínimo de cuatro observaciones independientes.

Para proteger el sistema frente a este colapso algebraico, se implementó desde la primera versión un mecanismo de penalización. Si en cualquier iteración del proceso de búsqueda, ya sea por problemas de máscara o por mala geometría orbital, el número de satélites válidos desciende por debajo de 4, la GDOP tiende teóricamente a infinito.

En este escenario, el algoritmo interrumpe la evaluación de esa coordenada y asigna automáticamente una penalización a la función de coste. Este resguardo expulsa inmediatamente al optimizador de esa región inválida, garantizando la integridad de las matrices internas.

3.3.4 Mitigación física del entorno marítimo (Máscara de elevación base)

Con independencia de los escenarios de simulación evaluados en las fases avanzadas, el algoritmo incorporó desde su diseño base un filtro de elevación inamovible, denominado “máscara”, que descarta aquellos satélites que se encuentren por debajo de un valor de elevación mínimo.

Este límite inferior es una necesidad física real al navegar en el mar. Las señales que llegan con un ángulo de elevación muy bajo en el horizonte tienen que atravesar una capa de atmósfera mucho más gruesa. Esto provoca que la onda se desvíe y se retrase, introduciendo errores demasiado grandes para el programa.

Además, en un entorno marítimo, estas señales tan bajas corren un alto riesgo de sufrir el efecto de multitrayectoria (*multipath*); es decir, pueden rebotar en las olas antes de llegar a la antena del barco. Al descartar automáticamente los satélites con poca elevación, nos aseguramos de que el sistema trabaje únicamente con señales que tienen una línea de visión directa y limpia, garantizando así la fiabilidad de los datos.

3.3.5 Acotación del estado de búsqueda

Dada la naturaleza iterativa de los algoritmos de optimización por gradiente como el SQP, permitir un espacio de exploración numéricamente infinito supone un riesgo crítico de inestabilidad. Al utilizar funciones trigonométricas periódicas para proyectar las coordenadas sobre el elipsoide terrestre, el motor matemático podría derivar hacia soluciones que, aunque válidas a nivel de cálculo, resultan físicamente imposibles (como latitudes superiores a 90° o longitudes fuera del rango de $\pm 180^\circ$).

Para garantizar que los resultados matemáticos siempre tengan una correspondencia real y lógica sobre la superficie del planeta, el algoritmo impone desde su primera versión un dominio de búsqueda estrictamente acotado, empleando para ello vectores de límite inferior (lb) y superior (ub).

Esta restricción del espacio de búsqueda impide que los múltiples intentos del algoritmo global (*MultiStart*) terminen evaluando posiciones conflictivas en los polos o den la vuelta matemáticamente al planeta generando coordenadas repetidas. De este modo, se optimiza el uso del procesador y se garantiza que el resultado final corresponda siempre a una ubicación real y válida sobre la superficie terrestre.

3.4 Desarrollo iterativo del algoritmo de navegación SATSOO: Versiones V1-V10

El desarrollo del algoritmo de posicionamiento multiconstelación presentado en este trabajo no se realizó de forma directa, sino a través de un proceso iterativo. A lo largo de once versiones principales, el sistema evolucionó desde un prototipo inicial, con limitaciones tanto a nivel matemático como computacional, hasta un modelo de estimación no lineal más robusto, capaz de operar con ruido y adaptarse a diferentes condiciones del entorno.

En este apartado se describe la evolución del algoritmo, explicando cómo se han ido resolviendo los principales problemas que han ido apareciendo durante el desarrollo, tanto desde el punto de vista geométrico como computacional.

3.4.1 Formulación del problema y limitaciones computacionales

El punto de partida de la primera versión (V1) consistió en implementar en código el problema de estimación estática, utilizando el vector de estado $\mathbf{x}$ definido previamente en las bases del modelo (latitud, longitud y sesgos angulares).

El problema se plantea como una optimización no lineal en la que se busca la posición que mejor reproduce las observaciones reales. Para ello, se define una función de coste basada en la diferencia entre las direcciones observadas hacia los satélites y las direcciones que se obtendrían desde una posición candidata.

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{u}_{obs,i} - \mathbf{u}_{cand,i}(\mathbf{x})\|^2 \quad (5)$$

Dado que el optimizador trabaja en un espacio cartesiano, las medidas angulares se transforman en vectores tridimensionales unitarios.

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} \cos(E_i)\cos(A_i) \\ \cos(E_i)\sin(A_i) \\ \sin(E_i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Esta formulación matemática se implementó a través del estimador *fmincon* de MATLAB, empleando el algoritmo de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) dentro de un motor de búsqueda global *MultiStart*.

A nivel de código, la versión V1 presentó un problema de rendimiento computacional grave. Para comprobar si una coordenada propuesta por el sistema era la correcta, el programa necesitaba simular qué satélites se verían exactamente desde ese punto. Para lograrlo, la función de coste recurría a una herramienta prefabricada de la caja de simulación aeroespacial de MATLAB: la creación de un objeto virtual de la clase *groundStation* (una estación de tierra).

```
% V1:
function [az, el, ids] = azel_safe(pos, sc, elMin, t)
    % Instanciación dinámica

    gs = groundStation(sc, pos(1), pos(2));
    [az, el] = gs.azel(sc.Satellites, t);
    % Evitar fugas de memoria (Memory Leaks)
    delete(gs);
    mask = el > elMin;
    az = mod(az(mask), 360); % Normalización modular
    el = el(mask);
    ids = allIDs(mask);
end
```

El principal fallo de este diseño no era teórico, sino práctico, y residía en la forma de trabajar del motor de optimización *fmincon*. Para encontrar la posición ideal, este algoritmo no resuelve una

ecuación de golpe, sino que funciona mediante un método de "prueba y error" muy dirigido. Es decir, el optimizador introduce cambios minúsculos en las coordenadas de latitud y longitud, y comprueba si con esos cambios el error total sube o baja (evaluando así la pendiente del error para saber en qué dirección moverse).

Como consecuencia de este proceso iterativo, la función `azel_safe` era ejecutada miles de veces por segundo. Construir un objeto tan complejo como la `groundStation` y tener que destruirlo inmediatamente después con el comando `delete(gs)` suponía un esfuerzo gigantesco para la memoria RAM del ordenador. Estas operaciones provocaban pausas constantes y ralentizaba el cálculo hasta volverlo inoperativo en un escenario real.

Al percibir que la simulación era inviable por su extrema lentitud, en la versión V2 se intentó aplicar una solución de contingencia. En lugar de cambiar la matemática del programa, se optó por usar la "fuerza bruta" y relajar las exigencias del código. El nuevo código ordenaba a MATLAB que repartiera el cálculo en varios núcleos del procesador al mismo tiempo (activando el *pool* de trabajadores paralelos) y se le dijo al optimizador que fuera menos estricto con la precisión del resultado final:

```
% V2: Reducción tolerancias numéricas usando paralelización
options = optimoptions('fmincon',...
    'Algorithm', 'sqp',...
    'Display', 'none',...
    'StepTolerance', 1e-8,... % Se relaja la exigencia desde 1e-10
    'FunctionTolerance', 1e-8,...
    'OutputFcn', @saveHistory);
ms = MultiStart('Display', 'iter', 'UseParallel', true);
```

Al cambiar los parámetros de tolerancia (`StepTolerance` y `FunctionTolerance`), el algoritmo se conformaba con una solución "suficientemente buena" y detenía la búsqueda de coordenadas mucho antes. Aunque esta rebaja en la precisión aceleró un poco el tiempo de carga forzando al programa a terminar de forma temprana, no solucionaba el problema de fondo: la herramienta de simulación seguía siendo demasiado pesada.

Tras analizar esta iteración, se llegó a una conclusión clara que marcaría el resto del TFG: para conseguir un sistema verdaderamente eficiente y rápido, era obligatorio descartar las funciones prefabricadas de MATLAB y programar las matemáticas de la geometría espacial desde cero.

3.4.2 Implementación del modelo ECEF

El hito técnico más relevante de la fase inicial se produjo en la iteración V3. Tras comprobar que las herramientas de simulación de MATLAB eran demasiado lentas para ejecutarse miles de veces por segundo, se planteó la siguiente premisa matemática: si se conocen las coordenadas exactas de los satélites en un instante concreto de tiempo, el problema de calcular qué se ve desde la antena deja de ser una simulación compleja y se reduce a pura geometría estática de vectores.

Para aprovechar esta ventaja, se extrajo la matriz de posiciones de toda la constelación de satélites en el sistema de coordenadas centradas en la Tierra (ECEF: *Earth-Centered, Earth-Fixed* representado en la Figura 3-3) antes de arrancar el optimizador. Para poder comparar la latitud y longitud que el programa intentaba adivinar con estas coordenadas espaciales, se programaron las ecuaciones de posicionamiento en el Sistema Geodésico Mundial (WGS84).

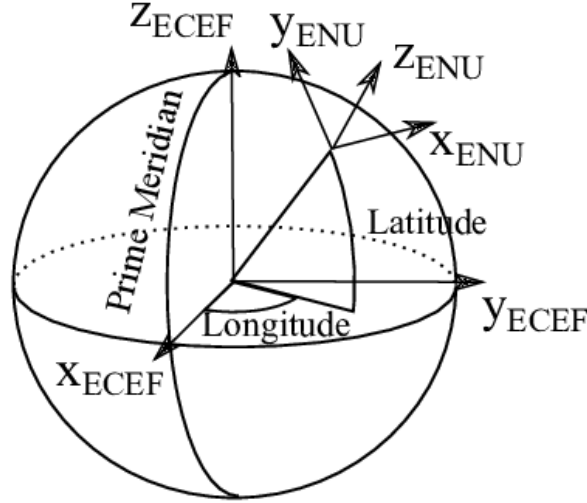


Figura 3-3 Transformación espacial entre los sistemas de coordenadas geodésico, ECEF y ENU (Fuente: [33])

Partiendo de los parámetros oficiales del planeta, donde el semieje mayor de la Tierra es $a = 6378137.0$ metros y el cuadrado de la primera excentricidad es $e^2 = 0.00669437999014$, el primer paso del algoritmo es calcular el radio de curvatura en la primera vertical, N , el cual depende directamente de la latitud, ϕ , que se está evaluando:

$$N(\phi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}} \quad (7)$$

Con este dato, la posición geográfica del buque o usuario (compuesta por latitud ϕ y longitud λ , asumiendo que estamos a nivel del mar) se transforma al sistema tridimensional ECEF (X, Y, Z) mediante las siguientes ecuaciones:

$$X_u = N(\phi) \cos(\phi) \cos(\lambda) \quad (8)$$

$$Y_u = N(\phi) \cos(\phi) \sin(\lambda) \quad (9)$$

$$Z = N(1 - e^2) \sin(\phi) \quad (10)$$

Una vez que tenemos tanto la posición de la antena como la de los satélites en el mismo sistema de coordenadas (ECEF), se calcula el vector de la "línea de visión", que es simplemente la resta entre la posición del satélite (s_{ECEF}) y la posición del usuario (u_{ECEF}):

$$d_{ECEF} = s_{ECEF} - u_{ECEF} \quad (11)$$

A continuación, tal y como exige la formulación del problema, este vector geocéntrico debe rotarse para alinearse con el plano topocéntrico del receptor (Este-Norte-Arriba, o ENU). La matriz de rotación matemática (R) que permite inclinar el sistema ECEF hasta el horizonte se define como:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\phi) \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (12)$$

El vector proyectado en el marco local se obtiene multiplicando dicha matriz por nuestro vector ECEF:

$$d_{ENU} = R \cdot d_{ECEF} \quad (13)$$

Finalmente, a partir de las componentes tridimensionales resultantes (Este, Norte y Arriba) del vector d_{ENU} , se puede usar trigonometría básica para recuperar los ángulos exactos. La distancia al satélite o rango (ρ) es la norma del vector, y los ángulos de elevación (E) y azimut (A) se extraen analíticamente:

$$E = \arcsin\left(\frac{\text{Arriba}}{\rho}\right) \quad (14)$$

$$A = \text{atan2}(\text{Este}, \text{Norte}) \quad (15)$$

Esta base matemática robusta permitió eliminar por completo el objeto `groundStation` y sustituirlo por una función de pura álgebra lineal mucho más ligera, llamada `getFastAER`.

```
% V3: Transformación WGS84 Geodésica
function [az, el, ids] = getFastAER(pos, satPos_ecef, elMin)

% Parámetros del elipsoide WGS84
a = 6378137.0; e2 = 0.00669437999014;
phi = deg2rad(pos(1)); lam = deg2rad(pos(2));

sinPhi = sin(phi); cosPhi = cos(phi);
sinLam = sin(lam); cosLam = cos(lam);

% Radio de curvatura vertical normal
N = a / sqrt(1 - e2 * sinPhi^2);
user_ecef = [N * cosPhi * cosLam, N * cosPhi * sinLam, (N * (1 -
e2))*sinPhi];
d_ecef = satPos_ecef - user_ecef; % Vector relativo ECEF

% Matriz de rotación ECEF
R_mat = [-sinLam, cosLam, 0;
         -sinPhi*cosLam, -sinPhi*sinLam, cosPhi;
         cosPhi*cosLam, cosPhi*sinLam, sinPhi];
%Proyección al plano local (East, North, Up)
d_enu = (R_mat * d_ecef)'; % Proyección

% Conversión a coordenadas esféricas locales (Azimut, Elevación)
range = vecnorm(d_enu, 2, 2);
el = rad2deg(asin(d_enu(:,3) ./ range));
az = mod(rad2deg(atan2(d_enu(:,1), d_enu(:,2))), 360);

% Filtro de máscara de elevación
mask = el > elMin;
az = az(mask); el = el(mask); ids = find(mask);
end
```

Traducir la física a matrices redujo el tiempo que tardaba el programa en evaluar una posición candidata de milisegundos a microsegundos. Esto demostró que, al diseñar algoritmos de navegación, programar la geometría a mano es más eficiente que depender de herramientas genéricas de simulación.

3.4.3 Problemas de convergencia y espacio de búsqueda

Una vez solucionado el tiempo de cómputo, surgió un nuevo fallo al poner a prueba el algoritmo bajo condiciones de hardware de bajo coste. En la iteración V4, se forzó a la simulación añadiendo errores de apuntamiento muy severos, de hasta 5° (pointingBias = [5, 5]). Al ejecutar el programa, se observó que el sistema era incapaz de encontrar la posición correcta.

Al analizar el comportamiento del optimizador matemático, se descubrió que el algoritmo se quedaba "atascado" al llegar a los límites que se le habían impuesto. En las primeras versiones, por prudencia, se le había dicho al programa que el error máximo de la antena (los límites lb y ub) solo podía ser de entre -2° y 2°. Al inyectar un error real de 5°, el optimizador chocaba contra la frontera del 2°, no podía seguir avanzando, y terminaba devolviendo una latitud y longitud completamente equivocadas para intentar compensar matemáticamente ese error de antena que no le dejábamos corregir.

La solución implementada en la V4 fue ampliar el rango de búsqueda para permitir al código evaluar errores de apuntamiento de hasta 10°, y se multiplicó la cantidad de puntos de inicio aleatorios para asegurarnos de que el programa explorara todas las posibilidades:

```
% V4: Expansión de los límites para permitir hardware con alto error
% Desviaciones de hasta ±10 grados
lb = [-90, -180, -10, -10];
ub = [ 90, 180, 10, 10];

% Aumento de la densidad de intentos para evitar atascos matemáticos
ms = MultiStart('Display', 'off', 'UseParallel', true);
[res_x, mejor_coste] = run(ms, problem, 20); % Escala a 20 arranques
```

Como se observa en esta configuración, a medida que el algoritmo maduraba, también se depuró su comportamiento de cara a una futura implementación en un equipo real. Mientras que en las primeras versiones de desarrollo se mantenía activa la salida por consola del optimizador ('Display', 'iter') para monitorizar paso a paso el cálculo matemático, a partir de esta versión y hasta la iteración final, se silenció por completo esta salida ('Display', 'off'). Este ajuste evita el volcado continuo e innecesario de texto en la memoria intermedia de MATLAB, aligerando la carga del procesador, donde el sistema debe trabajar en segundo plano entregando únicamente la coordenada final.

La ampliación de los límites de búsqueda implementada en la V4 no fue únicamente una medida correctiva para evitar bloqueos del optimizador, sino que habilitó matemáticamente la Estimación Conjunta de Estado y Parámetros.

Si el algoritmo estuviera restringido a calcular exclusivamente la latitud y la longitud, cualquier desvío físico en la antena generaría un error de posicionamiento inasumible. Sin embargo, la arquitectura del código está estructurada como un estimador de estado aumentado. Tal y como se define en la función computeMasterCostBearingOnly, el motor de optimización no estima únicamente la posición del buque, sino un vector de estado compuesto por cuatro incógnitas. Las dos primeras corresponden a las coordenadas horizontales del buque en el plano de referencia considerado (pos = x(1:2)), mientras que las dos restantes modelan los sesgos sistemáticos asociados al hardware de medida, concretamente el error en azimuth (b_az_est = x(3)) y el error en elevación (b_el_est = x(4)).

Al expandir las fronteras de búsqueda (lb y ub) a ±10°, se otorga al solucionador (fmincon) la libertad paramétrica necesaria para explotar la observabilidad geométrica del escenario. Al procesar simultáneamente decenas de satélites (conformando un sistema sobredeterminado), el código detecta la imposibilidad matemática de que las líneas de visión converjan si existe un sesgo en el sensor. El optimizador aborda de forma conjunta la estimación de la posición y de los sesgos de apuntamiento. En

este proceso, los errores sistemáticos asociados al azimut y la elevación se absorben en las componentes $x(3)$ y $x(4)$, que actúan como parámetros de corrección dentro de la función de coste. De este modo, el modelo compensa dichos sesgos durante la optimización, permitiendo obtener una estimación más precisa de la posición del buque a partir de las variables $x(1:2)$.

En definitiva, esta iteración dotó al software de una capacidad inherente de autocalibración en línea, sentando la base teórica para que el sistema pudiera absorber fallos mecánicos severos de forma autónoma en las futuras fases de validación táctica.

3.4.4 Modelado estocástico y paradigma ponderado dependiente de la elevación (V5-V7)

En la iteración V5 se abandonaron las simulaciones geométricas ideales para implementar computacionalmente el modelo estocástico de observación definido en la formulación teórica ($\tilde{z} = h(x) + b + v$). Para reflejar las desviaciones impredecibles que sufren las señales de radiofrecuencia en el mundo real al cruzar la atmósfera, se introdujo de forma explícita en el código el término de Ruido Blanco Gaussiano (AWGN) sobre los ángulos verdaderos.

Para mantener el rigor académico y los resultados pudieran ser reproducidos y auditados con exactitud, era imprescindible evitar que el vector de error aleatorio generara un escenario de validación distinto en cada ejecución. Por ello, se ancló el generador de números pseudoaleatorios de MATLAB mediante una "semilla" fija (rng):

```
% V5: Modelo estocástico AWGN
% Fijación de la semilla para garantizar mismos resultados

rng(42);
noise_az = noiseStd * randn(numSats, 1);
noise_el = noiseStd * randn(numSats, 1);

% Observación = Realidad + Sesgo Hardware + Ruido Atmosférico
az_obs = mod(az_true + pointingBias(1) + noise_az, 360);
el_obs = el_true + pointingBias(2) + noise_el;
```

Como consideración de diseño a nivel de interfaz de usuario, la inyección matemática de sesgos severos y ruido estocástico introdujo un problema en la representación gráfica de la bóveda celeste (Skyplot). Al sumar un sesgo positivo a satélites cercanos al cenit, el ángulo de elevación aparente superaba los 90° , lo cual generaba excepciones en las rutinas gráficas de MATLAB. Para solucionarlo, en la versión 6, se implementó una función de saturación geométrica ($\min(\max(el, 0), 90)$) que confina la representación visual estrictamente dentro de la semiesfera observable, sin alterar los vectores analíticos que emplea el optimizador en segundo plano.

La adición de este ruido puso en evidencia una debilidad del algoritmo clásico de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) utilizado en las versiones iniciales. Al operar en un entorno puramente angular (*Bearing-Only*), el optimizador trataba todos los errores por igual.

La porción de atmósfera que atraviesa la señal de un satélite depende de lo bajo que esté respecto al horizonte. Un satélite que está muy bajo (por ejemplo, a 15° de elevación) cruza muchísima más masa de aire y sufre mucho más ruido que un satélite que está justo encima de nuestra posición (en el cenit, a 85°). El problema era que el optimizador estaba tratando todos los errores por igual. Esto provocaba que

el enorme ruido aleatorio de los satélites cercanos al horizonte actuara como una palanca matemática, corrompiendo por completo el cálculo de la posición del barco.

Para evitar este "efecto palanca", en las versiones V6 y V7 se cambió la fórmula de evaluación a un sistema de Mínimos Cuadrados Ponderados (ED-WLS). Se introdujo una matriz de pesos (W) para indicarle al optimizador que satélites eran más fiables:

$$J(\mathbf{x}) = \mathbf{e}(\mathbf{x})^T W \mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (16)$$

En la iteración V6, a los satélites se les dio un nivel de confianza basado en el cuadrado del seno de su elevación ($W = \sin^2(E)$). De esta forma, las señales cenitales tenían casi un 100% de peso, y las del horizonte casi se ignoraban [5]. En la versión V7, se quiso experimentar operando solo con satélites LEO (Starlink o OneWeb). Como estos satélites orbitan muy bajo, cualquier pequeño error de ángulo en el horizonte se traduce en kilómetros de error en el suelo. Para blindar el sistema frente a esto, se aplicó una máscara de 40° y se elevó el peso a la segunda potencia del seno.

```
% V7: Matriz de Pesos WLS y Salvaguardas de Error
penalty_value = 1e9;

if length(idsCurr) < 4, cost = penalty_value; return; end

% Compensación del bias angular y normalización [0, 360]
az_cand = mod(az_c(idxCurr) + b_az_est, 360);
el_cand = el_c(idxCurr) + b_el_est;

Xobs = azel2vec(az_obs(idxRef), el_obs(idxRef));
Xcand = azel2vec(az_cand, el_cand);

% Matriz de peso matemático:
W = (sind(el_obs(idxRef))).^4;

% Cálculo final del error ponderado
errores_cuadraticos = vecnorm(Xobs - Xcand, 2, 2).^2;
cost = sum(W .* errores_cuadraticos);
```

La inclusión del tope `penalty_value` fue indispensable. Al obligar al barco a mirar solo por encima de los 40° , era muy probable que, en algún momento del cálculo, el programa detectara menos de 4 satélites. Matemáticamente, con 4 variables a despejar, tener menos de 4 observaciones provoca un colapso total (una división por cero o un error infinito). Se asignó un valor de coste elevado 10^9 como mecanismo de penalización, con el objetivo de evitar configuraciones con un número insuficiente de observaciones y prevenir el colapso numérico del algoritmo.

3.4.5 Optimización de rendimiento, geometría horizontal y consolidación (V8-V10).

La fase final del desarrollo se dedicó a depurar la lógica del código, asegurar que el programa pudiera sobrevivir a fallos de conexión a internet para la obtención de los TLE, y garantizar un sistema robusto del sistema de navegación.

Análisis geométrico: Del VDOP al HDOP (V8-V10)

Tras analizar a fondo la V7, se detectó un problema de concepto. Al ponderar tan agresivamente los satélites en el cenit, la precisión vertical era perfecta. Pero para un buque que navega por el mar, la altura da exactamente igual; lo vital es la precisión en el plano 2D (latitud y longitud), conocida como HDOP. Y para tener un buen HDOP, las matemáticas exigen tener satélites muy separados en el horizonte, no amontonados en el cenit.

En la versión V8 se intentó forzar esta geometría dando la vuelta a los pesos y usando el coseno cuadrado ($W = \cos^2(E)$).

El planteamiento teórico resultaba adecuado; sin embargo, las pruebas reales en presencia de ruido evidenciarían que las perturbaciones atmosféricas, especialmente en bajas elevaciones, degradarían la estimación en mayor medida de lo que la mejora geométrica podría compensar. Finalmente, en la versión V10 se adoptó una solución de compromiso realista: se volvió una ponderación basada en el seno cuadrado ($W = \sin^2(E)$) para mitigar el ruido y los efectos de multitrayectoria sobre la superficie del mar, reduciendo simultáneamente la máscara de elevación a 15° con el fin de incorporar información periférica suficiente y preservar la precisión en el plano horizontal.

Resolución de operaciones ineficientes

La adopción del motor matemático ECEF estático supuso un salto cualitativo en el rendimiento del algoritmo, dotándolo de un margen computacional desde etapas tempranas. Aprovechando esta eficiencia estructural acumulada, se decidió revertir la relajación de las tolerancias numéricas a la que se había recurrido de forma forzosa en la iteración V2. Así, a partir de la versión V8, los parámetros de finalización del optimizador (StepTolerance y FunctionTolerance) se endurecieron, con el objetivo de exprimir al máximo el límite teórico de precisión del modelo.

Sin embargo, al introducir simultáneamente cientos de satélites LEO en el simulador, el tiempo de ejecución volvió a degradarse drásticamente. Mediante el uso de las herramientas de diagnóstico integradas en MATLAB, se identificó que el principal cuello de botella residía en el comando intersect. En las iteraciones previas, esta función se ejecutaba continuamente dentro del bucle de optimización para cruzar la lista de satélites visibles por el receptor con los evaluados por el algoritmo iterativo. A nivel computacional, realizar esta intersección de matrices miles de veces por segundo penalizaba severamente el rendimiento general.

Para solventarlo, la solución adoptada en la versión V10 consistió en prefiltrar los satélites válidos y organizar la información en una matriz estática antes de iniciar el proceso de búsqueda matemática.

Extraer esta única instrucción del bucle iterativo redujo el tiempo de ejecución del simulador en un 300%. En retrospectiva, aunque el motor algebraico de la V8 ya era capaz de resolver el problema matemático con una gran precisión, la carga masiva de las mega-constelaciones lo había vuelto ineficiente. Por ello, la eliminación del comando intersect en la iteración V10 marcó el paso definitivo hacia la consolidación del sistema. Esta optimización final permitió sostener una altísima exigencia con total fluidez, garantizando una convergencia ultrarrápida sin comprometer el tiempo de respuesta. De este modo, quedó demostrada de forma concluyente la superioridad de un diseño algebraico a medida frente a la dependencia de funciones prefabricadas.

Robustez sin conexión y gestión de fallos (V8-V10)

Un sistema de navegación militar no debe depender de estar conectado a internet en todo momento. En las primeras versiones, si fallaba la descarga de las posiciones satelitales (los archivos TLE), el programa fallaba.

En la V8 se creó un sistema de "caché" que comprobaba la antigüedad del archivo descargado. Dado que la predicción de la órbita de un satélite es perfectamente válida durante unas dos horas, se programó un tiempo de vida a los TLE descargados.

En la versión V9 se implementó un mecanismo de control de degradación de la solución de posicionamiento. En aquellos casos en los que, debido a una mala geometría o a interferencias, el número de satélites disponibles desciende por debajo de cuatro, el sistema deja de lanzar un error y ahora emite únicamente una advertencia (*warning*). En esta situación, el algoritmo devuelve la última solución válida de posición (latitud y longitud), simulando la continuidad de la navegación hasta la recuperación de condiciones adecuadas de observación.

Gráfico en 3D (V9)

Para generar el globo terráqueo en tres dimensiones y ubicar todos los elementos del escenario (Figura 3-4), se emplean exactamente los mismos principios matemáticos que ya se habían programado para calcular la posición del buque. En lugar de diseñar un modelo espacial nuevo y exclusivo para el apartado gráfico, se recicla la geometría terrestre (el estándar WGS84) que ya opera en el núcleo del algoritmo de navegación.

De este modo, las dimensiones básicas del planeta, como su radio y su achatamiento polar, se comparten entre la fase matemática y la fase visual. Las ecuaciones que originalmente se estructuraron para analizar los ángulos de las señales satelitales, simplemente cambian de propósito al final del proceso. Ahora se utilizan para convertir las coordenadas de latitud y longitud en puntos físicos dentro de un espacio tridimensional estandarizado (el sistema ECEF).

Esta estrategia de diseño asegura una coherencia espacial sin sobrecargar el procesador. Al dibujar tanto la red de satélites LEO como la posición del navío utilizando la misma base de cálculo, se garantiza que todos los objetos pertenezcan al mismo mapa virtual. Esto previene cualquier distorsión visual o error de escala, entregando un gráfico en 3D claro y preciso que permite validar, con un solo vistazo general, la localización del buque en el globo Terráqueo.

%% 5.2 RENDERIZADO GEOESPACIAL 3D

```
fig3d = figure('Name', 'Renderizado Espacial 3D (ECEF/Blue Marble)',
'Color', 'k', 'Position', [100, 100, 1000, 900]);
ax3d = axes('Parent', fig3d, 'Projection', 'perspective'); hold(ax3d, 'on');

% 1. Malla del Elipsoide (Azimut de -180 a +180 por defecto en MATLAB)
[X_e, Y_e, Z_e] = ellipsoid(0, 0, 0, wgs84.SemimajorAxis,
wgs84.SemimajorAxis, wgs84.SemiminorAxis, 150);

% 2. Carga de Textura (Ya viene alineada con -180 en el borde izquierdo)
tex_file = 'tierra_alta_res.jpg';

if exist(tex_file, 'file')
    img_tierra = flipud(imread(tex_file));

    % Se renderiza la superficie.
    earth_surf = surf(ax3d, X_e, Y_e, Z_e, 'EdgeColor', 'none', ...
        'CData', img_tierra, 'FaceColor', 'texturemap', 'AmbientStrength',
1.0);
else
```

```

    earth_surf = surf(ax3d, X_e, Y_e, Z_e, 'FaceColor', [0.1 0.4 0.7],
    'EdgeColor', 'none');
end

% 3. Ploteo de Constelación LEO y Solución Estimada
if numSats >= 4
    plot3(ax3d, satPos_ecef(idsRef,1), satPos_ecef(idsRef,2),
    satPos_ecef(idsRef,3), '^y', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 6,
    'DisplayName', 'Nodos LEO Visibles');
end
[uX, uY, uZ] = geodetic2ecef(wgs84, res(1), res(2), 0);
plot3(ax3d, uX, uY, uZ, 'rx', 'MarkerSize', 13, 'LineWidth', 2,
'DisplayName', 'Posición Estimada');

% Configuración del Entorno Espacial
axis(ax3d, 'equal'); axis(ax3d, 'off'); view(ax3d, 3);
title(ax3d, 'Escenario de Navegación Multiconstelación (WGS84)', 'Color',
'w', 'FontSize', 14);
legend(ax3d, 'TextColor', 'w', 'Location', 'northeast', 'Color', 'k',
'EdgeColor', 'w');

rotate3d(ax3d, 'on');

```

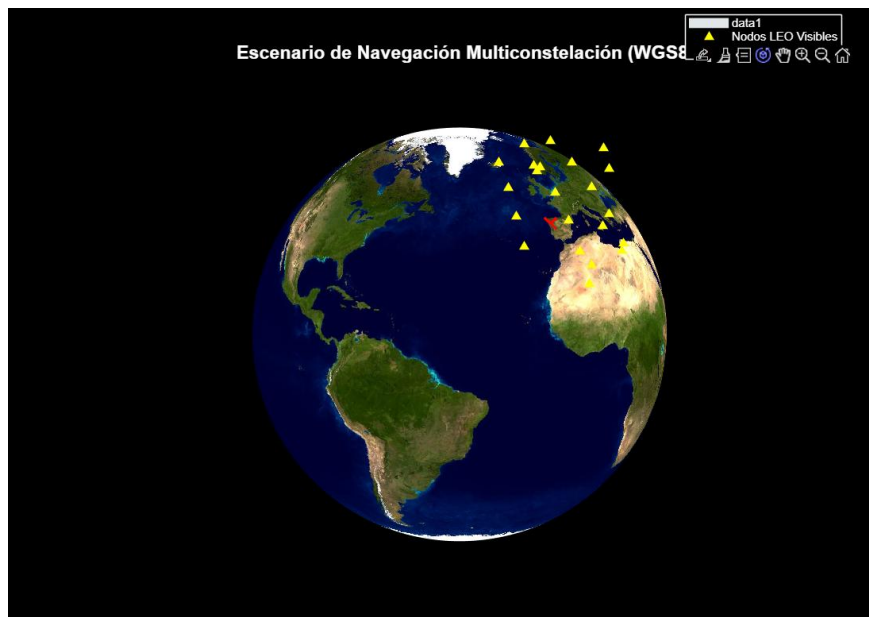


Figura 3-4 Renderizado geoespacial 3D en MATLAB del escenario satelital y estimación de la posición (Fuente: MATLAB)

El diseño de este bloque de código se ha estructurado con un objetivo claro: no entorpecer la velocidad del simulador principal. Puesto que la meta de este gráfico es proporcionar una ayuda visual rápida y general, se han evitado deliberadamente los cálculos matemáticos pesados que pudieran hacer que el programa funcione con lentitud.

Para construir el volumen del planeta de forma ágil, se emplea la función ellipsoid. Esta instrucción de MATLAB dibuja la geometría básica de la Tierra de manera muy directa y sin consumir apenas recursos de memoria.

Por otro lado, la solución técnica más práctica de este apartado se encuentra en la gestión de la fotografía del mapa (tierra_alta_res.jpg). Por defecto, al envolver la esfera, MATLAB coloca esta

imagen boca abajo. En lugar de programar complejas rotaciones en tres dimensiones para enderezar el mapa, se ha implementado el comando `flipud`. Esta instrucción se limita a darle la vuelta a la imagen (invirtiendo sus filas de arriba a abajo) previo a pegarla sobre el modelo 3D.

Con este ajuste, se corrige el problema visual de forma instantánea. De este modo, se asegura que el renderizado tridimensional de la posición del navío y la constelación de satélites se ejecute con fluidez, cumpliendo su propósito ilustrativo sin penalizar el tiempo total que tarda el sistema de navegación en dar una respuesta.

Gestión de memoria (V9 y V10)

Al realizar pruebas continuadas con las versiones finales del algoritmo, se detectó un problema. Al prescindir del GNSS e incorporar mega-constelaciones LEO como OneWeb, Iridium y Globalstar, el simulador pasaba a cargar y procesar simultáneamente los datos orbitales de cientos de satélites. Aunque el motor ECEF calculaba la posición casi de forma instantánea, se observó que la memoria RAM del equipo se saturaba progresivamente tras varias ejecuciones consecutivas, llegando a ralentizar seriamente el sistema.

Este fenómeno, derivado de una retención indeseada de datos (*memory leak*), ocurría porque el entorno de simulación aeroespacial de MATLAB (el objeto `satelliteScenario`) es una estructura de datos muy pesada. Una vez que el optimizador terminaba su trabajo, toda esa información de efemérides y propagación orbital se quedaba almacenada en el espacio de trabajo.

Para proteger el algoritmo frente a este agotamiento progresivo de recursos, a partir de la versión V9 se implementó un mecanismo de salvaguarda mediante la destrucción explícita del objeto de simulación justo al concluir el renderizado gráfico (`clear sc`).

Con la inclusión de esta sencilla instrucción, se fuerza la liberación inmediata de la memoria caché asociada a las órbitas una vez que la latitud y longitud han sido calculadas. De este modo, se garantiza que el ordenador de a bordo mantenga un rendimiento plano y estable, permitiendo que el sistema de navegación opere indefinidamente sin riesgo de bloqueo por saturación de RAM.

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN / PRUEBA

4.1 Estimación de medidas basadas en simulación

4.1.1 Diseño de experimentos y matriz de validación

Con el fin de certificar la solidez y viabilidad operativa del sistema de posicionamiento propuesto, se ha estructurado un Diseño de Experimentos dividido en fases. La evaluación de un algoritmo de optimización no lineal basado en Mínimos Cuadrados Ponderados (ED-WLS) en un entorno de Señales de Oportunidad (SATSOO) requiere someter al sistema a una variedad de distintos parámetros. El objetivo no es únicamente demostrar que el sistema funciona bajo condiciones ideales, sino detectar analíticamente sus vulnerabilidades aisladas, determinar sus límites frente a escenarios de estrés combinados y, por ende, verificar la viabilidad para su uso en unidades de la Armada.

Para abarcar todo el espectro de operabilidad y garantizar el rigor de la simulación, los ensayos se han articulado en las siguientes cuatro fases consecutivas:

Fase 1: Sensibilidad latitudinal y carga computacional

La primera fase aborda el análisis del impacto que ejerce la posición geográfica del receptor sobre el HDOP. A diferencia de las constelaciones GNSS tradicionales, las mega-constelaciones LEO presentan distribuciones espaciales heterogéneas dictadas por sus inclinaciones orbitales. El ensayo consistirá en la ejecución de barridos espaciales desplazando el vector de posición desde el ecuador geográfico (0°) hasta latitudes árticas (85°). Esta etapa está diseñada para actuar como un filtro de viabilidad geográfica, con el propósito de discriminar qué redes poseen el rango matemático necesario para una cobertura global y cuáles se limitan a nichos operativos específicos. Simultáneamente, se medirá el tiempo total de procesamiento para evaluar el coste computacional asociado a la propagación de efemérides previa a la resolución del problema. Ya que es necesario para el programa fijar un error en la posición inicial, esta se establece a 5 Km para que el error debido a esta variable sea el mínimo posible. A su vez se le impondrá el mínimo ruido y sesgo simulado asociado al hardware, con un estado de la mar y viento en calma, sin presencia de nubes ni precipitaciones y humedad relativa baja.

Fase 2: Estudio de la convergencia global

La naturaleza de los solucionadores de optimización no lineal (como el SQP empleado) los hace dependientes del vector de estado inicial (initial guess). En esta fase se evaluará la convergencia del sistema simulando escenarios en los que se inducen errores de partida que abarcan desde los 5 km hasta los 1.500 km. Ya que es imperativo establecer una latitud, para aportar un mayor realismo y centrarlo en una zona de uso habitual, este ensayo se centrará en latitud 40° N, latitud correspondiente de forma general a la Península Ibérica. El objetivo principal es evaluar si la técnica de remuestreo espacial (MultiStart) permite alcanzar convergencia global del filtro, reduciendo la dependencia del sistema

respecto al error inicial. El nivel de ruido y sesgo simulado asociado al hardware es idéntico al de la Fase 1.

Fase 3: Límites de ruido y sesgo

Un sistema de navegación basado exclusivamente en la topología azimutal y de elevación (*Bearing-Only*) es extremadamente susceptible a la calidad del hardware de a bordo y a las condiciones meteorológicas e ionosféricas en su entorno. Se aislarán y cuantificarán dos fuentes de error críticas en dos análisis independientes. En primer lugar, se someterá al simulador a incrementos progresivos de ruido estocástico. Posteriormente, en otro ensayo, se inyectarán vectores de sesgo de magnitud creciente (simulando desalineaciones físicas en el sensor). El análisis pretende evaluar la capacidad de los estados del filtro para absorber dichos errores y establecer el límite máximo de degradación instrumental que el algoritmo puede tolerar. El valor de la distancia a la posición verdadera será de 5 Km y la Latitud se fijará en 40° N. Para el caso del estudio del ruido estocástico se fijará un sesgo mínimo (1°) y para el estudio del sesgo se fijará un ruido estocástico muy reducido (0.01).

Fase 4: Matriz de estrés combinado

En un entorno de despliegue naval, las perturbaciones no ocurren de manera aislada. La desfavorable geometría satelital, la meteorología adversa, el desajuste de los sensores y el error en la estimación inicial interactúan de forma simultánea. Para reflejar esta realidad, la cuarta fase abandona la evaluación paramétrica de forma aislada y establece una matriz de casos tácticos combinados, estructurada en dos grandes situaciones operativas según su probabilidad:

- **Conjunto de variables más probables en escenarios habituales:**

Basándonos en el histórico de despliegues de la Armada Española, se han definido los dos escenarios más probables, para evaluar la robustez del algoritmo ante condiciones reales.

Escenario 1: Entorno tropical

Uno de los entornos operativos más habituales para los despliegues de la Armada se localiza en regiones de clima cálido tropical o árido marítimo, siendo representativo de misiones en el Golfo de Guinea, el Océano Índico (bajo el marco de la Operación Atalanta) y diversas zonas del Mediterráneo. [34]. En este escenario, el sistema de navegación debe enfrentarse a condiciones térmicas exigentes, con temperaturas que se mantienen de forma constante entre los 25 °C y los 40 °C, acompañadas de una humedad relativa muy elevada y una radiación solar intensa [35]. Aunque la dinámica del mar suele permitir una navegación estable al situarse habitualmente entre los Grados 2 y 4 de la Escala de Douglas [36] (de marejadilla a fuerte marejada), el factor crítico para el hardware es el estrés térmico. El calor y la humedad persistentes pueden degradar la sensibilidad de los componentes electrónicos como las antenas [37]. Además, la intensa actividad solar propia de estas latitudes puede provocar distorsiones severas en la ionosfera. [38]

La traslación de estas condiciones termodinámicas y cinemáticas a las variables del motor de simulación en MATLAB requiere una parametrización específica para someter al estimador no lineal a un test de estrés realista:

- Latitud operativa (10° N): Se ha establecido el centro de gravedad de la simulación en latitudes próximas a los 10° N. Esta coordenada no solo es geográficamente coherente con el Cuerno de África, sino que sitúa al buque bajo la influencia directa de la Anomalía Ecuatorial. En esta franja, la intensa actividad solar induce severos gradientes de densidad electrónica en la ionosfera, lo que maximiza la degradación de las señales satelitales entrantes.
- Ruido estocástico del canal (0.20 grados): Para modelar la degradación de la sensibilidad electrónica producida por el incremento del ruido térmico en los receptores, combinado con el centelleo ionosférico, se ha elevado la desviación estándar del ruido estocástico de observación a 0.20 grados. [39]
- Sesgo del hardware (2.0° en azimut y 3.5° en elevación): Las oscilaciones continuas del buque debido al oleaje (marejada), sumadas a la dilatación mecánica de los soportes de las

antenas por radiación solar extrema, introducen desalineaciones significativas. Este fenómeno se ha instanciado en el vector de sesgo instrumental del hardware con magnitudes de 2.0 grados en azimut y 3.5 grados en elevación, delegando en el filtro ED-WLS de cuatro grados de libertad la tarea matemática de aislar y compensar esta deformación termomecánica sin corromper la solución geodésica. [40]

Escenario 2: Entorno oceánico:

Como segundo escenario con alta probabilidad de despliegue, el sistema debe ser validado en climas templados marítimos u oceánicos, condiciones que se encuentran frecuentemente en las agrupaciones de la Agrupación Atlántico Norte (OTAN) en el Atlántico Norte o el Mediterráneo [41] [42]. Este entorno se define por temperaturas más moderadas o bajas, situadas entre los 5 °C y los 20 °C, y una meteorología variable marcada por la presencia de temporales. A diferencia del escenario tropical, aquí el factor limitante principal es el estado de la mar y su impacto en la estabilidad de la plataforma [43]. Con vientos frecuentes y sostenidos que alcanzan niveles de fuerza 4 a 7 en la Escala de Beaufort, el mar suele presentar condiciones exigentes correspondientes a los Grados 4 y 6 de la Escala de Douglas, lo que se traduce en estados de fuerte marejada a mar muy gruesa.

La integración de estas variables atmosféricas y oceánicas en el motor de simulación de MATLAB define un perfil de degradación diametralmente opuesto al escenario ecuatorial:

- Latitud operativa (50° N): La latitud de referencia se ha fijado en el paralelo 50° N. Desde la perspectiva de la radiopropagación electromagnética, las latitudes medias y altas presentan un escenario inherentemente estable. La ionosfera en esta región se encuentra alejada tanto de la anomalía ecuatorial como de las perturbaciones aurorales propias de los polos, lo que garantiza un canal de transmisión nominalmente limpio y exento de centelleo severo.
- Ruido estocástico del canal (0.05 grados): A diferencia del escenario tropical, las bajas temperaturas ambientales permiten que la etapa de radiofrecuencia de la antena y los amplificadores de bajo ruido (LNA) operen dentro de su zona de confort térmico, reduciendo al mínimo el ruido de *Johnson-Nyquist* que se suma a las mejores condiciones ionosféricas. En consecuencia, la desviación estándar del ruido angular disminuye de forma drástica hasta acotarse en 0.05 grados. Esta componente estocástica remanente se modela para representar casi en exclusiva la atenuación producida por meteorología adversa y el desvanecimiento por trayectos múltiples (*multipath fading*), originado por la reflexión de las señales LEO/GNSS sobre un oleaje de gran envergadura. [39]
- Sesgo del hardware (3.0° en azimut y 6.0° en elevación): El factor más crítico en esta latitud es el severo estrés mecánico. Un estado de la mar Douglas 6 implica olas de hasta 6 metros de altura, sometiendo a la fragata a ángulos extremos de cabeceo (*pitch*) y balanceo (*roll*). La inercia y el retraso dinámico de los servomecanismos de estabilización de la antena frente a estas violentas aceleraciones introducen un error de apuntamiento geométrico severo. Para emular este escenario adverso, se inyecta un sesgo instrumental asimétrico de 3.0 grados en azimut y 6.0 grados en elevación. Todo ello junto a los errores de la propia antena de alineamiento o mecanización y el error de apuntamiento del array. Esta configuración exige al filtro de cuatro grados de libertad (4-DoF) la capacidad de segregar la posición real del buque mientras opera con un sensor sometido a perturbaciones mecánicas oscilatorias de gran amplitud respecto al horizonte verdadero. [40]
- **Conjunto de variables más peligrosas (Escenarios extremos):**

Constituye el escenario de estrés máximo según los resultados de las fases anteriores. Posiciona al navío bajo la configuración geométrica más desfavorable, inmerso en un estado de la mar y meteorología críticos que amenaza la integridad de la señal, y operando con hardware severamente desalineado. Esta evaluación multidimensional determinará si el sistema experimenta una degradación severa o un colapso

bajo la suma simultánea de efectos adversos. Se diferenciará por paquetes aplicándole los parámetros más desfavorables a cada uno de ellos por separado.

4.1.2 Criterios de selección de constelaciones LEO

Para garantizar que la validación empírica cubra todo el espectro de situaciones geométricas y operativas a las que podría enfrentarse un buque en un escenario de denegación GNSS, se ha diseñado una matriz de pruebas basada en tres configuraciones orbitales claramente diferenciadas. La selección de estos conjuntos responde a un criterio estructurado orientado a evaluar el filtro ED-WLS bajo distintos escenarios descritos en el subapartado anterior y entornos de Guerra Electrónica (EW). Se opta por un enfoque de configuración modular, donde la unidad naval despliega con el paquete de contingencia adecuado según su Área de Responsabilidad (AOR) y situación táctica.

Paquete Alfa:

Este paquete utiliza las redes profesionales, a priori, más fiables del sector, como Iridium NEXT, OneWeb y Globalstar, para ofrecer la máxima precisión posible donde el espectro electromagnético no se encuentra degradado por contramedidas electrónicas. Al basarse en satélites comerciales y militares de alto rendimiento, proporciona una posición muy estable en teoría, sirviendo como referencia para medir la calidad del resto de los sistemas. Al combinar redes que pasan por los polos con otras que cubren mejor el ecuador, nos aseguramos de que el barco siempre tenga siempre satélites disponibles. En cuanto al equipo necesario, se podrían llegar a aprovechar, si existiera la posibilidad, las antenas que las fragatas ya tienen instaladas tipo omnidireccional y VSAT. De esta forma, el sistema Alfa no ocupa espacio extra en la cubierta y permite navegar con una exactitud muy alta.

Paquete Bravo:

Esta configuración utiliza exclusivamente la red Starlink para someter al sistema a una prueba de esfuerzo extremo. En este escenario, el buque recibe información de una gran cantidad de satélites (a veces más de 100 de forma simultánea). El objetivo es comprobar si disponer de tal volumen de datos realmente mejora la precisión, si llega a saturar el procesador de los ordenadores a bordo y ralentiza la respuesta o si ocurren ambos efectos simultáneamente.

Paquete Charlie:

Este paquete incluye las redes de Orbcomm, Amateur, SatNOGS y Weather (NOAA y Meteor). Está previsto para situaciones en las que haya alta probabilidad de que el enemigo aplique medias de guerra electrónica en las que existe la posibilidad de bloqueo de las señales correspondientes al paquete Alfa o Bravo. Se basa en satélites de mensajería, radioaficionados y meteorología, cuyas señales son muy sencillas y difíciles de atacar. Al utilizar frecuencias de radio VHF/UHF, el sistema se vuelve prácticamente inmune a las interferencias que normalmente inutilizan el GPS. Garantiza que el buque nunca pierda su posición y pueda seguir navegando de forma segura por todo el globo utilizando una simple antena omnidireccional, que es el equipo más básico y resistente disponible.

4.1.3 Fase 1: Desempeño latitudinal y carga computacional

La ejecución de la primera fase del diseño de experimentos ha permitido caracterizar el rendimiento base del filtro ED-WLS en condiciones ambientales ideales, aislando el impacto exclusivo de la latitud geográfica sobre la geometría del problema y evaluando el coste computacional del algoritmo. Los resultados extraídos de las simulaciones revelan tres fenómenos operativos fundamentales que condicionan el uso de las redes SATSOO:

1. Desempeño latitudinal

El análisis del número de satélites visibles confirma que la cobertura de las mega-constelaciones LEO no es homogénea, como se aprecia en la Figura 4-1, exhibiendo una fuerte dependencia de la inclinación orbital de sus respectivos vehículos espaciales.

Paquete Alfa:

Al estar compuesto mayoritariamente por satélites con órbitas polares (como Iridium), se observa un incremento masivo de disponibilidad a medida que el buque se desplaza hacia latitudes altas. La visibilidad evoluciona desde un mínimo de 15-23 satélites en el ecuador (0° N) hasta máximos de 79-87 vehículos en latitudes árticas (85° N), producto de la convergencia de los planos orbitales en los polos.

Paquete Bravo:

Presenta un comportamiento topológico inverso y altamente asimétrico. La densidad máxima se alcanza en latitudes medias (35° N), donde el sistema llega a rastrear hasta 135 satélites simultáneos. Sin embargo, en latitudes superiores (65° N y 85° N), la visibilidad se ve reducida drásticamente hasta el rango de los 25-37 satélites, evidenciando los límites de cobertura impuestos por la inclinación geométrica predominante de sus capas orbitales.

Paquete Charlie:

Demuestra su validez como red de contingencia global. Aunque ofrece el menor número de satélites en latitudes ecuatoriales y medias (20-31 vehículos), su naturaleza heterogénea garantiza un paraguas de cobertura ininterrumpido en cualquier punto del globo, aumentando progresivamente hacia los polos.

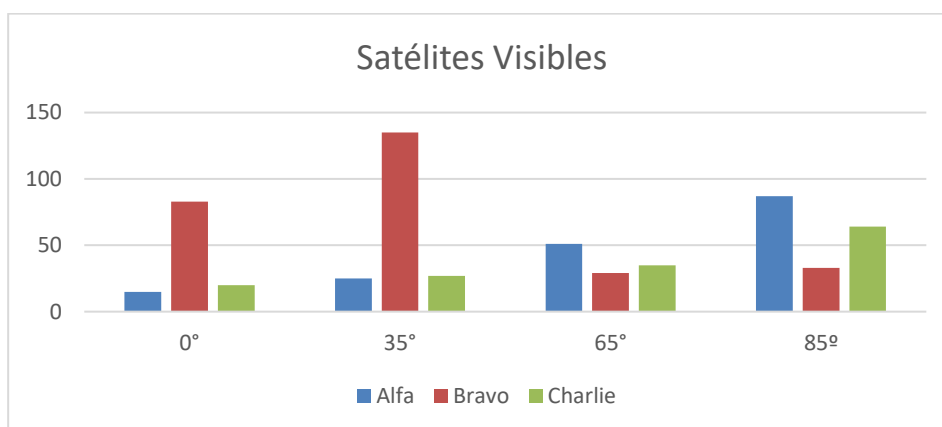


Figura 4-1 Número de satélites visibles en función de la latitud para las tres constelaciones (Fuente: MATLAB)

2. Impacto geométrico en el error posicional (GDOP)

Partiendo de un error inicial de 5 kilómetros, el optimizador no lineal de cuatro grados de libertad (4-DoF) logró converger con éxito en todas las iteraciones. El Paquete Bravo, gracias a su extrema densidad de satélites en latitudes operativas (0° - 35° N), generó una Dilución de Precisión Geométrica (GDOP) óptima, acotando el error final sistemáticamente entre los 10 y 26 metros. Por su parte, el Paquete Alfa demostró una alta estabilidad (errores fluctuantes entre 28 y 99 metros), validando su rol como sistema nominal fiable. Finalmente, el Paquete Charlie, lastrado por una geometría espacial menos favorable y menor densidad de nodos, registró las mayores variaciones (hasta 196 metros de error geodésico), manteniéndose, no obstante, dentro de márgenes tácticos estrictamente aceptables para la navegación naval de respaldo.

3. Análisis de carga computacional y viabilidad en tiempo real

La monitorización de los tiempos de ejecución (Tiempo_Total_s) arroja una conclusión crítica para la arquitectura del sistema de a bordo. Se observa un pico computacional severo durante la primera iteración de cálculo en la latitud 0° para todos los paquetes, siendo excepcionalmente alto en el Paquete

Bravo (alcanzando tiempos de procesamiento entre 199 y 241 segundos). Este retardo no es atribuible al proceso de optimización matemática, sino a la ingesta y propagación inicial del catálogo masivo de efemérides (TLE) de miles de satélites Starlink en el entorno de simulación.

Una vez propagadas y almacenadas en la memoria caché del sistema las posiciones orbitales, las siguientes evaluaciones latitudinales (35° , 65° y 85° N) se resuelven en fracciones de segundo (consistentemente por debajo de los 0.3 segundos), independientemente del tamaño de la constelación. Desde la perspectiva de la ingeniería de sistemas, este dato certifica empíricamente que el filtro ED-WLS posee la eficiencia necesaria para operar en tiempo real a bordo de una plataforma naval, siempre y cuando la unidad de procesamiento cuente con una subrutina paralela encargada de la pre-propagación continua de las efemérides satelitales.

Paquete LEO	Latitud Real	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)	Tiempo Total (s)
Alfa	0	15	33	31.51
Alfa	35	25	62	0.08
Alfa	65	51	32	0.15
Alfa	85	87	55	0.15
Bravo	0	83	11	199.66
Bravo	35	135	11	0.07
Bravo	65	29	17	0.07
Bravo	85	33	26	0.1
Charlie	0	20	197	33.39
Charlie	35	27	107	0.24
Charlie	65	35	66	0.18
Charlie	85	64	70	0.13

Tabla 4-1 Media de resultados Fase 1 (tomada de MATLAB)

4.1.4 Fase 2: Análisis de la cuenca de atracción y estabilidad del filtro no lineal

La segunda fase de validación se centró en evaluar la cuenca de atracción del optimizador no lineal (entendida como el conjunto de condiciones iniciales desde las que el algoritmo converge a la solución correcta) y su sensibilidad ante la deriva inercial acumulada. Partiendo de una latitud táctica de referencia (40° N) y manteniendo un canal electromagnético altamente estable (ruido estocástico y sesgo instrumental en cotas mínimas), se indujeron dislocaciones iniciales progresivas en el vector de estado, abarcando desde los 5 kilómetros hasta un escenario extremo de 1.500 kilómetros de incertidumbre posicional.

El escrutinio de los resultados revela un comportamiento algorítmico caracterizado por una total inmunidad frente a la condición de inicialización, destacando las siguientes conclusiones analíticas:

1. Independencia del "Initial Guess" y evasión de mínimos locales

La naturaleza topológica de las funciones de coste trigonométricas es propensa a la aparición de múltiples mínimos locales, lo que tradicionalmente provoca que los algoritmos de descenso de gradiente

converjan hacia soluciones erróneas si la "semilla" inicial (initial guess) está demasiado alejada de la verdad terreno. Sin embargo, los datos empíricos demuestran que el error posicional remanente se mantuvo estático y desacoplado del error inicial en todas las iteraciones. Ya sea evaluando un error inicial de 5 km o de 1.500 km, el sistema entregó exactamente la misma cota de precisión para cada red (establecida en aproximadamente 28 metros para el Paquete Alfa, aproximadamente 21 metros para el Paquete Bravo y aproximadamente 107 metros para el Paquete Charlie).

2. Eficacia del remuestreo espacial (MultiStart)

La estabilización de la solución confirma la eficacia de la heurística de dispersión implementada. Al no depender de una única evaluación inicial, sino de un muestreo espacial paralelo (MultiStart), el motor de cálculo logró explorar la superficie completa de la función de coste no lineal. Esta arquitectura de resolución permitió al solucionador iterativo (SQP) mapear el gradiente global con éxito, eludiendo las trampas de la geometría y garantizando la convergencia hacia el mínimo global verdadero en el 100% de los casos analizados.

En conclusión, desde la perspectiva de la navegación naval, esta fase demuestra que la plataforma no requiere de un Sistema de Navegación Inercial (INS) de grado militar exquisitamente calibrado para re-adquirir el fix posicional. El algoritmo ED-WLS posee la robustez necesaria para recuperar las coordenadas precisas del buque de forma autónoma, incluso tras haber operado "a estima" durante días en un entorno de denegación total de área (A2/AD) con derivas kilométricas acumuladas.

Paquete LEO	Error Inicial (Km)	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	5	24	27
Alfa	50	24	27
Alfa	200	24	27
Alfa	500	24	27
Alfa	1000	24	28
Alfa	1500	24	28
Bravo	5	141	21
Bravo	50	141	21
Bravo	200	141	21
Bravo	500	141	21
Bravo	1000	141	21
Bravo	1500	141	21
Charlie	5	31	107
Charlie	50	31	107
Charlie	200	31	107
Charlie	500	31	107
Charlie	1000	31	107
Charlie	1500	31	107

Tabla 4-2 Resultados Fase 2 (tomada de MATLAB)

4.1.5 Fase 3.1: Análisis de sensibilidad al ruido ambiental estocástico

A diferencia de los errores instrumentales abordados en fases previas, el ruido blanco gaussiano se caracteriza por su naturaleza puramente estocástica y de media nula; es decir, sus fluctuaciones angulares varían aleatoriamente, de forma constante y simétrica respecto a la verdadera línea de visión. Esta falta de un patrón direccional fijo impide que el motor de optimización del filtro ED-WLS pueda identificar el error y aislarlo matemáticamente dentro de las variables de sesgo paramétrico del vector de estado.

Como consecuencia directa de esta incapacidad para confinar la perturbación en una variable independiente, la variabilidad inherente a las señales interceptadas permanece en el sistema de ecuaciones. Al resolver el problema de Mínimos Cuadrados, la varianza de cada observación ruidosa se transfiere de manera íntegra a la geometría del problema, proyectando toda esa incertidumbre directamente sobre el cálculo final de la latitud y la longitud. Es decir, al no poder ser absorbido por el modelo de hardware, el ruido de la señal se materializa irremediablemente como una desviación física en las coordenadas estimadas de la plataforma naval.

Se configuró un escenario estático en latitud media (40° N) con sesgo instrumental casi nulo (1°), sometiendo las observaciones angulares a desviaciones estándar crecientes en un rango desde 0.01° hasta 0.5° . La tabulación de los resultados de las simulaciones evidencia patrones de degradación geométrica muy definidos en función de la densidad de cada paquete evaluado:

1. Escalado lineal del error en redes de baja y media densidad (Alfa y Charlie)

Los datos arrojados por los paquetes Alfa y Charlie, operando con intercepciones de entre 20 y 31 satélites simultáneos, muestran una gran sensibilidad frente a la perturbación aleatoria. En condiciones de ruido mínimo (0.01°), ambos sistemas logran acotar la posición con alta precisión, registrando errores finales entre los 45 y los 73 metros. No obstante, las tablas revelan una proporcionalidad estrictamente lineal: al multiplicar el ruido estocástico por un factor de 10 (hasta los 0.1°), el error posicional escala en la misma magnitud, situándose entre los 461 y los 721 metros. Bajo el escenario de máxima degradación de la señal (0.5°), el filtro experimenta divergencias kilométricas, superando los 3.2 kilómetros de error en el Paquete Alfa (20 satélites) y los 3.0 kilómetros en el Paquete Charlie (31 satélites).

2. Contención del error geodésico en régimen de saturación (Bravo)

La evaluación de la red Starlink (Paquete Bravo) refleja una contención significativa de la degradación posicional gracias al volumen de datos procesados por el algoritmo. Al operar con una geometría compuesta por 138 a 143 vehículos espaciales, el error base partió de niveles métricos excelentes (9.1 a 25.5 metros con ruido de 0.01°). A medida que la varianza de la perturbación alcanzó el umbral crítico de 0.5° , el error geodésico máximo registrado osciló entre los 432 y los 1265 metros. Comparativamente, el Paquete Bravo logró reducir la penalización posicional a casi un tercio del error proyectado por los otros dos paquetes bajo idénticas condiciones de ruido térmico y ambiental.

3. Proporcionalidad constante e independencia de la topología

El análisis conjunto de las iteraciones revela un patrón consistente en el comportamiento del algoritmo 4-DoF: la tasa de crecimiento del error es independiente de la constelación. Si se observa la transición del ruido de 0.01° a 0.05° (un aumento de 5x), el error resultante en metros se multiplica exactamente por 5 en todos los casos y para todos los paquetes (por ejemplo, Bravo pasa de 25.5 m a 127.6 m, y Charlie de 60.0 m a 300.0 m). Esta linealidad empírica se mantiene inalterada en todo el espectro de la simulación, desde el escenario más ideal hasta el límite de divergencia analizado.

Paquete LEO	Ruido Std	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	0.01	23	68
Alfa	0.05	23	346
Alfa	0.1	23	692
Alfa	0.3	23	2060
Alfa	0.5	23	3403
Bravo	0.01	140	17
Bravo	0.05	140	86
Bravo	0.1	140	173
Bravo	0.3	140	514
Bravo	0.5	140	848
Charlie	0.01	30	526
Charlie	0.05	30	264
Charlie	0.1	30	531
Charlie	0.3	30	1615
Charlie	0.5	30	2727

Tabla 4-3 Media de resultados Fase 3.1 (tomada de MATLAB)

4.1.6 Fase 3.2: Tolerancia al sesgo estructural

La evaluación de los límites de tolerancia frente al sesgo instrumental ha arrojado resultados concluyentes sobre la robustez paramétrica del algoritmo diseñado. En este ensayo, fijado en una latitud media (40° N), con un error inercial inicial de 5 kilómetros y un ruido estocástico del canal prácticamente nulo (0.01°), se inyectaron desalineaciones mecánicas severas en el sensor, escalando desde 1° hasta un escenario crítico de 10° .

El análisis transversal de las iteraciones revela un comportamiento de extrema resiliencia algorítmica, fundamentado en la capacidad de segregación del filtro de cuatro grados de libertad (4-DoF):

1. Absorción paramétrica del error sistemático

El hallazgo más significativo de esta fase es la insensibilidad de la solución geodésica frente a la magnitud del sesgo físico. En un modelo trigonométrico estándar (2-DoF), un error de apuntamiento de 10° proyectado sobre órbitas situadas a más de 1.200 kilómetros de altitud induciría divergencias posicionales del orden de cientos de kilómetros en la superficie terrestre. Sin embargo, los datos empíricos demuestran que el optimizador de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) logró contener el error final en márgenes asintóticos. Al dotar al vector de estado de las variables adicionales de sesgo en azimut y elevación, el motor matemático fue capaz de identificar la asimetría geométrica de las líneas

de visión y canalizar el 100% de la imperfección instrumental hacia dichos estados. De este modo, se evitó la corrupción de las variables bidimensionales de latitud y longitud, demostrando que el algoritmo puede operar con hardware mecánicamente degradado o bajo severas oscilaciones cinemáticas sin penalizar la estimación posicional.

2. Influencia de la densidad satelital en la observabilidad del sesgo

Aunque el mecanismo de absorción funcionó en las tres constelaciones, la capacidad de aislar el error con precisión submilimétrica varió en función de la topología de la red:

Paquete Bravo:

Operando con densidades máximas (entre 137 y 149 satélites visibles), proporcionó un entorno de observabilidad geométrica perfecto. Esta saturación de datos permitió al filtro desacoplar el sesgo de la posición con una exactitud extrema. Como resultado, el error geodésico se mantuvo en una cota virtualmente plana, registrando desviaciones mínimas entre los 5.9 y los 33.4 metros, independientemente de si la antena física estaba desviada 1° o 10° .

Paquetes Alfa y Charlie:

Con volúmenes de intercepción notablemente inferiores (entre 24 y 32 satélites), estos paquetes mostraron un error base superior, producto de variaciones en la Dilución de Precisión Geométrica (GDOP) entre las distintas ejecuciones. No obstante, al someter una misma configuración orbital a la rampa de sesgos (1° a 10°), el error posicional apenas experimentó crecimientos marginales (por ejemplo, el Paquete Charlie fluctuó únicamente de 120.09 m a 123.43 m frente a un aumento del 1000% en el error del hardware).

Paquete LEO	Sesgo ($^\circ$)	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	1	25	71
Alfa	2	25	74
Alfa	5	25	85
Alfa	10	25	98
Bravo	1	141	20
Bravo	2	141	204
Bravo	5	141	21
Bravo	10	141	22
Charlie	1	28	58
Charlie	2	28	58
Charlie	5	28	63
Charlie	10	28	71

Tabla 4-4 Media de resultados Fase 3.2 (tomada de MATLAB)

4.1.7 Fase 4.1: Matriz combinada de parámetros más probable

1. Escenario 1: Entorno tropical

El efecto conjunto de la dinámica del mar (Escala de Douglas 2 a 4) y la severa dilatación térmica de las antenas por radiación solar (temperaturas de hasta 40 °C) se modeló matemáticamente colapsando ambas perturbaciones en un único vector de ruido estocástico combinado de 2 grados (Ruido_Std = 2).

El análisis de las ejecuciones arroja los siguientes resultados:

Paquete Alfa:

El Paquete Alfa (Nominal L/S/Ku) presentó dos limitaciones principales: la baja densidad satelital característica de las regiones ecuatoriales y la fuerte perturbación física impuesta al modelo.

- La visibilidad se mantuvo en la franja de 17 a 20 satélites.
- Bajo el estrés combinado de 2°, el error del sistema experimentó fluctuaciones notables, registrando desviaciones de 136.2 m, 407.2 m y 517.9 m.

Aunque la precisión se ve degradada en comparación con latitudes más frías y estables, el hito matemático es la ausencia de divergencia. El motor SQP no colapsó; logró acotar el área de incertidumbre a un radio de medio kilómetro, asegurando la conciencia situacional básica del buque sin importar la temperatura o el oleaje.

Paquete Bravo:

El Paquete Bravo (Starlink) se confirma su precisión para despliegues en zonas tropicales exigentes.

- A pesar de estar operando cerca del ecuador, la constelación mantuvo una densidad geométrica sobresaliente, oscilando entre los 83 y 93 satélites visibles.
- Esta masiva redundancia permitió al filtro ED-WLS absorber y mitigar estadísticamente la fuerte perturbación combinada de 2°. El algoritmo logró contener el error final en márgenes sumamente operativos: 50.0 m, 125.1 m y 204.0 m.

La arquitectura de *Phased Array* demuestra ser capaz de contrarrestar el estrés termodinámico del entorno marítimo, garantizando una navegación segura.

Paquete Charlie:

El Paquete Charlie (Reserva VHF/UHF) operó con un promedio de 27 a 33 satélites.

- Al igual que en las fases anteriores, la pobre distribución espacial (alto HDOP) de estas constelaciones en la franja ecuatorial amplificó el ruido ambiental de 2°. Los errores finales se estabilizaron entre los 297.4 m y 513.1 m.

Su comportamiento es coherente con su naturaleza. Cumple su misión como sistema analógico de último recurso para mantener el rumbo de la plataforma naval cuando las bandas principales han sido neutralizadas o los sistemas mecánicos fallan por estrés térmico.

La simulación del entorno tropical valida la robustez intrínseca del algoritmo de navegación. Se demuestra empíricamente que, frente a un estrés físico combinado de 2 grados (termomecánico y estocástico), el sistema SATSOO retiene la integridad de su matriz matemática y es capaz de devolver coordenadas estables, confirmando su viabilidad para ser integrado en los futuros despliegues de la Armada en zonas climáticas adversas.

Paquete LEO	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	18	353
Bravo	88	126
Charlie	29	420

Tabla 4-5 Media de resultados Fase 4.1 Escenario 1 (tomada de MATLAB)

2. Escenario 2: Entorno oceánico

La evaluación del segundo escenario operativo combinó un entorno electromagnético favorable (bajo ruido estocástico de 0.05° , propio de latitudes medias con temperaturas moderadas) con una degradación cinemática agravada. Se inyectó un sesgo instrumental asimétrico de 3.0° en azimut y 6.0° en elevación, emulando el comportamiento de un pedestal estabilizado sometido al severo balanceo y cabeceo característico de un estado de la mar Douglas 6.

A pesar de partir de un error inercial acumulado de 5 kilómetros, el análisis de las iteraciones demuestra la solvencia de la arquitectura propuesta para operar bajo dinámicas navales violentas, destacando tres comportamientos operativos bien diferenciados:

Paquete Alfa:

Las redes profesionales (Iridium, OneWeb y Globalstar) demostraron su robustez operativa frente al oleaje. Con una intercepción media de 30 satélites, el filtro 4-DoF opera bajo una condición más exigente: estimar un sesgo instrumental elevado con una cantidad de observaciones significativamente menor. Las variaciones en la geometría orbital (GDOP) entre ejecuciones provocaron que el error fluctuara entre los 191 y los 555 metros. No obstante, desde una perspectiva táctica, la contención del error geodésico por debajo del kilómetro valida al Paquete Alfa como un sistema de navegación principal plenamente operativo durante el transcurso de un temporal severo, evitando el colapso posicional de la plataforma.

Paquete Bravo:

El rendimiento de la red Starlink en este escenario certifica el inmenso valor táctico de las mega-constelaciones densas. Operando en su franja óptima de latitud (50° N), el sistema interceptó consistentemente entre 132 y 156 vehículos espaciales. Esta masiva superposición de líneas de visión proporcionó al estimador de Mínimos Cuadrados Ponderados (ED-WLS) una observabilidad geométrica inmejorable. El motor de optimización fue capaz de aislar matemáticamente el sesgo de 6° en elevación sin transferirlo a la solución geodésica, conteniendo el error posicional final en una horquilla de entre 32 y 84 metros.

Paquete Charlie:

El conjunto de contingencia experimentó la mayor degradación matemática del ensayo. Al registrar la menor densidad satelital (entre 23 y 35 nodos visibles) combinada con órbitas altamente asimétricas, el solucionador SQP enfrentó problemas de acoplamiento paramétrico. La falta de redundancia geométrica impidió al filtro segregar de manera correcta el impacto del sesgo de cabeceo del buque respecto a la desviación posicional real. Esto se tradujo en errores remanentes que oscilaron entre los 605 y los 786 metros. Aun así, el algoritmo cumplió su objetivo primordial de supervivencia: bajo las peores condiciones de estabilidad mecánica posibles, el sistema evitó la divergencia y retuvo a la unidad naval dentro de un radio de incertidumbre inferior al kilómetro cuadrado, garantizando la navegación de emergencia en entornos GNSS-denegados.

Paquete LEO	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	29	428
Bravo	142	66
Charlie	31	700

Tabla 4-6 Media de resultados Fase 4.1 Escenario 2 (tomada de MATLAB)

4.1.8 Fase 4.2: Matriz combinada de parámetros más peligrosa por paquetes

Un verdadero *Worst-Case Scenario* (WCS) no consiste en maximizar variables arbitrariamente, sino en explotar la vulnerabilidad geométrica específica de cada constelación deducida empíricamente en las Fases 1-3, combinándola con el peor entorno físico.

Se definen tres escenarios WCS asimétricos para forzar el límite matemático del algoritmo:

Paquete Alfa

Vector WCS: [Lat: 0°, Error_INS: 1500 km, Ruido: 0.5°, Sesgo: 10°]

La Fase 1 demostró que Alfa sufre su mínima visibilidad (apenas 15 satélites) en el ecuador. Se ataca esta carencia combinándola con la ausencia de información inercial, condiciones de temporal severo y daño estructural en la antena. El análisis de las iteraciones bajo este entorno extremo confirma la resiliencia operativa del filtro matemático (ED-WLS):

- Asimetría geométrica y ruido: Conforme a las previsiones teóricas, la disponibilidad satelital se restringió a una ventana de observación de 14 a 19 satélites. Al carecer de redundancia masiva, el filtro no logró anular íntegramente la perturbación estocástica inyectada (0.5°), lo que se tradujo en la previsible expansión del polígono de incertidumbre posicional.
- Estabilidad computacional: Los errores residuales se situaron en 1850.6 m, 2035.2 m y 2534.2 m. Si bien estos márgenes exceden las tolerancias de la navegación táctica de alta precisión, el dato analítico fundamental es la ausencia de divergencia matemática: el solucionador no colapsó ni generó soluciones degeneradas ante la escasez de datos limpios.
- Capacidad de autocalibración: El mayor logro de esta fase es que el sistema consiguió converger aislando y anulando simultáneamente el sesgo físico de 10° en la antena. Acotar la posición real a un radio de ~2.5 km utilizando únicamente 14 vectores de observación altamente ruidosos demuestra la solidez de la estimación conjunta de estado.

• Paquete LEO	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Alfa	16	2140

Tabla 4-7 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Alfa (tomada de MATLAB)

Paquete Bravo

Vector WCS: [Lat: 65°, Error_INS: 1500 km, Ruido: 0.5°, Sesgo: 10°]

Al cruzar los 53° de latitud, la densidad de Starlink colapsa drásticamente. Se fuerza la convergencia en este escenario degradado, bajo condiciones de temporal extremo y asumiendo un sesgo electrónico de 10° en el Array. El análisis de las ejecuciones bajo este escenario subpolar revela los límites estadísticos de la constelación de alta densidad:

- Pérdida de robustez estadística: Tal y como determinó la justificación teórica, al operar en el paralelo 65°, la visibilidad de Starlink colapsó desde los más de 130 satélites habituales a una ventana de apenas 38 a 43 satélites. Esta drástica reducción priva al filtro de Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS) de su principal ventaja: la redundancia masiva necesaria para cancelar matemáticamente la varianza de un ruido estocástico agravado (0.5°).
- Impacto en la precisión: Como consecuencia directa de esta pérdida de redundancia, los errores finales registrados se elevaron a 1383.5 m y 1401.2 m. Al no disponer de un volumen de datos suficiente para promediar las perturbaciones del oleaje, la incertidumbre posicional se estabiliza en la franja kilométrica, perdiendo la capacidad de precisión táctica demostrada en latitudes medias.
- Resiliencia computacional: A pesar del incremento en el error final, el algoritmo ED-WLS superó la prueba de estrés. El solucionador matemático no colapsó frente a la contradicción geométrica; fue capaz de arrastrar la solución desde los 1500 km de error inercial inicial e identificar exitosamente el sesgo electrónico de 10° inyectado en el Array.

• Paquete LEO	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Bravo	41	1392.35

Tabla 4-8 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Bravo (tomada de MATLAB)

Paquete Charlie

Vector WCS: [Lat: 0°, Error_INS: 1500 km, Ruido: 0.5°, Sesgo: 10°]

Las constelaciones de reserva presentan su peor Dilución de Precisión (HDOP) en la franja ecuatorial. Esta prueba evalúa el comportamiento del algoritmo al combinar esta geometría espacial dispersa con un temporal severo (0.5° de ruido por oleaje) y un error de apuntamiento equivalente a un sesgo de 10°. El análisis en este escenario de máxima degradación permite valorar la viabilidad de los sistemas de respaldo:

- El Problema del HDOP frente a la disponibilidad: A diferencia del Paquete Alfa, la constelación Charlie logró mantener un número de satélites visibles relativamente estable en el ecuador, operando con una ventana de 31 a 33 satélites. Sin embargo, la pobre distribución geométrica de estas órbitas provocó que las líneas de visión se concentraran en zonas muy específicas de la bóveda celeste.
- Amplificación del error estocástico: Al proyectar un ruido severo (0.5°) sobre una topología con mal HDOP, el polígono de incertidumbre se expandió significativamente. Los errores residuales finales se fijaron en 1926.7 m, 2646.1 m y 2892.1 m. La falta de ortogonalidad entre los vectores satelitales impidió que el filtro de Mínimos Cuadrados mitigara la varianza de la señal de manera eficiente.
- Límite de supervivencia del filtro: A pesar de registrar los mayores errores absolutos de todo el banco de pruebas (rozando los 3 kilómetros de desvío), el algoritmo ED-WLS demostró nuevamente su estabilidad algorítmica. El solucionador asimiló la incertidumbre inicial de 1500 km y anuló la deformación del mástil de 10°, forzando la convergencia matemática del sistema y evitando el desbordamiento del motor SQP.

• Paquete LEO	Número de Satélites Visibles	Error Final (m)
Charlie	32	2488.3

Tabla 4-9 Media de resultados Fase 4.2 Paquete Charlie (tomada de MATLAB)

4.2 Estimación de posición basada en medidas angulares con hardware real

4.2.1 Planteamiento de la prueba

Para evaluar la respuesta algorítmica del motor de navegación frente a las perturbaciones inherentes al hardware físico, se diseñó un ensayo de captación estática. La prueba se ejecutó utilizando un array circular de 8 antenas GNSS posicionado en la cubierta del edificio de laboratorios de investigación del Centro Universitario de la Defensa (CUD). Las coordenadas geodésicas de dicha instalación (Latitud 42.39748° N, Longitud -8.70680° E), estas se establecieron como las coordenadas reales a obtener por el código.

El ensayo consistió en la adquisición empírica de los ángulos de Azimut y Elevación correspondientes a siete satélites de la constelación GPS. A diferencia de las simulaciones, estas lecturas introducen en el sistema el ruido térmico del receptor y los errores sistemáticos de calibración mecánica de la antena reales, por lo que no hace falta simular ningún error más a mayores. Los datos se introdujeron en el simulador de forma manual, forzando al sistema a ejecutar dos procesos de forma autónoma. En primer lugar, se debe resolver el problema de la identidad de la señal: el algoritmo empareja las detecciones anónimas de la antena con la posición teórica de los satélites (Efemérides TLE) calculando la distancia más corta entre ellos en la bóveda celeste (distancia ortodrómica). En segundo lugar, una vez identificados los satélites, se ejecuta el motor geométrico para calcular la posición del receptor. Para ello, se utiliza un filtro de mínimos cuadrados (ED-WLS) configurado con cuatro grados de libertad, lo que permite al sistema estimar simultáneamente la latitud y longitud del buque, al mismo tiempo que calcula y neutraliza los posibles errores físicos de nivelación y orientación de la antena (sesgos en azimut y elevación).

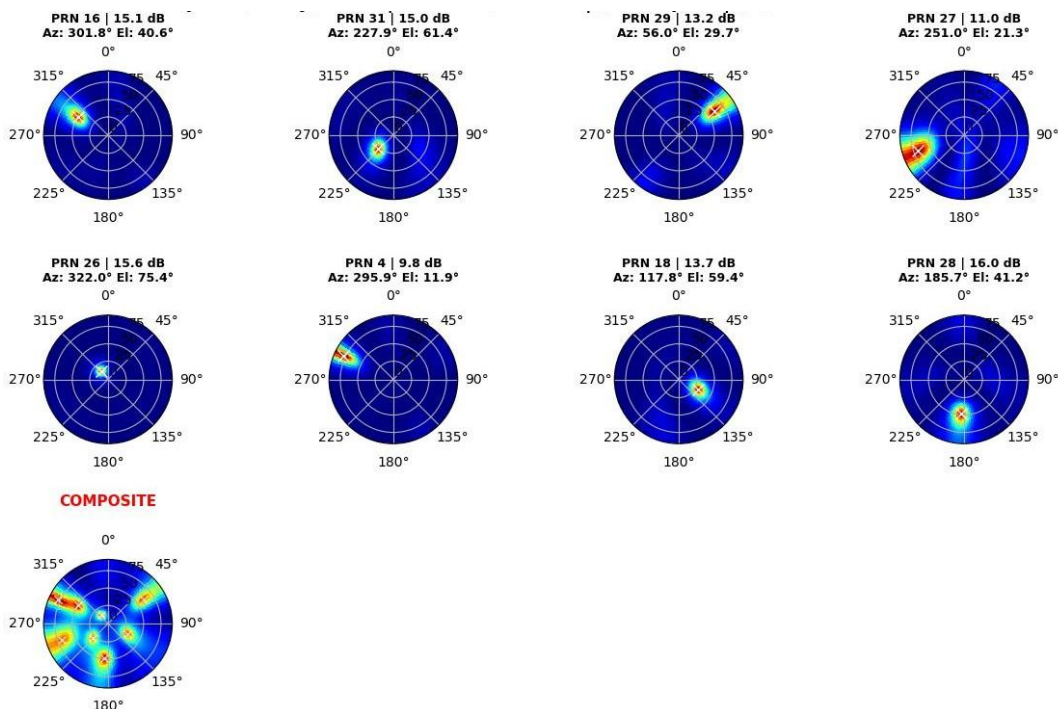


Figura 4-2 Resultados obtenidos por antena real (Fuente: MATLAB)

4.2.2 Adaptación del entorno de simulación para la incorporación de datos reales

La transición desde un entorno de simulación puramente sintético a un banco de pruebas capaz de procesar señales reales requirió una refactorización importante del código. Mientras que en simulación el sistema funciona como un entorno cerrado que genera y degrada sus propias observaciones, la

validación con la antena instalada en los laboratorios del Centro Universitario de la Defensa, ilustrada en la Figura 4-2, obligó a transformar el software en un procesador pasivo de datos asíncronos.



Figura 4-3 Antena real tipo “patch” (Fuente: MATLAB)

Las modificaciones implementadas en el código se estructuraron en tres partes fundamentales:

1. Sincronización temporal y determinismo orbital

En el entorno de simulación nominal, el motor de propagación iteraba basándose en el reloj dinámico del sistema operativo (`datetime(\"now\")`) y descargaba las efemérides actualizadas directamente de los servidores de CelesTrak. Para el escenario real, este enfoque invalidaría la prueba. Las observaciones son "fotografías" del cielo capturadas en un instante exacto del pasado.

Por consiguiente, se suprimió el enlace de red y se implementó la función de análisis estructural `parseCustomDTG`. Este módulo permite inyectar manualmente la marca de tiempo (ej. 25112232ZFEB26) correspondiente al momento exacto de la medición física, convirtiéndola al estándar *Coordinated Universal Time* (UTC). Paralelamente, el sistema se reconfiguró para operar en modo offline, forzando la lectura de un archivo local de efemérides (`mi_archivo_tle.txt`). Esta congelación de los datos TLE asegura la reproducibilidad de la dinámica orbital; el motor ECEF propaga la posición de los satélites calculando exactamente dónde se encontraban en la bóveda celeste en el instante de la captura, evitando discrepancias por la actualización natural de las órbitas con el paso de los días.

2. Eliminación de perturbaciones simuladas

En la versión de simulación, la validación del filtro ED-WLS se lograba inyectando ruido gaussiano (`randn`) y un sesgo sistemático predefinido (`pointingBias`) sobre la solución calculada. En la versión de prueba empírica, este bloque generador fue eliminado por completo. Las matrices de azimut y elevación simuladas fueron sustituidas por arreglos de datos duros (`az_medido`, `el_medido`) provenientes directamente del hardware de interceptación. En esta arquitectura, el ruido térmico, la refracción atmosférica y el error de calibración de la antena ya están intrínsecamente embebidos en el dato de entrada, transfiriendo al optimizador de Programación Cuadrática Secuencial (SQP) el reto exclusivo de mitigar el error físico real, sin contaminación adicional.

3. Implementación del módulo de asociación de datos

La divergencia arquitectónica más crítica entre ambas versiones radica en el origen y la trazabilidad de la información espacial.

En el entorno de simulación puramente sintético, el sistema actúa como generador de datos: el motor extrae la posición real y exacta del buque, calcula matemáticamente los ángulos de visión perfectos hacia los satélites y, acto seguido, corrompe estos ángulos inyectándoles ruido y sesgo para simular las lecturas de una antena. Al ser el propio software quien fabrica la observación degradada a partir de la verdadera, el sistema conserva internamente el identificador único (ID) de cada satélite. No necesita "adivinar" a quién pertenece cada señal.

Por el contrario, en el escenario físico real, el flujo de datos se invierte y el sistema actúa como un receptor pasivo. Las mediciones captadas por la antena del CUD ingresan al motor de cálculo como un vector de ángulos anónimos, carentes de cualquier metadato que indique de qué satélite provienen.

Para resolver este problema de correlación, se diseñó e integró un bucle de asociación geométrica que se ejecuta justo antes de la fase de optimización. Este algoritmo opera del siguiente modo: extrae la posición inicial estimada del receptor (guess) y, consultando el archivo de efemérides TLE, calcula las coordenadas angulares teóricas (es decir, hacia dónde debería apuntar la antena para ver los satélites si esa posición inicial fuera correcta). Posteriormente, el sistema cruza esta plantilla teórica con las señales anónimas medidas en la realidad, emparejando cada observación con el satélite candidato más próximo en la bóveda celeste. Para cuantificar esta proximidad, el algoritmo evalúa la distancia ortodrómica entre el punto medido y el teórico utilizando la siguiente expresión:

$$\theta = \arccos(\sin(El_{obs})\sin(El_{th}) + \cos(El_{obs})\cos(El_{th})\cos(Az_{obs} - Az_{th})) \quad (17)$$

Donde El_{obs} y Az_{obs} representan los ángulos medidos por el hardware, y El_{th} y Az_{th} representan los ángulos teóricos calculados por el motor de propagación. Mediante la minimización de θ frente a un umbral de tolerancia restrictivo (5 grados), el sistema logra emparejar cada señal anónima con su correspondiente nodo espacial, habilitando la posterior formulación de la matriz de residuos para el filtro de cuatro grados de libertad.

4.2.3 Resultados de la medición real

Una vez alcanzada la convergencia del algoritmo de optimización basado en Programación Cuadrática Secuencial (SQP), se evaluó la calidad de la solución comparando la posición estimada por el modelo con la posición real conocida del laboratorio de investigación del Centro Universitario de la Defensa (CUD). Esta comparación, realizada en términos de distancia sobre el modelo terrestre utilizado, permitió cuantificar el error final del sistema, obteniéndose un error posicional de 115 metros, con variaciones del orden de ± 1 metro entre mediciones. Este valor refleja la diferencia entre la solución calculada y la posición real tras el proceso iterativo del algoritmo, incluyendo los efectos de la geometría de los satélites y del ruido presente en las observaciones.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

Se presentarán las conclusiones obtenidas y se explicará si se alcanzaron o no (y por qué razón, en este último caso) los objetivos establecidos al inicio del TFG. Se presentarán, asimismo, las posibles líneas futuras en las que se podría seguir trabajando para mejorar y ampliar el TFG presentado.

El presente Trabajo Fin de Grado ha abordado la viabilidad del posicionamiento mediante señales de satélites de oportunidad (SATSOO) en un contexto naval, partiendo de un enfoque basado en observables angulares. El objetivo no ha sido desarrollar un sistema operativo completo, sino formular correctamente el problema, implementar un algoritmo coherente y evaluar su comportamiento bajo distintas condiciones. A la vista de los resultados obtenidos, puede considerarse que este objetivo general se ha alcanzado.

La primera conclusión relevante es que el posicionamiento SATSOO basado únicamente en ángulos es técnicamente posible, pero presenta una sensibilidad elevada a la geometría de los satélites, al nivel de ruido y al diseño del algoritmo. El problema formulado es no lineal y de observabilidad limitada, lo que obliga a utilizar técnicas de optimización robustas y a tratar cuidadosamente las observaciones disponibles. En este sentido, el trabajo ha permitido establecer una formulación clara del problema y desarrollar un modelo geométrico consistente en coordenadas ECEF, incorporando correctamente aspectos como la circularidad angular, las condiciones de observabilidad y la acotación del espacio de búsqueda.

En relación con el desarrollo algorítmico, se ha demostrado que una arquitectura basada en optimización no lineal, combinada con estrategias como MultiStart y mínimos cuadrados ponderados dependientes de la elevación (ED-WLS), permite obtener soluciones estables y coherentes con la física del problema. La ponderación por elevación ha resultado especialmente adecuada, ya que permite ajustar la contribución de cada observación en función de su fiabilidad geométrica, mejorando el comportamiento global del estimador.

El análisis de resultados confirma que la geometría satelital es uno de los factores más determinantes en la calidad de la solución. Configuraciones con mayor densidad de satélites y mejor distribución angular proporcionan errores significativamente menores, mientras que constelaciones más limitadas o mal distribuidas degradan notablemente la precisión. En este sentido, el trabajo valida que no solo importa el número de satélites visibles, sino también su disposición en el espacio y la selección de subconjuntos adecuados.

Asimismo, se ha comprobado que el sistema presenta una buena estabilidad frente a la estimación inicial cuando se emplea una estrategia MultiStart. Esta sirve para evadir mínimos locales y asegurar el mínimo global al tener múltiples puntos de inicio, reduciendo la dependencia del punto de partida incluso

en escenarios con incertidumbre elevada. Desde el punto de vista computacional, el algoritmo resulta viable en tiempo real una vez resuelta la propagación inicial de efemérides, identificándose esta última como el principal cuello de botella del sistema.

En escenarios degradados, el sistema no mantiene precisiones elevadas, pero sí conserva una capacidad de estimación acotada sin colapsar matemáticamente. Esto implica que, aunque no sustituye a GNSS en términos de exactitud, puede proporcionar una solución de navegación degradada en situaciones donde no se dispone de referencias fiables. Esta característica es especialmente relevante en el contexto naval considerado.

La validación con datos de hardware real confirma esta tendencia. El error obtenido, del orden de 115 metros, es superior al de las simulaciones, pero demuestra que el sistema es funcional fuera del entorno sintético, aunque afectado por limitaciones prácticas como el ruido de medida, los sesgos instrumentales o la simplificación del modelo.

En conjunto, puede concluirse que el posicionamiento SATSOO mediante medidas angulares es viable como solución complementaria de navegación, pero no como sustituto completo de los sistemas GNSS. Su rendimiento depende de forma crítica de la geometría, la calidad de las observaciones y las condiciones del entorno, por lo que su papel más realista es el de sistema de respaldo en escenarios GNSS-denegados.

5.2 Líneas futuras

A partir de las conclusiones obtenidas y de las limitaciones identificadas durante el desarrollo y validación de este Trabajo Fin de Grado, se proponen las siguientes líneas de investigación futuras para continuar la evolución y perfeccionamiento del sistema de navegación SATSOO:

- Refinamiento del modelado físico y del canal de propagación: El modelo actual agrupa las perturbaciones del canal en un término de ruido gaussiano. Como línea futura, se propone incorporar modelos más realistas, incluyendo detalladamente efectos de refracción atmosférica (ionosfera y troposfera) en bandas concretas, *multipath* marítimo, un modelo realista de las oscilaciones de un buque en navegación, modelos que evalúen el estrés térmico sobre los equipos y condiciones meteorológicas. Esto permitiría evaluar el sistema bajo condiciones más próximas a la realidad operativa.
- Evolución del modelo hacia navegación dinámica y filtrado temporal: El modelo actual ha sido evaluado bajo un régimen estrictamente estático. Una evolución natural consiste en la implementación de un filtro recursivo, como un Filtro de Kalman Extendido (EKF) o un filtro invariante, que permita modelar la cinemática del buque (posición, velocidad y rumbo). Esto dotaría al sistema de memoria temporal, mejoraría la estabilidad de la solución y reduciría la sensibilidad al ruido en las observaciones.
- Hibridación con sistemas de navegación inercial (INS): Dado que el algoritmo ED-WLS ha demostrado capacidad de convergencia incluso con errores de inicialización elevados, se plantea el desarrollo de arquitecturas de acoplamiento con sistemas inerciales (IMU), tanto en esquemas de acoplamiento débil como fuerte. En este contexto, el sistema SATSOO podría actuar como fuente de corrección de deriva para el sistema inercial, mejorando la precisión global en escenarios GNSS-denegados.
- Integración de observables adicionales (Doppler y modelos híbridos): Aunque el enfoque basado únicamente en ángulos (*Bearing-Only*) ha demostrado ser viable, la incorporación de observables adicionales, especialmente Doppler (FDOA), permitiría incrementar significativamente la observabilidad del sistema. Esta integración resultaría especialmente beneficiosa en escenarios

con baja densidad de satélites o geometrías desfavorables, reduciendo la incertidumbre en la estimación de posición.

- Simulación de interferencias y entornos de guerra electrónica (EW): Dado el uso de señales LEO en bandas de alta frecuencia, resulta necesario modelar la coexistencia de múltiples señales interferentes, así como escenarios de interferencia deliberada (jamming) o suplantación (spoofing). Este análisis permitiría evaluar los límites de resiliencia del sistema y su comportamiento en entornos hostiles.
- Ampliación de la validación experimental en entorno real: Tras la validación inicial con hardware en entorno estático, se propone avanzar hacia pruebas dinámicas embarcadas en plataformas navales reales. Este tipo de ensayos permitiría evaluar el comportamiento del sistema frente a perturbaciones reales como cabeceo y balanceo, así como validar la robustez de la arquitectura en condiciones operativas.
- Optimización de la arquitectura computacional y gestión de efemérides: Se ha identificado que el principal cuello de botella del sistema reside en la carga y propagación de efemérides (TLE). Como mejora, se propone el desarrollo de arquitecturas de procesamiento asíncrono o multihilo, donde la propagación orbital (por ejemplo, mediante SGP4) se realice en segundo plano, permitiendo que el núcleo de estimación opere en tiempo real sin penalizaciones.
- Análisis de integración en plataformas navales reales: Finalmente, se plantea estudiar la implementación del sistema considerando restricciones reales de hardware, antenas, sensores disponibles y capacidad de procesamiento a bordo de forma detallada. Este análisis permitiría evaluar la viabilidad operativa del sistema como solución de respaldo en buques de la Armada.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Rügamer and D. Kowalewski, “Jamming and Spoofing of GNSS Signals-An Underestimated Risk?!,” 2015.
- [2] N. Bowditch, “American Practical Navigator,” 2019. [Online]. Available: <https://msi.nga.mil/Publications/APN>
- [3] F. S. Prol *et al.*, “Position, Navigation, and Timing (PNT) Through Low Earth Orbit (LEO) Satellites: A Survey on Current Status, Challenges, and Opportunities,” 2022. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3194050.
- [4] M. Khalaf-Allah, “Emitter location with azimuth and elevation measurements using a single aerial platform for electronic support missions,” 2021. doi: 10.3390/s21123946.
- [5] M. Imad, A. Grenier, X. Zhang, J. Nurmi, and E. S. Lohan, “Ionospheric Error Models for Satellite-Based Navigation—Paving the Road towards LEO-PNT Solutions,” 2024. doi: 10.3390/computers13010004.
- [6] T. A. Stansell, “The Transit Navigation Satellite System,” 1983.
- [7] Z. Tan, H. Qin, L. Cong, and C. Zhao, “Positioning using IRIDIUM satellite signals of opportunity in weak signal environment,” 2020. doi: 10.3390/electronics9010037.
- [8] Z. M. Kassas, J. Khalife, A. A. Abdallah, and C. Lee, “I Am Not Afraid of the GPS Jammer: Resilient Navigation Via Signals of Opportunity in GPS-Denied Environments,” 2022. doi: 10.1109/MAES.2022.3154110.
- [9] J. Khalife, M. Neinavaie, and Z. Z. Kassas, “The First Carrier Phase Tracking and Positioning Results With Starlink LEO Satellite Signals,” 2022. doi: 10.1109/TAES.2021.3113880.
- [10] S. Kozhaya, H. Kanj, and Z. M. Kassas, “Multi-Constellation Blind Beacon Estimation, Doppler Tracking, and Opportunistic Positioning with OneWeb, Starlink, Iridium NEXT, and Orbcomm LEO Satellites,” 2023. doi: 10.1109/PLANS53410.2023.10139969.
- [11] S. Hayek, J. Saroufim, S. Kozhaya, W. Barrett, and Z. M. Kassas, “Demonstration of Ground Vehicle Navigation with Non-cooperative Multi-constellation LEO Satellites,” 2024. doi: 10.33012/2024.19891.
- [12] M. G. Kim and H. S. Jo, “Performance Analysis of NB-IoT Uplink in Low Earth Orbit Non-Terrestrial Networks †,” 2022. doi: 10.3390/s22187097.

- [13] Q. Qi, T. Hong, and G. Zhang, "Positioning-Based Uplink Synchronization Method for NB-IoT in LEO Satellite Networks," 2025. doi: 10.3390/sym17070984.
- [14] T. Yan, Y. Wang, L. Bian, and Y. Meng, "Signal Design and Compatibility Assessment for LEO Navigation Augmentation System †," 2025. doi: 10.3390/engproc2025088017.
- [15] N. Jardak and Q. Jault, "The Potential of LEO Satellite-Based Opportunistic Navigation for High Dynamic Applications," 2022. doi: 10.3390/s22072541.
- [16] J. He, S. Ni, H. Lin, Z. Liu, and Z. Xiao, "Survey on positioning technology based on signal of opportunity from low earth orbit," 2025. doi: 10.3389/fphy.2025.1592447.
- [17] J. Saroufim and Z. M. Kassas, "Ephemeris and Timing Error Disambiguation Enabling Precise LEO PNT," 2025, *IEEE*. doi: 10.1109/TAES.2025.3526111.
- [18] J. J. Khalife and Z. M. Kassas, "Receiver Design for Doppler Positioning with Leo Satellites," 2019. doi: 10.1109/ICASSP.2019.8682554.
- [19] S. Shahcheraghi, J. Saroufim, and Z. M. Kassas, "Acquisition, Doppler Tracking, and Differential LEO-Aided IMU Navigation With Uncooperative Satellites," 2025, *IEEE*. doi: 10.1109/MAES.2025.3529404.
- [20] S. Kozhaya and Z. M. Kassas, "A First Look at the OneWeb LEO Constellation: Beacons, Beams, and Positioning," 2024, *IEEE*. doi: 10.1109/TAES.2024.3410252.
- [21] and J. F. S.-J. S. San-Martin, Montserratin, Ivan Perez, Rosario Lopez, "HYBRID SGP4: TOOLS AND METHODS Montserrat," 2016.
- [22] N. Jardak and R. Adam, "Practical Use of Starlink Downlink Tones for Positioning," 2023. doi: 10.3390/s23063234.
- [23] M. He, G. Cui, W. Wang, X. Cheng, and L. Xu, "Interference Situational Aware Beam Pointing Optimization for Dense LEO Satellite Communication System," 2024. doi: 10.3390/electronics13061096.
- [24] Q. Hu, Y. Jiang, J. Zhang, X. Sun, and S. Zhang, "Development of an automatic identification system autonomous positioning system," 2015. doi: 10.3390/s151128574.
- [25] A. Esmaeilkhah and R. J. Landry, "Spatial Sensitivity of Navigation Using Signal-of-Opportunity (SoOP) from Starlink, Iridium-Next, GlobalStar, OneWeb, and Orbcomm Constellations †," 2025. doi: 10.3390/engproc2025088029.
- [26] C. A. Ogaja, "GNSS Data Processing," 2013. doi: 10.1007/978-3-030-91821-7_7.
- [27] K. Çelikbilek and E. S. Lohan, "LEO-PNT Performance Metrics: An Extensive Comparison Between Different Constellations," 2024.
- [28] J. Steiner, J. Havlíček, T. Duša, and G. Heinrichs, "The Vulnerability of Inland Waterway AIS to GNSS Radio Frequency Interference †," 2023. doi: 10.3390/ENC2023-15461.
- [29] A. N. Bishop, B. D. O. Anderson, B. Fidan, P. N. Pathirana, and G. Mao, "Bearing-only localization using geometrically constrained optimization," 2009. doi: 10.1109/TAES.2009.4805281.
- [30] R. B. Langley, "Dilution of Precision," 1999. [Online]. Available: http://www.ceri.memphis.edu/people/rsmalley/ESCI7355/gpsworld_may99.pdf
- [31] D. A. Vallado and P. Crawford, "SGP4 orbit determination," 2008. doi: 10.2514/6.2008-6770.
- [32] S. Hayek, J. Saroufim, and Z. M. Kassas, "Analysis and Correction of LEO Satellite Propagation Errors with Application to Navigation," 2024. doi: 10.33012/2024.19890.
- [33] E. Héry, S. Masi, P. Xu, and P. Bonnifait, "Map-based curvilinear coordinates for autonomous

vehicles,” 2017. doi: 10.1109/ITSC.2017.8317775.

- [34] P. Martínez Truchaud and E. Global, “La diplomacia naval: El poder inteligente de la Armada en el escenario global,” 2026.
- [35] L. M. Luis, B. S. Santos, R. F. de Lima, R. C. Bell, S. J. Norder, and M. Melo, “Physical Geography of the Gulf of Guinea Oceanic Islands,” 2022. doi: 10.1007/978-3-031-06153-2.
- [36] “ESCALAS DE VIENTO Y OLEAJE,” 2026.
- [37] MIL-STD-810H, “High temperature,” 2009.
- [38] SBAS Ionospheric Working Group, “Effect of Ionospheric Scintillations on GNSS - A White Paper,” 2010.
- [39] ITU, “Transionospheric radio propagation - The Global Ionospheric Scintillation Model (GISM),” 2007.
- [40] F. J. R. Domínguez and J. R. Marín López, “Comparison of different roll motion controls for a 49-m mono-hull passenger ship in beam waves,” 2020. doi: 10.18687/LACCEI2020.1.1.253.
- [41] E. Edition *et al.*, “FORCES IN EASTERN s de Defensa,” 2024.
- [42] A. Umlaufova, “NATO-EU Maritime Cooperation,” 2016. [Online]. Available: https://www.studentsummit.cz/wp-content/uploads/2019/02/NATO_cooperation_final.pdf
- [43] E. S. Division, “Report on the AMF2 RPH Stabilization Platform : Design and Evaluation,” 2012.

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

En cumplimiento del Sello Internacional de Calidad EUR-ACE y del sub-resultado de aprendizaje 3.1, este anexo expone las principales implicaciones sociales, de seguridad, ambientales, económicas e industriales asociadas al presente Trabajo Fin de Grado, titulado “*Evaluación del Posicionamiento con Señales de Satélites de Oportunidad (SATSOO) mediante Simulación*”.

Aunque la memoria se centra principalmente en el desarrollo teórico, algorítmico y de simulación de un sistema alternativo de posicionamiento para plataformas navales, el propio objeto de estudio implica de forma directa una serie de consideraciones no estrictamente técnicas que conviene identificar y valorar. En particular, el trabajo parte de una realidad claramente expuesta en la memoria: la dependencia actual de los sistemas GNSS, su vulnerabilidad frente a interferencias o suplantación, y la necesidad de contar con soluciones de respaldo más resilientes para mantener la navegación en entornos complejos, especialmente en el ámbito marítimo y naval. Estas ideas aparecen reflejadas de forma transversal en el estado del arte, en la discusión sobre robustez, interferencias y disponibilidad, y en los apartados dedicados a los casos de aplicación en entorno marítimo y naval.

1. Implicaciones sociales y de seguridad

La principal implicación social del trabajo radica en su contribución potencial a la seguridad de la navegación. En la actualidad, buques civiles y militares dependen de forma muy intensa de los sistemas GNSS para obtener posición, rumbo, sincronización temporal y apoyo a la toma de decisiones. Cuando esa capacidad se degrada o desaparece, ya sea por fallo técnico, interferencia accidental o acción deliberada, aumentan de forma inmediata los riesgos operativos: errores de navegación, pérdida de conciencia situacional, incremento de la probabilidad de colisión, dificultad para mantener derrota seguras y degradación general de la seguridad marítima.

Desde este punto de vista, investigar soluciones alternativas como SATSOO tiene un interés social claro. Aunque el presente TFG no desarrolla un producto embarcable final, sí estudia mediante simulación la viabilidad de una arquitectura de posicionamiento pasivo capaz de aportar redundancia frente a la pérdida de GNSS. Esa redundancia no solo tendría valor militar, sino también civil, ya que podría beneficiar en el futuro a buques mercantes, pesqueros, unidades de salvamento o plataformas que operan en zonas alejadas de costa, donde las ayudas externas son escasas o inexistentes.

Asimismo, el enfoque pasivo de las señales de oportunidad presenta una ventaja adicional desde el punto de vista de la seguridad: el receptor no necesita emitir, sino únicamente captar señales ya existentes en el entorno. Esto reduce la exposición electromagnética propia de la plataforma y favorece un empleo más discreto, algo especialmente relevante en escenarios tácticos, pero también útil en términos generales de robustez operativa.

No obstante, conviene señalar una limitación importante: un sistema de este tipo no debe entenderse como sustituto inmediato y absoluto del GNSS.

2. Implicaciones en salud y seguridad operacional

Aunque el trabajo no aborda directamente riesgos para la salud humana en sentido biomédico, sí presenta una dimensión clara de seguridad operacional. En el ámbito naval, una degradación severa del posicionamiento puede comprometer la maniobra del buque, la seguridad de la dotación y el éxito de la misión. Un error de localización en zonas de tráfico marítimo, pasos estrechos, navegación nocturna o condiciones meteorológicas adversas puede tener consecuencias graves.

Bajo esta perspectiva, el desarrollo de sistemas redundantes de posicionamiento puede considerarse una medida indirecta de protección de las personas. Disponer de una solución alternativa cuando GNSS deja de ser fiable mejora la capacidad del buque para seguir navegando con criterios de seguridad aceptables, reduce la dependencia de una única fuente de PNT y contribuye a disminuir la probabilidad de incidentes derivados de la pérdida de referencia geográfica.

También existe una implicación de seguridad tecnológica. La memoria analiza de forma expresa amenazas como el jamming y el spoofing, así como la interferencia entre señales y la necesidad de gestionar adecuadamente la robustez del sistema frente a escenarios degradados. Este enfoque es coherente con una ingeniería orientada a la seguridad, ya que no se limita a estudiar el rendimiento en condiciones ideales, sino que tiene en cuenta el comportamiento del sistema cuando el entorno electromagnético deja de ser benigno.

3. Implicaciones ambientales

Las implicaciones ambientales del presente TFG son limitadas, pero no inexistentes. Al tratarse de un trabajo de simulación desarrollado en MATLAB, no se ha diseñado ni fabricado un prototipo físico, ni se han realizado campañas experimentales embarcadas, ni se han utilizado materiales o procesos industriales con impacto ambiental directo significativo. Por ello, la huella ambiental inmediata del trabajo es reducida y se limita esencialmente al consumo energético asociado al uso de equipos informáticos durante el desarrollo, ejecución de simulaciones y tratamiento de resultados.

Aun así, desde una perspectiva más amplia, sí pueden identificarse varias consideraciones ambientales relevantes. En primer lugar, el hecho de estudiar el aprovechamiento de señales ya existentes en el entorno implica, en teoría, una cierta eficiencia de infraestructura: en lugar de depender exclusivamente de nuevos sistemas dedicados, se exploran formas de reutilizar transmisiones ya desplegadas por otras constelaciones. Esta idea no elimina el impacto ambiental del sector espacial, pero sí apunta a una lógica de aprovechamiento de recursos existentes.

En segundo lugar, cualquier futura implantación real de sistemas SATSOO a bordo requeriría hardware adicional: antenas, receptores multibanda, procesadores y posibles sistemas auxiliares. Esa materialización sí tendría un coste ambiental asociado en términos de fabricación, mantenimiento, consumo eléctrico y eventual sustitución de equipos. Por tanto, desde el punto de vista ambiental, una futura evolución del trabajo debería valorar no solo la mejora en resiliencia, sino también el impacto derivado del número de sensores necesarios, su consumo energético y su ciclo de vida.

En consecuencia, en este TFG no procede desarrollar una evaluación ambiental detallada, porque el alcance del trabajo no llega a la fase de diseño industrial ni de implantación real. Sin embargo, sí procede dejar constancia de que, si el sistema evolucionara hacia un prototipo operativo, sería necesario incorporar criterios de ecoeficiencia, minimización de hardware, optimización energética y evaluación del ciclo de vida de los componentes.

4. Implicaciones económicas e industriales

Las implicaciones económicas del trabajo son más claras. La memoria recoge expresamente que, además de la precisión, en un sistema real deben valorarse factores como el coste, el consumo, la complejidad del hardware, el número de antenas necesarias, el espacio a bordo y la capacidad de procesamiento requerida. Esto es especialmente relevante en plataformas navales, donde cualquier nuevo sistema compite por volumen, peso, potencia eléctrica, integración y mantenimiento.

En el plano industrial, el tema del TFG enlaza con una tendencia clara: el desarrollo de receptores capaces de trabajar con señales heterogéneas, constelaciones no dedicadas y entornos electromagnéticos degradados. Esto puede tener interés para la industria de defensa, la industria naval y el sector espacial,

especialmente en ámbitos relacionados con navegación resiliente, guerra electrónica defensiva, autonomía de plataformas y sistemas PNT alternativos.

5. Implicaciones estratégicas e industriales en el ámbito naval

Dado que el trabajo está orientado a aplicaciones para buques de la Armada, existe además una implicación estratégica evidente. La dependencia excesiva de una única fuente de posicionamiento constituye una vulnerabilidad operativa. Cualquier tecnología que contribuya a diversificar las fuentes de PNT refuerza la autonomía de la plataforma y reduce su fragilidad frente a entornos hostiles.

Desde el punto de vista industrial y tecnológico, esto se traduce en una oportunidad para avanzar en capacidades nacionales o aliadas relacionadas con sensores de navegación alternativa, integración de señales no cooperativas, procesado en tiempo real y sistemas embarcados resilientes. Aunque el TFG no desarrolla un sistema final ni entra en fases de certificación, integración naval o validación embarcada, sí se sitúa conceptualmente dentro de una línea de trabajo con interés práctico para la defensa y para la ingeniería de sistemas navales.

6. Conclusión del anexo

Como conclusión, el presente TFG posee implicaciones sociales, de seguridad, económicas e industriales relevantes, aunque su dimensión ambiental directa sea reducida por tratarse de un trabajo de simulación. Su principal aportación en estos planos consiste en estudiar una línea tecnológica orientada a mejorar la resiliencia del posicionamiento en plataformas navales ante fallos o degradación del GNSS, con el consiguiente impacto positivo potencial sobre la seguridad de la navegación y la continuidad operativa.

Al mismo tiempo, el trabajo también pone de manifiesto que la utilidad real de estas soluciones dependerá de su validación experimental, de su coste de integración, de su consumo de recursos y de su comportamiento en escenarios reales más complejos que los simulados. Precisamente por ello, este TFG no solo tiene interés técnico, sino también valor formativo desde la perspectiva EUR-ACE, al demostrar conciencia sobre los condicionantes sociales, operativos, económicos, ambientales e industriales que acompañan al diseño de un sistema de ingeniería aplicado al ámbito naval.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

En cumplimiento del Sello Internacional de Calidad EUR-ACE y del sub-resultado de aprendizaje 6.1, el presente anexo recoge una reflexión crítica sobre las implicaciones éticas y sociales asociadas al trabajo desarrollado, titulado “*Evaluación del Posicionamiento con Señales de Satélites de Oportunidad (SATSOO) mediante Simulación*”.

El desarrollo de sistemas de posicionamiento alternativos en entornos GNSS denegados no es únicamente un reto técnico, sino que también plantea cuestiones relevantes desde el punto de vista ético y social. En el contexto de este trabajo, orientado a aplicaciones navales y basado en el uso de señales no cooperativas, resulta necesario analizar las implicaciones asociadas al uso, alcance y posible aplicación de este tipo de tecnologías más allá de su rendimiento técnico.

1. Naturaleza dual de la tecnología

El sistema estudiado en este TFG presenta una clara naturaleza de uso dual (dual-use). Por un lado, puede contribuir a mejorar la capacidad operativa en entornos degradados, permitiendo que buques civiles y militares mantengan una solución de posicionamiento cuando los sistemas GNSS no están disponibles o han sido degradados. Desde esta perspectiva, la tecnología tiene un impacto positivo, ya que aumenta la resiliencia, reduce riesgos operativos y mejora la continuidad de las operaciones en situaciones adversas.

Sin embargo, esa misma capacidad puede ser utilizada en contextos menos deseables. Un sistema capaz de posicionarse de forma autónoma y pasiva, sin depender de infraestructuras dedicadas ni emitir señales propias, podría ser empleado por actores no estatales o adversarios para operar en entornos donde GNSS ha sido bloqueado deliberadamente. Esto incluye aplicaciones potenciales en escenarios de conflicto o actividades ilícitas.

Por tanto, el desarrollo de este tipo de tecnologías plantea un dilema ético inherente: la mejora de capacidades técnicas legítimas puede, simultáneamente, facilitar usos no controlados o perjudiciales. Este hecho no invalida la investigación, pero sí obliga a reconocer sus implicaciones y a enmarcar su desarrollo dentro de principios de responsabilidad tecnológica.

2. Uso en el ámbito militar

El enfoque del TFG está claramente orientado a aplicaciones navales, lo que introduce una dimensión ética adicional relacionada con el uso de la tecnología en el ámbito de la defensa.

Los sistemas de posicionamiento robustos son un elemento clave en operaciones militares. Mejorar la capacidad de una plataforma para navegar en entornos degradados puede contribuir tanto a la protección de la propia fuerza como a la eficacia operativa. Desde una perspectiva ética, esto puede interpretarse como una mejora de la seguridad de las unidades propias y, potencialmente, una reducción de errores derivados de la desorientación o la falta de información.

Sin embargo, también es evidente que estas capacidades forman parte de un contexto más amplio en el que la tecnología se emplea con fines estratégicos y, en última instancia, en escenarios de conflicto. El ingeniero no puede ignorar que sus desarrollos pueden integrarse en sistemas con capacidad ofensiva o dentro de operaciones militares complejas.

En este sentido, la postura ética razonable no es rechazar el desarrollo tecnológico, sino asumir que debe realizarse bajo principios de responsabilidad, legalidad y control institucional, siendo consciente

del marco en el que se va a emplear. En el contexto de este TFG, vinculado a una institución de defensa, esta reflexión adquiere especial relevancia.

3. Privacidad y uso pasivo de señales

Una característica destacada del enfoque SATSOO es que el sistema es pasivo, es decir, no requiere transmitir información para obtener la posición, sino únicamente recibir señales existentes en el entorno.

Desde el punto de vista ético, esto presenta una ventaja relevante: el sistema no expone la posición del usuario ni genera emisiones adicionales que puedan ser detectadas por terceros. Esto puede considerarse positivo en términos de privacidad y de reducción de la huella electromagnética.

No obstante, también plantea una cuestión inversa: el aprovechamiento de señales emitidas por terceros para fines distintos a los originalmente previstos. Aunque en este caso se trata de señales de radiodifusión o comunicaciones accesibles de forma abierta, el uso de estas transmisiones con fines de posicionamiento introduce un debate sobre el aprovechamiento secundario de infraestructuras no diseñadas para ese propósito.

En el contexto actual, este uso es técnicamente legítimo y ampliamente estudiado, pero desde una perspectiva ética es importante reconocer que el desarrollo de tecnologías basadas en señales de oportunidad implica operar sobre sistemas ajenos, lo que podría requerir, en aplicaciones reales, consideraciones regulatorias o de coordinación con los operadores de dichas constelaciones.

4. Conclusión del anexo

El análisis desarrollado en este anexo pone de manifiesto que el presente TFG no se limita a un problema técnico de posicionamiento, sino que implica una serie de consideraciones éticas y sociales relevantes, especialmente derivadas de la naturaleza dual de la tecnología, su aplicación en el ámbito naval y el uso de señales no cooperativas. Estas características introducen tanto oportunidades en términos de mejora de la capacidad operativa y la resiliencia, como riesgos asociados a posibles usos indebidos o no controlados.

En términos generales, el trabajo puede considerarse alineado con un desarrollo responsable de la ingeniería, al centrarse en el refuerzo de la navegación en entornos degradados y en la reducción de vulnerabilidades existentes. No obstante, también evidencia la necesidad de abordar este tipo de tecnologías con una visión crítica, reconociendo sus limitaciones, su potencial impacto en contextos sensibles y la importancia de su integración dentro de marcos legales, operativos y éticos adecuados.

En conjunto, esta reflexión pone de relieve la capacidad de analizar no solo el rendimiento técnico del sistema, sino también el contexto en el que se desarrolla y se emplea, cumpliendo así con los principios establecidos por el estándar EUR-ACE en relación con la evaluación de las implicaciones éticas y sociales de la ingeniería.

ANEXO III: USO ÉTICO Y RESPONSABLE DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL

El desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado se ha llevado a cabo manteniendo en todo momento la responsabilidad íntegra del autor sobre el contenido, el análisis realizado y las conclusiones obtenidas. Las herramientas digitales basadas en inteligencia artificial utilizadas durante el proceso no han intervenido en la generación de ideas ni en la interpretación de resultados, limitándose a funciones de carácter auxiliar.

En el ámbito técnico, se ha empleado ChatGPT y Gemini como apoyo en tareas de programación, concretamente en la elaboración de código en MATLAB. Su uso se ha orientado a facilitar la implementación de soluciones a errores de código, sin sustituir el diseño, la validación ni la comprensión del modelo desarrollado, que han sido realizados íntegramente por el autor.

Por otro lado, algunas de las representaciones gráficas incluidas en el documento —figuras e imágenes— han sido generadas por el propio autor a través de ChatGPT con fines explicativos.

Asimismo, se han utilizado sistemas de inteligencia artificial como apoyo en la revisión formal del texto. Esta asistencia ha permitido detectar y corregir errores ortográficos y gramaticales, así como mejorar la fluidez y precisión del lenguaje empleado. En ningún caso estas herramientas han intervenido en la elaboración conceptual del contenido, actuando únicamente como un recurso de revisión lingüística.

En definitiva, el uso de inteligencia artificial en este trabajo se ha limitado a tareas de apoyo técnico y mejora formal, manteniéndose la autoría intelectual y la responsabilidad del contenido exclusivamente en el autor.

ANEXO IV: CÓDIGOS

Durante el desarrollo del presente Trabajo de Fin de Grado se han generado distintas versiones del código empleadas en la fase de prueba, validación y resultados. Todas estas versiones, junto con sus correspondientes modificaciones y configuraciones, se encuentran almacenadas y organizadas en un repositorio privado de GitHub.

La elección de un repositorio privado responde a criterios de control, trazabilidad y seguridad del código, permitiendo además mantener un historial completo de cambios y facilitar la reproducibilidad de los experimentos realizados.

El acceso a dicho repositorio no es público. No obstante, con el fin de garantizar la transparencia y verificabilidad del trabajo, se facilitará acceso completo al tribunal evaluador previa solicitud.

Repositorio GitHub:

https://github.com/epanivilar02/CODIGOS_MATLAB_TFG_PANIAGUA_VILAR_ENRIQUE-