



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Navegación astronómica sin posición de estima

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Pablo Suárez Suárez

DIRECTORES: Débora Cores Carrera
José Ignacio Valles Cancela

CURSO ACADÉMICO: 2024-2025

Universida_deVigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

Navegación astronómica sin posición de estima

Grado en Ingeniería Mecánica

Intensificación en Tecnología Naval
Cuerpo General / Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

En el presente trabajo fin de grado (TFG) se ofrecen alternativas basadas en la navegación astronómica a la cada vez mayor dependencia por parte de los marinos a los sistemas de posicionamiento satélite como el GPS, susceptibles de fallos o ataques por parte del adversario. Se proponen dos alternativas que, si bien se fundamentan en la medición de la altura de cuerpos celestes, se resolverán de manera diferente.

En primer lugar, se abordarán los principios y conocimientos astronómicos y de navegación que deben conocerse previamente para después entender el posicionamiento celeste, para lo cual serán necesarias además una serie de nociones matemáticas de trigonometría esférica y resolución de sistemas de ecuaciones no lineales. Se estudiará también la viabilidad de mantener o no una navegación de estima complementaria a la navegación astronómica

La finalidad de este TFG es la comparación de los dos métodos de navegación astronómica sin posición de estima, comprobando la precisión entre ellos y con el método tradicional de navegación astronómica, que sí precisa de una posición de estima. Por último, se desarrollarán dos herramientas (Matlab y Excel) que permitan la aplicación de ambos métodos por el usuario de manera sencilla y práctica.

PALABRAS CLAVE

Navegación astronómica, Trigonometría esférica, Sistemas de ecuaciones no lineales, Situación de estima, Matlab, Excel.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Ecuaciones	5
Índice de Tablas.....	6
Índice de ilustraciones	7
1 Introducción y objetivos.....	8
1.1 Motivación	8
1.2 Objetivos	9
1.3 Estructura de la memoria	9
2 Estado del arte	10
2.1 Fundamentos de la navegación	10
2.1.1 Orígenes de la observación astronómica.....	11
2.1.2 Forma elipsoidal de la Tierra	11
2.1.3 La esfera celeste	12
2.1.4 Líneas respecto de un astro	13
2.1.5 Coordenadas horizontales o acimutales	14
2.1.6 Coordenadas horarias	14
2.1.7 Coordenadas uranográficas ecuatoriales	15
2.1.8 Trigonometría esférica y el triángulo de posición	16
2.1.9 El Almanaque Náutico	16
2.1.10 El sextante	16
2.2 Navegación astronómica con posición de estima	17
2.2.1 Triángulo de posición.....	17
2.2.2 Recta de altura.....	18
2.2.3 Situación por rectas de altura (de forma gráfica).....	19
2.3 Navegación astronómica sin posición de estima.....	22
2.3.1 Cálculo analítico de la posición mediante círculos de altura	22
2.3.2 Cálculo analítico de la posición mediante la resolución de un sistema de ecuaciones	23
2.3.3 Sistemas de ecuaciones no lineales	24
3 Desarrollo del TFG	26
3.1 Planteamiento del problema.....	26
3.2 Requisitos técnicos.....	26
3.2.1 Matlab	26
3.2.2 Excel.....	26
3.3 Resolución del problema mediante el sistema de ecuaciones no lineales (Matlab).....	27
3.3.1 Minimización con Matlab	27
3.3.2 Desarrollo del código de Matlab	28
3.3.3 Desarrollo aplicación de Matlab para el usuario.....	29
3.4 Resolución del problema mediante círculos de altura (Excel).....	30
3.4.1 Desarrollo hoja de Excel	32
4 Resultados / Validación / Pruebas.....	39
4.1 Introducción	39
4.2 Requisitos y consideraciones	39

4.2.1	Requisitos y consideraciones para el uso de la aplicación de Matlab.....	40
4.2.2	Interfaz para la introducción de datos de la aplicación Matlab.....	41
4.2.3	Requisitos y consideraciones para el empleo de la hoja de Excel	41
4.2.4	Interfaz para la introducción de datos de la hoja de Excel.....	42
4.3	Pruebas	43
4.3.1	Resultados prueba 1	44
4.3.2	Resultados prueba 2	45
4.3.3	Resultados prueba 3	46
4.3.4	Resultados prueba 4	47
4.3.5	Resultados prueba 5	48
4.3.6	Resultados prueba 6	49
4.3.7	Resultados prueba 7	50
4.3.8	Resultados prueba 8	51
4.3.9	Resultados prueba 9	52
4.3.10	Resultados prueba 10	53
4.3.11	Resultados prueba real 1	54
4.3.12	Resultados prueba real 2	55
4.4	Análisis de los resultados	56
5	Conclusiones y líneas futuras.....	59
5.1	Conclusiones	59
5.2	Líneas futuras	59
6	Bibliografía	61
Anexo I: Implicaciones sociales, económicas y ambientales		63
Implicaciones sociales.....		63
Seguridad marítima y protección humanitaria.....		63
Reducción de costes operativos		63
Sostenibilidad financiera en entornos con recursos limitados		63
Potencial económico en sectores vinculados		63
Huella tecnológica reducida.....		64
Resiliencia ante desastres naturales		64
Conciencia ecológica		64
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales		65
Aspectos éticos.....		65
Precisión y responsabilidad en la navegación.....		65
Aspectos sociales		65
Preservación del conocimiento tradicional en la era digital		65
Impacto en la formación de marinos.....		65
Anexo III: Código de Matlab		66
Anexo IV: Código de la aplicación de Matlab		68
Anexo V: Enlace al material del TFG		75
Anexo VI: Imagen original de la Figura 4-1		76

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Representación del elipsoide, geoide y un punto fundamental [8]	12
Figura 2-2 Elementos de la esfera celeste [11].....	13
Figura 2-3 Elementos respecto al astro [10].....	13
Figura 2-4 Acimuts [10]	14
Figura 2-5 Coordenadas horizontales y horarias [10]	15
Figura 2-6 Coordenadas uranográficas ecuatoriales [12].....	15
Figura 2-7 Triángulo de posición [14]	16
Figura 2-8 Sextante [17].....	17
Figura 2-9 Triángulo de posición [10]	17
Figura 2-10 Ejemplo recta de altura $\Delta a > 0$ [18]	19
Figura 2-11 Ejemplo recta de altura $\Delta a < 0$	19
Figura 2-12 Ángulos sobre el ecuador celeste [19]	20
Figura 2-13 Acimuts separados 120°	21
Figura 2-14 Acimuts separados menos de 120°	21
Figura 2-15 Acimuts con una amplitud menor de 60°	22
Figura 2-16 Demoras no simultáneas [20]	22
Figura 2-17 Cálculo analítico de la intersección de dos círculos de altura simultáneos [10]	23
Figura 3-1 Ejemplo de la reducción de la ambigüedad al usar tres círculos de altura	31
Figura 3-2	31
Figura 3-3 Uso de las bisectrices de altura para reducir los errores sistemáticos en las medidas ...	31
Figura 3-4 Introducción de datos en la hoja “DATOS Y CÁLCULOS”	32
Figura 3-5 Ejemplo de situación con tres círculos de altura	33
Figura 3-6 Ejemplo de variación de los radios de los círculos de altura.....	34
Figura 3-7 Zona de cálculos de triángulos esféricos para obtener las posibles latitudes de los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura	35
Figura 3-8 Zona de cálculos de triángulos esféricos para obtener las posibles longitudes de los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura	35
Figura 3-9 Zona de cálculo de las coordenadas finales de los puntos de corte de los círculos de altura.....	36
Figura 3-10 Detalle del cuadro resumen de las coordenadas de los puntos de corte obtenidos (en verde)	36
Figura 3-11 Hoja de resultados del Excel.....	37
Figura 3-12 Incentro de un triángulo [28]	38
Figura 4-1 Ejemplo de un “mono de la observación”	40
Figura 4-2 Interfaz aplicación Matlab	41
Figura 4-3 Interfaz Excel (Hoja de introducción de datos)	42
Figura 4-4 Interfaz Excel (Hoja de soluciones).....	42
Figura 4-5 Tabla de datos para las pruebas	43
Figura 4-6 Triángulos esféricos prueba 1	44
Figura 4-7 Gráfica resultado prueba 1.....	44
Figura 4-8 Triángulos esféricos prueba 2	45
Figura 4-9 Gráfica resultado prueba 2.....	45
Figura 4-10 Triángulos esféricos prueba 3.....	46
Figura 4-11 Gráfica resultado prueba 3.....	46
Figura 4-12 Triángulos esféricos prueba 4.....	47
Figura 4-13 Gráfica resultado prueba 4.....	47
Figura 4-14 Triángulos esféricos prueba 5.....	48
Figura 4-15 Gráfica resultado prueba 5.....	48
Figura 4-16 Triángulos esféricos prueba 6.....	49

Figura 4-17 Gráfica resultado prueba 6.....	49
Figura 4-18 Triángulos esféricos prueba 7	50
Figura 4-19 Gráfica resultado prueba 7.....	50
Figura 4-20 Triángulos esféricos prueba 8	51
Figura 4-21 Gráfica resultado prueba 8.....	51
Figura 4-22 Triángulos esféricos prueba 9	52
Figura 4-23 Gráfica resultado prueba 9.....	52
Figura 4-24 Triángulos esféricos prueba 10	53
Figura 4-25 Gráfica resultado prueba 10.....	53
Figura 4-26 Triángulos esféricos prueba real 1	54
Figura 4-27 Gráfica resultado prueba real 1	54
Figura 4-28 Triángulos esféricos prueba real 2	55
Figura 4-29 Gráfica resultado prueba real 2.....	55
Figura 4-30 Gráficos comparativos de la exactitud de los métodos.....	56
Figura 4-31 Gráficos de círculos del MAE	57
Figura 4-32 Gráficos de círculos del RMSE	57

ÍNDICE DE ECUACIONES

(2-1)	16
(2-2)	18
(2-3)	20
(2-4)	20
(2-5)	20
(2-6)	20
(2-7)	20
(2-8)	23
(2-9)	23
(2-10)	23
(2-11)	24
(2-12)	24
(2-13)	24
(2-14)	24
(2-15)	24
(2-16)	25
(2-17)	25
(3-1)	27
(3-2)	27
(3-3)	27
(3-4)	27
(3-5)	27
(3-6)	29
(3-7)	29
(3-8)	29
(3-9)	33
(3-10)	33
(3-11)	33
(3-12)	33
(3-13)	33
(3-14)	33
(3-15)	33
(3-16)	33
(3-17)	37
(3-18)	38
(3-19)	38
(4-1)	57
(4-2)	57
(4-3)	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4-1	Tabla resumen de los errores obtenidos	56
-----------	--	----

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1	74
---------------------	----

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Motivación

Uno de los mayores retos para un marino, desde los inicios de la navegación, es establecer su posición cuando se encuentra lejos de tierra y no tiene referencias costeras. Desde la antigüedad, los astros eran la única guía disponible para orientarse, y permitían a los navegantes completar sus viajes con éxito. Con el tiempo, estas prácticas dieron lugar a lo que hoy se conoce como navegación astronómica, la cual sigue siendo fundamental para los marinos ya que les permite partir de un puerto, seguir una derrota en alta mar y alcanzar su destino sin necesidad de depender de sistemas de posicionamiento satélite.

En la actualidad, los sistemas GNSS¹ han alcanzado una adopción prácticamente universal en el ámbito de la navegación marítima, proporcionando datos precisos de posición, velocidad y rumbo. Un ejemplo ampliamente utilizado es el GPS², desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos, que ha demostrado ser altamente eficiente y confiable en la mayoría de los casos. Sin embargo, su naturaleza misma conlleva ciertos riesgos inherentes. Al tratarse de un sistema controlado por una entidad extranjera, los buques que dependen exclusivamente de él se encuentran expuestos a vulnerabilidades estratégicas. Además, el GPS y otros sistemas GNSS pueden ser objeto de interferencias deliberadas, ataques de suplantación de señal (spoofing) o fallos derivados de condiciones atmosféricas adversas o pérdida de cobertura en determinadas regiones. Estas eventualidades representan un desafío significativo para la seguridad marítima, en especial en entornos operativos donde la obtención de una posición precisa es de vital importancia.

Dado lo anterior, surge la necesidad de comparar distintos métodos de navegación astronómica con el objetivo de identificar aquel que proporcione la mayor precisión posible en la obtención de posiciones. En particular, resulta de gran interés evaluar las diferencias entre el método tradicional, que requiere una posición estimada inicial, y métodos más avanzados que prescinden de dicha información preliminar. La implementación de estos métodos más favorables podría resultar especialmente útil en situaciones donde la posición obtenida a través del GPS genere sospechas de manipulación o interferencias. En estos escenarios críticos, contar con una metodología alternativa para la determinación de la posición permitiría a los marinos operar con mayor seguridad y confianza, mitigando los riesgos asociados a la dependencia exclusiva de sistemas de posicionamiento satélite.

En definitiva, la navegación astronómica no solo representa una técnica histórica de orientación en el mar, sino que también se consolida como una herramienta clave para fortalecer la resiliencia de la

¹ Global Navigation Satellite System

² Global Positioning System

navegación en un contexto donde las amenazas tecnológicas y geopolíticas pueden comprometer la confianza en los sistemas modernos de posicionamiento. El estudio y perfeccionamiento de estas técnicas tradicionales, complementado con avances en la observación y procesamiento de datos astronómicos, contribuirá a garantizar una mayor autonomía y seguridad en la navegación.

1.2 Objetivos

El objetivo fundamental de este Trabajo Fin de Grado (TFG) es desarrollar dos herramientas que, resolviendo el problema de navegación astronómica sin posición de estima de dos formas distintas, puedan equipararse con el método tradicional, con situación de estima. Dichas herramientas se pretenden que sean de fácil implementación y utilización por parte del usuario, exponiéndose de forma clara qué datos debe introducir.

Los resultados obtenidos por parte de las dos herramientas desarrolladas (código Matlab y hoja de Excel) serán comparadas entre sí y con el método con situación de estima, gracias a un código Python ya existente. Los resultados, así como la comparación realizada se documentarán y presentarán en la presente memoria, explicando su funcionamiento y analizando si realmente hay alguna implicación de precisión cuando se posee o no una posición de estima.

Por último, se tratará de modificar el código Matlab y la hoja de Excel para que sean más visuales, sencillos y prácticos para el usuario.

1.3 Estructura de la memoria

De forma general, esta memoria se estructura de la siguiente manera:

En el capítulo dos, se detallan aquellos conceptos que resultan imprescindibles para realizar un problema de navegación astronómica, como por ejemplo las definiciones de esfera celeste, coordenadas de los astros y nociones de trigonometría esférica. Algunos de estos conceptos son imprescindibles para entender y calcular algunos datos que se necesitan más adelante. Además, se explican brevemente algunos conceptos matemáticos que ayudan a conocer el funcionamiento de las aplicaciones que se van a desarrollar.

En el capítulo tres se describen los códigos de Matlab y comandos de Excel empleados para la resolución del problema de navegación astronómica sin posición de estima.

En el capítulo cuatro se exponen todas las pruebas realizadas una vez se desarrollaron ambas herramientas, y se lleva a cabo un análisis determinando qué métodos ofrecen mejor precisión en cada caso. También se ofrece una vista de cómo quedan las interfaces de ambas herramientas. También se indican una serie de consideraciones que se deben tener en cuenta para el empleo de las herramientas.

Por último, en el capítulo cinco, se exponen las conclusiones del trabajo y los logros alcanzados, así como las posibles líneas de acción futuras en el ámbito del presente trabajo.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 Fundamentos de la navegación

La navegación es descrita por la Real Academia Española [1] como la “*acción de navegar*”. Navegar, a su vez, es descrito como “*desplazarse por el agua en un buque o en otra embarcación*”. Podemos definir así la navegación marítima como la disciplina que abarca el conocimiento y la destreza necesario para guiar una embarcación de forma segura desde un punto de origen hasta un determinado destino. Para realizar la navegación de forma segura, se hace imprescindible conocer en todo momento la posición en la que se encuentra el buque y, para ello, existen una serie de métodos de navegación [2]:

- Navegación costera: como su propio nombre indica, se utiliza cuando la navegación tiene lugar cerca de costa y su posición puede determinarse mediante el uso de demoras y distancias, ya sea por medios visuales, electrónicos o de observación de ángulos horizontales con puntos notables de la costa, tales como faros, accidentes geográficos, etc.
- Navegación de estima: en este método la posición del buque es determinada por métodos analíticos, teniendo en cuenta el punto de partida, el rumbo, la velocidad, el viento y la corriente. El punto calculado recibe el nombre de situación de estima.
- Navegación astronómica: la situación del buque se realiza mediante técnicas de posicionamiento basadas en la observación de astros, midiendo su altura angular y el tiempo medido con un cronómetro.
- Navegación electrónica: esta técnica se fundamenta en métodos derivados de sistemas de posicionamiento global, como el GPS en la actualidad y, en el futuro, el sistema espacial europeo *Galileo*. A pesar de los posibles errores que pueden surgir, esta técnica es la más utilizada debido a su facilidad de uso.
- Navegación inercial: en este método, la situación del buque se determina a partir de la integración de los datos proporcionados por giróscopos o acelerómetros situados a bordo.

En la Armada, dichas posiciones se plasman gráficamente en la carta náutica además de verse de forma más visual en las cartas electrónicas a través de los equipos ECDIS (Electronic Chart Display Information System).

2.1.1 Orígenes de la observación astronómica

El posicionamiento terrestre mediante la observación de astros tiene sus orígenes en la antigüedad y ha sido fundamental para la navegación y la cartografía a lo largo de la historia.

La observación de los astros para determinar la posición en la Tierra se remonta a las primeras civilizaciones. Los babilonios y egipcios ya observaban las estrellas y planetas para predecir eventos astronómicos y establecer calendarios, y utilizaban constelaciones y estrellas brillantes como referencia para orientarse. Los fenicios, expertos navegantes del Mediterráneo, utilizaban las estrellas para guiarse en sus rutas comerciales. Los griegos, como Hiparco de Nicea (siglo II a.C.), desarrollaron los primeros conceptos de latitud y longitud basados en observaciones astronómicas. El desarrollo de la navegación astronómica tuvo lugar durante la Edad Media y el Renacimiento, donde experimentó avances significativos como el perfeccionamiento del astrolabio por parte de los árabes, que permitía medir la altura de las estrellas sobre el horizonte, o el cuadrante, con el mismo propósito y predecesor del sextante.

Durante la era de los descubrimientos, entre los siglos XV y XVII, la navegación astronómica se volvió esencial para explorar nuevas rutas comerciales y territorios. Los navegantes utilizaban la estrella polar (*Polaris*) para determinar la latitud en el hemisferio norte³.

El sextante, en el siglo XVIII, se convirtió en el instrumento estándar para medir la altura de los astros sobre el horizonte permitiendo mediciones más precisas que el astrolabio y el cuadrante, sin embargo, uno de los mayores desafíos en la navegación fue determinar la longitud, ya que no había un punto de referencia natural como la estrella polar. Determinar la longitud requería conocer la hora exacta en un punto de referencia (meridiano de Greenwich) y compararla con la hora local, calculada mediante observaciones astronómicas. John Harrison, relojero inglés, resolvió este problema en el siglo XVIII con la invención del cronómetro marino, que permitía mantener la hora del meridiano de referencia durante largos viajes.

En la actualidad, la navegación astronómica se sigue utilizando como medida de respaldo en caso de fallo del GPS. Además, los principios de la navegación astronómica se aplican en la exploración espacial para determinar la posición de aeronaves y satélites [3][4].

2.1.2 Forma elipsoidal de la Tierra

La forma de la Tierra se caracteriza por la variación entre su diámetro ecuatorial, de aproximadamente 12.757 kilómetros, y su diámetro polar, que alcanza unos 12.714 kilómetros, debido a la fuerza centrífuga generada por su rotación. Aunque la diferencia de 43 kilómetros puede parecer insignificante, es crucial para comprender la estructura del planeta y llevar a cabo mediciones geodésicas de alta precisión [5]. Esta variación debe tenerse en cuenta en la navegación astronómica, ya que se deben aplicar unas correcciones para no perder precisión. Para representar fielmente la superficie de la Tierra salvando sus irregularidades se emplean los Datum, que es un conjunto de puntos de referencia (puntos fundamentales) de la superficie terrestre a partir de los cuales se toman las medidas de posición y resulta de los puntos de tangencia entre el elipsoide (superficie teórica de la Tierra que une los puntos de igual gravedad) y al geoide (figura geométrica que mejor representa gráficamente a la tierra) (ver Figura 2-1) [6][7]. El más empleado es el Datum WGS-84, empleado por ejemplo en el sistema GPS.

³ La altura de la estrella polar es aproximadamente igual a la latitud del observador.

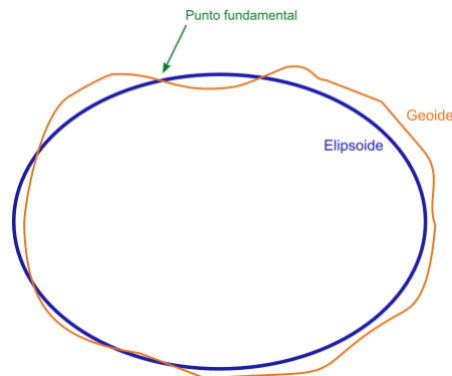


Figura 2-1 Representación del elipsoide, geoide y un punto fundamental [8]

2.1.3 La esfera celeste

La astronomía es, posiblemente, la ciencia más antigua practicada por el ser humano. La esfera celeste [9][10] es una esfera hipotética concéntrica a la Tierra en la que se sitúan los astros desde nuestro punto de vista, independientemente de la distancia real a la que se encuentren de la Tierra.

Para conocer mejor la esfera celeste, debemos definir una serie de líneas y puntos que resultan de importancia. En primer lugar, si prolongamos el eje de rotación de la Tierra, obtenemos un eje al que llamamos **eje del mundo** o **línea de los polos**, que corta a la esfera celeste en dos puntos, los **polos celestes norte y sur**. La prolongación del ecuador terrestre sobre la esfera celeste se denomina **ecuador celeste**, fundamental para la definición de las coordenadas celestes. El eje del mundo y el ecuador celeste son elementos de la esfera celeste fijos y no dependen del observador. Para definir las coordenadas de los astros respecto al observador, se deben definir otros elementos que dependen de la posición del observador y del astro. Dado un observador, tenemos definidos un eje de referencia, al que llamaremos **vertical**, y que es prolongación del radio terrestre en la posición del observador, y que lleva asociado un plano perpendicular a dicho eje. El eje a su vez cortará la esfera celeste en dos puntos, el **cenit**, situado sobre la cabeza del observador y el **nadir**, que es el punto diametralmente opuesto. El plano de referencia será el plano perpendicular a ese eje que pasa por el centro de la esfera. Este plano, con el círculo máximo que resulta de su intersección con la esfera celeste conforman el **horizonte astronómico**. Un círculo máximo, además, es cualquier círculo cuyo diámetro sea igual al diámetro de la esfera.

Por otra parte, el círculo máximo de la esfera celeste fruto de la proyección del meridiano del observador sobre el cielo se denomina **meridiano celeste del observador**. El semicírculo que contiene al cenit se denomina **meridiano superior**, y el que contiene al nadir es el **meridiano inferior**. Al igual que con los meridianos terrestres, debe establecerse un meridiano 0 o primer meridiano. Este meridiano será la proyección del meridiano de Greenwich, denominándose **meridiano celeste de Greenwich**. Los puntos de intersección del horizonte astronómico con el meridiano celeste del observador serán los puntos cardinales N y S, mientras que, de las intersecciones del horizonte astronómico y el ecuador celeste, obtendremos los puntos cardinales E y W. El plano paralelo al horizonte astronómico que pasa por los ojos del observador es el **horizonte aparente**, y el observador obtendrá la medición de la altura del astro con respecto al **horizonte de la mar**.

El polo celeste que se encuentre en el hemisferio del observador será el **polo elevado** y el opuesto será el **polo depresado**. Para ver más detalles, ver Figura 2-2.

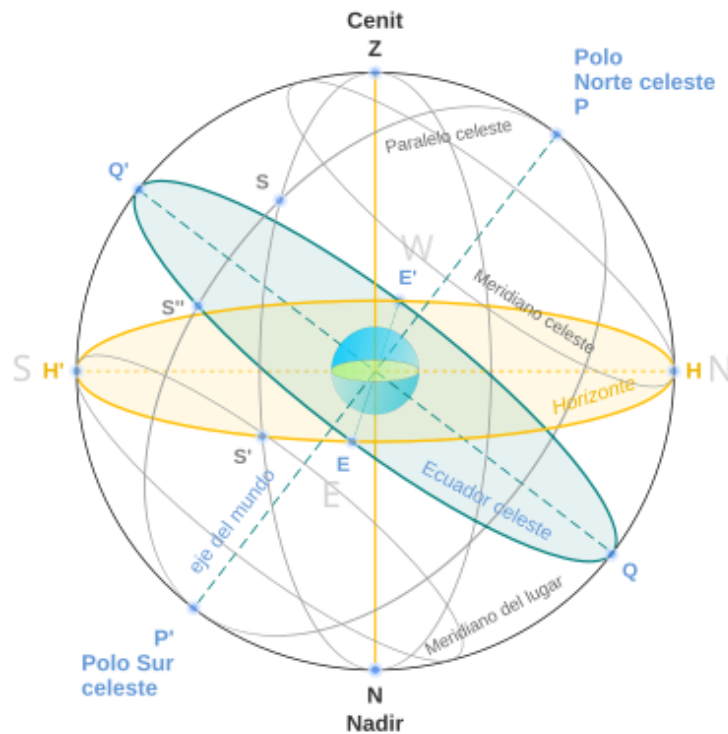


Figura 2-2 Elementos de la esfera celeste [11]

2.1.4 Líneas respecto de un astro

Definidos los elementos más importantes con respecto al observador, a continuación, se definirán las principales líneas referidas al astro.

El **círculo horario** del astro será el meridiano de la esfera celeste que contiene al astro, el **paralelo de declinación** o **paralelo diario** es el paralelo celeste del astro o círculo menor que contiene al astro en la esfera celeste y el **círculo vertical del astro** es el círculo máximo de la esfera celeste que pasa por el astro, el cenit y el nadir, y es perpendicular al horizonte. Para ver más detalles ver Figura 2-3.

El **almicantarat del astro** por su parte es el círculo menor de la esfera celeste, paralelo al horizonte astronómico que contiene al astro [10], como se muestra en la Figura 2-4.

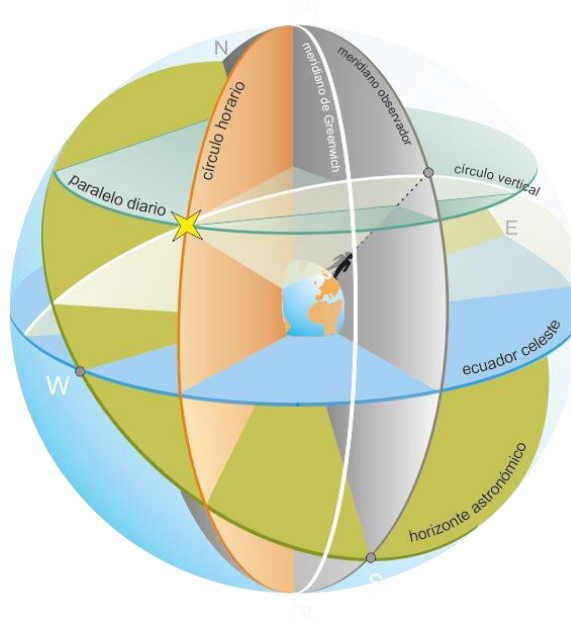


Figura 2-3 Elementos respecto al astro [10]

2.1.5 Coordenadas horizontales o acimutales

En primer lugar, definiremos la **altura** del astro como el arco de círculo vertical del astro, desde el horizonte astronómico hasta el almicantrat que pasa por el astro, y su complementario es la **distancia cenital**. El **acimut** del astro se corresponde con el arco de horizonte astronómico desde un origen determinado hasta el vertical del astro. Dependiendo del origen que escojamos se tiene el **acimut náutico** o **circular** si el origen es el punto cardinal N, de 0° a 180° , equivalente a una demora. Si se mide desde el N o S hacia el E o el W hablamos de **acimut cuadrantal**, siendo el complementario de dicho acimut la **amplitud**. Por último, el acimut astronómico se mide desde el punto cardinal que se corresponde con el polo elevado, de 0° a 180° hacia el E o el W, de manera que no supere los 180° [10]. Para más detalles ver Figura 2-4.

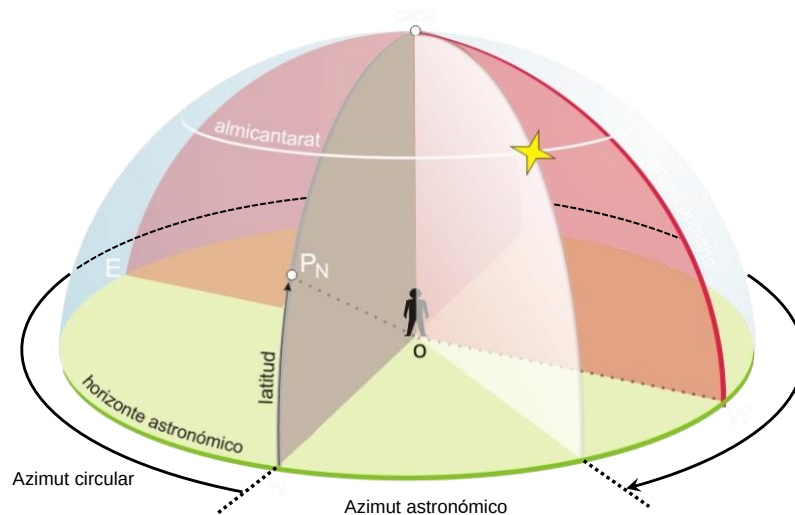


Figura 2-4 Acimuts [10]

2.1.6 Coordenadas horarias

En el sistema de referencia formado por el eje del mundo y el ecuador celeste, equivalente al sistema de referencia para las coordenadas geográficas (latitud y longitud), encontramos, para cada astro, la **declinación (δ)**, que es el ángulo correspondiente al arco de círculo horario del astro, desde el ecuador celeste hasta el astro. El ángulo complementario a la declinación será la **codeclinación** o **distancia polar (Δ)**, que definiremos como la distancia angular del astro hasta el polo norte celeste, independientemente de la latitud del observador. El **horario en el lugar del astro (h_L^*)** es el ángulo correspondiente al arco de ecuador celeste desde el meridiano superior del observador hasta el círculo horario del astro por el W. El **ángulo en el polo ($\hat{P}$)** será el mismo ángulo que el definido anteriormente, pero contado hacia el E o el W de forma que no supere los 180° . Definimos entonces el **horario en Greenwich del astro (h_G^*)** como el arco de ecuador celeste, desde el meridiano celeste de Greenwich hasta el círculo horario del astro por el W [10]. Para más detalles ver Figura 2-5.

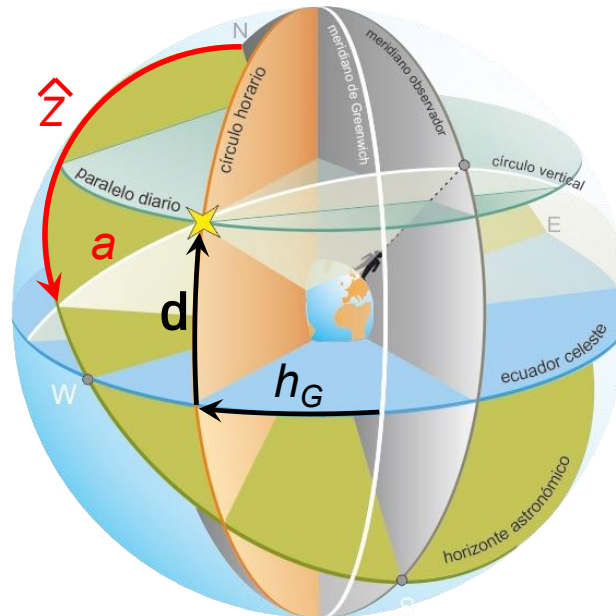


Figura 2-5 Coordenadas horizontales y horarias [10]

2.1.7 Coordenadas uranográficas ecuatoriales

Debido a que las estrellas son puntos prácticamente fijos en la esfera celeste, no parece lo más indicado utilizar coordenadas con respecto al meridiano celeste de Greenwich y mucho menos al meridiano celeste del observador, ya que las posibilidades se harían infinitas y no sería posible registrarlas en un Almanaque Náutico. La solución es tomar las coordenadas respecto a otro punto fijo de la esfera celeste, el cual será el punto vernal o de aries (punto de la eclíptica del sol en la que éste pasa del hemisferio celeste S al hemisferio celeste N). Por tanto, quedan definidas las coordenadas uranográficas con el **ángulo sidéreo (AS)**, que es el horario del astro medido desde el punto vernal, y la **declinación** (ya definida anteriormente). Además, se define la **ascensión recta (AR)** como el arco de ecuador celeste medido desde el punto Vernal hasta el pie del **máximo de ascensión del astro**, que no es más que el meridiano celeste del astro o círculo horario, en sentido contrario a las agujas del reloj hacia el E [10], como se muestra en la Figura 2-6.

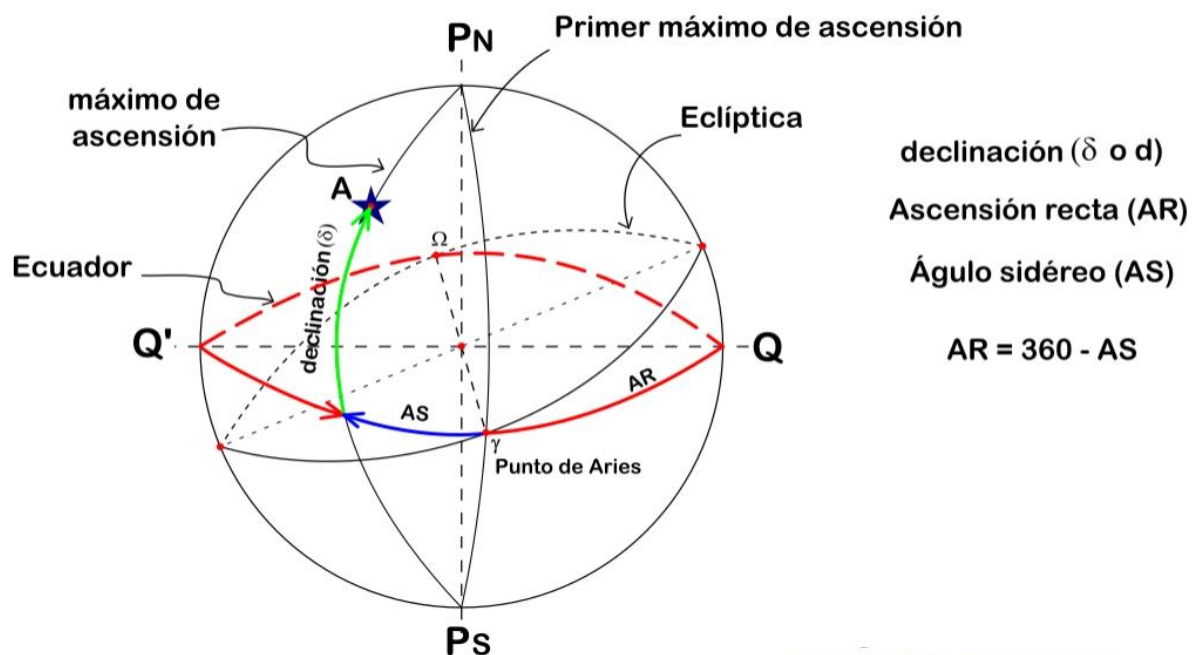


Figura 2-6 Coordenadas uranográficas ecuatoriales [12]

2.1.8 Trigonometría esférica y el triángulo de posición

La trigonometría esférica [13] es la parte de la geometría esférica que se encarga de estudiar los triángulos que se forman sobre la superficie de una esfera.

Un triángulo esférico [10] consiste en una porción de la superficie de la esfera delimitada por tres círculos máximos que se cortan entre sí. En el caso de la Tierra, son ejemplo de círculos máximos los meridianos y el ecuador. Los lados del triángulo los medimos en grados medidos en el centro de la Tierra. En los triángulos esféricos se cumple que cualquiera de los lados o de los ángulos es menor de 180° .

Para la realización de este trabajo se ha utilizado esencialmente la siguiente expresión, que se corresponde con el teorema de los cosenos (Figura 2-7), y que nos permite expresar uno de los lados del triángulo en función de los otros dos lados y del ángulo opuesto al primer lado:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (2-1)$$

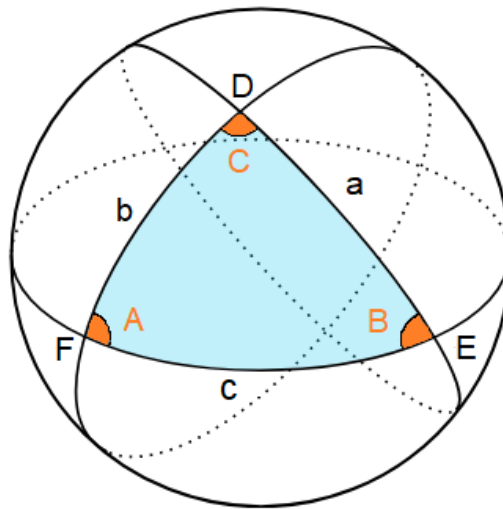


Figura 2-7 Triángulo de posición [14]

2.1.9 El Almanaque Náutico

El Almanaque Náutico [15] es una publicación anual que edita el Real Instituto y Observatorio de la Armada y que contiene datos precisos y necesarios para la navegación astronómica. Entre esos datos se encuentran los horarios en Greenwich, horarios de Aries, declinaciones, ángulos sidéreos, etc. para cualquier hora y día del año.

2.1.10 El sextante

El sextante [16] es un instrumento que permite la medición angular entre dos objetos. Recibe su nombre al abarcar su limbo un ángulo de 60° , que equivalente a la sexta parte de un círculo y está conformado por el telescopio, el limbo, la alidada, el tambor, el nonius, la pinza, el espejo horizonte y sus filtros, el espejo índice y sus filtros y la armadura. En la navegación astronómica se emplea para medir la altura instrumental desde el astro hasta la línea del horizonte. La Figura 2-8 muestra todas las partes de un sextante.



Figura 2-8 Sextante [17]

2.2 Navegación astronómica con posición de estima

Como se ha definido anteriormente, la navegación de estima consiste en proyectar la posición futura basándose en los rumbos y velocidades. Sin embargo, factores externos como corrientes, mareas, vientos, etc. pueden afectar a la derrota seguida. La situación de estima debe actualizarse periódicamente en función de cambios de rumbo y velocidad y el tiempo transcurrido desde la última corrección. Este método adquiere gran importancia en las navegaciones transoceánicas en las que se pierde de vista las referencias en costa. La navegación astronómica a partir de la posición de estima consiste en determinar la posición real del buque mediante observaciones astronómicas, siendo necesario tener una posición estimada que haya tenido en cuenta los rumbos y velocidades desde la última posición real conocida. Dicha situación de estima debe ser aceptable para una correcta realización de esta técnica [10].

2.2.1 Triángulo de posición

El triángulo de posición (en rojo en la Figura 2-9) es el triángulo esférico cuyos vértices son el polo elevado, el astro y el cénit del observador, a partir del cual obtenemos la latitud y longitud del navegante mediante la relación existente entre sus coordenadas geográficas, las coordenadas horizontales y las coordenadas horarias de los astros observados, que son únicas para cada astro en una posición y momento determinados. Para simplificar los posibles casos de triángulo esférico, se puede tomar siempre como polo elevado el polo norte celeste, y los lados del triángulo que dependen de la declinación y la latitud se definirán sumando o restando respectivamente, dependiendo del hemisferio en el que se encuentren el astro y el observador.

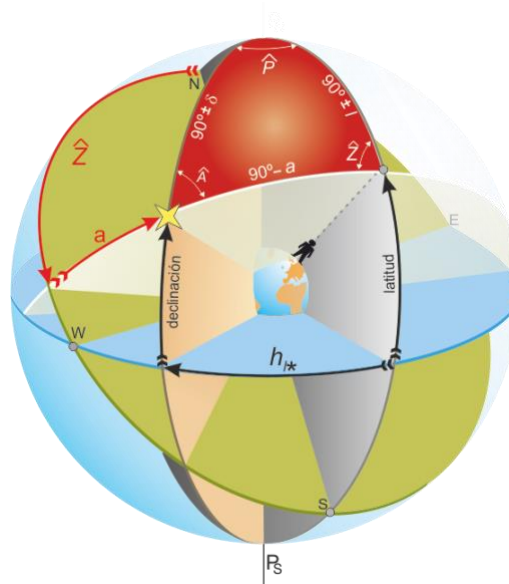


Figura 2-9 Triángulo de posición [10]

De la Figura 2-9 se puede deducir que el **ángulo en el polo $\hat{P}$** , que ahora definiremos como el ángulo entre el meridiano celeste del observador y el círculo horario del astro, es igual a $|h_{G^*} + L|$ o $360^\circ - |h_{G^*} + L|$, en función de que el astro esté al oeste o al este del observador, siendo L la longitud. Además, el ángulo en el polo debe ser siempre menor de 180° . El ángulo situado en el vértice correspondiente al cénit es el acimut $\hat{Z}$ que puede ser náutico si se mide desde el punto cardinal N todo seguido hacia el E de 0° a 360° , cuadrantal si se mide desde el N o S hacia el E u W, o astronómico si se mide desde el punto cardinal que se corresponde al polo celeste elevado de 0° a 180° y hacia el E o el W según sea necesario de forma que no resulte un ángulo mayor de 180° . El lado desde el cénit hasta el polo norte celeste se corresponde con la colatitud, mientras que el lado que va desde el astro hasta el polo, la codeclinación (Δ). El último lado que falta es la distancia cenital C_a , que es el ángulo complementario a la altura del astro. El ángulo paraláctico $\hat{A}$, no se emplea en la navegación astronómica básica.

Debido a los datos con los que contamos, bien sean del almanaque o de la situación de estima, basta con aplicar el teorema del coseno para obtener las variables que necesitamos, que son la altura estimada del astro a_e y el acimut estimado $\hat{Z}_e$.

La culminación del astro se refiere a la máxima altitud que éste alcanza sobre el horizonte, y ocurre en el momento exacto en que cruza el meridiano celeste del observador. En ese instante, el astro se sitúa precisamente en la línea norte-sur del navegante, es decir, en su meridiano. Como un caso particular, cuando ocurre esto, no existe triángulo de posición y se simplifican los cálculos. La latitud coincidiría con la suma de la declinación y la distancia cenital, en caso de que la latitud fuese mayor que la declinación del astro, o con la resta de estos valores si la latitud es menor a la declinación. La longitud coincide con el horario en Greenwich del astro [10].

2.2.2 Recta de altura

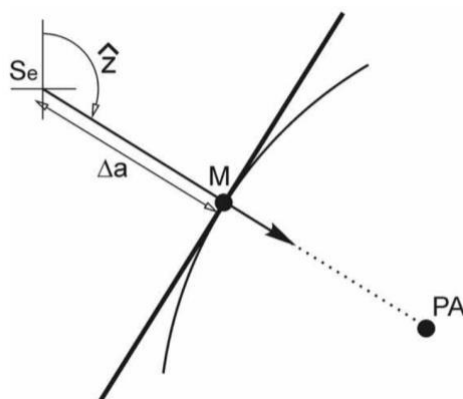
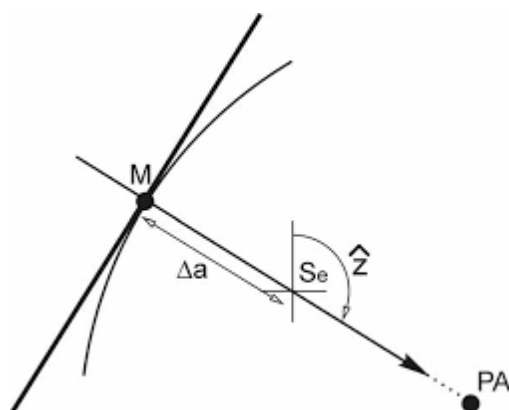
La recta de altura [10] no es más que una línea de posición del barco. Los círculos de alturas iguales, próximos a nuestra situación estimada, por su tamaño pueden aproximarse a rectas, siempre y cuando el astro no se encuentre muy próximo al cénit, y se llaman rectas de altura. Para trabajar con las rectas de altura debemos centrarnos en nuestra situación de estima y no en el polo de iluminación del astro.

Debido a que nos encontramos en la situación verdadera y no en la situación estimada, habremos medido una **altura del astro verdadera**, que diferirá de la altura estimada en Δa ; pero debemos tener en cuenta esa altura para posteriormente calcular esa diferencia de altura (Δa), y el acimut del astro coincidirá aproximadamente con el estimado ($\hat{Z}_e \cong \hat{Z}$).

$$\Delta a = a_v - a_e \quad (2-2)$$

Si la estima que estamos llevando es razonable, entonces la diferencia de altura va a ser, en el peor de los casos, igual a unos pocos minutos de arco de círculo máximo, o lo que es lo mismo, unas pocas millas (como mucho una o dos decenas de millas).

El punto M que obtendremos a partir de Δa se denomina **punto aproximado**, y es el punto por el que debe pasar la recta de altura, que será perpendicular al acimut. En el caso de que Δa sea mayor que cero, M estará entre la situación estimada y el polo de iluminación del astro, es decir, en la misma dirección que el acimut del astro. En caso contrario, la situación verdadera se encontrará más allá de la situación estimada, en sentido contrario al polo de iluminación, como se observa en la Figura 2-10 y en la Figura 2-11.


 Figura 2-10 Ejemplo recta de altura $\Delta a > 0$ [18]

 Figura 2-11 Ejemplo recta de altura $\Delta a < 0$

Por tanto, para la construcción de una recta de altura, necesitaremos conocer la situación estimada de la observación (a_e), el acimut del astro ($\hat{Z}$), la diferencia de alturas (Δa), y la fecha/hora UT de cada observación.

2.2.3 Situación por rectas de altura (de forma gráfica).

Dado que el barco se encuentra en algún punto de la recta de altura en el instante de la observación del astro (es una línea de posición al igual que una demora a tierra), midiendo simultáneamente la altura de dos astros, obtendremos dos rectas de altura, por lo que la situación verdadera será la intersección de ambas líneas de posición. En la Armada, para mayor fiabilidad de la situación se obtienen situaciones a partir de tres líneas de posición en navegación costera, por lo que aquí se observarán tres astros obteniéndose tres rectas de altura y, en vez de una intersección, se obtendrá un triángulo cuyos lados son rectas de altura. La situación verdadera será, en la mayoría de las veces, el centro de ese triángulo.

El proceso para situarse por navegación astronómica será, en primer lugar, la observación instrumental de tres astros, que, con las correspondientes correcciones (de índice, depresión del horizonte, etc.), darán lugar a tres alturas verdaderas. Con la hora UT de las tres observaciones podremos obtener del almanaque náutico sus horarios en Greenwich y sus declinaciones. A continuación, tendremos que resolver el triángulo de posición correspondiente a cada astro para obtener de cada uno el acimut del astro y la distancia cenital estimada (C_a^{est}).

El resto de los valores del triángulo de posición los podemos obtener a partir de la Figura 2-12:

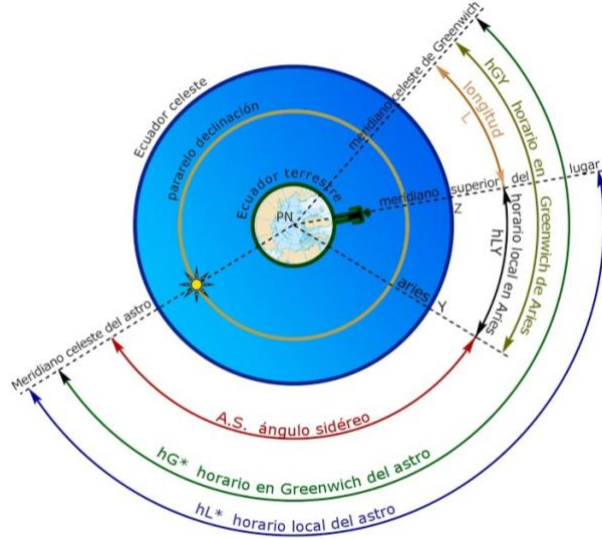


Figura 2-12 Ángulos sobre el ecuador celeste [19]

En primer lugar, el horario de lugar u horario local del astro será:

$$h_L^* = h_G^* \pm L_e \quad (2-3)$$

donde L_e es la longitud estimada.

A partir de aquí tenemos que:

$$\hat{P}(W) = h_L^* , \text{ cuando } h_L^* \leq 180^\circ \quad (2-4)$$

$$\hat{P}(E) = 360^\circ - h_L^* , \text{ cuando } h_L^* > 180^\circ \quad (2-5)$$

La codeclinación se calcula sencillamente como:

$$\Delta = 90^\circ - \delta \quad (2-6)$$

Y la colatitud será:

$$C_l = 90^\circ - l_e \quad (2-7)$$

donde l_e es la latitud estimada.

Una vez tenemos estos datos, ya podemos resolver cualquier incógnita del triángulo de posición utilizando el teorema de los cosenos, obteniendo $\hat{Z}$ y C_a^{est} . De la distancia cenital estimada obtendremos la altura estimada y por tanto la diferencia de altura Δa (1).

Por último, para resolver el ejercicio, debemos representar, sobre una carta en blanco, la situación estimada con los acimuts de los tres astros. Sobre cada acimut pintaremos las diferencias de altura que correspondan a cada acimut, teniendo en cuenta lo anteriormente descrito acerca del signo de Δa . Una vez representada las diferencias de altura, sobre ellas trazaremos una perpendicular al acimut, que corresponderán a las rectas de altura, las cuales generarán un triángulo que tendremos que analizar para

saber si la situación verdadera está dentro o fuera del triángulo. En los puntos de intersección de las rectas de altura representaremos unas bisectrices, con ayuda de unas flechas auxiliares:

Si los acimuts están separados entre sí 120° o separados entre 60° y 120° , y además la suma de cada dos diferencias de acimuts es mayor que 180° , las bisectrices serán interiores, como se muestra en la Figura 2-13:

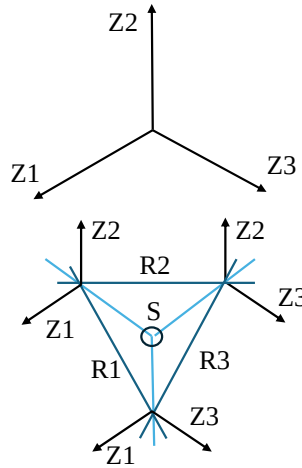


Figura 2-13 Acimuts separados 120°

En la Figura 2-13 partimos de una situación estimada de la que salen los tres acimuts, Z_1 , Z_2 , Z_3 . A continuación, se ven las rectas de altura, ya sin los acimuts, y en los vértices se encuentran las flechas auxiliares con la dirección del acimut al que pertenece cada recta de altura (una en cada extremo de la recta de altura). Como los acimuts cumplen las condiciones descritas, las bisectrices (rayado en azul) se dirigen hacia el interior del triángulo dándonos la posición del barco (S).

Si los acimuts están separados menos de 120° entre sí y, además, la amplitud total de diferencias de acimuts es menos a 180° , la situación estará fuera del triángulo como se muestra en la Figura 2-14:

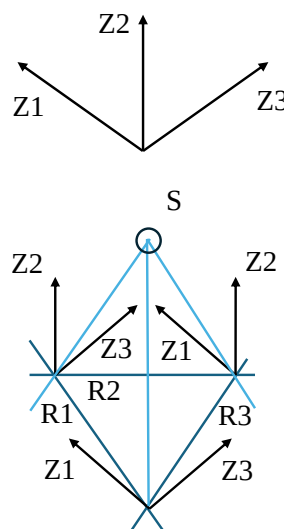


Figura 2-14 Acimuts separados menos de 120°

En este caso los acimuts claramente no están separados 120° entre sí, y las amplitudes están entre sí a menos de 180° ; por ello las flechas auxiliares ya nos indican que dos de las bisectrices no entran en el triángulo, y la situación (S) se encuentra fuera de él.

Como último caso, si los acimuts están separados menos de 120° entre sí y, además, la amplitud total de diferencias de acimuts es menos a 180° pero una de esas diferencias es menor de 60° , la situación está en el corte de la bisectriz interior con el lado opuesto a su vértice, como se puede apreciar en la Figura 2-15.

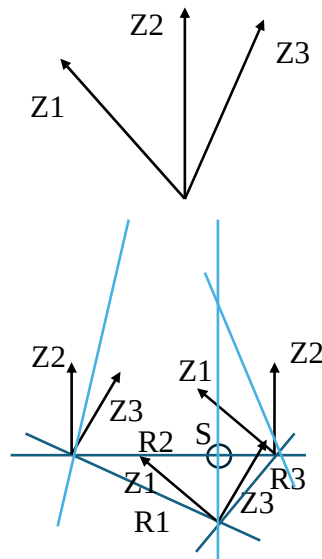


Figura 2-15 Acimuts con una amplitud menor de 60°

Para mayor exactitud en este proceso, podríamos trasladar las rectas de altura en el tiempo. Teniendo en cuenta el rumbo y la velocidad del barco, se traslada la primera y segunda recta de altura una distancia tal que corresponde a la recorrida por el barco y en la dirección del rumbo, análogamente al proceso que se realiza con demoras a tierra no simultáneas (Figura 2-16).

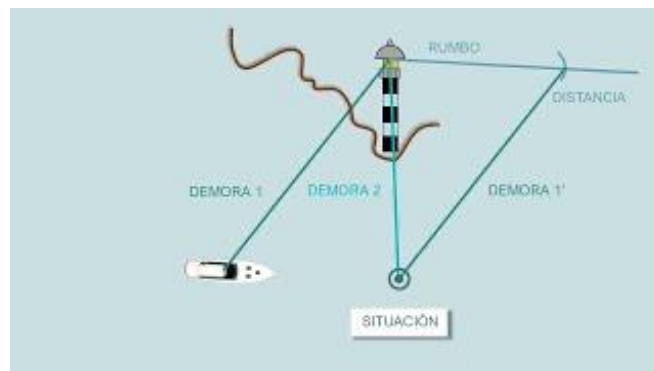


Figura 2-16 Demoras no simultáneas [20]

2.3 Navegación astronómica sin posición de estima

Este método consiste en una forma más avanzada para obtener la posición del buque utilizando las alturas de tres astros diferentes. En lugar de emplear métodos gráficos, resolveremos un sistema de ecuaciones esféricas que se basan en las observaciones directas a los astros.

2.3.1 Cálculo analítico de la posición mediante círculos de altura

Midiendo la altura de dos astros desde una posición desconocida en medio del océano, sin disponer de situación de estima o con una situación muy poco fiable, podemos representar los círculos de alturas iguales sobre la esfera terrestre, cuyos centros son las coordenadas horarias de los astros en el instante de la medida y sus radios las correspondientes distancias cenitales c_a .

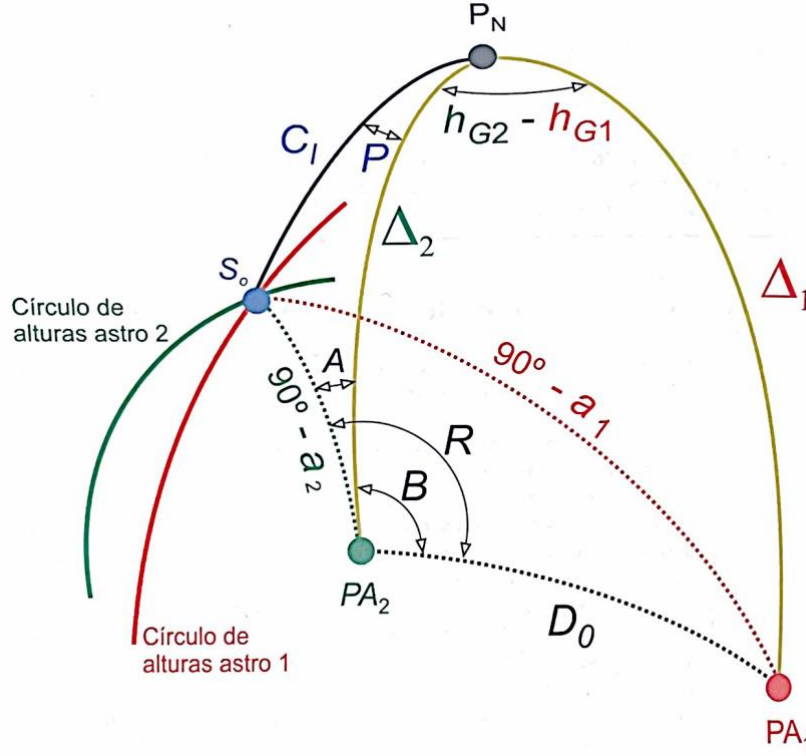


Figura 2-17 Cálculo analítico de la intersección de dos círculos de altura simultáneos [10]

En la Figura 2-17 se representan una serie de triángulos esféricos (todos ellos círculos máximos excepto los círculos de alturas de los astros) de los cuales conocemos todos los datos excepto P , que es el ángulo en el polo del astro dos, la latitud l , los ángulos intermedios A , B , y R y el lado auxiliar D_0 . El Almanaque Náutico nos proporcionará h_{G1} y h_{G2} , así como ambas codeclinaciones conociendo la hora UT de la medida. Por tanto, calcular nuestra posición se reduce a resolver esos triángulos hasta obtener el lado C_l (colatitud) y el ángulo P , del que obtendremos la longitud [10]. La Figura 2-17 no es más que un ejemplo y puede darse que S_0 no esté en esa posición. Basta con conocer el acimut en el que hemos medido cada astro para saber por dónde estará aproximadamente nuestra posición.

2.3.2 Cálculo analítico de la posición mediante la resolución de un sistema de ecuaciones

Los datos iniciales que se necesitan para resolver el problema mediante un sistema de ecuaciones serán las alturas de dos astros diferentes ya corregidas por error instrumental, depresión del horizonte, refracción y paralaje, además de las coordenadas de los astros, las declinaciones y los horarios de lugar.

Una vez tenemos estos datos de cada astro se puede emplear la siguiente expresión, deducida del teorema del coseno, para cada astro [21]:

$$\sin(a_{vi}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_i) + \cos l \cdot \cos(\delta_i) \cdot \cos(\hat{P}_i) \quad (2-8)$$

donde l es la latitud y $\hat{P}_i$ es el ángulo en el polo de cada astro. El ángulo en el polo, dependiendo si el acimut es E u W, puede ser:

$$\hat{P}_i = h_{Gi} - L, \text{ cuando el acimut del astro es componente W} \quad (2-9)$$

$$\hat{P}_i = L - h_{Gi}, \text{ cuando el acimut del astro es componente E} \quad (2-10)$$

donde h_{Gai} es el horario en Greenwich de cada astro.

Por tanto, nuestro sistema de ecuaciones para cada astro quedará como:

$$\begin{cases} \sin(a_{v1}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_1) + \cos l \cdot \cos(\delta_1) \cdot \cos(\widehat{P_1}) \\ \sin(a_{v2}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_2) + \cos l \cdot \cos(\delta_2) \cdot \cos(\widehat{P_2}) \end{cases} \quad (2-11)$$

Sin embargo, este sistema de ecuaciones es no lineal ya que contiene funciones trigonométricas, por lo que no podemos resolverlo de una forma algebraica, pero podemos resolverlo utilizando otros métodos numéricos.

2.3.3 Sistemas de ecuaciones no lineales

A diferencia de los sistemas de ecuaciones lineales, los sistemas de ecuaciones no lineales involucran ecuaciones complejas que no se escriben como combinaciones lineales de las variables desconocidas, lo que complica su análisis y resolución.

Un sistema de ecuaciones no lineales está compuesto por dos o más ecuaciones de varias variables donde al menos una de ellas es no lineal. Matemáticamente, puede expresarse de dos formas distintas:

$$F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (2-12)$$

$$F(X) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ F_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

La resolución de sistemas no lineales requiere de métodos iterativos. Entre los métodos de resolución se encuentran el método de Newton-Raphson, el método de Punto Fijo y métodos numéricos basados en la optimización.

Métodos de Newton-Raphson: es uno de los métodos más utilizados para encontrar soluciones aproximadas a estos sistemas. Se basa en la expansión en serie de Taylor y la iteración de la siguiente expresión:

$$X_{k+1} = X_k - \Delta X_k \quad (2-13)$$

Donde ΔX_k es el vector solución del sistema lineal $J_F(X_k) \Delta X_k = F(X_k)$, siendo $J_F(X_k)$ la matriz de Jacobi de la función F en el iterado X_k . Este método converge rápidamente cuando se inicia en una buena aproximación. Existen estrategias de optimización globalizadoras que se incorporan al método de Newton y garantizan la convergencia desde cualquier iterado si el sistema no lineal tiene solución y se satisfacen ciertas condiciones estándar sobre F .

Método del Punto Fijo: consiste en reformular el sistema como una función iterativa y encontrar un punto fijo mediante iteraciones sucesivas, de la forma:

$$X_{k+1} = X_k - \Delta X_k \quad (2-14)$$

$$X_{k+1} = G(X_k) \quad (2-15)$$

Se requiere que la función $G(x)$ cumpla ciertas condiciones de convergencia para garantizar la obtención de una solución.

Métodos numéricos basados en optimización: los sistemas no lineales pueden resolverse mediante técnicas de optimización, transformando el problema en la minimización de una función de error basada en la norma de las ecuaciones.

$$\text{Min } f(X) = \text{Min } \|F(X)\|_2^2 = \sum_{i=1}^n F_i^2(X) \quad (2-16)$$

Esta metodología permite obtener la solución del sistema de ecuaciones, si dicho sistema tiene solución y, en el caso de no ser así, permite obtener la solución que tienen menor error. Cualquier método de optimización sin restricciones puede resolver el problema, por ejemplo, el método de Newton para optimización o métodos tipo gradiente. Estos son métodos iterativos cuya iteración se repite hasta convergencia y requieren de un iterado inicial X_0 . Esto es: para $k=1, 2, 3$, etc. hasta la convergencia, la iteración se escribe como:

$$X_{k+1} = X_k + \alpha_k d_k \quad (2-17)$$

donde d_k es una dirección de descenso. En el caso del método de Newton d_k es la solución del sistema lineal $\nabla^2 f(X_k) d_k = -\nabla f(X_k)$ y en los métodos tipo gradiente esta dirección viene dada por el gradiente de la función f , $d_k = -\nabla f(X_k)$. La longitud de paso α_k se escoge de tal forma que garantice convergencia desde cualquier iterado inicial.

3 DESARROLLO DEL TFG

3.1 Planteamiento del problema

El problema que se quiere resolver en este trabajo consiste en conseguir un método que permita obtener la posición del barco cuando mi posición de estima sea muy poco fiable o cuando directamente no dispongo de ella. Para ello se desarrollará un código Matlab para resolver el caso de que no se dispone de posición de estima y ésta se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones no lineales. Para el método en el que la posición se obtiene resolviendo los triángulos esféricos, se realizará una hoja de Excel. Por último, se compararán los resultados obtenidos con estos dos métodos con el problema en el que sí conocemos una posición estimada. La resolución de este tercer método se llevará a cabo con un código Python ya existente.

3.2 Requisitos técnicos

Para llevar a cabo la resolución de los sistemas de ecuaciones, se ha optado por emplear las plataformas Matlab, que es una plataforma que se ha utilizado varias veces a lo largo del grado y además es más simple y eficaz en el ámbito científico y de ingeniería, y Excel, que es un programa instalado en la mayoría de los ordenadores con Microsoft Office y no hace necesaria la instalación de programas adicionales.

3.2.1 Matlab

Matlab [22] es un entorno de computación numérica y un lenguaje de programación de alto nivel desarrollado por MathWorks. Está diseñado específicamente para aplicaciones en ingeniería, ciencias, matemáticas y análisis de datos. Matlab permite a los usuarios realizar una amplia gama de tareas, desde operaciones matemáticas simples hasta simulaciones complejas, procesamiento de señales, análisis de datos, desarrollo de algoritmos y creación de modelos. Utiliza un lenguaje de programación intuitivo, con sintaxis sencilla, y especialmente optimizado para operaciones matriciales y proporciona un entorno integrado de desarrollo que incluye un editor de código, una ventana de comandos para ejecutar instrucciones en tiempo real y herramientas para visualizar datos.

3.2.2 Excel

Microsoft Excel [23] es una aplicación de hoja de cálculo desarrollada por Microsoft que forma parte de la suite de Microsoft Office, y es ampliamente utilizada para organizar, analizar y visualizar datos. Es una de las herramientas más populares en el mundo para tareas relacionadas con la gestión de datos, cálculos numéricos, análisis financiero y creación de informes. Entre sus características principales se encuentran las hojas de cálculo, en las que Excel organiza los datos en filas y columnas dentro de celdas las cuales pueden contener texto, números, expresiones numéricas o funciones.

3.3 Resolución del problema mediante el sistema de ecuaciones no lineales (Matlab)

Como se ha indicado anteriormente, para este caso implementaremos un código de Matlab, ya que es más sencillo y práctico que realizarlo en Excel. Cabe destacar que, debido a la fiabilidad requerida en la Armada, ya comentada en el estado del arte, se implementará una tercera ecuación al sistema antes expuesto ((2-11), que se corresponde con la observación de un tercer astro, de modo que el sistema a resolver quedaría de la siguiente forma:

$$F(l, L) = \begin{cases} \sin(a_{v1}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_1) + \cos(l) \cdot \cos(\delta_1) \cdot \cos(\widehat{P}_1) \\ \sin(a_{v2}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_2) + \cos(l) \cdot \cos(\delta_2) \cdot \cos(\widehat{P}_2) \\ \sin(a_{v3}) = \sin(l) \cdot \sin(\delta_3) + \cos(l) \cdot \cos(\delta_3) \cdot \cos(\widehat{P}_3) \end{cases} \quad (3-1)$$

Debido a que el sistema de ecuaciones no lineales presenta errores que son inherentes a las propias mediciones y otros posibles errores que el usuario cometa, es posible que éste no tenga solución en la mayoría de los casos. Por ello, se propone hallar la solución de dicho sistema mediante la minimización de la norma dos de la función F , que es el sistema de ecuaciones no lineal:

$$\min \|F(l, L)\|_2^2 \quad (l, L) \in \mathbb{R}^2 \quad (3-2)$$

3.3.1 Minimización con Matlab

La minimización en matemáticas es un proceso fundamental en el campo de la optimización y consiste en encontrar el valor mínimo de una función dentro de un posible conjunto específico de restricciones. Los métodos para resolver problemas de minimización varían desde técnicas analíticas a métodos numéricos como el mencionado método de Newton.

Aquello que se va a minimizar es la norma dos o norma euclidiana, que es una medida de la magnitud o longitud de un vector en un espacio euclidiano. Se define como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes del vector. Para un vector v su norma dos será:

$$\|v\|_2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2} \quad (3-3)$$

Para la herramienta de Matlab se ha optado por utilizar la función *lsqnonlin* [24] del Toolbox⁴ de optimización, que resuelve problemas de ajuste de curvas de mínimos cuadrados no lineales con el siguiente formato:

$$\min \|F(l, L)\|_2^2 = \min (f_1(l, L)^2 + f_2(l, L)^2 + \dots + f_n(l, L)^2) \quad (l, L) \in \mathbb{R}^2 \quad (3-4)$$

Para llevar a cabo el cálculo, se requiere que la función se encuentre en forma vectorial:

$$F(l, L) = \begin{bmatrix} f_1(l, L) \\ f_2(l, L) \\ f_3(l, L) \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

Si bien el comando *lsqnonlin* tiene varias sintaxis dependiendo de las restricciones que se quieran considerar y otros “outputs” que interesa que aparezcan al ejecutarlo, el seleccionado es el que tiene la siguiente forma:

⁴ Colección de funciones, herramientas y aplicaciones que amplían las capacidades básicas de Matlab.

$$[x, resnorm, residual, exitflag, output] = lsqnonlin (___)$$

donde x es la aproximación minimizada del sistema y que se presenta como un vector columna en el que el primer elemento se corresponde con la latitud y el segundo elemento con la longitud. *Resnorm* es la norma euclidiana al cuadrado de los residuos en la solución encontrada o lo que es lo mismo, es una medida que nos indica cómo de bien se ajusta la solución encontrada al problema. Un valor de *resnorm* cercano a cero indicará que la solución es muy buena, mientras que un valor más grande sugiere que el ajuste no ha sido óptimo. Por otra parte, *residual* es el vector de residuos evaluado en la solución x encontrada por el algoritmo; su interpretación consiste en que cada componente del vector *residual* representa la diferencia entre el valor observado y el valor predicho por el modelo para cada ecuación o restricción del problema. La relación con *resnorm* está en que *residual* es el vector de los residuos, mientras que *resnorm* es un escalar que resume la magnitud total de los residuos. Al igual que *resnorm*, valores de *residual* cercanos a cero indican que la solución satisface bien la ecuación. *Exitflag*, por su parte, es un indicador de la condición de salida que, dependiendo del número que tome, señala la causa por la cual el algoritmo terminó. Valores positivos (1, 2 o 3) indican que el algoritmo convergió; si toma el valor 0 quiere decir que el algoritmo alcanzó el número máximo de iteraciones o evaluaciones permitidas sin converger. Si toma valores negativos (-1, -2 o -3) significa que ha habido problemas durante la optimización. Por último, *output* es una estructura de datos que almacena información relacionada con la ejecución del algoritmo de optimización, proporcionando detalles técnicos sobre el proceso de optimización, como el número de iteraciones, el número de evaluaciones de la función, el método utilizado, etc. Todos los parámetros en el lado derecho de la función son de entrada y deben ser suministrados por el usuario.

3.3.2 Desarrollo del código de Matlab

El código comienza solicitando al usuario, en el archivo “codigo_final” que ingrese una serie de datos necesarios para los cálculos. Estos datos incluyen:

- Alturas de los astros (a_1, a_2 y a_3): la altura verdadera de cada astro medida en grados.
- Declinaciones de los astros (d_1, d_2 y d_3): la declinación propia de cada astro medida en grados.
- Horario Greenwich de los astros (h_{ga1}, h_{ga2} y h_{ga3}): el ángulo horario de cada astro respecto al meridiano de Greenwich, medido en grados.
- Hora de observación de los astros (t_1, t_2 y t_3): la hora en el que se realizó la observación de cada astro medido en horas.
- Acimut de los astros (Z_1, Z_2 y Z_3): el ángulo acimutal de cada astro, medido en grados.
- Rumbo del barco (rbo).
- Velocidad del barco (v): medida en nudos.

Exceptuando el rumbo del barco y su velocidad, el resto de los datos se agrupan en forma de matrices de 3×1 . Una vez recopilados estos datos se convierten a radianes, ya que es necesario para los cálculos trigonométricos en Matlab. Este cambio de unidades puede realizarse con el comando *deg2rad* aunque para las matrices columna se ha optado por multiplicar el escalar $\pi/180$. Además se calcula la distancia cenital como la resta de una matriz columna en la que todas sus entradas son $\pi/2$ menos la matriz de las alturas de los astros y se calculan las diferencias de tiempos de cada observación con respecto a la hora de la última observación (t_3) dando lugar a las variables t_{13}, t_{23} y t_{33} que se almacenan en forma de matriz columna bajo la variable t .

A continuación, se procede al cálculo de la distancia recorrida por el barco durante el tiempo transcurrido entre las observaciones de los astros. Esto se hace multiplicando las variables v y t dando lugar a la variable d .

La matriz desde el cual se va a inicializar el algoritmo de minimización es una matriz cero de 2×1 . Se ha decidido así para que sea un inicio genérico y que el usuario no tenga que introducir valor alguno cercano a la solución puesto que no se dispone de una situación de estima fiable. Al final de esta hoja de Matlab se produce el llamado al algoritmo para la resolución del sistema de ecuaciones no lineal “*lsqnonlin*” con todas sus variables de la siguiente forma:

$$[x, resnorm, residual, exitflag, output] = lsqnonlin(@(x)fun3(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital),x0)$$

Esta función en la que se van a emplear todas las variables se denomina f y se aloja en el archivo “*fun3*”. La hoja comienza con el cálculo de la diferencia en la altura del astro debida al movimiento del barco en un determinado rumbo (Δh). Esta operación se lleva a cabo paralelamente en “*fun3*” mediante la siguiente expresión:

$$\Delta h = \frac{d \cdot \cos(A - R)}{60} \cdot \tan(Z) \quad (3-6)$$

donde d es la distancia recorrida en el tiempo hasta que se observa el tercer astro, A es el acimut del astro, R es el rumbo del barco y Z es la distancia cenital. Esta diferencia de altura, al igual que todas las medidas angulares, debe pasarse a radianes. Teniendo en cuenta la ecuación **Error! Reference source not found.**, con las variables del código quedaría como:

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= (d_1 \cdot \cos(Z_1 - rbo)/60) \cdot \tan C_{a1} \\ \Delta h_2 &= (d_2 \cdot \cos(Z_2 - rbo)/60) \cdot \tan C_{a2} \\ \Delta h_3 &= (d_3 \cdot \cos(Z_3 - rbo)/60) \cdot \tan C_{a3} \end{aligned} \quad (3-7)$$

Seguidamente al código que calcula la diferencia de altura (Δh_i) encontramos las condicionales que determinan el valor del ángulo en el polo $\hat{P}_i$ dependiendo del acimut de cada astro. Contenido en el ángulo en el polo se encuentra la segunda de las incógnitas, la longitud. Si el acimut se encuentra entre cero y ciento ochenta grados $\hat{P}$ toma el valor $\hat{P}_i = L - h_{gai}$; si por el contrario el acimut está entre ciento ochenta y uno y trescientos cincuenta y nueve grados $\hat{P}$ tomará el valor $\hat{P}_i = h_{gai} - L$.

Al final del archivo “*fun3*” encontramos el sistema de ecuaciones no lineales basado en la ecuación (3-1):

$$\begin{aligned} f_1 &= \sin(a_1 + \Delta h_1) - \sin(l) \cdot \sin(\delta_1) - \cos(l) \cdot \cos(\delta_1) \cdot \cos(\hat{P}_1) \\ f_2 &= \sin(a_2 + \Delta h_2) - \sin(l) \cdot \sin(\delta_2) - \cos(l) \cdot \cos(\delta_2) \cdot \cos(\hat{P}_2) \\ f_3 &= \sin(a_3 + \Delta h_3) - \sin(l) \cdot \sin(\delta_3) - \cos(l) \cdot \cos(\delta_3) \cdot \cos(\hat{P}_3) \end{aligned} \quad (3-8)$$

Por último, “*codigo_final*” muestra el resultado de la minimización convertido de nuevo a grados, así como las estructuras de datos comentadas anteriormente (*resnorm*, *residual*, *exitflag* y *output*).

3.3.3 Desarrollo aplicación de Matlab para el usuario

Una vez desarrollado el código, se procedió a la realización de pruebas para determinar su validez y, tras esto, se llevó a cabo el desarrollo de una aplicación Matlab mediante “App Designer”, que es un entorno de desarrollo integrado (IDE) de MATLAB que permite crear aplicaciones interactivas con interfaces gráficas de usuario (GUI). Es una herramienta visual que combina un editor de interfaz gráfica en el que se puede arrastrar y soltar componentes como botones, cuadros de texto, gráficos, etc. con un

editor de código para programar la lógica de la aplicación. El código de la aplicación consta de las siguientes partes:

- Definición de la clase⁵ de la aplicación: *classdef app1* define una clase llamada *app1*. *<matlab.apps.AppBase* indica que la clase hereda de *matlab.apps.AppBase*, que es la clase base para aplicaciones en “App Designer”.
- Propiedades (componentes de la interfaz): son las variables de la clase que representan los componentes de la interfaz gráfica. Entre esas variables se encuentran *UIFigure* que es la ventana principal de la aplicación, *Image* que se corresponde con la imagen que se muestra en la interfaz (Ilustración 1), *CalcularButton* que es el botón que ejecuta cálculos cuando se presiona, *NumericEditField* que son los campos de entrada numéricos y *Label*, etiquetas que describen los campos de entrada.
- Métodos de callbacks⁶ y funciones: el callback del botón *CalcularButton* función se ejecuta cuando el usuario hace clic en dicho botón. Obtiene los valores de los campos de entrada, asignando a las variables los valores (*Value*) introducidos, realiza cálculos matemáticos (conversiones de grados a radianes, operaciones trigonométricas, etc.) y usa la función *lsqnonlin* para resolver el problema de mínimos cuadrados no lineales del sistema tal y como hace el primer código desarrollado. Por último, muestra los resultados en los campos *LatitudEditField* y *LongitudEditField*.
- Métodos de inicialización de componentes: *createComponents* es una función que crea y configura todos los componentes de la interfaz gráfica. *uifigure* crea la ventana principal, *uilabel*, *uieditfield* y *uibutton* crean las etiquetas, campos de entrada y botones respectivamente, y *uiimage* carga la imagen en la interfaz.
- Métodos de creación y eliminación de la aplicación: en primer lugar, se construye la aplicación y se registra en “App Designer” (*function app=app1, createComponents(app), registerApp(app, app.UIFigure)*) y después se implementa la función para eliminarla (*function delete(app), delete(app.UIFigure)*)

3.4 Resolución del problema mediante círculos de altura (Excel)

Para la resolución del problema sin la posición de estima a partir del corte de círculos de altura se va a incluir, al igual que el método que se acaba de exponer, la observación de un tercer astro para conseguir más precisión y fiabilidad en nuestra posición.

Según se ha expuesto anteriormente, el problema se puede resolver de forma válida a partir del corte de dos círculos de alturas iguales pertenecientes a dos astros [10], sin embargo, al usar tres círculos de posición en lugar de dos, se consigue aumentar la precisión del posicionamiento, con lo cual se añade un tercer astro, de manera que, realizando el proceso descrito para dos astros en tres ocasiones, obtendremos tres puntos que darán lugar a un triángulo de posición en cuyo incentro situaremos nuestra posición (ver Figura 3-1).

Por un lado, con tres círculos de altura se consigue reducir la ambigüedad ya que dos círculos de altura pueden cortarse en dos puntos y en cambio con tres círculos de altura el corte es en torno a un

⁵ Estructura que sirve como una plantilla o un plano para crear objetos.

⁶ Función que se pasa como argumento a otra función ejecutándose en un momento determinado.

único punto o se consigue un triángulo de posición a partir del cual se puede calcular la situación observada. Además, con el uso de tres círculos de altura permite el uso de las bisectrices de altura obtenidas a partir de cada pareja de lados del triángulo de posición obtenido. Estas bisectrices de altura reducen considerablemente los errores sistemáticos que predominan en los procedimientos de situación por medio de tres astros en los crepúsculos (Figura 3-2 y Figura 3-3) [25].

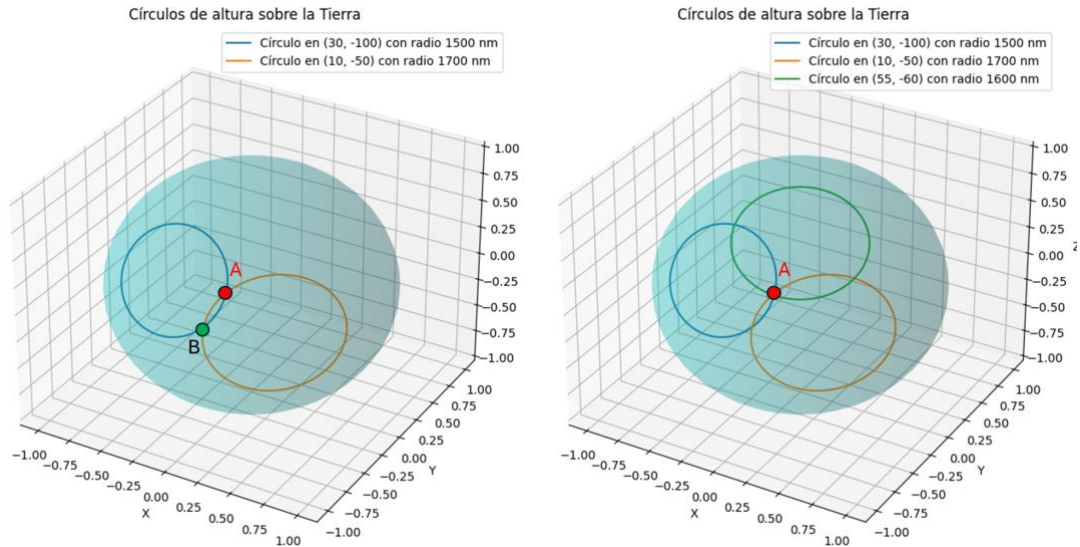


Figura 3-1 Ejemplo de la reducción de la ambigüedad al usar tres círculos de altura

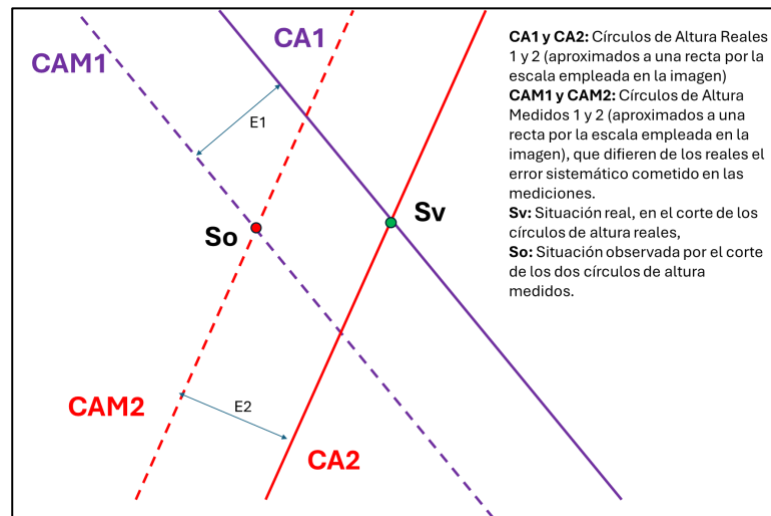


Figura 3-2

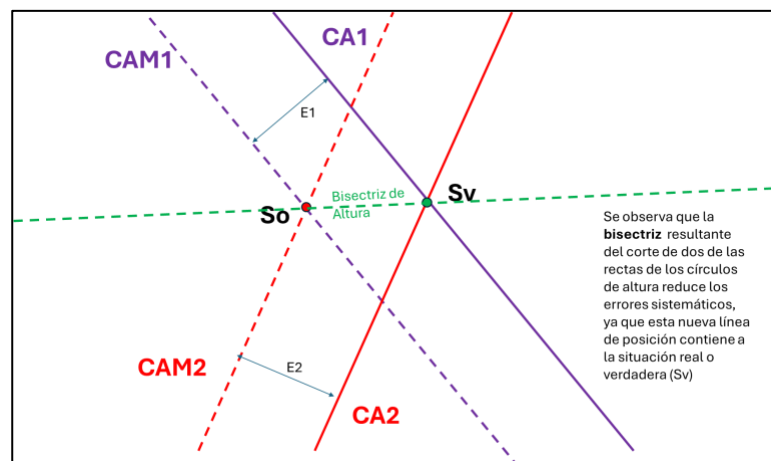


Figura 3-3 Uso de las bisectrices de altura para reducir los errores sistemáticos en las medidas

3.4.1 Desarrollo hoja de Excel

El Excel está organizado en dos hojas principales. La hoja “DATOS Y CÁLCULOS” contiene los cálculos intermedios y fórmulas necesarias para determinar la posición del barco y la hoja “RESULTADOS” muestra los resultados finales de los cálculos, incluyendo la posición del barco gracias al cálculo del incentro del triángulo formado por los puntos de corte de los círculos de alturas iguales.

Hoja: “DATOS Y CÁLCULOS”

En primer lugar, el usuario debe introducir los datos que se piden en aquellas celdas que están de color azul, tal y como se muestra en la Figura 3-4. En la hoja “DATOS Y CÁLCULOS” en las celdas que se encuentran debajo de las rotuladas como “RBO” y “VELOC”, se debe introducir el rumbo en grados (0-360) y velocidad en nudos del barco. En las celdas que se encuentran a ambos lados de las indicadas anteriormente se calculan las distancias navegadas en minutos de arco de círculo máximo entre los instantes de las observaciones del primer y segundo astro respecto al instante de observación del tercero.

B	C	D	E	F	G	H
Inc. Tiempo 2-3	0,048333334	RBO	VELOC	0,386666672	<-- Dist. 2-3	
Inc. Tiempo 1-3	0,113333334	330	8	0,906666672	<-- Dist. 1-3	
		Z1		Z2		Z3
	z	31		90		279
	ASTRO1	9,058333333	ASTRO2	9,123333333	ASTRO3	9,171666667
	av1	33,0233333	av2	54,34	av3	45,72833333
Radio C.A. inic..	90-av	56,9766667		35,66		44,27166667
Var. Radio C.A.	90-av-var.	56,96934069		35,66322222		44,27166667
	hG1	hG*1-hG*2	hG2	hG*1-hG*2	hG3	hG*2-hG*3
hG*	327,807431	6,602708	334,410139	279,7363195	54,6738195	273,1336115
	d1		d2		d3	
d	49,945		4,185		9,985	
Δ	40,055		85,815		80,015	
VARIACIÓN RADIO C.A.						
	Ang. var. CA1	Var. radio CA1	Ang var CA2	Var.radio CA2		
	299	0,4395607249	240	-0,193333336		
	En grados:	0,007326012082	En grados:	-0,0032222222		

Figura 3-4 Introducción de datos en la hoja “DATOS Y CÁLCULOS”

En las celdas situadas bajo las rotuladas como “Z1”, “Z2” y “Z3” se deben introducir los acimuts de los tres astros en grados (0-360). A la derecha de las rotuladas como “ASTRO1”, “ASTRO2” y “ASTRO3” debe introducirse el tiempo en horas correspondiente a los instantes en los que se han tomado las alturas de los astros. De igual modo, a la derecha de las celdas “av1”, “av2” y “av3” se introducirán las alturas verdaderas obtenidas para cada astro en grados.

En la parte inferior de las celdas de las alturas se calculan primero los radios de los círculos de altura de cada astro sin tener en cuenta la variación de éstos por el desplazamiento del barco entre los instantes de las dos primeras observaciones y la última y, debajo de éstas, se calculan los radios teniendo en cuenta la variación de radio correspondiente para los dos primeros astros observados.

Seguidamente se encuentran las celdas que calculan el incremento o reducción del radio de los círculos de altura de los dos astros observados en instantes anteriores debido al movimiento del barco hasta el instante de la observación del último astro, que determinara la hora de la situación obtenida, todo ello, teniendo en cuenta la relación entre el acimut del astro y el rumbo mantenido.

Como los radios de los círculos de altura de los dos primeros astros observados varían hasta la hora de la obtención de la altura del último astro, se calcula para cada uno de ellos la diferencia entre el rumbo (R) y el acimut (z), obteniéndose el ángulo α que determinará la dirección y sentido de la variación del radio del círculo de altura correspondiente. La variación del radio tiene el nombre de “Var. Radio C.A.”

(variación del radio del círculo de altura), y se aplica al “Radio C.A. inic.” (radio del círculo de altura inicial).

$$\alpha_1 = R_1 - z_1 \quad (3-9)$$

$$\alpha_2 = R_2 - z_2 \quad (3-10)$$

Una vez obtenido el ángulo α de cada astro y la distancia recorrida en el intervalo de tiempo entre la observación del primer y segundo astro respecto al tercero ($dist_i$), a la velocidad del barco (v), se calcula la variación del radio del círculo de altura (Δr). El nuevo radio del círculo de altura se calcula restando el incremento de radio obtenido al valor de 90 grados menos la altura del astro. Algunos de los datos que el Excel utiliza en las siguientes expresiones son los incrementos de tiempo “Inc. Tiempo 2-3” e “Inc. Tiempo 1-3” (Δt_{13} y Δt_{23}), y de distancia “Dist. 2-3” y “Dist. 1-3” ($dist_1$ y $dist_2$).

$$dist_1 = v \cdot \Delta t_{13} = v \cdot (t_3 - t_1) \quad (3-11)$$

$$dist_2 = v \cdot \Delta t_{23} = v \cdot (t_3 - t_2) \quad (3-12)$$

$$\Delta r_1 = d_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (3-13)$$

$$\Delta r_2 = d_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (3-14)$$

$$R_{CA1} = 90 - a_1 - \Delta r_1 \quad (3-15)$$

$$R_{CA2} = 90 - a_2 - \Delta r_2 \quad (3-16)$$

Por ejemplo, en el problema de situación con tres astros mostrado en la Figura 3-5, en el que se utilizan tres círculos de altura para obtener la situación observada (So), si el barco navega a un rumbo con una ligera componente oeste noroeste, el radio del círculo de altura del “Astro1” disminuiría, así como el radio del círculo de altura del “Astro2”. El círculo de altura del “astro3” en cambio, aumentaría (Figura 3-6).

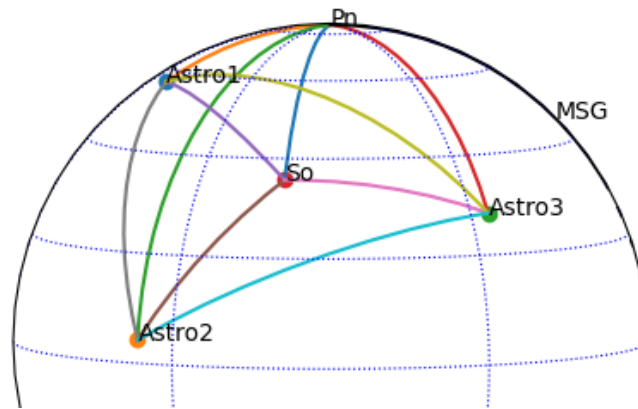


Figura 3-5 Ejemplo de situación con tres círculos de altura

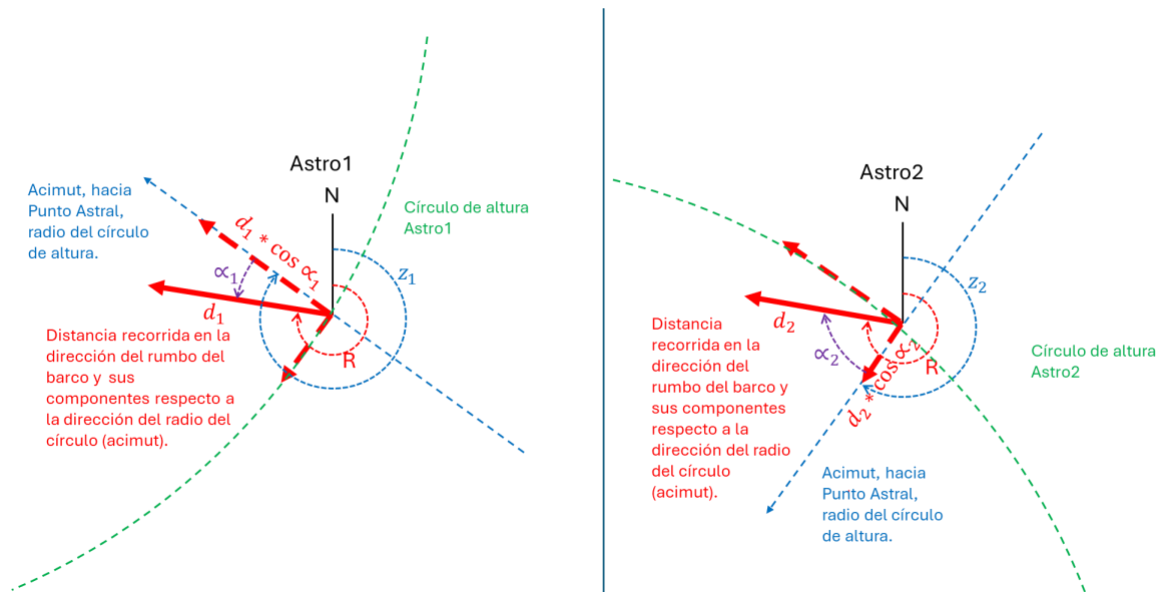


Figura 3-6 Ejemplo de variación de los radios de los círculos de altura

Para poder calcular la variación de los radios de los círculos de altura en el Excel, primero se calcula el ángulo α restando al rumbo el acimut de los dos primeros astros, mostrándose este resultado en las celdas debajo de las rotuladas como “Ang. var. CA1” y “Ang. var. CA2”, ubicadas bajo la leyenda “VARIACIÓN RADIO C.A.”. En las celdas ubicadas bajo las rotuladas como “Var. radio CA1” y “Var. radio CA2” se calcula la variación del radio del círculo de altura en minutos de círculo máximo multiplicando la distancia navegada entre las observaciones por el coseno del ángulo obtenido en cada caso. Finalmente, debajo de estas celdas se pasa la variación del radio de los círculos de altura a grados y a continuación, se introducen los de los horarios en Greenwich de los astros, debajo de las celdas “hG1”, “hG2” y “hG3” y a la derecha de estas celdas se calculan las diferencias de horarios entre cada dos astros.

Por último, se introducen las declinaciones (δ) de los astros bajo las celdas “d1”, “d2” y “d3” y se calculan las codeclinaciones (Δ) en las celdas inmediatamente inferiores a éstas ($\Delta = 90 - \delta$).

Seguidamente y separados en tres bloques denominados “astro1-astro2”, “astro2-astro3” y “astro1-astro3” (ver Figura 3-7 y Figura 3-8) se resuelven los triángulos esféricos que permiten calcular los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura, haciendo uso directo del teorema del coseno y lo explicado en el método de cálculo analítico de la posición mediante círculos de altura del apartado 2.3.1. Con el objeto de que el Excel permita resolver el problema de situación en cualquier zona del mundo y con cualquier disposición relativa entre los tres astros, se calculan todas las posibles soluciones y se alcanzan dos posibles latitudes “LAT1” y “LAT2” y ocho posibles longitudes “LON1” A “LON8” para cada uno de los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura. Adicionalmente se hacen las transformaciones necesarias para que las latitudes sean de 0° a 90° con signo “+” si son N y signo “-” si son S, y que las longitudes sean de 0° a 180° 90° con signo “+” si son W y signo “-” si son E.

DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS	astro1-astro2				astro2-astro3				astro1-astro3			
	COS Do	COS Δ1	0,7654270585		COS Do	COS Δ2	0,0729770983		COS Do	COS Δ1	0,76542705	
		COS Δ2	0,0729770983	0,05585864569		COS Δ3	0,1733903497	0,01265352		COS Δ3	0,17339034	0,13271766
		SIN Δ1	0,6435226633			SIN Δ2	0,9973336168			SIN Δ1	0,64352266	
		SIN Δ2	0,9973336168			SIN Δ3	0,9848531802			SIN Δ3	0,98485318	
		COS hG*1-2	0,9933673322	0,637549894		COS hG*2-3	0,169114178	0,16610854		COS hG*1-2	0,05466457	0,03464506
				0,6934085397				0,17876206				0,16736272
			D0	46,09946633			D0	79,7023379			D0	80,3654823
	COS A	COS Δ2	0,0729770983		COS A	COS Δ3	0,1733903497		COS A	COS Δ3	0,17339034	
		COS Δ1	0,7654270585			COS Δ2	0,0729770983			COS Δ1	0,76542705	
		COS Do	0,6934085397	0,5307536589		COS Do	0,1787620675	0,01304553		COS Do	0,16736272	0,12810395
		SIN Δ1	0,6435226633	-0,4577765606		SIN Δ2	0,9973336168	0,16034481		SIN Δ1	0,64352266	0,04528639
		SIN Do	0,7205446531	0,4636868142		SIN Do	0,9838923331	0,98126889		SIN Do	0,98589538	0,63444602
				-0,9872537812				0,16340557				0,07137942
			A	170,8422096			A	80,5953761			A	85,9067795
	COS R	COS R2	0,8124579308		COS R	COS R3	0,7160380195		COS R	COS R3	0,71603801	
		COS Do	0,6934085397			COS Do	0,1787620675			COS Do	0,16736272	
		COS R1	0,5450877346	0,3779684901		COS R2	0,8124579308	0,14523665		COS R1	0,54508773	0,09122736
		SIN Do	0,7205446531	0,4344894407		SIN Do	0,9838923331	0,57080136		SIN Do	0,98589538	0,62481065
		SIN R1	0,8383790083	0,6040895117		SIN R2	0,5830198202	0,57362873		SIN R1	0,83837900	0,82655399
				0,7192467876				0,99507107				0,75592236
			R	44,00767121			R	5,69104656			R	40,8939709
			B1	214,8498808			B1	86,2864227			B1	126,800750
			B2	-126,8345384			B2	-74,9043294			B2	-45,0128083
DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS	COS 90-I	COS Δ1	0,7654270585		COS 90-I	COS Δ2	0,0729770983		COS 90-I	COS Δ1	0,76542705	
		COS R1	0,5450877346	0,4172249013		COS R2	0,8124579308	0,05929082		COS R1	0,54508773	0,41722490
		SIN Δ1	0,6435226633			SIN Δ2	0,9973336168			SIN Δ1	0,64352266	
		SIN R1	0,8383790083			SIN R2	0,5830198202			SIN R1	0,83837900	
		COS B1	-0,8206520434	-0,4427548195		COS B1	0,06476878035	0,03766079		COS B1	-0,59903401	-0,3231884
		COS B2	-0,5995061779	-0,3234431105		COS B2	0,2604315511	0,15143190		COS B2	0,70694868	0,38141005
				-0,02552991815				0,09695161				0,09403649
				0,09378179083				0,21072272				0,79863495
		90-LAT1	91,46291551			90-LAT1	84,4363420			90-LAT1	84,6041334	
		90-LAT2	84,61879147			90-LAT2	77,8352909			90-LAT2	37,0000529	
DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS		LAT1	-1,462915506			LAT1	5,56365791			LAT1	5,39586659	
		LAT2	5,381208532			LAT2	12,1647090			LAT2	52,9999470	
	COS P1	COS R1	0,5450877346		COS P2	COS R2	0,8124579308		COS P2	COS R1	0,54508773	
		COS Δ1	0,7654270585			COS Δ2	0,0729770983			COS Δ1	0,76542705	
		COS 90-LAT1	-0,02552991815	-0,01954129015		COS 90-LAT1	0,09695161837	0,00707524		COS 90-LAT1	0,09403649	0,07197807
		COS 90-LAT2	0,09378179083	0,0717831203		COS 90-LAT2	0,2107227234	0,01537793		COS 90-LAT2	0,79863495	0,61129680
		SIN Δ1	0,6435226633	0,5646290248		SIN Δ2	0,9973336168	0,80538268		SIN Δ1	0,64352266	0,47310965
				0,4733046143				0,79707999				-0,0662090
		SIN 90-LAT1	0,9996740585	0,8433129126		SIN 90-LAT1	0,9952890955	0,99263527		SIN 90-LAT1	0,99556875	0,64067105
		SIN 90-LAT2	0,995592776	0,6406865148		SIN 90-LAT2	0,977545873	0,97493936		SIN 90-LAT2	0,60181576	0,38728208
				0,8776895563				0,81135811				0,73845955
DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS				0,7387460223				0,81756879				-0,17095821
			P1	28,63510033			P1	35,7711641			P1	42,3996422
			P2	42,37529482			P2	35,1578439			P2	99,8435387
				299,1723307				298,638974				285,407788
				356,4425313				370,181303				370,207073
				305,7750387				18,9026553				12,2741773
				363,0452393				90,4449836				97,0734617
				285,4321362				299,252295				227,963892
				370,1827258				369,567982				427,650969
				292,0348442				19,5159755				-45,1697191
DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS				376,7854338				89,8316634				154,517358
		299,1723307	LON1	-60,82766933		298,6389748	LON1	-61,3610251		285,4077888	LON1	-74,5922111
		356,4425313	LON2	-3,557468672		10,18130319	LON2	10,1813031		10,2070732	LON2	10,2070732
		305,7750387	LON3	-54,22496133		18,90265531	LON3	18,9026553		12,2741773	LON3	12,2741773
		3,045239328	LON4	3,045239328		90,44498369	LON4	90,4449836		97,0734617	LON4	97,0734617
		285,4321362	LON5	-74,56786382		299,2522951	LON5	-60,7477048		227,9638923	LON5	-132,036101
		10,18272582	LON6	10,18272582		9,567982933	LON6	9,56798293		67,6509697	LON6	67,6509697
		292,0348442	LON7	-67,96515582		19,51597557	LON7	19,5159755		-45,1697192	LON7	-45,1697191
		16,78543382	LON8	16,78543382		89,83166343	LON8	89,8316634		154,5173582	LON8	154,517358

Figura 3-7 Zona de cálculos de triángulos esféricos para obtener las posibles latitudes de los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura

DATOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS			0,09378179083				0,21072272				0,79863495
		90-LAT1	91,46291551			90-LAT1	84,4363420			90-LAT1	84,6041334
		90-LAT2	84,61879147			90-LAT2	77,8352909			90-LAT2	37,0000529
		LAT1	-1,462915506			LAT1	5,56365791			LAT1	5,39586659
		LAT2	5,381208532			LAT2	12,1647090			LAT2	52,9999470
COS P1	COS R1	0,5450877346		COS P2	COS R2	0,8124579308		COS P2	COS R1	0,54508773	
	COS Δ1	0,7654270585			COS Δ2	0,0729770983			COS Δ1	0,76542705	
	COS 90-LAT1	-0,02552991815	-0,01954129015		COS 90-LAT1	0,09695161837	0,00707524		COS 90-LAT1	0,09403649	0,07197807
	COS 90-LAT2	0,09378179083	0,0717831203		COS 90-LAT2	0,2107227234	0,01537793		COS 90-LAT2	0,79863495	0,61129680
	SIN Δ1	0,6435226633	0,5646290248		SIN Δ2	0,9973336168	0,80538268		SIN Δ1	0,64352266	0,47310965
			0,4733046143				0,79707999				-0,06620901
	SIN 90-LAT1	0,9996740585	0,6433129126		SIN 90-LAT1	0,9952890955	0,99263527		SIN 90-LAT1	0,99556875	0,64067105
	SIN 90-LAT2	0,995592776	0,6406865148		SIN 90-LAT2	0,977545873	0,97493936		SIN 90-LAT2	0,60181576	0,38728208
			0,8776895563				0,81135811				0,73845955
			0,7387460223				0,81756879				-0,17095821
		P1	28,63510033			P1	35,7711641		P1	42,3996422	
		P2	42,37529482			P2	35,1578439		P2	99,8435387	
			299,1723307				298,638974			285,407788	
			356,4425313				370,181303			370,207073	
			305,7750387				18,9026553			12,2741773	
			363,0452393				90,4449836			97,0734617	
			285,4321362				299,252295			227,963892	
			370,1827258				369,567982			427,650969	
			292,0348442				19,5159755			-45,1697191	
			376,7854338				89,8316634			154,517358	
	299,1723307	LON1	-60,82766933		298,6389748	LON1	-61,3610251		285,4077888	LON1	-74,5922111
	356,4425313	LON2	-3,557468672		10,18130319	LON2	10,1813031		10,2070732	LON2	10,2070732
	305,7750387	LON3	-54,22496133		18,90265531	LON3	18,9026553		12,2741773	LON3	12,2741773
	3,045239328	LON4	3,045239328		90,44498369	LON4	90,4449836		97,0734617	LON4	97,0734617
	285,4321362	LON5	-74,56786382		299,2522951	LON5	-60,7477048		227,9638923	LON5	-132,036101
	10,18272582	LON6	10,18272582		9,567982933	LON6	9,56798293		67,6509697	LON6	67,6509697
	292,0348442	LON7	-67,96515582		19,51597557	LON7	19,5159755		-45,1697192	LON7	-45,1697191
	16,78543382	LON8	16,78543382		89,83166343	LON8	89,8316634		154,5173582	LON8	154,517358

Figura 3-8 Zona de cálculos de triángulos esféricos para obtener las posibles longitudes de los puntos de corte de cada pareja de círculos de altura

Con el objeto de discernir cuáles son las coordenadas válidas de cada punto de corte entre todas las obtenidas, en la parte inferior de la tabla se emplea una regla definida en función de un “Umbral de

Hoja: “RESULTADOS”

POSICIÓN PUNTO 1 (CA1-CA2)				
	LAT	LON		
grados	5,381208532	10,18272582		
POSICIÓN PUNTO 2 (CA2-CA3)				
	LAT	LON		
grados	5,563657917	10,18130319		
POSICIÓN PUNTO 3 (CA1-CA3)				
	LAT	LON		
grados	5,395866596	10,2070732		
SITUACIÓN OBSERVADA				
	LAT	LON		
incentro	5,401818862	10,19429411		
	5,401818862	10,19429411		
	N	W		
	Punto	Lat	Lon	Radio Tierra (km)
	1	5,381208532	10,18272582	6371
	2	5,563657917	10,18130319	Distancia 23
	3	5,395866596	10,2070732	Distancia 13
				Distancia 12
				Latitud Incentro
				Longitud Incentro

Figura 3-11 Hoja de resultados del Excel

Esta hoja (Figura 3-11) muestra los resultados finales de los cálculos realizados en la hoja “DATOS Y CÁLCULOS”, indicando los puntos de corte de cada pareja de los círculos de altura de cada astro en las celdas de color naranja y realizando el cálculo del incentro o punto de corte de las bisectrices interiores del triángulo definido por los tres puntos de corte, haciendo uso de la **distancia haversine** en función del radio de la tierra en kilómetros.

Para ello primero se calcula primero la longitud de cada lado del triángulo aplicando la fórmula de la distancia haversine, a la derecha de las celdas “Distancia 23”, “Distancia 13” y “Distancia 12” [26].

$$d = 2R \cdot \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \sin^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{2} \right)} \right) \quad (3-17)$$

donde d es la distancia entre puntos, R es el radio de la Tierra⁷, φ_1 y φ_2 son las latitudes de los dos puntos en radianes, $\Delta\varphi$ es la diferencia de esas latitudes y $\Delta\lambda$ es la diferencia de las longitudes de los dos puntos en radianes.

⁷ El valor medio del radio de la Tierra corresponde a 6.371 km.

Una vez calculada la longitud de cada lado del triángulo se calculan las coordenadas del incentro (Figura 3-12) con las siguientes fórmulas en las celdas ubicadas bajo las anteriores [27]:

$$LAT = \frac{(d_{23}\varphi_1 + d_{13}\varphi_2 + d_{12}\varphi_3)}{(d_{23} + d_{13} + d_{12})} \quad (3-18)$$

$$LON = \frac{(d_{23}\lambda_1 + d_{13}\lambda_2 + d_{12}\lambda_3)}{(d_{23} + d_{13} + d_{12})} \quad (3-19)$$

donde φ_1 , φ_2 y φ_3 son las latitudes de los tres puntos, λ_1 , λ_2 y λ_3 son las longitudes esos puntos y d_{23} , d_{13} y d_{12} son las distancias correspondientes a los lados del triángulo de posición.

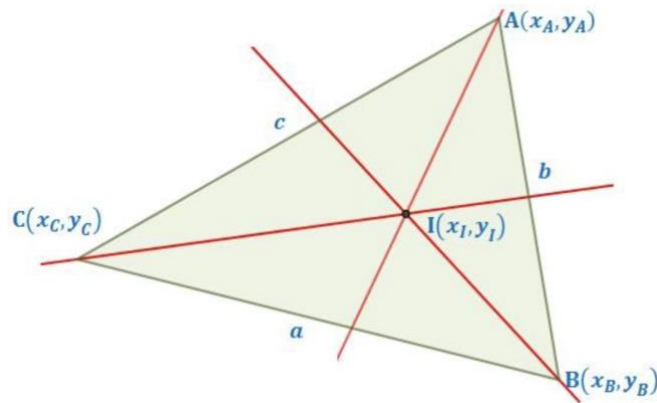


Figura 3-12 Incentro de un triángulo [28]

Análogamente, en la Figura 3-12, las latitudes y longitudes de los puntos de corte se corresponden con x_i e y_i respectivamente, y las distancias de los lados son a , b y c . LAT y LON serán x_i e y_i del punto I .

Finalmente, en las celdas bajo el rótulo “SITUACIÓN OBSERVADA” se muestran las coordenadas de la situación final obtenida.

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN / PRUEBAS

4.1 Introducción

En este apartado se expondrán los requisitos necesarios para el uso de la aplicación de Matlab y el archivo Excel, que deben ser conocidos por el usuario para introducir de forma correcta los datos y saber interpretar los resultados. También se mostrarán las interfaces tanto de la aplicación de Matlab como de la hoja de Excel.

Asimismo, se expondrán los resultados obtenidos desde el código de Matlab y el Excel y se compararán entre sí, así como con los resultados obtenidos mediante un código Python elaborado para calcular gráficamente la posición del barco mediante el método con situación de estima.

4.2 Requisitos y consideraciones

Para el empleo tanto de la aplicación de Matlab como del archivo Excel deben tenerse en cuenta los siguientes requisitos y consideraciones:

- Las alturas de los astros que se introducen deben ser las verdaderas, ya que la aplicación no implementa por sí sola ninguna corrección (error de índice del sextante, altura del observador sobre el nivel del mar, etc.).
- Las horas en las que se observan los astros pueden ser introducidas como horas locales, pero es recomendable pasarlas a horas UT⁸ ya que los horarios en Greenwich (precisados por la aplicación) deben calcularse a partir de datos del Almanaque Náutico que se encuentran en función de horas UT.
- Además de la altura de cada astro, es necesario medir los acimuts para poder tener en cuenta el movimiento del barco entre situaciones.
- Es recomendable tener en consideración el movimiento del barco entre cada observación e introducir correctamente el rumbo y velocidad del barco, ya que se ha observado que, al incorporar este factor en los cálculos, se incrementa considerablemente la precisión de los resultados obtenidos.
- Teniendo en cuenta el movimiento del barco entre cada observación, se incrementa considerablemente la precisión.

⁸ El tiempo universal (UT) es un estándar de tiempo basado en la rotación de la Tierra.

- Si bien es cierto que ambos métodos permiten obtener la posición del barco sin disponer de la situación de estima, llevar una estima con una precisión razonable ayudaría a la hora de preparar un esquema o “mono de la observación” que muestre los astros que nos vamos a encontrar a la hora de la observación y sus acimuts (Figura 4-1). De lo contrario, quedaría en manos de los conocimientos del cielo por parte del usuario el saber qué astros está observando para poder buscar sus datos en el Almanaque Náutico.

Rumbo: 210

Velocidad: 4

Kochab: 000-40°

Eltanin: 040-40°

Vega: 055-35°

Alphecca: 075-70°

Rasalhague: 090-40°

Sabik: 125-30°

Antares: 140-30°

Zubenelgenubi: 165-50°

Menkent: 180-30°

Spica: 195-55°

Gienah: 215-40°

Denebola: 260-55°

Regulus: 265-35°

Pollux: 295-10°

Dubhe: 330-40°

Alkaid: 350-65°

$h_{ly}=211^{\circ}57,4'$

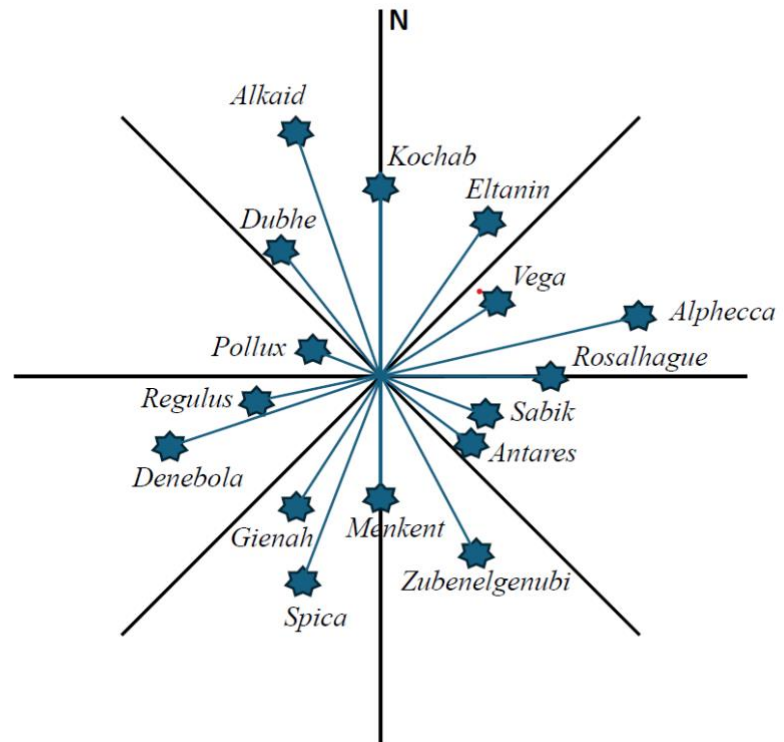


Figura 4-1 Ejemplo de un “mono de la observación”⁹

4.2.1 Requisitos y consideraciones para el uso de la aplicación de Matlab

Para introducir los datos en la aplicación de Matlab debe tenerse en consideración que:

- Para meter los datos en la aplicación, las alturas, las declinaciones los horarios en Greenwich y los acimuts de los astros deben introducirse en grados, teniendo un máximo de ocho decimales, y las horas de las observaciones deben introducirse en horas, también con hasta ocho decimales.
- Los números decimales se escribirán con un punto y no con una coma.
- Debe tenerse en cuenta que las declinaciones N serán positivas y las S serán negativas, los horarios en Greenwich de los astros serán siempre positivos, el acimut a emplear en cada astro será el acimut náutico. De la misma forma, para interpretar los resultados obtenidos de la aplicación, las latitudes y longitudes negativas se corresponderán con las latitudes S y longitudes E¹⁰, al usarse como referencia para los cálculos los horarios de Greenwich de los astros que se cuentan siempre hacia el W.

⁹ La Figura 4-1 es una esquematización de un “mono de la observación” perteneciente al Departamento de Ciencias y Técnicas de la Navegación de la ENM. La original se encuentra en el Anexo VI:

¹⁰ Sin embargo, el convenio de signos que se suele utilizar indica que las longitudes W son negativas.

4.2.2 Interfaz para la introducción de datos de la aplicación Matlab

Figura 4-2 Interfaz aplicación Matlab

4.2.3 Requisitos y consideraciones para el empleo de la hoja de Excel

En el caso de la hoja de Excel se deben tener en cuenta estas consideraciones:

- A diferencia de la aplicación de Matlab, los números decimales se indicarán con una coma en vez de con un punto.
- El Excel tampoco sigue el convenio de signos, siendo las latitudes S negativas, así como las longitudes E, al usarse también como referencia para los cálculos los horarios de Greenwich de los astros que se encuentran siempre hacia el W.

4.2.4 Interfaz para la introducción de datos de la hoja de Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1		Inc. Tiempo 2-3	0,07194444	RBO	VELOC	0,43166664	<-- Dist. 2-3			
2		Inc. Tiempo 1-3	0	220	6	0,82166664	<-- Dist. 1-3			
3				Z1		Z2		Z3		
4			z	344		45		24		
5			ASTRO1	19,11055556	ASTRO2	19,17555556	ASTRO3	19,2475		
6			av1	37,6075	av2	45,355	av3	30,97166667		
7		Radio C.A. inic..	90-av	52,3925		44,645		59,02833333		
8		Var. Radio C.A.	90-av +- var.	52,40015784		44,65216707		59,02833333		
9										
10			hG1	hG*1-hG*2	hG2	hG*1-hG*2	hG3	hG*2-hG*3		
11		hG*	58,89	43,425	15,465	7,28833333	22,75333333	36,13666667		
12										ANGU
13			d1		d2		d3			
14		d	21,85666667		5,16		25,89			
15		Δ	68,14333333		84,84		64,11			L
16		P	W		E		E		C.A. 1-2	-28,
17		AZ(N/S)	N		N		N		C.A. 2-3	-28,
18			Ang. var. CA1	Var. radio CA1	Ang var CA2	Var.radio CA1			C.A. 1-3	-28,
19			-124	-0,459470154	175	-0,430024018				
20			En grados:	-0,007657836	En grados:	-0,007167067				
21			astro1-astro2			astro2-astro3				
22		COS Do	COS Δ1	0,372285945		COS Do	COS Δ2	0,0899373		COS D
23			COS Δ2	0,0899373	0,033482393		COS Δ3	0,436644779	0,03927065	
24			SIN Δ1	0,928118083			SIN Δ2	0,995947429		
25			SIN Δ2	0,995947429			SIN Δ3	0,899634002		
26			COS hG*1*2	0,726274803	0,671337067		COS hG*2*3	0,991920295	0,88874885	
27					0,704819459				0,9280195	
28			D0		45,18503972		D0		21,8718332	
29		COS A	COS Δ2	0,0899373		COS A	COS Δ3	0,436644779		COS A
30			COS Δ1	0,372285945			COS Δ2	0,0899373		
31			COS Do	0,704819459	0,262394378		COS Do	0,928019504	0,08346357	

Figura 4-3 Interfaz Excel (Hoja de introducción de datos)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		POSICIÓN MÉTODO2 (SIN S.E. A1-A2)							
3		LAT	LON						
4	grados	-28,92216015	45,47271233						
5									
6		POSICIÓN MÉTODO2 (SIN S.E. A1-A3)							
7		LAT	LON						
8	grados	-28,99363193	45,39119925						
9									
10		POSICIÓN MÉTODO2 (SIN S.E. A2-A3)							
11		LAT	LON						
12	grados	-28,93766402	45,53558394						
13									
14									
15		LAT	LON						
16	incentro	-28,9412329	45,47840983						
17		28,9412329	45,47840983						
18		S	W						
19									
20		Punto	Lat	Lon	Lado (km)	Radio Tierra	6371		
21		A	-28,92216015	45,47271					
22		B	-28,99363193	45,3912		Distancia B	15,36344736		
23		C	-28,93766402	45,53558		Distancia A	6,356840069		
24						Distancia A	11,22740459		
25									
26						Latitud Ince	-28,9412329		
27						Longitud In	45,47840983		
28									

Figura 4-4 Interfaz Excel (Hoja de soluciones)

4.3 Pruebas

Como objetivo complementario al desarrollo de las dos herramientas para obtener la posición del buque en caso de no disponer de una buena posición de estima está el determinar si los métodos de posicionamiento astronómico sin situación de estima son equiparables, mejoran o empeoran la precisión de los resultados obtenidos mediante procedimientos con situación de estima. Para ello se ha calculado la posición mediante los tres métodos en diez escenarios generados con datos teóricos y en dos escenarios con datos de observaciones reales en la mar. Los tres métodos comparados han sido el de situación de estima mediante el código Python mediante resolución gráfica, el método sin situación de estima usando el sistema de ecuaciones no lineales deducido del teorema del coseno con Matlab, y el método sin situación de estima, mediante el teorema del coseno, obteniendo los puntos de corte de los círculos de alturas iguales (tres puntos de corte que originan un triángulo) de cada dos astros resolviendo los triángulos esféricos y consiguiendo la posición final con el corte de las bisectrices interiores del triángulo resultante.

Los escenarios teóricos generados para las diez primeras pruebas se obtuvieron de la aplicación “Navigator Star Finder”, mientras que escenarios de las últimas pruebas son dos son supuestos reales proporcionados por el buque escuela “Juan Sebastián de Elcano”. En la Figura 4-5 se muestran los datos de las diez primeras pruebas.

	FECHA	Situación de estima		Datos Naveg.	Situación real 1		ASTRO1					
		LAT	LON	Rbo y vel	LAT	LON	NOMBRE	HORA UT	z	av	ae	Δa
1	25/05/2024	5.2 N	10.6 W	330-8	5.4 N	10.2 W	Mirfak	09h 08.5m	031°	33°01.4'	32°39.7'	21.7'
2	03/10/2024	10.6 N	20.3 W	120-15	10.52 N	20.2 W	Sirius	06h 12.5m	149°	58°22.3'	58°15.8'	6.5'
3	02/01/2024	23.7 N	34.2 E	060-12	23.78 N	34.08 E	Spica	04h 46.8m	190°	54°31.1'	54°35.1'	(-) 4'
4	10/03/2024	34.5 N	45.7 E	220-18	34.1 N	45.4 E	Arcturus	03h 17.2m	264°	44°18.5'	44°01.2'	17.3'
5	21/07/2024	42.2 N	60.4 W	300-15	42.04 N	60.2 W	Deneb	08h 31.6m	294°	49°41.5'	49°54.7'	(-) 13.2'
6	12/09/2024	25.5 S	100.4 E	150-17	25.35 S	100.55 E	Rasalhague	11h 18.4m	003°	52°02.5'	51°54.1'	8.4'
7	12/09/2024	35.8 S	50.6 W	070-16	35.7 S	50.75 W	Achernar	09h 02.5m	221°	49°34.1'	49° 33.3'	0.8'
8	23/12/2024	44.4 S	76.7 E	254-13	44.2 S	76.5 E	Rigel	14h 40.3m	65°	33°54.3'	33°56.8'	(-) 2.5'
9	06/06/2024	55.5 S	100.2 W	123-18	55.6 S	100.1 W	Fomalhaut	14h 36.5m	309°	56°25.1'	56°31.2'	(-) 6.1'
10	04/04/2024	6.4 S	20.3 E	025-15	6.3 S	20.45 E	Aldebarán	16h 42.2m	304	48°23.4'	48°27.0'	(-) 3.6'
					Situación real 2		ASTRO2					
					LAT	LON	NOMBRE	HORA UT	z	av	ae	Δa
1	25/05/2024	5.2 N	10.6 W	330-8	5.40750555 N	10.20435265 W	Menkar	9h 7.4m	90°	54°20.4'	53°55.4'	25'
2	03/10/2024	10.6 N	20.3 W	120-15	10.512083333 N	20.1860535078 W	Menkar	06h 16.3m	264°	49°26.3'	49°32.1'	(-) 5.8'
3	02/01/2024	23.7 N	34.2 E	060-12	23.78433333 N	34.08820189 E	Alphecca	04h 49.4m	77°	66°13.3'	66°17.7'	(-) 4.4'
4	10/03/2024	34.5 N	45.7 E	220-18	34.08353004 N	45.383310475 E	Kochab	03h 21.5m	345°	45°12.6'	45°32.2'	(-) 19.6'
5	21/07/2024	42.2 N	60.4 W	300-15	42.049583333 N	60.22234997 W	Markab	08h 36.2m	221°	57°18.5'	57°16.1'	2.5'
6	12/09/2024	25.5 S	100.4 E	150-17	25.389668775 S	100.57534308 E	Menkent	11h 28.1m	243°	44°11.1'	44°21.6'	(-) 10.6'
7	12/09/2024	35.8 S	50.6 W	070-16	35.689056355 S	50.712971587 W	Menkar	09h 09.7m	315°	39°44.4'	39°35.1'	8.9'
8	23/12/2024	44.4 S	76.7 E	254-13	44.206171214 S	76.469801048 E	Diphda	14h 46.5m	322°	58°57.4'	58°42.6'	14.8'
9	06/06/2024	55.5 S	100.2 W	123-18	55.616339171 S	100.055466218 W	Atria	14h 42.5m	203	41°19.6'	41°14.7'	4.9'
10	04/04/2024	6.4 S	20.3 E	025-15	6.2762094206 S	20.461161132 E	Canopus	16h 48.5'	188	42°51.4'	42°59.8'	(-) 8.4'
					Situación real 3		ASTRO3					
					LAT	LON	NOMBRE	HORA UT	z	av	ae	Δa
1	25/05/2024	5.2 N	10.6 W	330-8	5.41308661 N	10.20758924 W	Enif	9h 10.3m	279°	45°43.7'	46°05.0'	(-) 21.3'
2	03/10/2024	10.6 N	20.3 W	120-15	10.50291666 N	20.1699049379 W	Capella	6h 20.7m	351°	53°51.5'	53°58.5'	(-) 7'
3	02/01/2024	23.7 N	34.2 E	060-12	23.79233333 N	34.103343841 E	Dubhe	04h 54.2m	334°	42°25.4'	42°18.4'	7'
4	10/03/2024	34.5 N	45.7 E	220-18	34.07280542 N	45.372442877 E	Altair	03h 24.3m	122°	50°28.1'	50°28.7'	(-) 0.6'
5	21/07/2024	42.2 N	60.4 W	300-15	42.058333333 N	60.24275646 W	Mirfak	08h 40.4m	60°	60° 11.4'	60°08.6'	2.8'
6	12/09/2024	25.5 S	100.4 E	150-17	25.407662858 N	100.58683891 E	Altair	11h 32.5m	47°	43°26.4'	43°14.4'	12'
7	12/09/2024	35.8 S	50.6 W	070-16	35.677502675 S	50.673886041 W	Adhara	09h 17.3m	79°	68°25.5'	68°27.3'	(-) 2.3'
8	23/12/2024	44.4 S	76.7 E	254-13	44.213735928 S	76.4331815236 E	Peacock	14h 54.1m	224°	37°44.4'	37°44.5'	(-) 0.5'
9	06/06/2024	55.5 S	100.2 W	123-18	55.634584579 S	100.005736829 W	Canopus	14h 49.2m	121°	46°33.5'	46°23.2'	10.3'
10	04/04/2024	6.4 S	20.3 E	025-15	6.253551726 S	20.471790781 E	Régulus	16h 54.5m	68°	41°53.0'	41°40.4'	12.6'

Figura 4-5 Tabla de datos para las pruebas

En cada resultado se muestra, en primer lugar, una figura que escenifica las posiciones relativas de los puntos astrales de los astros sobre la esfera terrestre con el Polo Norte arriba en el momento de la observación y una situación observada que se corresponde con la real del escenario de prueba. A continuación, se muestran las coordenadas de la posición real correspondiente a cada escenario y las coordenadas de los resultados obtenidos por cada método junto con los errores con respecto a la situación real. El primer error que aparece no es más que la diferencia en grados entre la posición real y la obtenida (“ERROR”); el segundo error es la distancia en millas entre la posición real y la obtenida (“ERROR_MN”), calculada mediante la ecuación (3-17). Por último, la segunda figura muestra las tres situaciones obtenidas junto a la situación real.

4.3.1 Resultados prueba 1

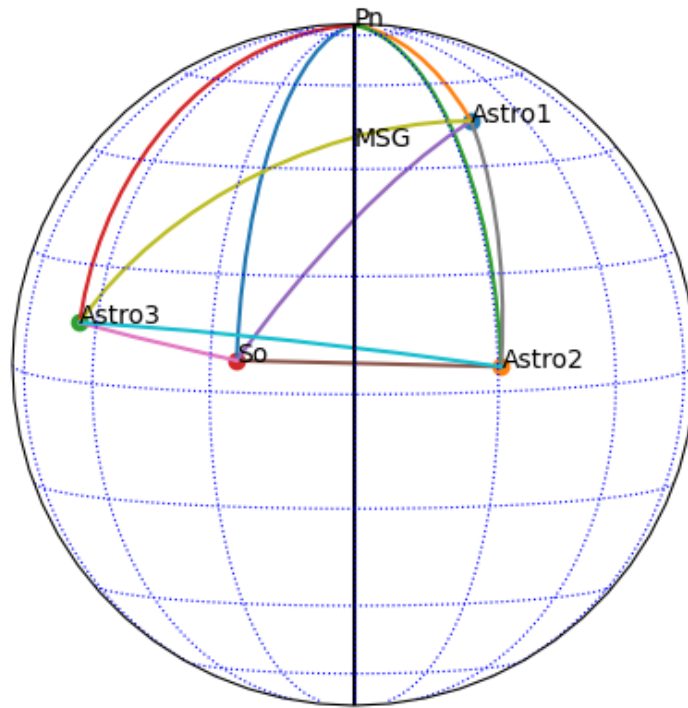


Figura 4-6 Triángulos esféricos prueba 1

Posición real: (5.41308661, -10.20758924)

Posición obtenida con situación de estima: (5.389236461046178, -10.196845465379738) ERROR: (0.023850148953822092, -0.01074377462026277) ERROR_MN: 1.569384116650848

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (5.3958, -10.197) ERROR: (0.0172866099999999314, -0.01058924000000161) ERROR_MN: 1.2156735562907255

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (5.40181886221405, -10.1942941075619) ERROR: (0.011267747785949744, -0.013295132438100765) ERROR MN: 1.0436560909919887

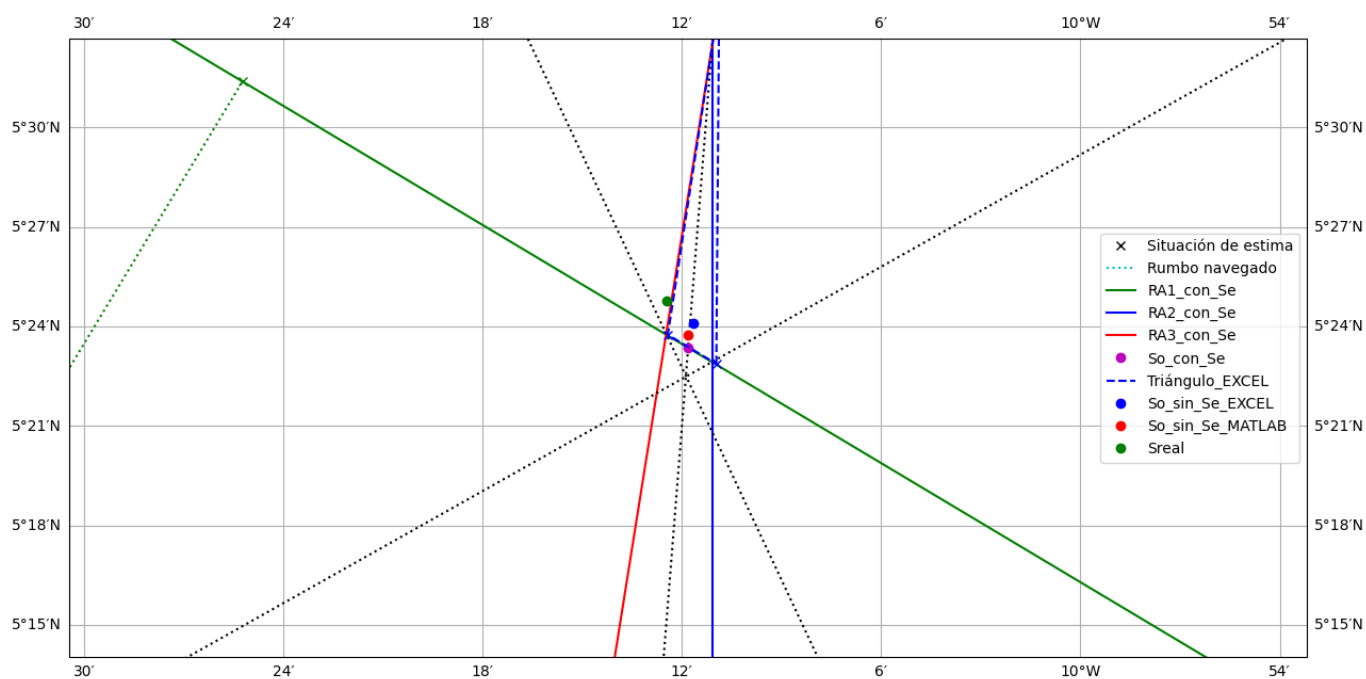


Figura 4-7 Gráfica resultado prueba 1

4.3.2 Resultados prueba 2

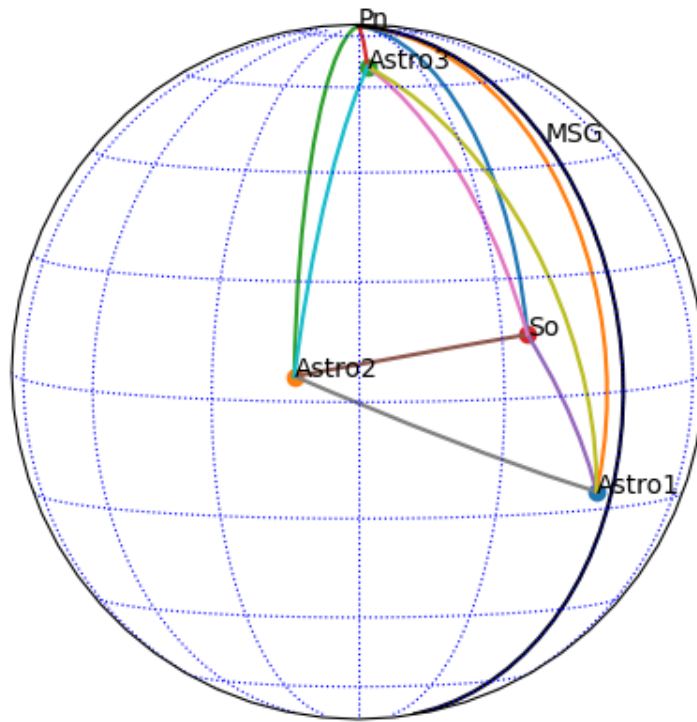


Figura 4-8 Triángulos esféricos prueba 2

Posición real: (10.50291666, -20.1699049379)

Posición obtenida con situación de estima: (10.504768542662722, -20.18001082213816) ERROR: (-0.0018518826627218488, 0.010105884238161167) ERROR_MN: 0.6068669032045655

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (10.5086, -20.1802) ERROR: (-0.00568333999999991485, 0.0102950620999999086) ERROR_MN: 0.6969996461279679

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (10.5045811395058, -20.1790382872472) ERROR: (-0.001664479505800287, 0.00913334934719856) ERROR MN: 0.5483647157495258

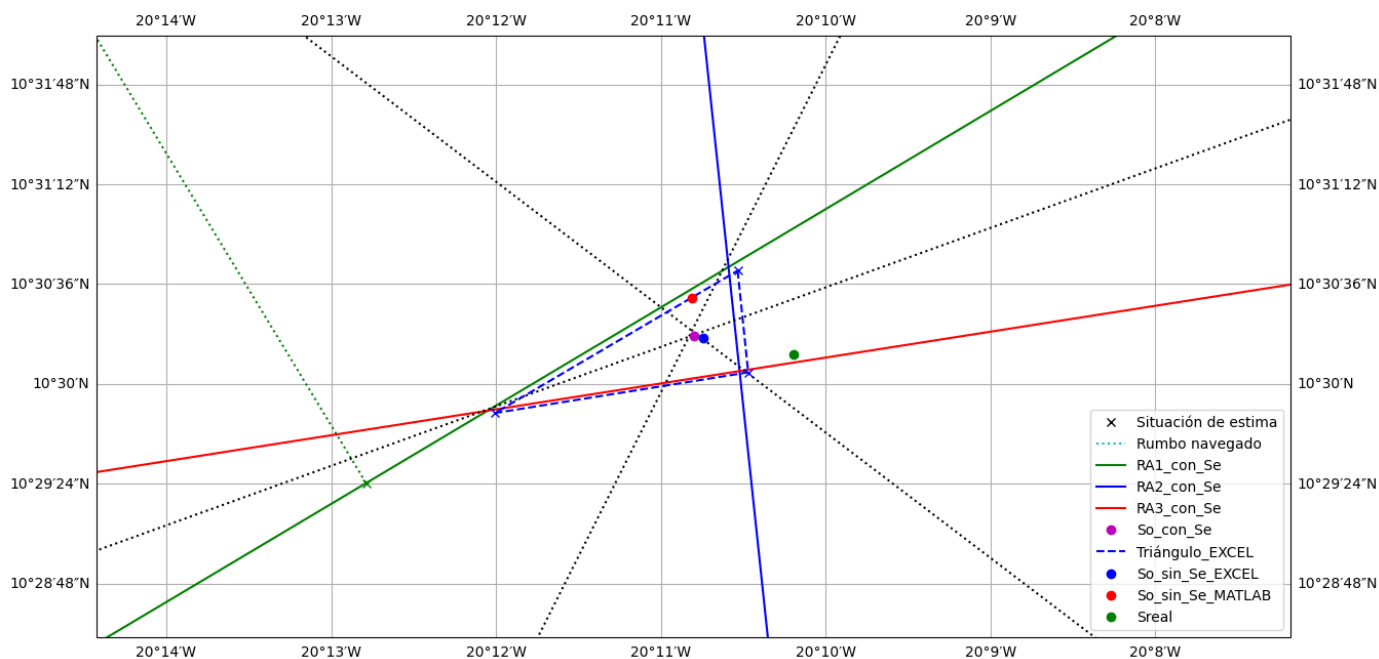


Figura 4-9 Gráfica resultado prueba 2

4.3.3 Resultados prueba 3

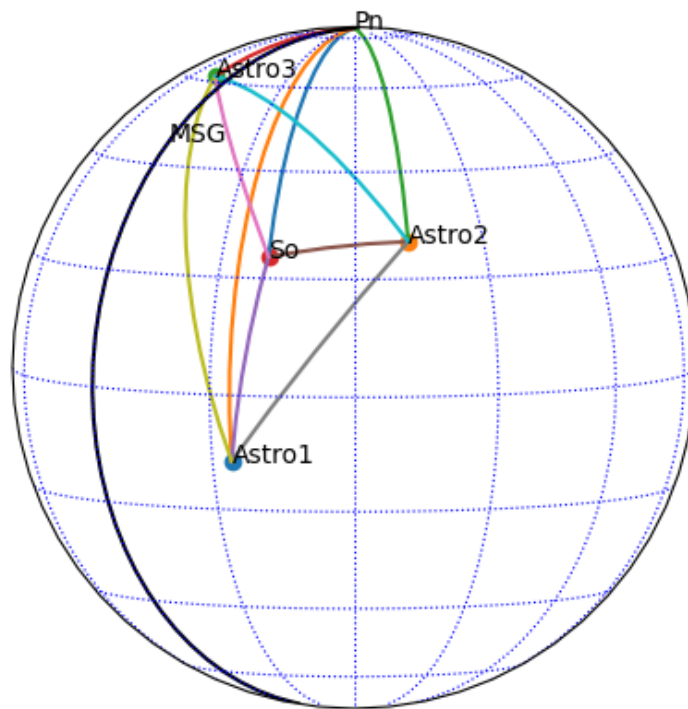


Figura 4-10 Triángulos esféricos prueba 3

Posición real: (23.79233333, 34.103343841)

Posición obtenida con situación de estima: (23.794719085443234, 34.11429049002521) ERROR: (-0.0023857554432318295, -0.010946649025214583) ERROR_MN: 0.6182037141458961

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (23.7901, 34.1097) ERROR: (0.002233330000002809, -0.006356158999999195) ERROR MN: 0.3740567825176699

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (23.7940130277912, 34.1172368187207) ERROR: (-0.0016796977911965882, -0.013892977720701083) ERROR_MN: 0.7698792368363268

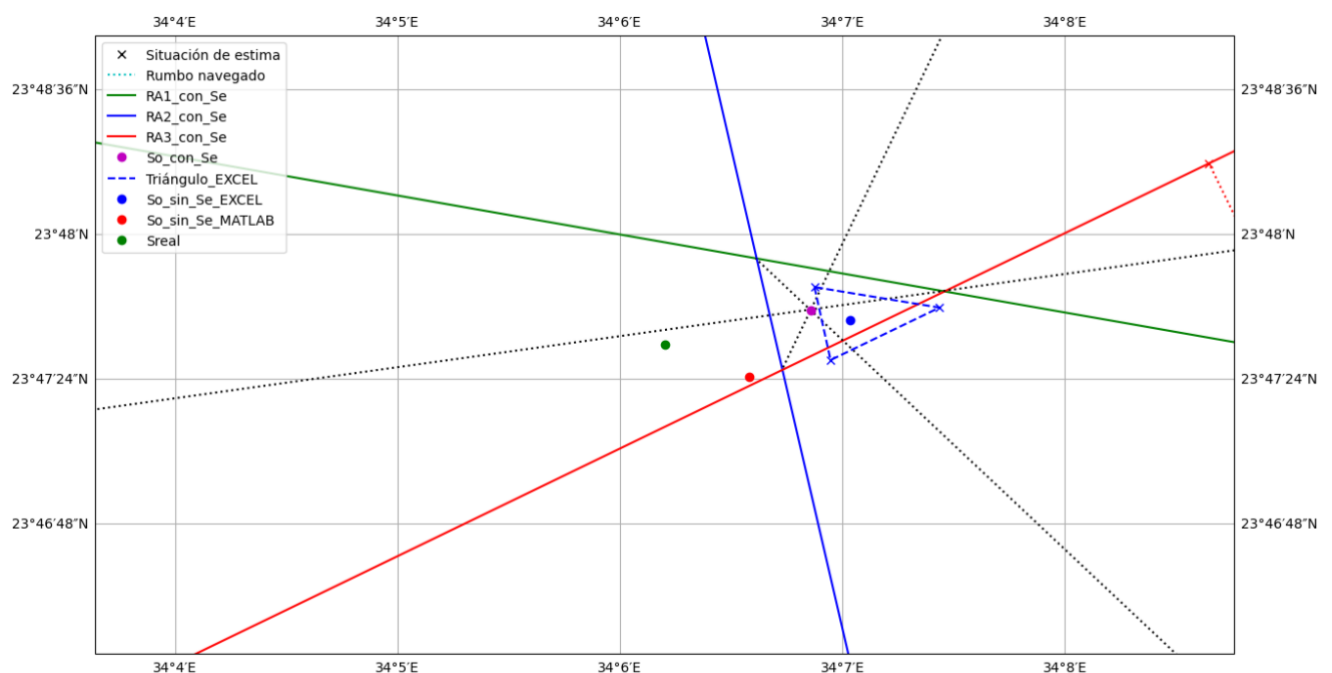


Figura 4-11 Gráfica resultado prueba 3

4.3.4 Resultados prueba 4

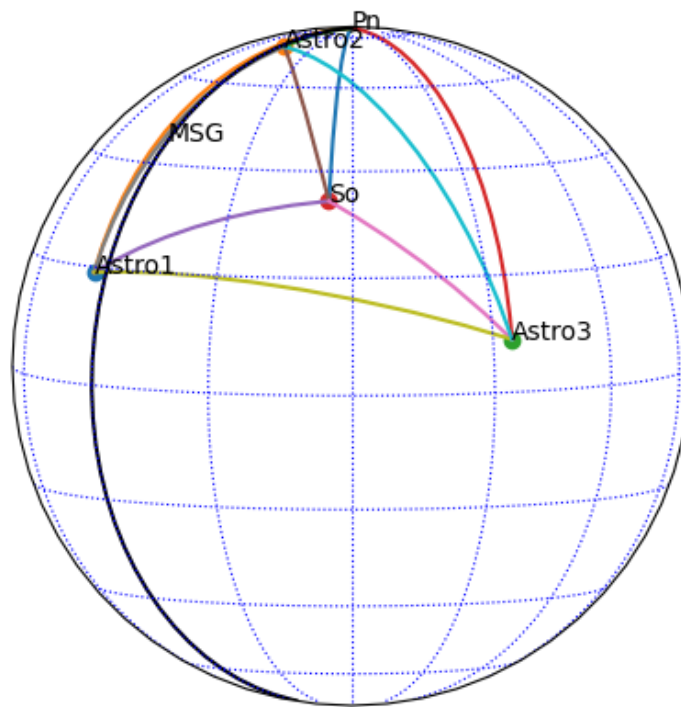


Figura 4-12 Triángulos esféricos prueba 4

Posición real: (34.07280542, 45.372442877)

Posición obtenida con situación de estima: (34.0813515770683, 45.36943976447387) ERROR: (-0.008546157068295201, 0.0030031125261302805) ERROR_MN: 0.5344077165016219

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (34.0811, 45.3726) ERROR: (-0.008294579999997609, -0.00015712300000103596) ERROR_MN: 0.49807170088196095

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (34.082096751107, 45.3720149223168) ERROR: (-0.009291331107000644, 0.00042795468319667407) ERROR_MN: 0.5582616163447599

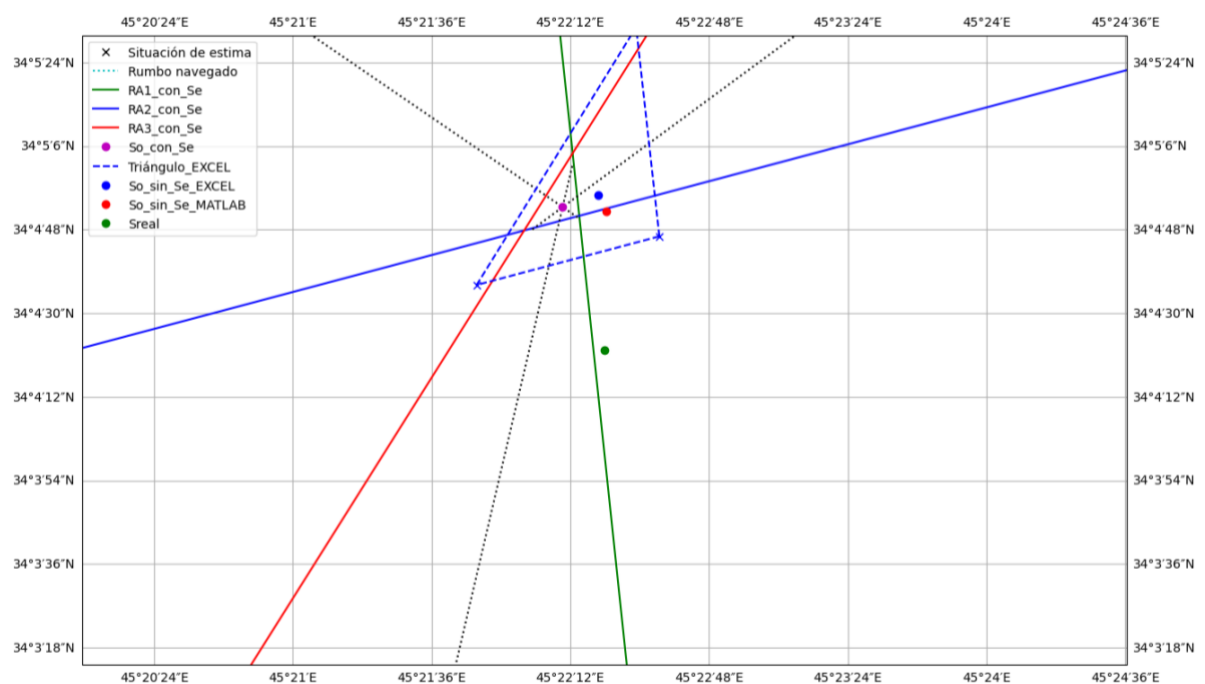


Figura 4-13 Gráfica resultado prueba 4

4.3.5 Resultados prueba 5

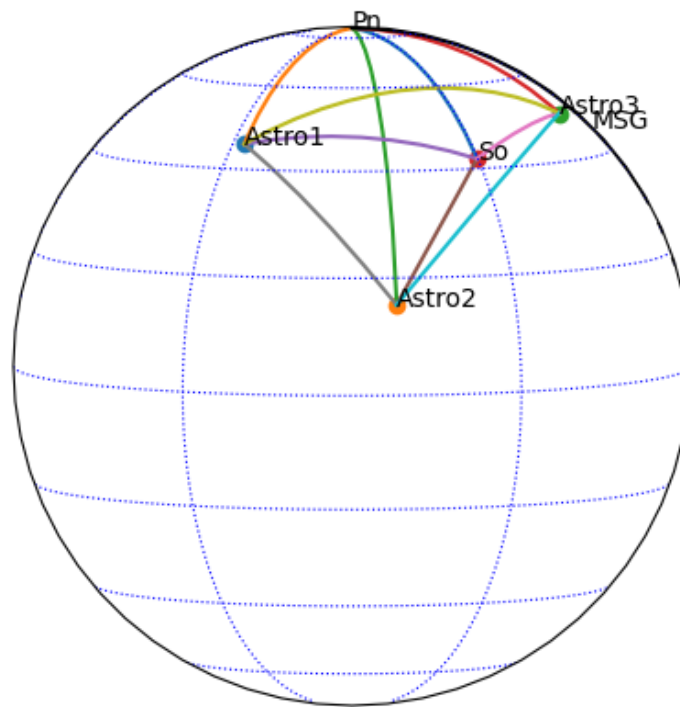


Figura 4-14 Triángulos esféricos prueba 5

Posición real: (42.058333333, -60.24275646)

Posición obtenida con situación de estima: (42.03140052696682, -60.21345493893304) ERROR: (0.026932806033180157, -0.029301521066962266) ERROR_MN: 2.0788829401590667

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (42.0336, -60.219) ERROR: (0.0247333330000000357, -0.023756460000000131) ERROR MN: 1.8240529495215196

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (42.0316775614977, -60.2144664584414) ERROR: (0.026655771502298364, -0.028290001558602285) ERROR_MN: 2.037748195811285

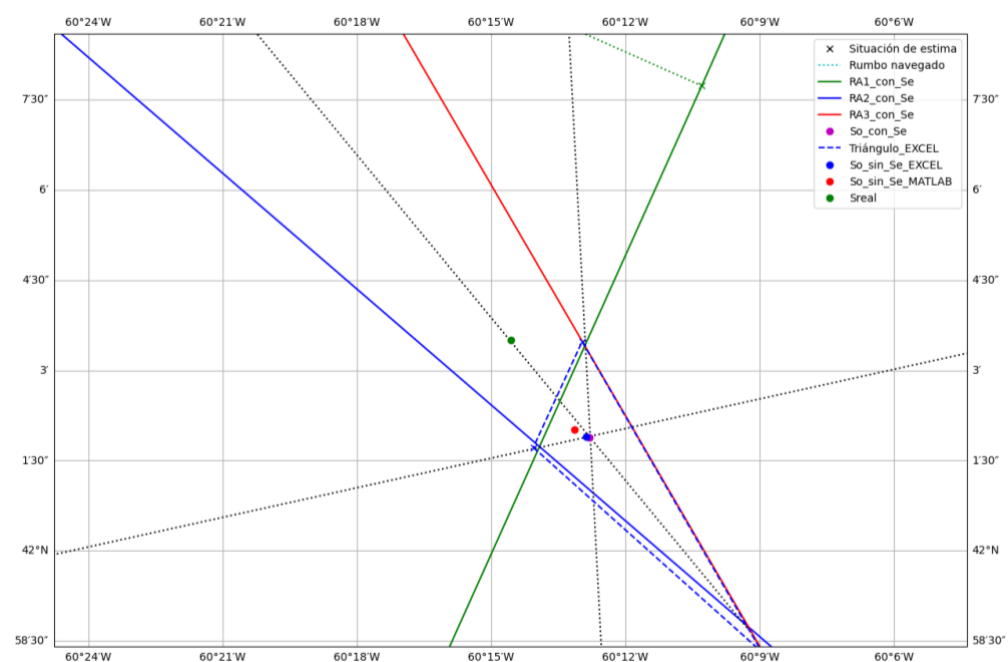


Figura 4-15 Gráfica resultado prueba 5

4.3.6 Resultados prueba 6

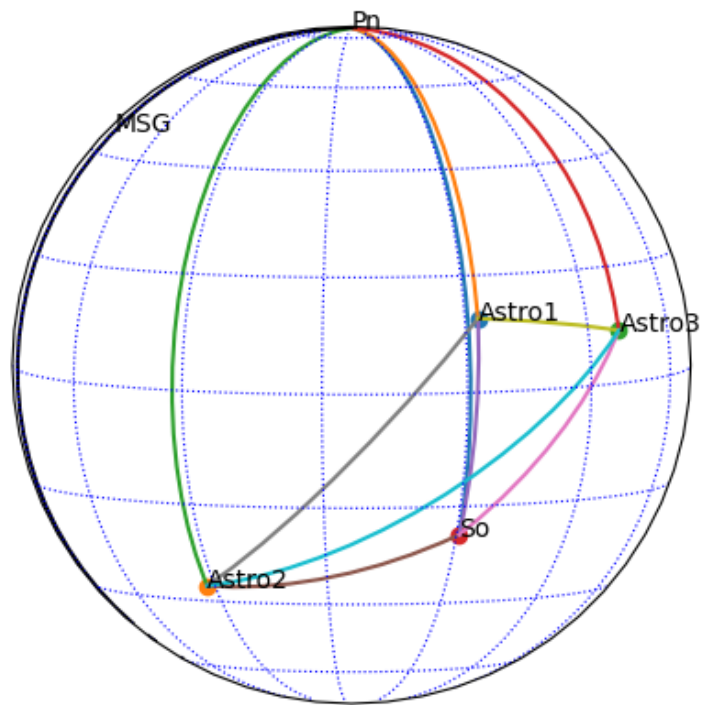


Figura 4-16 Triángulos esféricos prueba 6

Posición real: (-25.407662858, 100.58683891)

Posición obtenida con situación de estima: (-25.425183235307717, 100.59993129033755) ERROR: (0.017520377307718604, -0.013092380337553777) ERROR_MN: 1.269112404491391

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-25.4062, 100.5836) ERROR: (-0.0014628580000000113, 0.00323890999999932114) ERROR_MN: 0.19639199501649884

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-25.4149346524038, 100.598591680592) ERROR: (0.007271794403802545, -0.011752770591996864) ERROR_MN: 0.7725694250704732

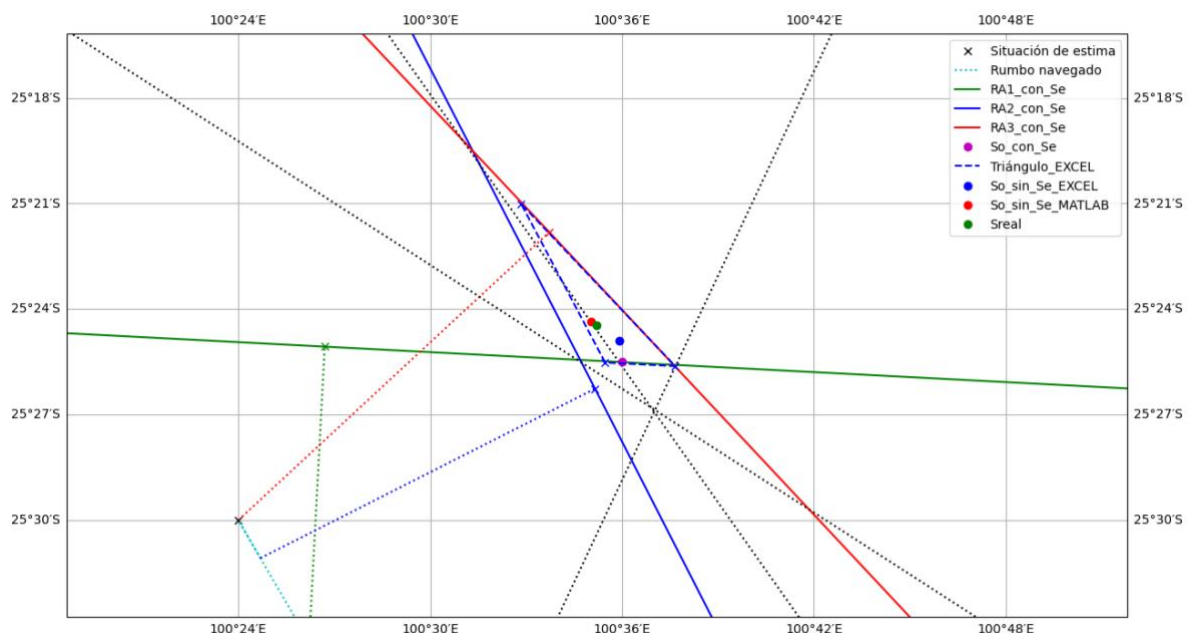


Figura 4-17 Gráfica resultado prueba 6

4.3.7 Resultados prueba 7

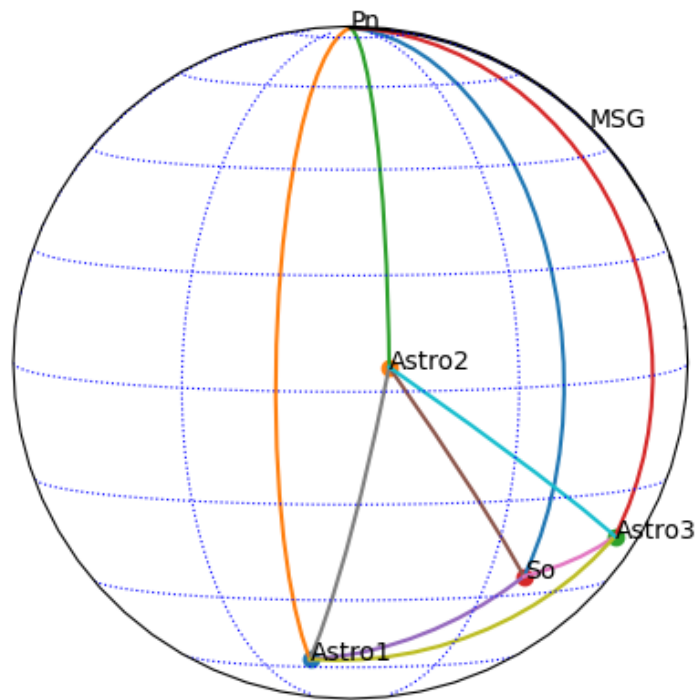


Figura 4-18 Triángulos esféricos prueba 7

Posición real: (-35.677502675, -50.673886041)

Posición obtenida con situación de estima: (-35.68034630420656, -50.680759993627326) ERROR: (0.0028436292065592284, 0.006873952627323376) ERROR_MN: 0.37621910016695154

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-35.6876, -50.685) ERROR: (0.01009732500000382, 0.01111395899999934) ERROR_MN: 0.8132116415687235

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-35.6804796482281, -50.67878122622) ERROR: (0.0029769732281010874, 0.004895185220000542) ERROR MN: 0.29823675185565074

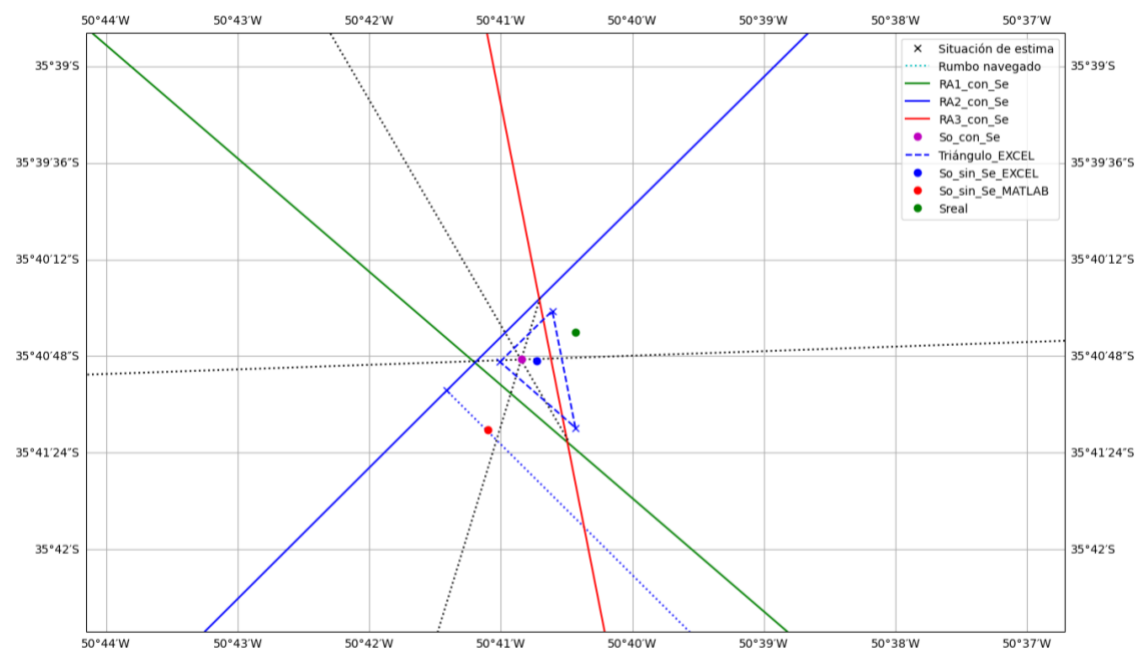


Figura 4-19 Gráfica resultado prueba 7

4.3.8 Resultados prueba 8

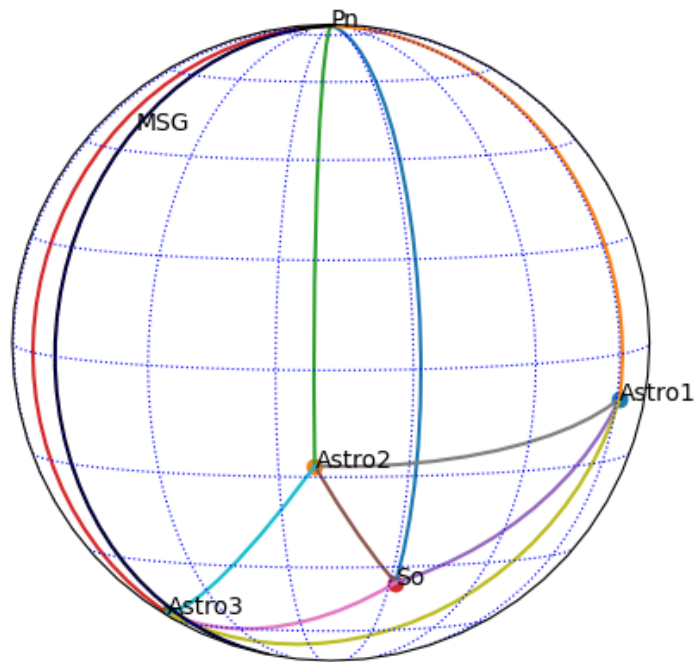


Figura 4-20 Triángulos esféricos prueba 8

Posición real: (-44.213735928, 76.4331815236)

Posición obtenida con situación de estima: (-44.214366764086755, 76.4425017384413) ERROR: (0.0006308360867564033, -0.009320214841295638) ERROR_MN: 0.4028647245825568

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-44.2188, 76.4252) ERROR: (0.00506407200000325, 0.007981523599994489) ERROR_MN: 0.4587046952724316

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-44.215660727389, 76.4438920231751) ERROR: (0.0019247993890019188, -0.010710499575097288) ERROR_MN: 0.47517140685778203

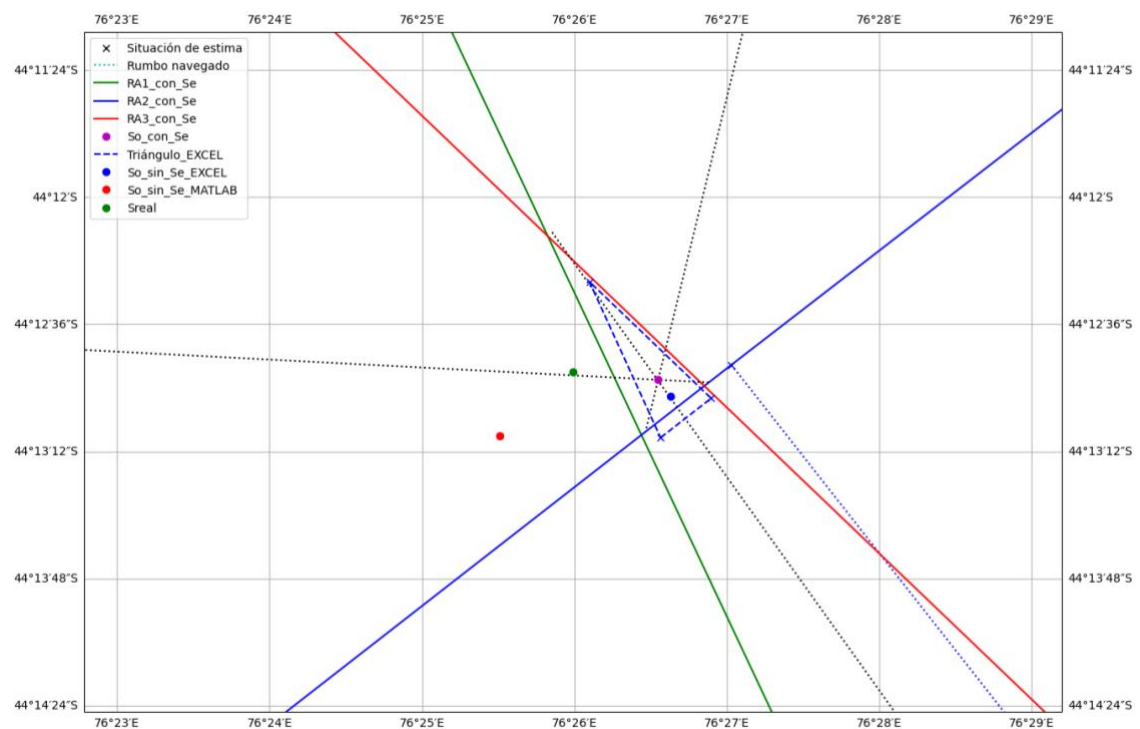


Figura 4-21 Gráfica resultado prueba 8

4.3.9 Resultados prueba 9

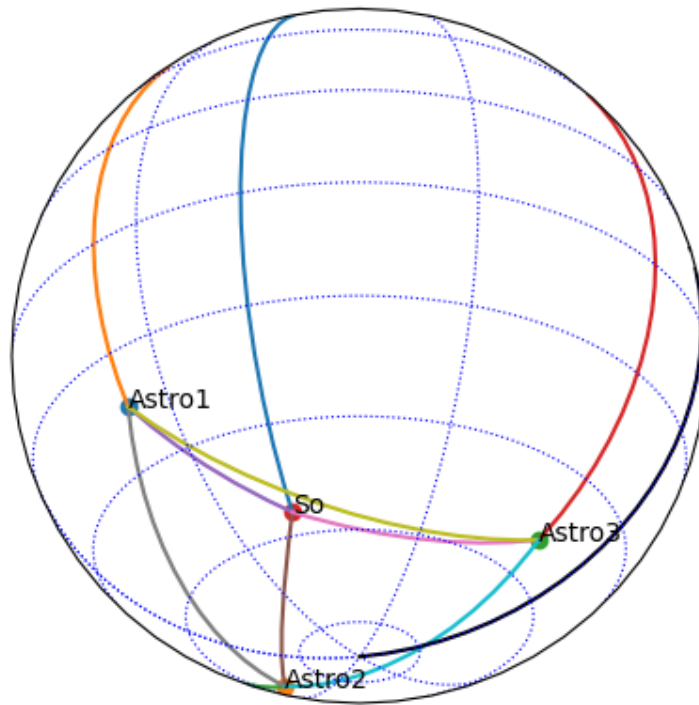


Figura 4-22 Triángulos esféricos prueba 9

Posición real: (-55.634584579, -100.005736829)

Posición obtenida con situación de estima: (-55.6350352816836, -100.0034356593133) ERROR: (0.00045070268360092314, -0.0023011696867030196) ERROR_MN: 0.08254973848197258

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-55.6358, -100.0209) ERROR: (0.0012154210000048238, 0.015163170999997533) ERROR_MN: 0.5190421030885669

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-55.6369025866248, -100.002589594182) ERROR: (0.002318007624801055, -0.0031472348180017207) ERROR_MN: 0.1753446864700665

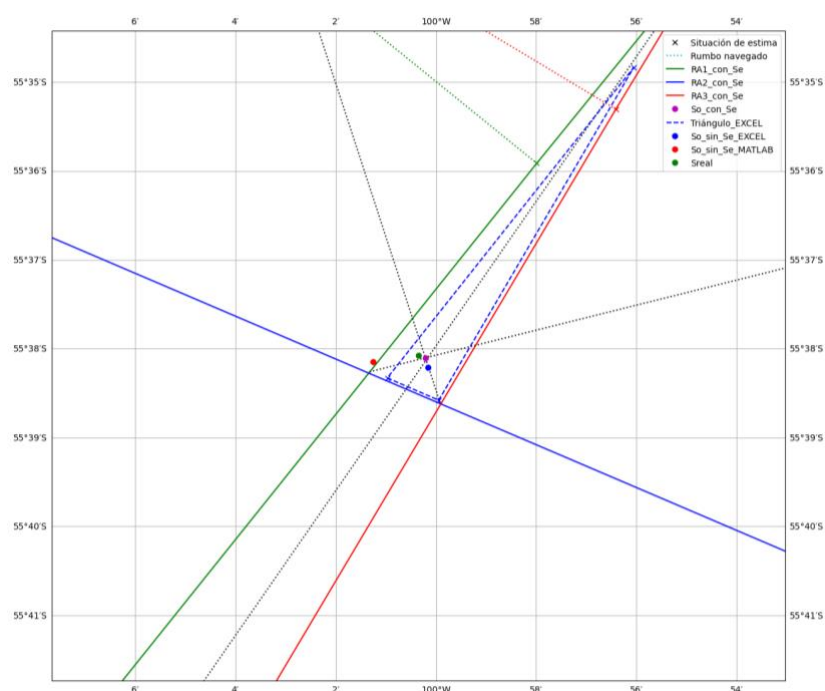


Figura 4-23 Gráfica resultado prueba 9

4.3.10 Resultados prueba 10

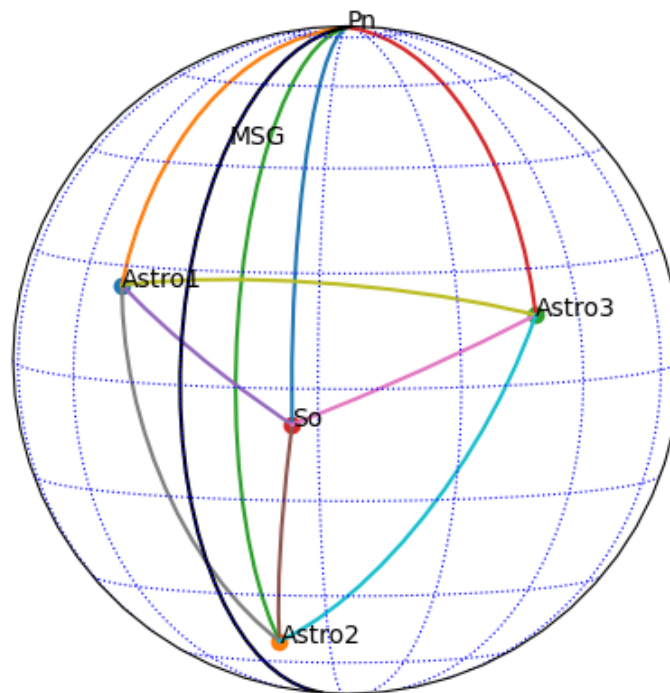


Figura 4-24 Triángulos esféricos prueba 10

Posición real: (-6.253551726, 20.471790781)

Posición obtenida con situación de estima: (-6.254541920195173, 20.465493720736138) ERROR: (0.0009901941951726556, 0.006297060263861454) ERROR_MN: 0.3805015552710014

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-6.2545, 20.4667) ERROR: (0.0009482739999997492, 0.0050907809999999822) ERROR_MN: 0.3091222264051015

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-6.25516743157134, 20.465858668383) ERROR: (0.0016157055713392765, 0.005932112616999774) ERROR_MN: 0.36709630126723863

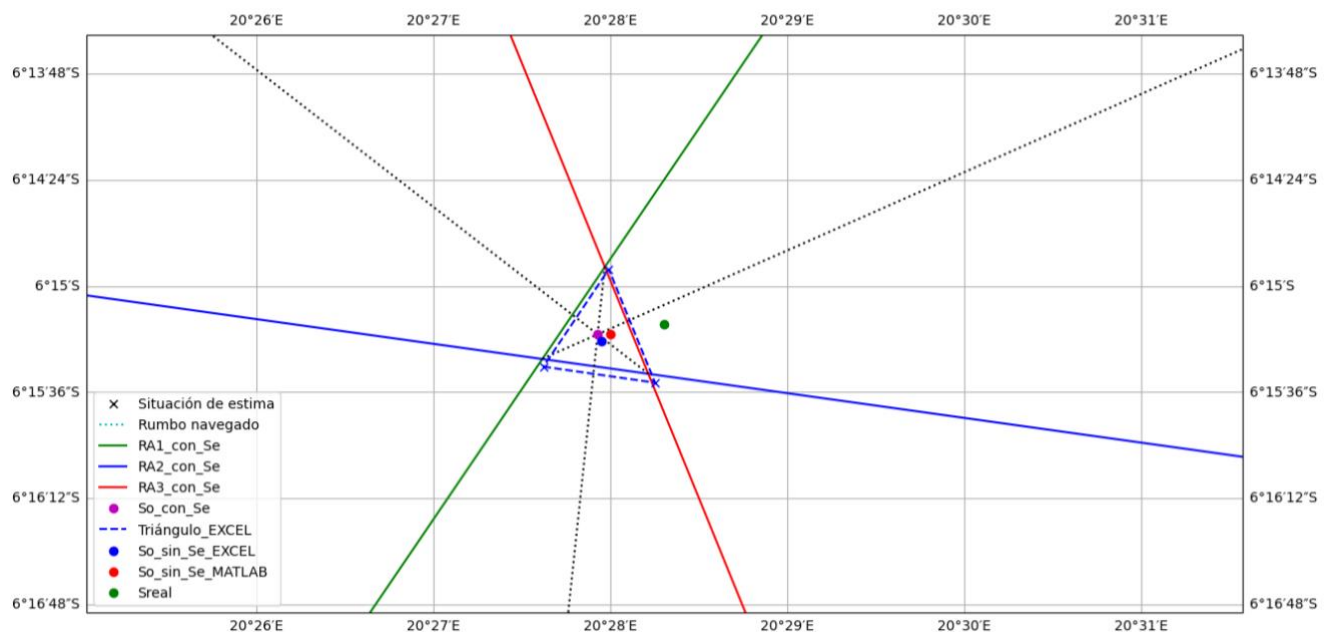


Figura 4-25 Gráfica resultado prueba 10

4.3.11 Resultados prueba real 1

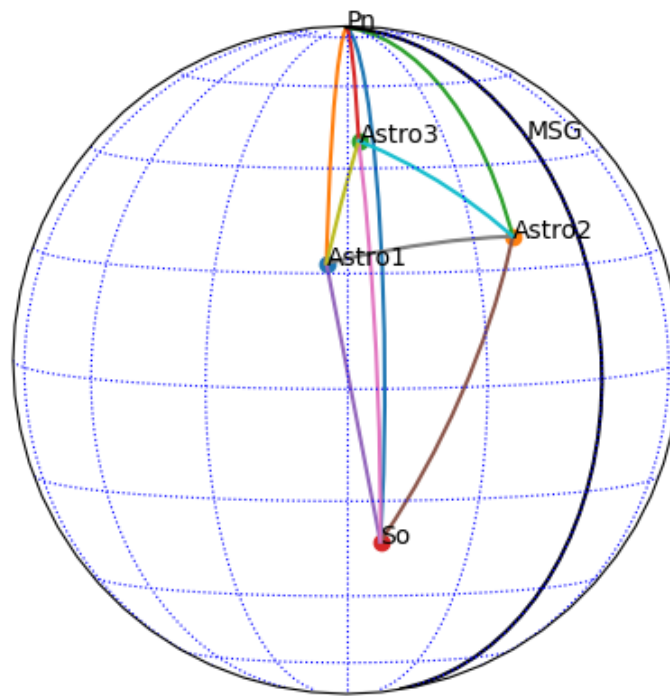


Figura 4-26 Triángulos esféricos prueba real 1

Posición real: (-27.9733333333, -43.4466666667)

Posición obtenida con situación de estima: (-27.963702665893287, -43.40535508230408) ERROR: (-0.009630667406714366, -0.041311584365921306) ERROR_MN: 2.265700448154899

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-27.97540455, -43.42880056) ERROR: (0.0020712166999999212, -0.01786610666999877) ERROR MN: 0.9554807479621112

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-27.9734549592034, -43.4076366911349) ERROR: (0.00012162590340025758, -0.0390299755351009) ERROR_MN: 2.069603227627424

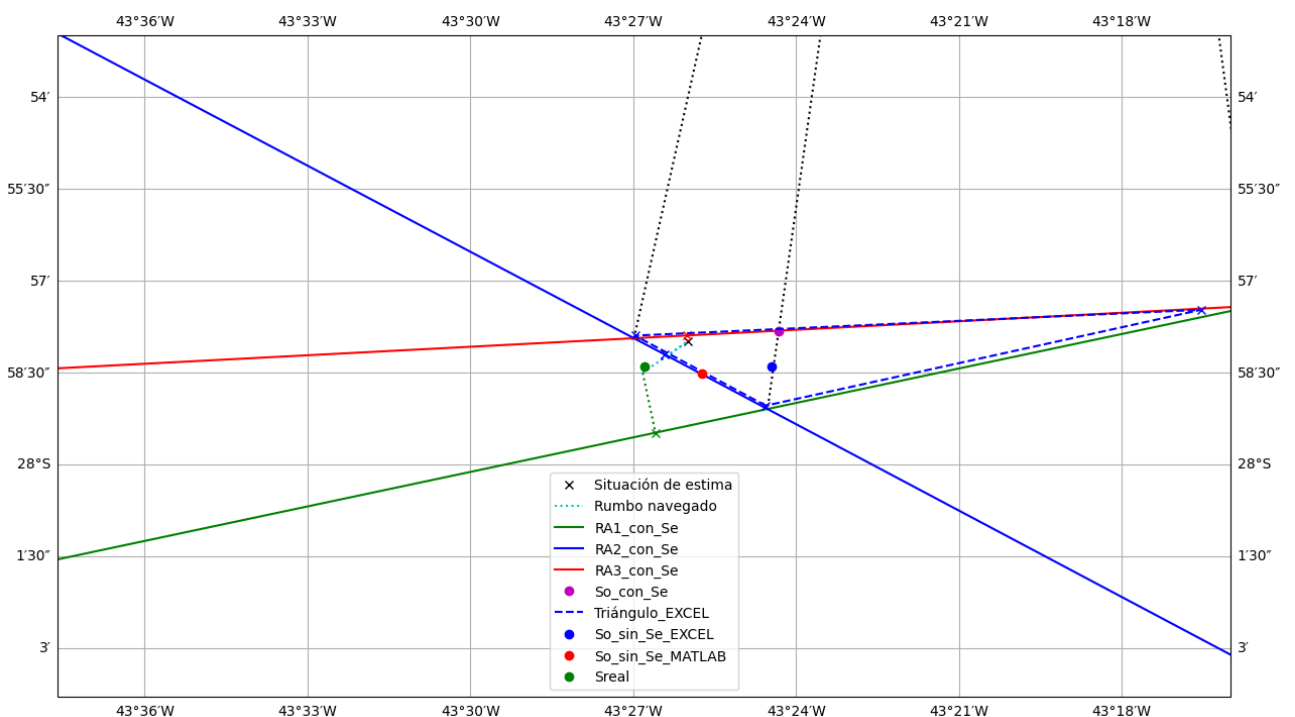


Figura 4-27 Gráfica resultado prueba real 1

4.3.12 Resultados prueba real 2

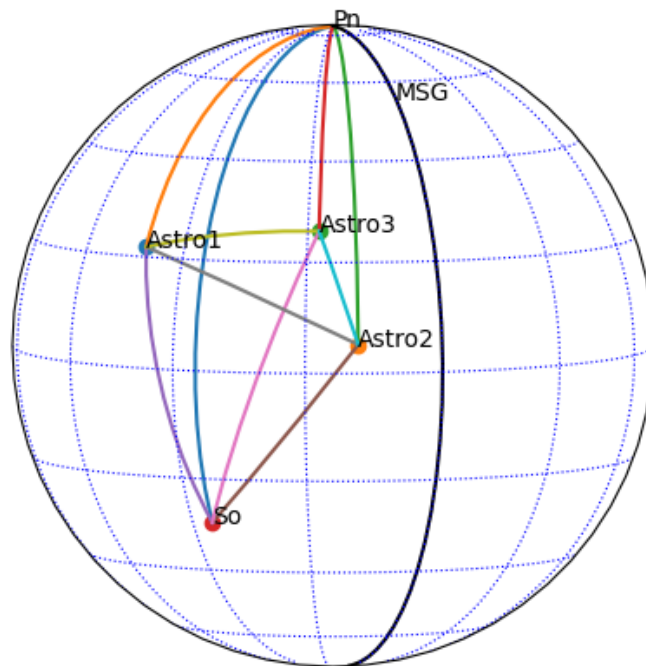


Figura 4-28 Triángulos esféricos prueba real 2

Posición real: (-28.963333333333, -45.443333333333)

Posición obtenida con situación de estima: (-28.956820114416434, -45.48581176175419) ERROR: (-0.0065132189135646, 0.042478428424189474) ERROR_MN: 2.265518302733898

Posición obtenida sin situación de estima con MATLAB: (-28.93703876, -45.4869325) ERROR: (-0.026294573329998627, 0.04359916666999908) ERROR_MN: 2.7819586472484836

Posición obtenida sin situación de estima con EXCEL: (-28.9412328965849, -45.4784098258226) ERROR: (-0.02210043674509876, 0.0350764924925997) ERROR_MN: 2.2708265617538186

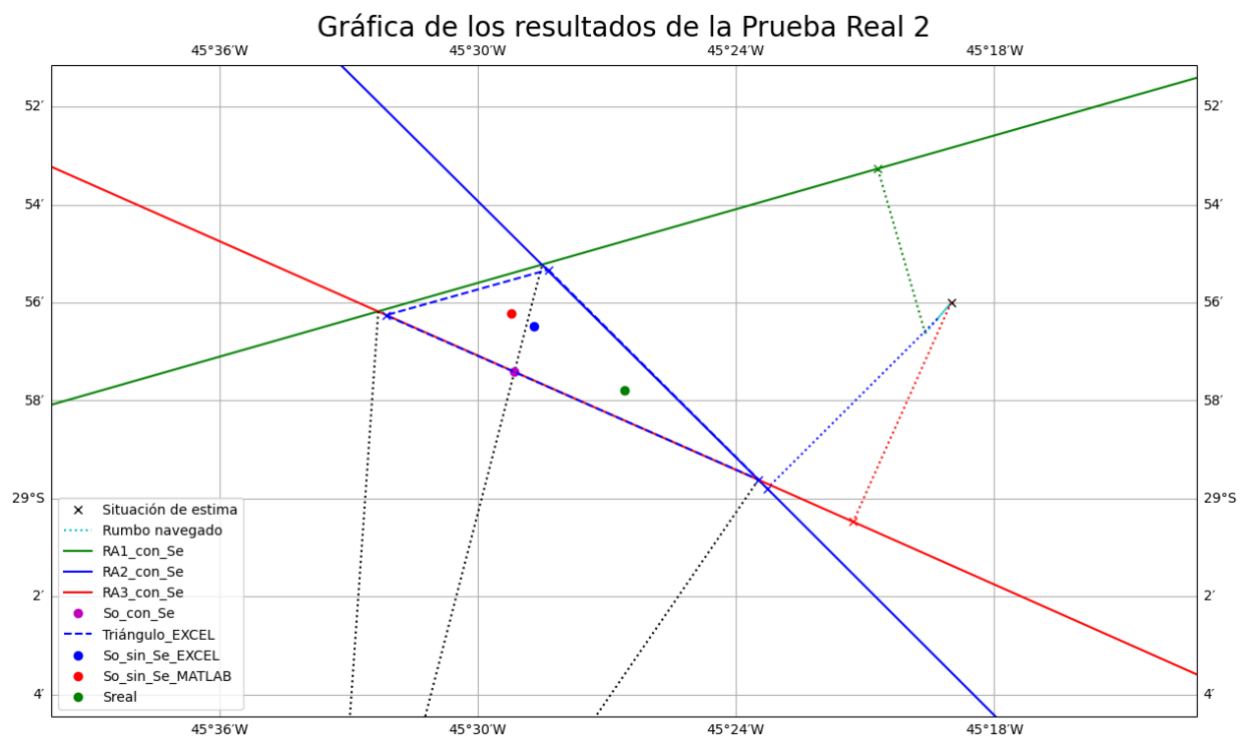


Figura 4-29 Gráfica resultado prueba real 2

4.4 Análisis de los resultados

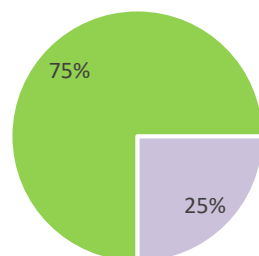
Tras las pruebas realizadas se ha llegado a las siguientes conclusiones:

		ERROR EN MN			DIFERENCIA RESPECTO AL MÉTODO MÁS PRECISO		
		CON S.E.	SIN S.E.		CON S.E.	MATLAB	EXCEL
ESCENARIOS TEÓRICOS	PRUEBA 1	1,56938	1,21567	1,04366	0,52573	0,17202	
	PRUEBA 2	0,60687	0,69700	0,54836	0,05850	0,14863	
	PRUEBA 3	0,61820	0,37406	0,76988	0,24415		0,39582
	PRUEBA 4	0,53441	0,49807	0,55826	0,03634		0,06019
	PRUEBA 5	2,07888	1,82405	2,03775	0,25483		0,21370
	PRUEBA 6	1,26911	0,19639	0,77257	1,07272		0,57618
	PRUEBA 7	0,37622	0,81321	0,29824	0,07798	0,51497	
	PRUEBA 8	0,40286	0,45870	0,47517		0,05584	0,07231
	PRUEBA 9	0,08255	0,51904	0,17534		0,43649	0,09279
	PRUEBA 10	0,38050	0,30912	0,36710	0,07138		0,05797
ESCENARIOS REALES	PRUEBA 1	2,26570	0,95548	2,06960	1,31022		1,11412
	PRUEBA 2	2,26552	2,78196	2,27083		0,51644	0,00531
MAE (Error Medio Absoluto)		1,03752	0,88690	0,94890			
RMSE (Raíz del Error Cuadrático Medio)		1,29592	1,14041	1,18897			
Desviación Típica (σ)		0,77650	0,71690	0,71641			
Cociente entre RMSE y MAE		1,24906	1,28584	1,25300			

Tabla 4-1 Tabla resumen de los errores obtenidos

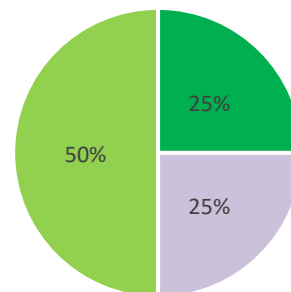
- Las herramientas desarrolladas han conseguido ser más precisas que el método tradicional con situación de estima en el 75% de los supuestos prácticos, siendo el programa de Matlab el método más preciso en seis de las doce pruebas (50%), y la hoja de Excel, en tres de ellas (25%) (Figura 4-30).

Pocentajes de mayor precisión de los métodos con y sin S.E. en las doce pruebas.



■ CON S.E. ■ SIN S.E.

Porcentajes de mayor precisión de cada método en las doce pruebas.



■ CON S.E. ■ MATLAB ■ EXCEL

Figura 4-30 Gráficos comparativos de la exactitud de los métodos

- Según el valor del error absoluto medio (MAE) de los errores obtenidos [29], el método de Matlab es el más exacto y mostró un error promedio en torno a 0,89 millas, mejorando al método del Excel que mostró un error promedio en torno a 0,95 millas, manteniéndose ambos métodos por tanto con un error promedio por debajo de una milla, mientras que el método con situación

de estima mostró un mayor error promedio, resultando ligeramente superior a una milla (ver Figura 4-31).

$$MAE = \frac{\sum |e_i|}{n} \quad (4-1)$$

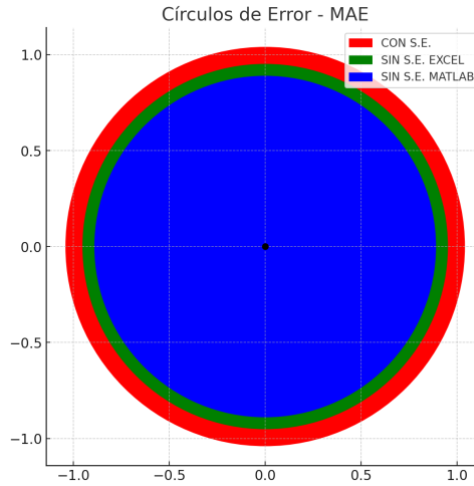


Figura 4-31 Gráficos de círculos del MAE¹¹

- Según el valor de la raíz del error cuadrático medio (RMSE) de los errores obtenidos, que es una métrica más sensible a los errores de mayor entidad [29], el método de Matlab es también el más exacto y mostró un error promedio en torno a 1,14 millas, mejorando al método del Excel que mostró un RMSE en torno a 1,19 millas, manteniéndose ambos métodos con un error promedio por debajo de 1,2 millas, mientras que el método con situación de estima mostró un mayor RMSE, resultando ligeramente superior a 1,29 millas (ver Figura 4-32).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n}} \quad (4-2)$$

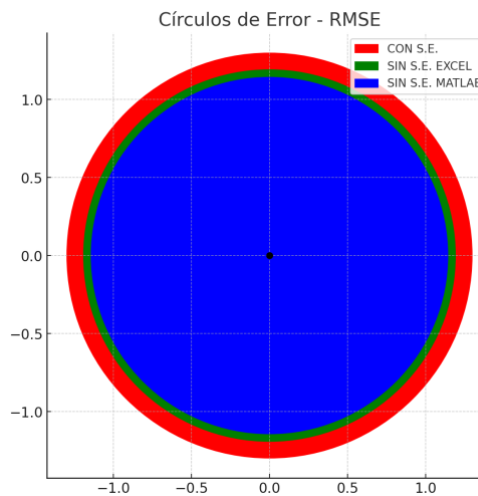


Figura 4-32 Gráficos de círculos del RMSE¹²

¹¹ Cuánto mayor es el radio del MAE, mayor es el error.

¹² Cuánto mayor es el radio del RMSE, mayor es el error.

- Valorando la desviación típica de los errores de cada método, los resultados son muy parejos, mostrando una ligera menor dispersión los errores de los métodos sin situación de estima [30].

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4-3)$$

- Valorando el cociente entre RMSE y MAE en cada método para estudiar la dispersión de los errores dando mayor importancia a los errores de mayor magnitud y si bien, los tres métodos han mostrado una dispersión similar, se observó que los métodos del Excel y sin situación de estima han mostrado una ligera menor dispersión de errores que el método de Matlab [29].
- En aquellas pruebas en las que el método con situación de estima ha sido el más preciso (pruebas 8 y 9 y la prueba real 2), la diferencia de error con respecto a la siguiente más precisa no es mayor a 200 yardas; 100 yardas de diferencia en el caso de la prueba 8 (Matlab), 180 yardas en la prueba 9 (Excel) y 20 yardas en la prueba real 2 (Excel). Estos resultados muestran diferencias mínimas y precisiones equiparables a efectos de situaciones astronómicas en alta mar que, en la mayoría de los casos, pueden proporcionar una precisión del orden de una o dos millas náuticas (2000 a 4000 yardas), si las condiciones de la observación han sido buenas [31].

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones

Tras el análisis de los resultados obtenidos se considera que se han alcanzado los objetivos propuestos y se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se ha diseñado un código de Matlab que permite obtener la posición sin situación de estima resolviendo un sistema de ecuaciones no lineales y teniendo en cuenta el movimiento del barco para más precisión que, además, se ha mostrado como el método más exacto en las pruebas realizadas.
- Se ha creado una hoja Excel que permite calcular rápidamente la posición sin situación de estima en cualquier posición del mundo con tres astros calculando primero el corte de los círculos de alturas iguales de cada dos astros y después obteniendo el incentro del triángulo resultante como la posición teniendo en cuenta también el movimiento del barco. De esta forma se consigue mejorar el método expuesto en el estado del arte [10], en la que solo se usan dos astros y se han conseguido buenas exactitudes, resultando el método más preciso en el 25% de las pruebas realizadas y manteniendo exactitudes muy próximas en el resto de los casos.
- El método con la hoja de Excel permite usar el procedimiento sin situación de estima en ordenadores o dispositivos móviles con Microsoft Office, sin necesidad de instalar ningún programa adicional, presentándose como un método con una buena precisión y accesibilidad para su empleo por parte de los usuarios.
- Los resultados de las pruebas de los métodos sin situación de estima han mostrado una mayor precisión que el método con situación de estima, mostrándose como una alternativa fiable y aconsejable, sobre todo en el caso de no disponer de situación de estima o cuando ésta no sea lo suficientemente precisa.

5.2 Líneas futuras

Como líneas futuras de investigación relacionadas con este trabajo, podrían ser de interés las siguientes:

- Investigar y establecer un método de fusión de los resultados de estos métodos, pudiendo considerar otros métodos adicionales, con el objeto de conseguir obtener una mayor precisión en el posicionamiento mediante la fusión de los diferentes métodos, potenciando las ventajas y minimizando los errores de cada uno de ellos por separado.

- Profundizar en un análisis de sensibilidad de cada método, investigando como afectarían las variaciones de las diferentes variables en la exactitud y valorar qué método es el más robusto ante variaciones y errores en las medidas obtenidas o variables empleadas en los cálculos.
- Optimizar las herramientas diseñadas en este trabajo para mejorar su precisión y accesibilidad, valorando sus resultados un con mayor número de casos reales.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] R.- ASALE y RAE, «navegación | Diccionario de la lengua española», «Diccionario de la lengua española» - Edición del Tricentenario. Accedido: 3 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://dle.rae.es/navegación>
- [2] P. T. Centre, «Técnicas de navegación marítima: características y diferencias», Pronautic. Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://pronautictc.com/tecnicas-navegacion-maritima/>
- [3] D. Pike, *The History of Navigation*. Adlard Coles Nautical.
- [4] D. Sobel, *Longitude: The True Story of a Lone Who Solved the Greatest Scientific Problem of His Time*. Walker & Company.
- [5] «planeta Tierra». Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: https://www.tayabeixo.org/sist_solar/tierra/caracteristicas.htm
- [6] J. S. U. Torres y A. X. C. Romero, «COMPARACION DE LOS ELEMENTOS ÁREA, FORMA Y DISTANCIA, EN LA APLICACIÓN DE PROYECCIONES CARTOGRAFICAS EMPLEADAS EN COLOMBIA».
- [7] «Qué es el Datum de las coordenadas geográficas y su uso en el GPS». Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.aristasur.com/contenido/que-es-el-datum-de-las-coordenadas-geograficas-y-su-uso-en-el-gps>
- [8] «Sistemas de referencia de coordenadas. Datum. Conceptos básicos.» Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://sicami.com/article/informacion-tecnica-y-curiosidades/sistemas-de-referencia-de-coordenadas-datum-conceptos-basicos>
- [9] «La esfera celeste. Sistemas de coordenadas celestes | Astronomía para todos». Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://astronomiaparatodos.com/2018/03/08/la-esfera-celeste/>
- [10] L. Mederos, *Navegación Astronómica*, 7ª., vol. 1, 1 vols. Tutor.
- [11] «Esfera celeste», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 9 de octubre de 2024. Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Esfera_celeste&oldid=162924527
- [12] J. G.-A. Lacalle, «Manual del Capitán de Yate. UT 1. Teoría de Navegación (6). Coordenadas Uranográficas Ecuatoriales», Navegantes Oceánicos. Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://navegantesoceanicos.com/coordenadas-uranograficas-ecuatoriales/>
- [13] «Trigonometría esférica», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 17 de mayo de 2024. Accedido: 10 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Trigonometr%C3%ADa_esf%C3%A9rica&oldid=160178420

- [14] «Triângulo Esférico», NOIC. Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://noic.com.br/astrologia/curso/astrologia-de-posicao/trigonometria-esferica/triangulo-esferico/>
- [15] «Almanaque náutico para uso de los navegantes. Tablas Náuticas / Astronomía Náutica / Apuntes Náuticos / Portada - masmar». Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.masmar.net/index.php/esl/Apuntes-N%C3%A1uticos/Astronom%C3%ADa-N%C3%A1utica/Almanaque-n%C3%A1utico-para-uso-de-los-navegantes.-Tablas-N%C3%A1uticas>
- [16] «Sextante», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 26 de septiembre de 2024. Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sextante&oldid=162667897>
- [17] «Sextante y horizonte artificial I». Accedido: 4 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://singladasnauticas.yolasite.com/sextante.php>
- [18] «NavAstro_LMederos_Cap10.pdf». Accedido: 13 de febrero de 2025. [En línea]. Disponible en: https://www.rodamedia.com/navastro/libros/libro_na/NavAstro_LMederos_Cap10.pdf
- [19] Toni Nieto “Sirocodiez”, *Relación entre las Coordenadas Celestes. Curso Capitan Yate Online*, (4 de mayo de 2016). Accedido: 13 de febrero de 2025. [En línea Video]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=5BWbgXyhu1o>
- [20] Aprueba el PER, *Carta náutica Patrón de Yate: Demoras no simultáneas*, (13 de noviembre de 2024). Accedido: 22 de febrero de 2025. [En línea Video]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=bG1QC1WO80>
- [21] «128733_La Navegación Atrónómica. Método por Rectas Diferenciométricas Tangentes y Método de Doves».
- [22] «MATLAB», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 21 de septiembre de 2024. Accedido: 10 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=MATLAB&oldid=162589011>
- [23] «Microsoft Excel», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 27 de febrero de 2025. Accedido: 10 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Microsoft_Excel&oldid=165733922
- [24] «lsqnonlin». Accedido: 10 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://es.mathworks.com/help/optim/ug/lsgnonlin.html#d126e78323>
- [25] M. J. Moreu Curbera, *Astronomía y Navegación*, 2ª., vol. 1. Vigo: Librería San José.
- [26] K. Gade, «A Non-singular Horizontal Position Representation», *J. Navigation*, vol. 63, n.º 3, pp. 395-417, jul. 2010, doi: 10.1017/S0373463309990415.
- [27] E. W. Weisstein, «Incenter». Accedido: 18 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://mathworld.wolfram.com/Incenter.html>
- [28] «Universo Formulas - Encuentra tu fórmula», Universo Formulas. Accedido: 17 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.universoformulas.com/>
- [29] T. Chai y R. R. Draxler, «Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? – Arguments against avoiding RMSE in the literature», *Geoscientific Model Development*, vol. 7, n.º 3, pp. 1247-1250, jun. 2014, doi: 10.5194/gmd-7-1247-2014.
- [30] «t-Test, Chi-Square, ANOVA, Regression, Correlation...» Accedido: 23 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://datatab.es/tutorial/dispersion-parameter>
- [31] «Navegacion_astronomica_de_la_buena.pdf». Accedido: 20 de marzo de 2025. [En línea]. Disponible en: https://www.rodamedia.com/navastro/AlfonsoRuiz/Navegacion_astronomica_de_la_buena.pdf

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, ECONÓMICAS Y AMBIENTALES

Implicaciones sociales

En cuanto a las implicaciones sociales, en este trabajo se incide en la robustez operativa que supone reducir la dependencia cada vez mayor en sistemas de posicionamiento satélite como el GPS, gracias a la reducción de vulnerabilidades que dichos sistemas poseen de manera intrínseca, bien sea en situaciones de conflicto o por fallos tecnológicos; por ello, este TFG contribuye a la protección de la seguridad de los navegantes y la operatividad de la Armada.

Seguridad marítima y protección humanitaria

El sistema proporciona un respaldo fiable evitando situaciones de desorientación en la mar que podrían derivar en accidentes que conlleven pérdidas humanas. También fortalece las capacidades en situaciones de búsqueda y rescate permitiendo a los buques mantener su posición en escenarios de posibles interferencias en los equipos de posicionamiento. La navegación civil también se vería especialmente beneficiada al navegar en zonas con cobertura satelital limitada.

Además, el empleo de las herramientas desarrolladas son accesibles y prácticas, lo que facilita su implementación, en la navegación civil y militar y en la formación de marinos, mejorando sus habilidades en navegación astronómica.

Implicaciones económicas

Reducción de costes operativos

Como principal implicación económica que supone el uso de las herramientas está la reducción de costes operativos ya que se evitan los gastos asociados a la dependencia de tecnologías externas (equipos satelitales) y la mitigación de fallos asociados a esas tecnologías. Como único gasto encontraríamos el pago del software necesario para correr los programas, es decir, las licencias de Matlab y/o Excel, que son programas que no requieren de hardware adicional, a diferencia de los sistemas GNSS comerciales, o actualizaciones de software propietario.

Sostenibilidad financiera en entornos con recursos limitados

En cuanto a la accesibilidad, las soluciones propuestas se basan en herramientas de bajo coste (Excel) o código abierto (Matlab) y, además, la independencia de licencias permite evitar el software comercial, eliminándose así costes recurrentes por suscripciones o actualizaciones.

Potencial económico en sectores vinculados

La formación específica que requiere este tipo de navegación podría generar un nicho de mercado para cursos en navegación astronómica moderna, dirigida a marinos o entusiastas.

A raíz de un interés renovado por los diferentes métodos de navegación astronómica podría impulsar, por ejemplo, el desarrollo de sextantes digitales de mayor precisión o aplicaciones móviles auxiliares.

Implicaciones ambientales

Huella tecnológica reducida

Hablando de energía y residuos, la navegación astronómica tiene un impacto ambiental mínimo a diferencia de los sistemas satelitales, que requieren constelaciones de satélites con alto consumo energético y que producen basura espacial. En cuanto a la sostenibilidad, al no depender de infraestructura orbital, se contribuye indirectamente a los Objetivos de Desarrollo Sostenible¹³ (ODS), como el ODS 9 (*Industria, innovación e infraestructura resilientes*) y el ODS 13 (*Acción por el clima*).

Resiliencia ante desastres naturales

Los fenómenos solares como las tormentas geomagnéticas pueden inutilizar sistemas GNSS. La navegación astronómica ofrece una alternativa inmune a estos eventos, garantizando continuidad en operaciones críticas.

Conciencia ecológica

Este trabajo refuerza la idea de que no siempre más tecnología es mejor, promoviéndose, como se ha descrito anteriormente, soluciones de bajo coste tecnológico con menor impacto ambiental.

¹³ 17 objetivos adoptados por las Naciones Unidas en 2015 como un llamamiento universal para poner fin a la pobreza, proteger el planeta y garantizar que para el 2030 todas las personas disfruten de paz y prosperidad.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

Aspectos éticos

Precisión y responsabilidad en la navegación

La navegación astronómica, al ser empleada como respaldo en situaciones críticas, conlleva una responsabilidad ética intrínseca, ya que cualquier error en los cálculos o en el desarrollo de las herramientas podría tener consecuencias graves, como desvíos en rutas marítimas, colisiones o complicaciones en misiones. Por ello, en este trabajo se han priorizado los siguientes puntos:

- Validación rigurosa: las pruebas realizadas (incluyendo comparaciones con métodos tradicionales) aseguran que los resultados sean fiables incluso en ausencia de GPS.
- Transparencia algorítmica: tanto el código de Matlab como la hoja de Excel están diseñados para que cualquier usuario pueda verificar los cálculos, evitando “cajas negras¹⁴” que generen desconfianza.
- Limitaciones claras: se ha documentado que la precisión depende de factores como la correcta medición de alturas astronómicas o la calibración del sextante, lo que exige capacitación adecuada por parte del usuario.

Aspectos sociales

Preservación del conocimiento tradicional en la era digital

La navegación astronómica es un patrimonio técnico y cultural que ha sido desplazado por tecnologías satelitales. Por ello, este trabajo contribuye a mantener viva una disciplina histórica evitando que se pierda la pericia en astronomía náutica, algo crucial para situaciones de emergencia. Además, las herramientas desarrolladas suponen un equilibrio entre tradición y modernidad.

Impacto en la formación de marinos

Los códigos y plantillas creados podrían integrarse en cursos avanzados de navegación en los que se combinarían la teoría astronómica y sus métodos tradicionales con las aplicaciones prácticas. Además se conseguiría una concienciación sobre los riesgos tecnológicos actuales por parte de los futuros oficiales, que aprenderían a no confiar ciegamente en el GPS, y se fomentaría un pensamiento crítico ante sistemas automatizados.

¹⁴ Cualquier sistema, algoritmo o herramienta cuyo funcionamiento interno es opaco para el usuario.

ANEXO III: CÓDIGO DE MATLAB

A continuación se dispone el primer código realizado con Matlab, con el que se realizaron las primeras pruebas para comprobar su precisión, resolviendo el sistema de ecuaciones por minimización; se utilizó de la prueba 1 a la prueba 10. Incluye la variable “solreal” en la que se introducía la posición real de la prueba y una operación final “error” que realizaba la resta entre dicha posición real y la solución obtenida. Como se ha explicado el código consta de dos partes, la primera llamada `codigo_final` donde se encuentran las variables y la función de minimización “`lsqnonlin`” y la segunda llamada “`fun3`” donde se definen los sistemas de ecuaciones.

Código:

codigo_final

```
p=[0;0;0];
a1=input('Altura astro 1: ');
a2=input('Altura astro 2: ');
a3=input('Altura astro 3: ');
d1=input('Declinacion astro 1: ');
d2=input('Declinacion astro 2: ');
d3=input('Declinacion astro 3: ');
hga1=input('Horario Greenwich astro 1: ');
hga2=input('Horario Greenwich astro 2: ');
hga3=input('Horario Greenwich astro 3: ');
t1=input('Hora de la observación del astro 1: ');
t2=input('Hora de la observación del astro 2: ');
t3=input('Hora de la observación del astro 3: ');
t13=t3-t1;
t23=t3-t2;
t33=t3-t3;
zg1=input('Acimut astro 1 en grados: ');
zg2=input('Acimut astro 2 en grados: ');
zg3=input('Acimut astro 3 en grados: ');
rbo=input('Rumbo del barco: ');
veloc=input('Velocidad del barco: ');
a=(pi/180)*[a1;a2;a3];
d=(pi/180)*[d1;d2;d3];
hga=(pi/180)*[hga1;hga2;hga3];
t=[t13;t23;t33];
dist=(veloc*t);
zg=(pi/180)*[zg1;zg2;zg3];
rumbo=(pi/180)*rbo;
cenital=[pi/2;pi/2;pi/2]-a;
x=[0;0];
f = fun3(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital);
x0=zeros(2,1);
lat=input('Latitud real: ');
long=input('Longitud real: ');
solreal=[lat;long];
[x,resnorm,residual,exitflag,output]
= lsqnonlin(@ (x) fun3(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital),x0)
display("La solución en grados es")
x=(180/pi)*x;
display("El vector error con latitud y longitud es")
error=solreal-x
```

fun3

```

function f = fun3(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital)
d_h(1)=((dist(1)*cos(zg(1)-rumbo))/60)*tan(cenital(1));
d_h(2)=((dist(2)*cos(zg(2)-rumbo))/60)*tan(cenital(2));
d_h(3)=((dist(3)*cos(zg(3)-rumbo))/60)*tan(cenital(3));
if (zg(1)>=0 && zg(1)<=pi);
    p(1)=x(2)-hga(1);
else (zg(1)>pi && zg(1)<2*pi);
    p(1)=hga(1)-x(2);
end
if (zg(2)>=0 && zg(2)<=pi);
    p(2)=x(2)-hga(2);
else (zg(2)>pi && zg(2)<2*pi);
    p(2)=hga(2)-x(2);
end
if (zg(3)>=0 && zg(3)<=pi);
    p(3)=x(2)-hga(3);
else (zg(3)>pi && zg(3)<2*pi);
    p(3)=hga(3)-x(2);
end
f(1)=sin(a(1)+deg2rad(d_h(1)))-sin(x(1))*sin(d(1))-
cos(x(1))*cos(d(1))*cos(p(1));
f(2)=sin(a(2)+deg2rad(d_h(2)))-sin(x(1))*sin(d(2))-
cos(x(1))*cos(d(2))*cos(p(2));
f(3)=sin(a(3)+deg2rad(d_h(3)))-sin(x(1))*sin(d(3))-
cos(x(1))*cos(d(3))*cos(p(3));
end

```

ANEXO IV: CÓDIGO DE LA APLICACIÓN DE MATLAB

En este anexo se encuentra el código que permite al usuario introducir los datos de manera más visual al código del anexo III. Dentro del presente código se encuentra el núcleo del código anterior que permite que la aplicación cumpla su función. El archivo se denomina “app1”.

Código:

```

classdef app1 < matlab.apps.AppBase
    properties (Access = public)
        UIFigure
        Image
        CalcularButton
        LongitudEditField
        LongitudEditFieldLabel
        LatitudEditField
        LatitudEditFieldLabel
        VelocidadktsEditField
        VelocidadktsEditFieldLabel
        RumboEditField
        RumboLabel
        Acimutaastro3EditField
        Acimutaastro3EditFieldLabel
        Acimutaastro2EditField
        Acimutaastro2EditFieldLabel
        Acimutaastro1EditField
        Acimutaastro1EditFieldLabel
        Horaobservacinastro3hEditField
        Horaobservacinastro3hEditFieldLabel
        Horaobservacinastro2hEditField
        Horaobservacinastro2hEditFieldLabel
        Horaobservacinastro1hEditField
        Horaobservacinastro1hEditFieldLabel
        HorarioGreenwichastro3EditField
        HorarioGreenwichastro3Label
        HorarioGreenwichastro2EditField
        HorarioGreenwichastro2Label
        HorarioGreenwichastro1EditField
        HorarioGreenwichastro1Label
        Declinacinastro3EditField
        Declinacinastro3Label
        Declinacinastro2EditField
        Declinacinastro2Label
        Declinacinastro1EditField
        Declinacinastro1Label
        Alturaverdaderaastro3EditField
        Alturaverdaderaastro3Label
        Alturaverdaderaastro2EditField
        Alturaverdaderaastro2Label
        Alturaverdaderaastro1EditField
        Alturaverdaderaastro1Label
    end
    methods (Access = private)
        function CalcularButtonPushed(app, event)
            p=[0;0;0];
            a1=app.Alturaverdaderaastro1EditField.Value;
            a2=app.Alturaverdaderaastro2EditField.Value;
            a3=app.Alturaverdaderaastro3EditField.Value;
            d1=app.Declinacinastro1EditField.Value;
            d2=app.Declinacinastro2EditField.Value;
            d3=app.Declinacinastro3EditField.Value;
            hgal=app.HorarioGreenwichastro1EditField.Value;
        end
    end
end

```

```

hga2=app.HorarioGreenwichastro2EditField.Value;
hga3=app.HorarioGreenwichastro3EditField.Value;
t1=app.Horaobservacinastro1hEditField.Value;
t2=app.Horaobservacinastro2hEditField.Value;
t3=app.Horaobservacinastro3hEditField.Value;
zg1=app.Acimutastro1EditField.Value;
zg2=app.Acimutastro2EditField.Value;
zg3=app.Acimutastro3EditField.Value;
rbo=app.RumboEditField.Value;
veloc=app.VelocidadktsEditField.Value;
t13=t3-t1;
t23=t3-t2;
t33=t3-t3;
a=(pi/180)*[a1;a2;a3];
d=(pi/180)*[d1;d2;d3];
hga=(pi/180)*[hga1;hga2;hga3];
t=[t13;t23;t33];
dist=(veloc*t);
zg=(pi/180)*[zg1;zg2;zg3];
rumbo=(pi/180)*rbo;
cenital=[pi/2;pi/2;pi/2]-a;
x=[0;0];
f = fun3_consola(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital);
x0=zeros(2,1);
[x,resnorm,residual,exitflag,output]
= lsqnonlin(@ (x) fun3_consola(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital),x0);
function f = fun3_consola(x,a,d,hga,p,rumbo,dist,zg,cenital)
    d_h(1)=((dist(1)*cos(zg(1)-rumbo))/60)*tan(cenital(1));
    d_h(2)=((dist(2)*cos(zg(2)-rumbo))/60)*tan(cenital(2));
    d_h(3)=((dist(3)*cos(zg(3)-rumbo))/60)*tan(cenital(3));
    if (zg(1)>=0 && zg(1)<=pi)
        p(1)=x(2)-hga(1);
    else (zg(1)>pi && zg(1)<2*pi);
        p(1)=hga(1)-x(2);
    end
    if (zg(2)>=0 && zg(2)<=pi)
        p(2)=x(2)-hga(2);
    else (zg(2)>pi && zg(2)<2*pi);
        p(2)=hga(2)-x(2);
    end
    if (zg(3)>=0 && zg(3)<=pi)
        p(3)=x(2)-hga(3);
    else (zg(3)>pi && zg(3)<2*pi)
        p(3)=hga(3)-x(2);
    end
    f(1)=sin(a(1)+deg2rad(d_h(1)))-sin(x(1))*sin(d(1))-
cos(x(1))*cos(d(1))*cos(p(1));
    f(2)=sin(a(2)+deg2rad(d_h(2)))-sin(x(1))*sin(d(2))-
cos(x(1))*cos(d(2))*cos(p(2));
    f(3)=sin(a(3)+deg2rad(d_h(3)))-sin(x(1))*sin(d(3))-
cos(x(1))*cos(d(3))*cos(p(3));
    end
    x=(180/pi)*x;

    app.LatitudEditField.Value=x(1);
    app.LongitudEditField.Value=x(2);
end
end
methods (Access = private)
function createComponents(app)
    pathToMLAPP = fileparts(mfilename('fullpath'));
    app.UIFigure = uifigure('Visible', 'off');
    app.UIFigure.Color = [0.0157 0.2667 0.4314];

```

```

app.UIFigure.Position = [100 100 640 480];
app.UIFigure.Name = 'MATLAB App';
app.Alturaverdaderaastro1Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Alturaverdaderaastro1Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Alturaverdaderaastro1Label.FontWeight = 'bold';
app.Alturaverdaderaastro1Label.FontColor = [1 1 1];
app.Alturaverdaderaastro1Label.Position = [19 422 159 22];
app.Alturaverdaderaastro1Label.Text = 'Altura verdadera astro 1
(°)';
app.Alturaverdaderaastro1EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Alturaverdaderaastro1EditField.Limits = [0 90];
app.Alturaverdaderaastro1EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Alturaverdaderaastro1EditField.Position = [193 422 100 22];
app.Alturaverdaderaastro2Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Alturaverdaderaastro2Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Alturaverdaderaastro2Label.FontWeight = 'bold';
app.Alturaverdaderaastro2Label.FontColor = [1 1 1];
app.Alturaverdaderaastro2Label.Position = [19 389 159 22];
app.Alturaverdaderaastro2Label.Text = 'Altura verdadera astro 2
(°)';
app.Alturaverdaderaastro2EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Alturaverdaderaastro2EditField.Limits = [0 90];
app.Alturaverdaderaastro2EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Alturaverdaderaastro2EditField.Position = [193 389 100 22];
app.Alturaverdaderaastro3Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Alturaverdaderaastro3Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Alturaverdaderaastro3Label.FontWeight = 'bold';
app.Alturaverdaderaastro3Label.FontColor = [1 1 1];
app.Alturaverdaderaastro3Label.Position = [19 355 159 22];
app.Alturaverdaderaastro3Label.Text = 'Altura verdadera astro 3
(°)';
app.Alturaverdaderaastro3EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Alturaverdaderaastro3EditField.Limits = [0 90];
app.Alturaverdaderaastro3EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Alturaverdaderaastro3EditField.Position = [193 355 100 22];
app.Declinacinastro1Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Declinacinastro1Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Declinacinastro1Label.FontWeight = 'bold';
app.Declinacinastro1Label.FontColor = [1 1 1];
app.Declinacinastro1Label.Position = [48 319 131 22];
app.Declinacinastro1Label.Text = 'Declinación astro 1 (°)';
app.Declinacinastro1EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Declinacinastro1EditField.Limits = [-90 90];
app.Declinacinastro1EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Declinacinastro1EditField.Position = [194 321 100 22];
app.Declinacinastro2Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Declinacinastro2Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Declinacinastro2Label.FontWeight = 'bold';
app.Declinacinastro2Label.FontColor = [1 1 1];
app.Declinacinastro2Label.Position = [48 287 131 22];
app.Declinacinastro2Label.Text = 'Declinación astro 2 (°)';
app.Declinacinastro2EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Declinacinastro2EditField.Limits = [-90 90];
app.Declinacinastro2EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Declinacinastro2EditField.Position = [194 289 100 22];
app.Declinacinastro3Label = uilabel(app.UIFigure);
app.Declinacinastro3Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.Declinacinastro3Label.FontWeight = 'bold';

```

```

app.Declinacinastro3Label.FontColor = [1 1 1];
app.Declinacinastro3Label.Position = [48 253 131 22];
app.Declinacinastro3Label.Text = 'Declinación astro 3 (°)';
app.Declinacinastro3EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Declinacinastro3EditField.Limits = [-90 90];
app.Declinacinastro3EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Declinacinastro3EditField.Position = [194 255 100 22];
app.HorarioGreenwichastro1Label = uilabel(app.UIFigure);
app.HorarioGreenwichastro1Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.HorarioGreenwichastro1Label.FontWeight = 'bold';
app.HorarioGreenwichastro1Label.FontColor = [1 1 1];
app.HorarioGreenwichastro1Label.Position = [8 219 171 22];
app.HorarioGreenwichastro1Label.Text = 'Horario Greenwich astro 1
(°)';
app.HorarioGreenwichastro1EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.HorarioGreenwichastro1EditField.Limits = [0 359.99999999];
app.HorarioGreenwichastro1EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.HorarioGreenwichastro1EditField.Position = [194 221 100 22];
app.HorarioGreenwichastro2Label = uilabel(app.UIFigure);
app.HorarioGreenwichastro2Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.HorarioGreenwichastro2Label.FontWeight = 'bold';
app.HorarioGreenwichastro2Label.FontColor = [1 1 1];
app.HorarioGreenwichastro2Label.Position = [8 187 171 22];
app.HorarioGreenwichastro2Label.Text = 'Horario Greenwich astro 2
(°)';
app.HorarioGreenwichastro2EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.HorarioGreenwichastro2EditField.Limits = [0 359.99999999];
app.HorarioGreenwichastro2EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.HorarioGreenwichastro2EditField.Position = [194 189 100 22];
app.HorarioGreenwichastro3Label = uilabel(app.UIFigure);
app.HorarioGreenwichastro3Label.HorizontalAlignment = 'right';
app.HorarioGreenwichastro3Label.FontWeight = 'bold';
app.HorarioGreenwichastro3Label.FontColor = [1 1 1];
app.HorarioGreenwichastro3Label.Position = [8 154 171 22];
app.HorarioGreenwichastro3Label.Text = 'Horario Greenwich astro 3
(°)';
app.HorarioGreenwichastro3EditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.HorarioGreenwichastro3EditField.Limits = [0 359.99999999];
app.HorarioGreenwichastro3EditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.HorarioGreenwichastro3EditField.Position = [194 156 100 22];
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel.HorizontalAlignment =
'right';
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel.Position = [11 121 168 22];
app.Horaobservacinastro1hEditFieldLabel.Text = 'Hora observación
astro 1 (h)';
app.Horaobservacinastro1hEditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Horaobservacinastro1hEditField.Limits = [0 24];
app.Horaobservacinastro1hEditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Horaobservacinastro1hEditField.Position = [194 123 100 22];
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel.HorizontalAlignment =
'right';
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel.Position = [11 89 168 22];

```

```
app.Horaobservacinastro2hEditFieldLabel.Text = 'Hora observación
astro 2 (h)';
app.Horaobservacinastro2hEditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Horaobservacinastro2hEditField.Limits = [0 24];
app.Horaobservacinastro2hEditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Horaobservacinastro2hEditField.Position = [194 91 100 22];
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel.HorizontalAlignment =
'right';
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel.Position = [11 57 168 22];
app.Horaobservacinastro3hEditFieldLabel.Text = 'Hora observación
astro 3 (h)';
app.Horaobservacinastro3hEditField = uieditfield(app.UIFigure,
'numeric');
app.Horaobservacinastro3hEditField.Limits = [0 24];
app.Horaobservacinastro3hEditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.Horaobservacinastro3hEditField.Position = [194 59 100 22];
app.Acimutastro1EditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Acimutastro1EditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Acimutastro1EditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Acimutastro1EditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Acimutastro1EditFieldLabel.Position = [378 422 104 22];
app.Acimutastro1EditFieldLabel.Text = 'Acimut astro 1 (°)';
app.Acimutastro1EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.Acimutastro1EditField.Limits = [0 360];
app.Acimutastro1EditField.RoundFractionalValues = 'on';
app.Acimutastro1EditField.ValueDisplayFormat = '%.0f';
app.Acimutastro1EditField.Position = [497 422 100 22];
app.Acimutastro2EditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Acimutastro2EditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Acimutastro2EditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Acimutastro2EditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Acimutastro2EditFieldLabel.Position = [378 389 104 22];
app.Acimutastro2EditFieldLabel.Text = 'Acimut astro 2 (°)';
app.Acimutastro2EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.Acimutastro2EditField.Limits = [0 360];
app.Acimutastro2EditField.RoundFractionalValues = 'on';
app.Acimutastro2EditField.ValueDisplayFormat = '%.0f';
app.Acimutastro2EditField.Position = [497 389 100 22];
app.Acimutastro3EditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.Acimutastro3EditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.Acimutastro3EditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.Acimutastro3EditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.Acimutastro3EditFieldLabel.Position = [378 355 104 22];
app.Acimutastro3EditFieldLabel.Text = 'Acimut astro 3 (°)';
app.Acimutastro3EditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.Acimutastro3EditField.Limits = [0 360];
app.Acimutastro3EditField.RoundFractionalValues = 'on';
app.Acimutastro3EditField.ValueDisplayFormat = '%.0f';
app.Acimutastro3EditField.Position = [497 355 100 22];
app.RumboLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.RumboLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.RumboLabel.FontWeight = 'bold';
app.RumboLabel.FontColor = [1 1 1];
app.RumboLabel.Position = [420 289 62 22];
app.RumboLabel.Text = 'Rumbo (°)';
app.RumboEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.RumboEditField.Limits = [0 360];
app.RumboEditField.RoundFractionalValues = 'on';
app.RumboEditField.ValueDisplayFormat = '%.0f';
```

```

app.RumboEditField.Position = [497 289 100 22];
app.VelocidadktsEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.VelocidadktsEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.VelocidadktsEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.VelocidadktsEditFieldLabel.FontColor = [1 1 1];
app.VelocidadktsEditFieldLabel.Position = [392 255 90 22];
app.VelocidadktsEditFieldLabel.Text = 'Velocidad (kts)';
app.VelocidadktsEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.VelocidadktsEditField.Limits = [0 50];
app.VelocidadktsEditField.ValueDisplayFormat = '%.2f';
app.VelocidadktsEditField.Position = [497 255 100 22];
app.LatitudEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.LatitudEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.LatitudEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.LatitudEditFieldLabel.FontColor = [1 1 0.0667];
app.LatitudEditFieldLabel.Position = [437 123 45 22];
app.LatitudEditFieldLabel.Text = 'Latitud';
app.LatitudEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.LatitudEditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.LatitudEditField.Position = [497 123 100 22];
app.LongitudEditFieldLabel = uilabel(app.UIFigure);
app.LongitudEditFieldLabel.HorizontalAlignment = 'right';
app.LongitudEditFieldLabel.FontWeight = 'bold';
app.LongitudEditFieldLabel.FontColor = [1 1 0.0667];
app.LongitudEditFieldLabel.Position = [426 91 56 22];
app.LongitudEditFieldLabel.Text = 'Longitud';
app.LongitudEditField = uieditfield(app.UIFigure, 'numeric');
app.LongitudEditField.ValueDisplayFormat = '%.8f';
app.LongitudEditField.Position = [497 91 100 22];
app.CalcularButton = uibutton(app.UIFigure, 'push');
app.CalcularButton.ButtonPushedFcn = createCallbackFcn(app,
@CalcularButtonPushed, true);
app.CalcularButton.BackgroundColor = [1 1 0];
app.CalcularButton.FontWeight = 'bold';
app.CalcularButton.Position = [495 187 100 22];
app.CalcularButton.Text = 'Calcular';
app.Image = uiimage(app.UIFigure);
app.Image.Position = [306 376 60 101];
app.Image.ImageSource = fullfile(pathToMLAPP, 'Armada2.png');
app.UIFigure.Visible = 'on';
end
end
methods (Access = public)
function app = app1
    createComponents(app)
    registerApp(app, app.UIFigure)
    if nargin == 0
        clear app
    end
end
function delete(app)
    delete(app.UIFigure)
end
end
end
end

```



Ilustración 1

La Ilustración 1 es una imagen requerida por el código de la aplicación Matlab, nombrada como “Armada2” en el fichero, para que aparezca en la interfaz de la aplicación.

ANEXO V: ENLACE AL MATERIAL DEL TFG

En el siguiente enlace a Google Drive se pueden encontrar todas las pruebas realizadas en el presente trabajo, así como la aplicación de Matlab con su imagen (Ilustración 1) y la hoja genérica de Excel.

https://drive.google.com/drive/folders/1zjcQB6v3ry2N58147bwApY_8DfCeoj8u?usp=sharing

ANEXO VI: IMAGEN ORIGINAL DE LA FIGURA 4-1

