



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelización probabilística de la programación de operaciones
militares mediante el desarrollo de una herramienta de apoyo a la
decisión*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Antonio Luque García

DIRECTORES: Débora Cores Carrera
Francisco Javier Rodríguez Rodríguez

CURSO ACADÉMICO: 2025-2026

UniversidadeVigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelización probabilística de la programación de operaciones
militares mediante el desarrollo de una herramienta de apoyo a la
decisión*

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Cuerpo General / Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

Las técnicas de programación, de proyectos PERT (*Program Evaluation and Review Technique*), originada en el ámbito militar, y CPM (*Critical Path Method*) se han unificado en una única herramienta que combina sus potencialidades. Esta herramienta utiliza los datos básicos de un proyecto (tareas, precedencias, duraciones esperadas y varianzas) para determinar el camino crítico y calcular el tiempo de finalización esperado como una distribución normal de probabilidad $N(\mu, \sigma)$, con una determinada media (duración estimada) y desviación estándar, transformable en una distribución estándar $N(0,1)$.

El presente Trabajo Fin de Grado tiene como objetivo desarrollar una herramienta matemática computacional (pudiendo emplear Python, MATLAB o Excel) con interfaz sencilla capaz de resolver tanto el tiempo de finalización esperado de un proyecto en función de sus datos de entrada, como el problema inverso; es decir, determinar la probabilidad asociada a un tiempo objetivo dado. Asimismo, se incorporarán cálculos complementarios de interés operativo, además de estudiar la sensibilidad de las variables y proponer indicadores de eficiencia temporal aplicables a la gestión de recursos militares. Esta herramienta proporcionará un soporte cuantitativo útil para la toma de decisiones en la planificación y ejecución de misiones militares, mejorando la capacidad de análisis temporal y la gestión del riesgo en entornos operacionales.

PALABRAS CLAVE

PERT, CPM, Modelización Probabilística, Investigación Operativa, Apoyo A La Decisión, Optimización Temporal, Planificación De Operaciones Militares, Gestión Del Riesgo.

AGRADECIMIENTOS

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
Índice de Tablas.....	5
1 Justificación y objetivos	7
1.1 Motivación del trabajo	7
1.2 Objetivos	9
1.3 Estructura del documento.....	10
2 Gestión y Planificación de Proyectos	11
2.1 Concepto de proyecto y ciclo de vida	11
2.2 Planificación, programación y control de proyectos.....	11
2.3 Particularidades de los proyectos militares y navales	12
2.4 Riesgo, incertidumbre y variabilidad temporal	13
3 Fundamentos del método PERT-CPM	15
3.1 Origen histórico y evolución del método	15
3.1.1 La herramienta para la gestión de proyectos PERT	15
3.1.2 La herramienta para la gestión de proyectos CPM.....	17
3.2 Representación gráfica de redes PERT/CPM (AON)	18
4 Modelación probabilística de la duración de un proyecto	23
4.1 Variabilidad probabilística de la duración de un proyecto	23
4.2 Estimaciones PERT: tiempos optimistas, más probable y pesimista.....	23
4.3 Distribución beta y cálculo de media y varianza	24
4.4 Duración esperada y varianza del proyecto	25
4.5 Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades	25
4.5.1 Concepto de la Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades ...	25
4.5.2 Ejemplo de Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades.	28
5 Desarrollo de la herramienta de apoyo a la decisión	31
5.1 Planteamiento del problema matemático	31
5.2 Algoritmo general de resolución de PERT/CPM.....	33
5.2.1 Cálculo del plazo esperado de finalización del proyecto: obtención de la distribución normal de la probabilidad $N(\mu, \sigma)$	33
5.2.2 Cálculo de la probabilidad asociada a una determinada duración de proyecto.	35
5.3 Implementación computacional (Python / MATLAB / Excel)	41
5.3.1 Análisis del bloque de código inicial sobre definición del algoritmo.....	41

5.3.2	Análisis del bloque de código de cálculo hacia delante y hacia atrás.....	42
5.3.3	Análisis del bloque de código de cálculo de camino crítico y del bloque de cálculo de la varianza total del proyecto.	42
5.3.4	Análisis del bloque de código de cálculo estadístico.....	43
5.3.5	Análisis del bloque de código de actualización dinámica.	43
5.4	Diseño de la interfaz y flujo de uso.....	44
5.4.1	Principios de diseño de la interfaz	44
5.4.2	Flujo de uso de la herramienta.....	46
5.4.3	Interpretación de los resultados	48
6	Aplicación a casos de estudio y análisis de resultados.....	50
6.1	Caso: proyecto con red PERT/CPM	50
6.2	Identificación del camino crítico y actividades críticas	53
6.3	Interpretación operativa de los resultados.....	54
7	Conclusiones y líneas futuras	59
7.1	Conclusiones generales	59
7.1.1	Conclusiones heredadas del PERT-CPM	59
7.1.2	Conclusiones en el entorno táctico-operativo	59
7.1.3	Conclusiones sobre la herramienta.	60
7.2	Evaluación del cumplimiento de los objetivos	61
7.3	Aportaciones del Trabajo Fin de Grado	61
7.4	Líneas de trabajo futuro	62
8	Bibliografía.....	63
	Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	66
	Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	68
	Anexo III: Declaración de empleo de IA	70
	Anexo IV: Código de la herramienta de apoyo a la decisión	72

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1 Almirante William Raborn. (Fuente: media.defense.gov/2022/Nov).	16
Figura 3-2 Oficinas de DuPont en Pensilvania, EE. UU. (Fuente: Elpais.com/2015/Oct).	17
Figura 3-4: Ejemplo de representación de nodo. ES corresponde al tiempo de inicio temprano, EF la finalización tardía, LS comienzo tardío y LF finalización tardía. T muestra el tiempo de la actividad y A es el nombre de la actividad. (Fuente: Elaboración propia).	18
Figura 3-5 Representación de red simplificada con tiempos, nombres de actividades y su relación.(Fuente: Elaboración propia).	20
Figura 3-6 Representación de red simplificada programada hacia delante. (Fuente: Elaboración Propia).	20
Figura 3-7 Representación de red simplificada programada hacia atrás. (Fuente: Elaboración propia).	21
Figura 4-1 Representación gráfica de la situación inicial (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).	28
Figura 4-2 Representación gráfica de la conversión (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).	29
Figura 4-3 Visualización de la extracción de la probabilidad empleando una tabla de probabilidad estándar (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).	29
Figura 5-1 Relación lineal entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).	33
Figura 5-2 Relación múltiple entre tareas. (Fuente: «Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).	34
Figura 5-3 Relación lineal entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).	34
Figura 5-4 Relación múltiple entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).	34
Figura 5-5 Red AON simplificada (Elaboración propia)	36
Figura 5-6 Red AON con cálculos hacia delante. (Elaboración propia).	38
Figura 5-7 Red AON Con cálculos hacia delante y hacia atrás. (Elaboración propia).	39
Figura 5-8 Red AON con camino crítico marcado en rojo. (Elaboración propia).	39
Figura 5-9 Valores de probabilidad de la distribución normal (Elaboración propia).	40
Figura 5-10 Representación gráfica de la probabilidad del caso estudiado. (Elaboración propia asistida por IA).	41
Figura 5-11 División que ejerce el splitter marcado en rojo y azul. (Elaboración propia).	44
Figura 5-12 Widget de formulario y botones. (Elaboración propia).	45
Figura 5-13 Tabla del programa. (Elaboración propia).	45
Figura 5-14 Construcción de Red mediante Widget. (Elaboración propia).	46

Figura 5-15 Widget de cálculo de probabilidad. (Elaboración propia).....	46
Figura 5-16 Tabla de Flujo del empleo general del programa. (Elaboración propia).....	47
Figura 6-1 Superponible de situación del supuesto. (Fuente: Elaboración propia mediante TopoGPS y planos del instituto Geográfico Nacional, 2026).	51
Figura 6-2 Red AON mostrada por la herramienta. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).	53
Figura 6-3 Ruta crítica expresada por el programa, marcada en el recuerdo azul. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).	53
Figura 6-4 Listado de misiones. Se aprecia en rojo las actividades que pertenecen al camino crítico. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).	54
Figura 6-5. Cuadro “Situación operacional” donde se muestra marcado en azul la incertidumbre y la varianza. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).	54
Figura 6-6 Seleccionado en Azul, la actividad asalto es la que se pretende estudiar. (Fuente: Elaboración propia mediante el empleo de la herramienta).	55
Figura 6-7 Vista del programa una vez modificadas las actividades. (Fuente: Elaboración propia empelando la herramienta).	56
Figura 6-8 Listado de misiones con las actividades de preparación de los fuegos y Patrullas y posiciones de bloqueo marcados con un recuadro azul. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).	56
Figura 6-9 Probabilidad de finalizar la operación en menos de 6 horas. (Fuente: Elaboración Propia mediante la herramienta).	57
Figura 6-10 Representación gráfica de la probabilidad. (Elaboración propia asistida con IA).	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Representación de diferentes tipos de relación en actividades. (Fuente: Elaboración propia).	19
Tabla 4-1 Tabla de valores de Z para normal estándar (Fuente: Elaboración propia apoyada por IA)	27
Tabla 6-1 Resumen actividades del supuesto. (Fuente: Elaboración propia).....	52

1 JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

El presente trabajo se ha realizado teniendo en cuenta una serie de consideraciones derivadas tanto del aspecto de la gestión de proyectos como del de la doctrina militar moderna establecida en el ámbito de la OTAN y de la Armada. Estas consideraciones son imperiosas para el planeamiento y la conducción de operaciones y su correcta relación y estudio ofrece una gran ventaja frente al adversario.

1.1 Motivación del trabajo

La justificación y motivación del trabajo se basan en tres conceptos notorios y sencillos:

El primero de ellos es la importancia de la planificación temporal en operaciones militares. El tiempo como recurso crítico no es un concepto que se limite a los proyectos. En las operaciones militares, existen todo tipo de conceptos doctrinales relacionados directa o indirectamente con el tiempo. El más sencillo de ver es el de la iniciativa. La iniciativa en el ámbito militar doctrinal hace referencia a la idea de realizar acciones orientadas al cumplimiento de la misión sin tener que reaccionar a las acciones que realiza el enemigo sobre nosotros. A la hora de enfrentar la línea de acción propia a la línea de acción que se espera que tome el enemigo debemos de intentar mantener la iniciativa en todo momento, y para ello la planificación temporal es vital.

Cada acción debe intentarse realizarse lo más rápido posible anteponiéndonos en todo momento a las acciones del enemigo. Es por ello que se establecen todo tipo de coordinaciones horarias en el planeamiento militar. Medidas de coordinación tan simples como la línea de partida (LP) que marca la fase de ataque de una ofensiva, debe de ser planeada directamente empleando el recurso crítico que es el tiempo. Existen decenas de medidas de coordinación y la mayoría no pueden entenderse sin estar ligadas a una planificación temporal precisamente por el hecho de que se emplean no solo para coordinar a la fuerza sino para asegurar que el planeamiento sigue el desenlace temporal que se plantea y que, por tanto, se asegura que se mantendrá la iniciativa.

Íntimamente ligado a la iniciativa y directamente derivado de la planificación del tiempo está el concepto del tempo. Si bien la iniciativa es imponer nuestra voluntad al adversario, el tempo es imponer nuestro ritmo de combate, es decidir cuando voy a enfrentarme al enemigo y para ello debo de estudiar como pretendo gestionar el tiempo en mi operación a la vez que estudio como lo va a emplear el enemigo.

Otros conceptos relacionados directamente con la planificación del tiempo están presentes en varias funciones del combate:

En el apoyo de fuegos, planificar el tiempo es esencial. El tiempo que transcurre entre que una batería de artillería se encuentra en un punto apoyando a una unidad de maniobra hasta que se mueve y ocupa otra posición y la prepara para apoyar a otra es vital para un correcto planeamiento del apoyo de

fuegos y puede repercutir directamente en la misión de las propias unidades de apoyo de fuegos y, cómo es lógico, en la de las de maniobra. Igualmente, el proceso *targeting* por el cual se estudian los HPT (*High pay-off targets*) la forma y el momento de batirlos en el cual el apoyo de fuegos está tan presente, la planificación del tiempo en todas las fases del proceso hace la diferencia entre ser efectivo o fallar con consecuencias directamente relacionadas con el cumplimiento de la misión.

Otra función del combate que necesita de una planificación del tiempo exhaustiva es la función de inteligencia. Todos los procesos del ciclo de inteligencia están caracterizados por gestionar información e inteligencia altamente sensible al paso del tiempo. El que cierta información no se obtenga, no se trate o no se difunda a tiempo puede llegar a hacerla inútil, algo que una fuerza no puede permitirse debido a lo limitados que están los recursos de inteligencia.

Por último, la función de combate logística también se estructura en torno a un estudio y planificación de los recursos temporales muy detallada. Para que el mantenimiento logístico de una fuerza sea adecuado los recursos deben de llegar a la fuerza en lugar, cantidad, forma y momento adecuado. Es por ello por lo que todos los tipos de apoyos, desde el apoyo sanitario hasta el aprovisionamiento de la infantería, se estudian con el tiempo como uno de los principales pilares del planeamiento logístico. Si las necesidades que las unidades de combate no se suplen en el momento adecuado, puede afectar directamente al éxito de la misión

El segundo concepto que motiva este trabajo son las limitaciones del cálculo manual PERT/CPM. A pesar de ser una herramienta de gran utilidad, PERT/CPM se emplea generalmente a mano, esto quiere decir que, por ejemplo, las redes se suelen elaborar por la persona que va a realizar los cálculos y, que aunque muchos de ellos cálculos se realicen en hojas de trabajo como Excel, a menudo la edición, copia, referencias y lógica que se emplea en este tipo de programas acarrea igualmente errores humanos que afectan a la precisión o que directamente repercute en errores graves.

Otro factor a tener en cuenta es la escalabilidad y complejidad ya que la habilidad para realizar redes en el que intervienen un gran número de tareas y en el que hay un gran número de relaciones distintas entre dichas tareas limita el alcance del estudio a la habilidad del propio usuario que realiza los cálculos.

Esto, además, está ligado al tiempo y al coste del cálculo manual. Redes de una complejidad seria necesitan de bastante tiempo para ser efectuadas a mano. No solo eso, sino que además trae intrínsecamente una gran dificultad para revisar y actualizar los cálculos, degradándose así el valor predictivo del plan.

Resulta necesario mencionar que resolver un problema de planificación de un determinado escenario (etapas de un proyecto, relaciones de precedencia entre ellas, duraciones...) mediante el método PERT/CPM, pero sin el empleo de un instrumento como el que se aporta en este trabajo, limita en gran medida la capacidad para realizar estimaciones y supuestos, por lo que el análisis de sensibilidad y de escenarios es muy pobre. Esta capacidad ofrece una gran ventaja en la planificación en todos sus aspectos y dota de libertad al gestor o planificador para explorar posibilidades.

El último factor que se tiene en cuenta a la hora de realizar este trabajo es la necesidad de herramientas cuantitativas de apoyo a la decisión. La complejidad creciente de las operaciones militares exige modelos de decisión flexibles que permitan modelar la experiencia del mando y las lecciones aprendidas en los conflictos recientes. Pese a la disponibilidad tecnológica actual no siempre se aprovecha el potencial analítico de las herramientas que se pueden implementar hoy día a la toma de decisión. De ahí que surge la necesidad de crear una herramienta que no sustituya al juicio profesional y personal de cada mando, sino que lo refuerce reduciendo la incertidumbre y mejorando la toma de decisiones.

La planificación y programación temporal de proyectos constituye un elemento crítico en la gestión eficiente de recursos, especialmente en el ámbito militar, donde las decisiones deben adoptarse frecuentemente en entornos caracterizados por la incertidumbre, la limitación de medios y la necesidad

de cumplir plazos estrictos. En este contexto, una estimación imprecisa de la duración de un proyecto puede comprometer gravemente el éxito de una misión, la disponibilidad operativa de los medios o la correcta asignación de recursos humanos y materiales.

Las técnicas PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) y CPM (*Critical Path Method*), ampliamente estudiadas en la asignatura *Fundamentos de Organización de Empresas (FOE)*, surgieron precisamente para dar respuesta a este tipo de problemas en grandes proyectos militares y navales. En particular, el método PERT permite incorporar la variabilidad inherente a la duración de las actividades, modelizando el plazo de finalización del proyecto como una variable aleatoria y facilitando así un enfoque probabilístico de la planificación temporal.

No obstante, en la práctica docente y profesional, la aplicación de estas técnicas suele limitarse a la resolución manual de ejercicios concretos, lo que dificulta su uso sistemático en proyectos reales de mayor complejidad. El cálculo repetitivo de caminos críticos, varianzas, distribuciones normales y probabilidades asociadas resulta laborioso y propenso a errores, especialmente cuando se requiere analizar distintos escenarios temporales o evaluar el impacto de cambios en las duraciones de las actividades.

Por ello, surge la necesidad de disponer de una herramienta matemática computacional que permita automatizar la aplicación del método PERT–CPM, facilitando no solo el cálculo del plazo esperado de finalización de un proyecto, sino también la resolución del problema inverso: determinar la probabilidad de cumplir un plazo objetivo fijado por el mando. Esta capacidad resulta de especial interés en el ámbito militar, donde la toma de decisiones debe apoyarse en indicadores cuantitativos claros que permitan evaluar el riesgo temporal asociado a cada alternativa de planificación.

El presente Trabajo Fin de Grado se justifica, por tanto, como una extensión natural y aplicada de los contenidos teóricos de FOE, integrando fundamentos matemáticos de probabilidad y estadística con el desarrollo de una herramienta de apoyo a la decisión orientada a la planificación de operaciones militares. Con ello, se pretende mejorar la comprensión del comportamiento probabilístico de los proyectos y proporcionar un soporte cuantitativo útil para la gestión eficiente del tiempo y del riesgo en entornos operacionales.

1.2 Objetivos

A continuación, se reflejan el objetivo general y los objetivos específicos que este trabajo pretende abordar:

1.2.1 Objetivo general

El objetivo general del presente TFG reside en desarrollar una herramienta matemática computacional basada en el método PERT–CPM que permita modelizar de forma probabilística la duración de proyectos militares, proporcionando apoyo cuantitativo a la toma de decisiones en la planificación y programación temporal de operaciones.

1.2.2 Objetivos específicos

Para alcanzar el objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- i) Analizar los fundamentos teóricos de la planificación y gestión de proyectos, con especial atención a las técnicas PERT y CPM aplicadas al ámbito militar.
- ii) Formular matemáticamente el método PERT–CPM, incluyendo el cálculo del camino crítico, la duración esperada del proyecto y su varianza total.
- iii) Modelizar la duración del proyecto como una variable aleatoria siguiendo una distribución normal, a partir de las estimaciones probabilísticas de las actividades.

- iv) Implementar un algoritmo que permita resolver el problema directo, es decir, determinar el plazo esperado de finalización del proyecto y su desviación estándar a partir de los datos de entrada.
- v) Implementar el problema inverso, consistente en calcular la probabilidad de cumplir un plazo objetivo determinado previamente.
- vi) Desarrollar una herramienta computacional con una interfaz sencilla (empleando Python, MATLAB o Excel) que integre los cálculos matemáticos de forma automatizada.
- vii) Validar la herramienta mediante casos de estudio representativos del ámbito de la planificación de operaciones militares.

1.3 Estructura del documento

El presente Trabajo Fin de Grado se estructura en una parte preliminar, un cuerpo principal organizado por capítulos y un bloque final de cierre documental.

El cuerpo principal se compone de varios capítulos que avanzan de lo general a lo aplicado. En primer lugar, se presenta el marco de gestión y planificación de proyectos, incluyendo aspectos de ciclo de vida, programación y control, así como consideraciones de riesgo, incertidumbre y variabilidad temporal. En los capítulos centrales se desarrollan los fundamentos del método PERT-CPM y su representación en redes, y se formaliza la modelación probabilística de la duración de las actividades y del proyecto, incluyendo el cálculo de probabilidades asociadas a plazos objetivo. Sobre esta base, se describe el desarrollo de la herramienta de apoyo a la decisión: el planteamiento matemático, el algoritmo de resolución, la implementación computacional y el diseño de la interfaz y del flujo de uso. Posteriormente, se aplica la metodología a casos de estudio y se analizan los resultados, identificando el camino crítico y extrayendo una interpretación operativa.

El documento finaliza con un capítulo de conclusiones, donde se sintetizan los resultados, se evalúa el cumplimiento de los objetivos, se destacan las principales aportaciones del trabajo y se proponen líneas futuras.

2 GESTIÓN Y PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

La gestión y planificación de proyectos es el marco en el cual se persiguen objetivos concretos definidos a largo plazo. A lo largo del siguiente apartado se abordarán los aspectos de gestión y planificación de proyectos necesarios para comprender como se derivan dichos aspectos en la gestión del tiempo la planificación de las actividades dentro de este.

2.1 Concepto de proyecto y ciclo de vida

El concepto de proyecto está unido a concepto de tiempo, puesto que todo proyecto es de carácter temporal. Tiene un inicio y un final y su ejecución incluye una serie de productos entregables únicos. Por tanto, no se relaciona con las operaciones continuas que puede realizar una organización, no es un trabajo rutinario. Un proyecto tiene una serie de objetivos y se ejecuta bajo unas condiciones de recursos limitados (tiempo, presupuesto, alcance...).

Dentro de las características claves de un proyecto se encuentran la unicidad en sus entregables y un ciclo de vida definido. Además, estos están ejecutados por equipos heterogéneos a menudo interdisciplinarios u organizados únicamente con el fin de perseguir los objetivos del proyecto.

Si bien existen diferentes modelos de proyectos, lo normal es que su ciclo de vida se sostente en cinco fases:

- a) Inicio. En esta fase se define el proyecto desde los niveles más básicos.
- b) Planificación. Se determinan los requisitos y el alcance que se busca con el proyecto. Aquí aparecen los calendarios, presupuestos, gestión de riesgos...
- c) Ejecución. Se llevan a cabo las tareas técnicas. Es la fase de mayor duración y la de mayor consumo de recurso. Se realizan la mayoría de las actividades orientadas a cumplir el proyecto.
- d) Supervisión y control. A la par que la ejecución, el proyecto debe ser monitorizado con el objetivo de localizar errores, problemas u otra clase de riesgos que impidan que el proyecto se ejecute según lo planeado.
- e) Cierre. Se redactan los entregables finales, se recogen las lecciones aprendidas durante el proyecto y se archivan los documentos. [1] [2]

2.2 Planificación, programación y control de proyectos

El éxito de un proyecto se sustenta en tres pilares: la planificación, la programación y el control. Estos procesos constituyen el núcleo de la dirección del proyecto. Los órganos que pueden intervenir en ello son de una naturaleza variada pero los tres pilares deben ser cuidados desde los niveles más bajos hasta los más altos.

En la planificación se define aspectos de los proyectos relacionados con el “cómo”. Con la planificación se busca eliminar al máximo la incertidumbre.

Una de las principales tareas es la de definir objetivos y alcance, algo básico en un proyecto. Es necesario clarificar que incluye y que no el propio proyecto.

Identificar actividades e hitos es otro punto importante necesario para poder realizar una planificación adecuada. Y ligado a esto, también, está la necesidad de estimar los recursos necesarios y los disponibles.

Una planificación efectuada correctamente se apoya además de una línea base (*baseline*) con la cual se podrá medir la efectividad del proyecto.

Por otro lado, la programación busca poder materializar un cronograma con el cual se pueda gestionar el recurso temporal para efectuar cada una de las actividades que componen un proyecto. Incluye conocer la prioridad de cada uno de las actividades y los recursos destinados a estas. Dentro de la planificación se encuadran necesidades tales como secuenciar actividades, estimar duraciones, asignación de recursos y la optimización del cronograma.

Por último, el control del proyecto busca comparar las actividades ejecutadas o en proceso con la planificación y la programación y corregirla de ser necesario. Es aquí donde la *baseline* planteada en la planificación cobra sentido. En el control se busca: Monitorizar el desempeño, identificar desviaciones y riesgos, tomar acciones preventivas o correctivas y documentar cambios y reportar el estado del proyecto mediante informes. [1] [2]

2.3 Particularidades de los proyectos militares y navales

Los proyectos militares y navales, cómo es fácil imaginar, cuentan con unas características particulares marcada por su gran complejidad y relevancia estratégica. A menudo, también lo es las características a las que deben de enfrentarse para cumplir los objetivos marcados por el proyecto.

Por un lado, quizá uno de los factores que más problemas ofrece a las personas dedicadas a la gestión de proyectos militares es la oferta de servicios y recursos para muchas necesidades militares. A menudo la necesidad de ciertos materiales muy concretos y específicos, además de aumentar el costo total del proyecto, dificulta la búsqueda y limita la oferta de proveedores. Pasa de igual modo con los servicios o trabajos a realizar en un proyecto que, al ser tan concretos, la subcontratación se vuelve una tarea mucho más compleja en comparación con proyectos civiles.

Otro punto importante es la dependencia de desarrollo de tecnología. La necesidad de empresas especializadas en ciertos asuntos tecnológicos y científico hace imposible la realización de estos proyectos con éxito sin contar con un equipo talentoso y multidisciplinar que permite adaptarse y desarrollar cada uno de los objetivos necesarios. A veces un proyecto militar depende de este punto más que de cualquier otro. Ligado a esto, igualmente está el hecho de que constantemente en el un proyecto militar se realizan actividades innovadoras o pioneras y se desarrollan productos desde cero lo que hace muy difícil la gestión de los recursos, especialmente el tiempo y el presupuesto y hace igualmente difícil la planificación de las tareas a realizar dentro de un proyecto.

Fruto de estos factores causa que los proyectos de carácter militar a menudo tengan alcances mucho mayores que los esperados en un proyecto civil. El presupuesto tiene un valor muy elevado por todos los aspectos comentados anteriormente y los recursos a gestionar se vuelven tan numerosos que estos proyectos se vuelven de una gran complejidad con facilidad.

Cabe mencionar también que hay que considerar las condiciones de confidencialidad bajo las que se debe trabajar casi en la totalidad de estos proyectos, esto no implica solo a directivos, sino que incluso cada uno de los trabajadores implicado en el proyecto a menudo deben de comprometerse a mantener en secreto muchas de las tareas que son necesarias realizar debido al alcance estratégico que tienen muchos de ellos.

Más allá de las características fruto de la propia naturaleza del proyecto están aquellas particularidades que nacen de la idiosincrasia de las organizaciones militares. Aunque la seguridad del personal sea de un parecido muy considerable a la prevención de riesgos laborales (PRL), lo cierto es que hay que compaginarla con la seguridad operativa, directamente relacionada con la confidencialidad. Tanto el desarrollo de los proyectos en sí mismo como las pruebas que se realizan deben de realizarse no solo en unas condiciones que sean seguras para sus trabajadores, sino que deben ser seguras para no comprometer el valor estratégico que se espera de dicho proyecto.

Hay además una serie de regulaciones y normas muy características como son las impuestas sobre armamento por la *Organización del tratado del Atlántico Norte* (OTAN) o por la *Unión Europea* (UE) que limitan, en gran medida, las condiciones en las cuales se puede realizar un proyecto militar si se espera que sea usados en entornos que requieren de interoperabilidad. [2]

A estos factores, en el caso concreto de la industria naval hay que sumar el hecho de que los ciclos de los proyectos de construcción de buques y submarinos es muy largo y deben realizar en vista años posteriores, con todo lo que eso suponen en el plano de tecnología, adaptaciones y cambios durante el desarrollo del proyecto. Esto a su vez causa que el presupuesto sea incierto. Cualquier tipo de modificación puede ser necesaria con relativa facilidad lo que hace aumentar más y más el presupuesto necesario para llevarlo adelante.

Por otro lado, están las pruebas extremas, aunque se realizan también en todo tipo de proyectos militares, en aquellos proyectos navales a menudo se realizan ensayos destructivos con el fin de asegurar un comportamiento optimo de los productos en condiciones tan hostiles como lo es el ambiente marino en todos sus aspectos. [3]

2.4 Riesgo, incertidumbre y variabilidad temporal

Un riesgo es aquella condición o un evento que se produce en un proyecto afectando a alguno de sus objetivos. Los riesgos se estudian en función de la probabilidad que existe de que se produzca y del grado en el que afectarían al proyecto.

Por otro lado, la incertidumbre se entiende como la falta de conocimiento sobre algún aspecto del proyecto que afecte en su planificación o control. Puede ser aleatoria si es intrínseca de un propio proceso o epistémica si tiene su origen en la ambigüedad o carencia de información disponible sobre un evento o tarea concreta. La incertidumbre, sea del tipo que sea puede causar riesgos.

Estos riesgos y esta incertidumbre actúan entre, otros, sobre la duración de no solo el proyecto de forma general sino también de cada una de las tareas que forman parte de este complicando su gestión en gran medida.

Para hacer frente a estos riesgos se emplean una serie de herramientas que buscan localizar los riesgos, mitigarlos o contrarrestarlos y eliminar la incertidumbre en el mayor grado posible. [4]

3 FUNDAMENTOS DEL MÉTODO PERT-CPM

PERT-CPM es una herramienta para la planificación de proyectos que, a pesar de su simple aplicación, constituye una de las mejores formas de gestionar el tiempo para alcanzar objetivos a largo o medio plazo según se proponga. El siguiente apartado pretende hacer comprender al lector tanto el origen como el funcionamiento de este método.

3.1 Origen histórico y evolución del método

3.1.1 La herramienta para la gestión de proyectos PERT

Para comprender los orígenes del modelo *Program Evaluation and Review Technique* (PERT) debemos de remontarnos al contexto de la Guerra Fría, en concreto, a la década de 1950 dónde las tensiones entre ambos bloques políticos establecieron una competencia brutal entre oriente y occidente en gran cantidad de aspectos, pero entre los que destacaban el militar y el tecnológico.

Uno de los principales elementos sobre los que destacaba la innovación científico-técnica era la energía nuclear y su empleo en todos los niveles: estratégico, operacional y táctico. Especialmente después de que el 29 de agosto de 1949 la Unión Soviética detonara su primera bomba nuclear, Estados Unidos (EE. UU.) necesitaba a toda costa que su armamento nuclear fuera más fiable, más potente y versátil.

Tanto fue así, que la doctrina de la OTAN buscaba defender Europa ante una posible invasión soviética apoyada, entre otras cosas, en el empleo de armamento nuclear táctico con la suficiente versatilidad como para poder emplearse contra los numerosos regimientos mecanizados y acorazados con los que contaba la nación comunista en aquella época.

El problema principal de esta forma de guerra surgía rápidamente al enfrentarla a la doctrina de “operaciones profundas” en la que se había basado hasta la fecha el Ejército Rojo. La doctrina soviética buscaba penetrar la línea del frente y atacar como objetivos principales los centros logísticos, puestos de mando y otros medios que proporcionaran las capacidades críticas a la OTAN y, entre ellos, se encontraban los silos de *misiles ICBM* y bombarderos nucleares, que eran fácilmente detectables y muy vulnerables. [5]

La solución en el plano estratégico fue sencilla, pero en lo que se refiere a lo técnico no lo era tanto. El vector oculto, móvil y con capacidad de supervivencia casi ideal era el submarino. Había que conseguir que, de alguna forma, el arma submarina de la *US Navy* tuviera la capacidad de lanzar misiles balísticos nucleares. Una tarea que exigía de un gran esfuerzo técnico al mismo tiempo que debía de soportar la presión de ser un proyecto que se debía de hacer contrarreloj ante el desarrollo tecnológico soviético.

Es así como nace, primero el misil *Júpiter PGM-19*, que fueron desechados debido a su excesivo tamaño. Y después, el *proyecto Polaris*. Que acabaría siendo el primer misil balístico basado en submarinos exitoso. [6]

El proyecto era de una complejidad brutal. Era de una escala sin precedentes en las que miles de actividades, 9000 subcontratistas y 250 empresas debían de organizarse y una colosal incertidumbre en lo referente a plazos y resultados puesto que había que incorporar todo tipo de tecnologías vanguardistas que hicieran funcionar un misil, aun de un tamaño muy significativo, desde una plataforma tan poco convencional como lo era un submarino en aquella época. [4] [8]

El proyecto cayó bajo el mando del Almirante William Raborn (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) quien estaba a cargo de la *Special Projects Office*, el órgano de la *US Navy* dedicado a gestionar los proyectos de mayor envergadura. En 1957, El almirante William Raborn contactó con la empresa de consultoría *Booz Allen Hamilton* y la ingeniera *Lockheed* para formar un grupo de expertos e investigadores para encontrar un sistema matemático y estadístico que, sin ser perfecto, fuera lo más práctico y exacto que permitiera identificar que actividades condicionaban el calendario y como anticipar retrasos en lo referente a actividades cuya duración se desconocía con certeza. Algo esencial para el proyecto Polaris que tanto necesitaba de innovación y técnicas y tecnologías pioneras.



Figura 3-1 Almirante William Raborn. (Fuente: media.defense.gov/2022/Nov).

El resultado fue una herramienta que permitió gestionar el *proyecto Polaris* con mayor facilidad de la esperada y sin retrasos significativos, lo que permitió el desarrollo la fabricación de los misiles en un relativamente corto periodo de tiempo, algo vital en el plano estratégico global. [7]

La duración del *proyecto Polaris* pasó de esperarse en 5 años a 3 años, lo que permitió a EE. UU. mantener la iniciativa del desarrollo de armamento y dominar el tempo de la guerra fría, así como mejorar su doctrina militar en todos los planos.

La unión del PERT con el CPM no es algo forzado ni una idea concreta que surgiera de alguna persona en específico a causa de una necesidad.

En la década de 1960, cuando ambos métodos comenzaron a publicarse y se fueron popularizando entre empresas e industrias de todo tipo a la par que investigadores trataban de mejorar ambos métodos, poco a poco y de forma natural el PERT y el CPM convergieron y entre 1961 y 1963 ya muchas universidades comenzaron a tratarlos como unas variantes de un mismo modelo de red analizándolo matemáticamente de forma común.

Para la década de 1970 el concepto de PERT-CPM ya existía y se trataba como la misma idea diferenciada por sus distintos orígenes históricos y la base matemática y probabilística de cada uno de ellos, pero aplicándose operativamente como una misma herramienta. [8]

3.1.2 La herramienta para la gestión de proyectos CPM

El *Critical Path Method* (CPM) se desarrolla en paralelo al PERT. Surgen en la misma época, en el mismo contexto: Una época de avance y desarrollo tecnológico, científico e industrial sin precedentes que surge tras el fin de la segunda guerra mundial en 1945. No obstante, el CPM verá su nacimiento en el entorno industrial civil.

Dupont (Figura 3.2), de origen estadounidense, y una de las empresas dedicadas a la química más punteras del siglo XX, siendo los inventores de materiales de uso tan cotidiano como el Nylon, la lycra o el Neopreno; buscaba mejorar su producción e innovación con algún método que les permitiera hacerlo todo a una mayor velocidad, gestionando los recursos de una forma más efectiva y analizar riesgos y retrasos. [4] [11]



Figura 3-2 Oficinas de DuPont en Pensilvania, EE. UU. (Fuente: Elpais.com/2015/Oct).

Todo venía motivado porque sus plantas químicas, unas de las más grandes de todos los Estados Unidos, sufrían graves problemas que les ocasionaba a la empresa pérdidas económicas gigantescas. Los contratiempos acarreados tenían su origen en la constante expansión de las plantas, la inevitable necesidad de modernizarlas constantemente y la interdependencia entre muchísimas de sus tareas las cuales ocasionaban a menudos parones en la producción de una larguísima duración.

En 1956, Dupont contactó con *Remington Rand*, una consultora dedicada a la computación y el análisis matemático y un equipo de investigadores de ambas empresas liderados por Morgan R. Walker de Dupont y James E. Kelly de *Remington Rand* estuvieron realizando estudios hasta que finalmente a finales de los 50 fue empleado ya en el contexto industrial que Dupont buscaba con un gran éxito.

No fue hasta 1959 que se publicó formalmente este método causando que fuera empleado en la década de los 60 por una gran cantidad de empresas e industrias. Fue tanta la eficacia de este que empezó a enseñarse más tarde en la mayoría de las universidades de EE. UU. en los campos de empresa, industria e ingeniería e incluso fue adoptado por una gran cantidad de órganos gubernamentales como la *Federal Highway Administration* -uno de los principales partes del departamento de transporte de EE. UU.- o la *National Aeronautics and Space Administration* (NASA). [9]

PERT-CPM hace uso de los dos métodos para llegar a una herramienta más eficaz y útil a la hora de planificar y controlar un grupo de actividades relacionadas entre sí.

CPM tiene unas desventajas claras y notables. Por ejemplo, al ser determinista no se ajusta a la realidad sobre las actividades en la mayoría de los ámbitos, la cuál es que las duraciones de las actividades no son constantes, existen retrasos que no se pueden predecir y hay muchas estimaciones que se realizan respecto a tareas no repetitivas las cuales pueden variar mucho a la hora de materializarse. Esto afecta en gran medida a la composición del camino crítico, puesto que estas variaciones podrían significar que las actividades críticas en la realidad sean otras a las identificadas con el método. EN definitiva, CPM es óptimo para el control, pero no es de tanta utilidad a la hora de planificar, especialmente si se trata de actividades con mucha incertidumbre.

Por otro lado, la desventaja principal del PERT es la propagación de errores fruto de su complejidad estadística. Esta propagación de errores complica la capacidad para elegir una ruta crítica. Además, controlar una actividad mediante PERT es complicado por el mismo motivo.

De ahí que nazca PERT-CPM como una herramienta integrada que permita usar las ventajas de cada método para suplir los límites de la otra. Así PERT-CPM permite mantener la capacidad de proyectar una realidad probabilística y, al mismo tiempo, hacer posible la capacidad de control y optimización.

3.2 Representación gráfica de redes PERT/CPM (AON)

La representación gráfica *Activity on Node* (AON) es el método principal que se usa a la hora de construir una red PERT/CPM. AON es una representación muy visual e intuitiva en la cual nos permite entender con facilidad las tareas que componen un proyecto o actividad y la relación que hay entre estas

En esta técnica de modelado, los nodos representan las tareas y las flechas la relación de dependencia entre estas. En cada nodo se introducen al menos los siguientes datos:

- Nombre de la actividad (A)
- Comienzo más temprano (ES)
- Comienzo más tardío (LS)
- Finalización más temprana (EF)
- Finalización más tardía (LF)
- Duración de la actividad (T)

Una configuración típica de representación de estos datos se muestra en la Figura 3-4. [4] [13]

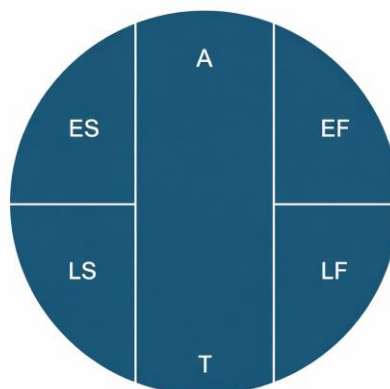


Figura 3-3: Ejemplo de representación de nodo. ES corresponde al tiempo de inicio temprano, EF la finalización temprana, LS comienzo tardío y LF finalización tardía. T muestra el tiempo de la actividad y A es el nombre de la actividad. (Fuente: Elaboración propia).

Las flechas se representan apuntando a aquella tarea que sigue a otra. Por tanto, aquel nodo al que más de una flecha apunten representa una tarea que no puede iniciarse hasta que todas esas tareas finalicen. Estas representaciones se muestran gráficamente en la Tabla 3-1.

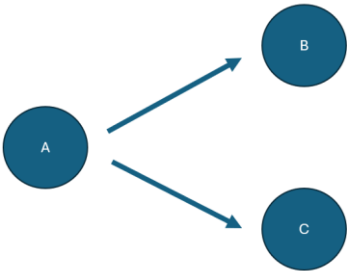
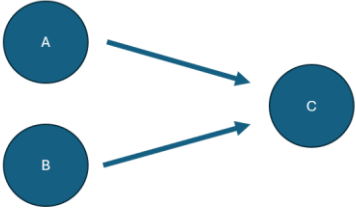
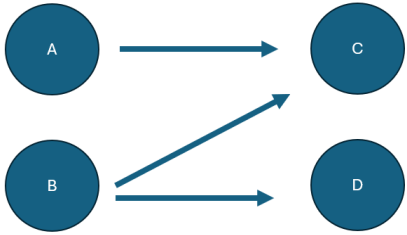
ACTIVIDAD EN NODO (AON)	RELACIÓN	INTERPRETACIÓN
	Secuencia lineal	La tarea B comenzará tras finalizar la tarea A
	Múltiples sucesoras	Cuando la tarea A finaliza, pueden dar comienzo las tareas B y C
	Múltiples predecesoras	La tarea C solo comenzará cuando A y B hayan finalizado
	Mixto	La tarea C no comenzará hasta que finalicen A y B. D puede comenzar inmediatamente tras finalizar B sin importar el estado de A

Tabla 3-1 Representación de diferentes tipos de relación en actividades. (Fuente: Elaboración propia).

Conociendo estas reglas, realizar una red resulta sencillo:

i) Primero, es necesario establecer la red completa con todas y cada una de las tareas que la componen, sus relaciones y el tiempo esperado para cada una de esas mismas tareas, como se muestra en la Figura 3-5.

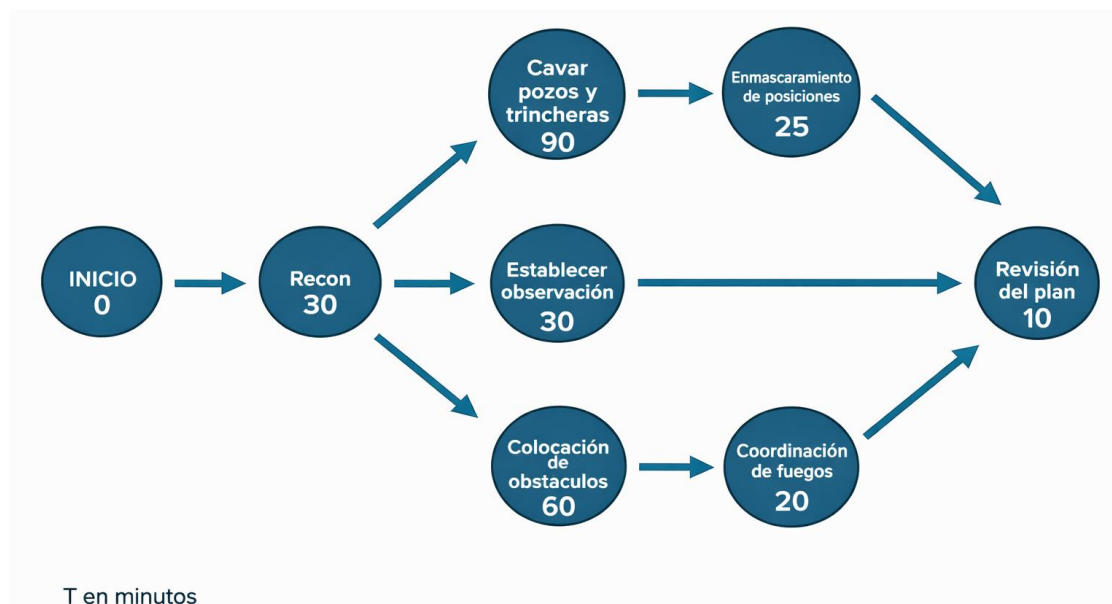


Figura 3-4 Representación de red simplificada con tiempos, nombres de actividades y su relación.(Fuente: Elaboración propia).

ii) A continuación, se realiza la programación hacia delante. El objetivo es calcular el final más temprano de cada actividad. Para ello se suma usa el tiempo total que se ha empleado para llegar a cada una de las tareas, y sumándole el tiempo total que se espera de la tarea, obtenemos el fin al más temprano.

Es necesario tener en cuenta que para actividades con predecesoras múltiples el tiempo de inicio temprano será la finalización tardía de la actividad con un valor mayor. Esto ocurre precisamente en el ejemplo. Empleado en la Figura 3-6.

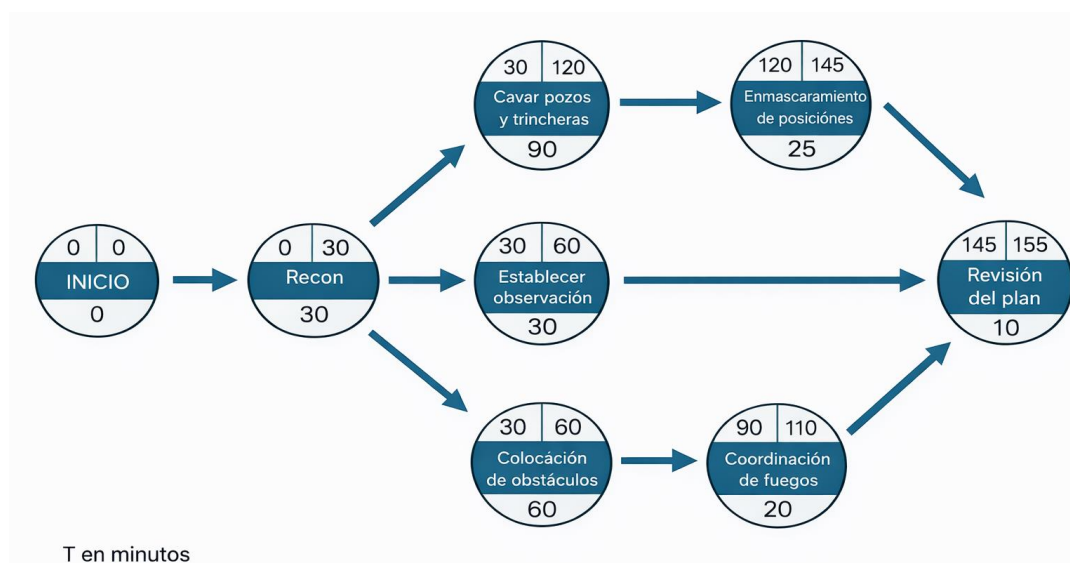


Figura 3-5 Representación de red simplificada programada hacia delante. (Fuente: Elaboración Propia).

iii) Lo siguiente es realizar la programación hacia atrás para obtener los inicios tardíos. Para ello partimos de la última tarea y empleamos su finalización más tardía. A esta debemos de restarle el tiempo que se emplea en la tarea y obtendremos el inicio más tardío. De un modo parecido al que ocurre con la programación hacia delante, si una actividad tiene múltiples sucesoras, se debe emplear el mínimo de los valores de estas tareas. Ver Figura 3-7. De esta forma, queda representada la red siguiendo el modelo AON. [4] [13]

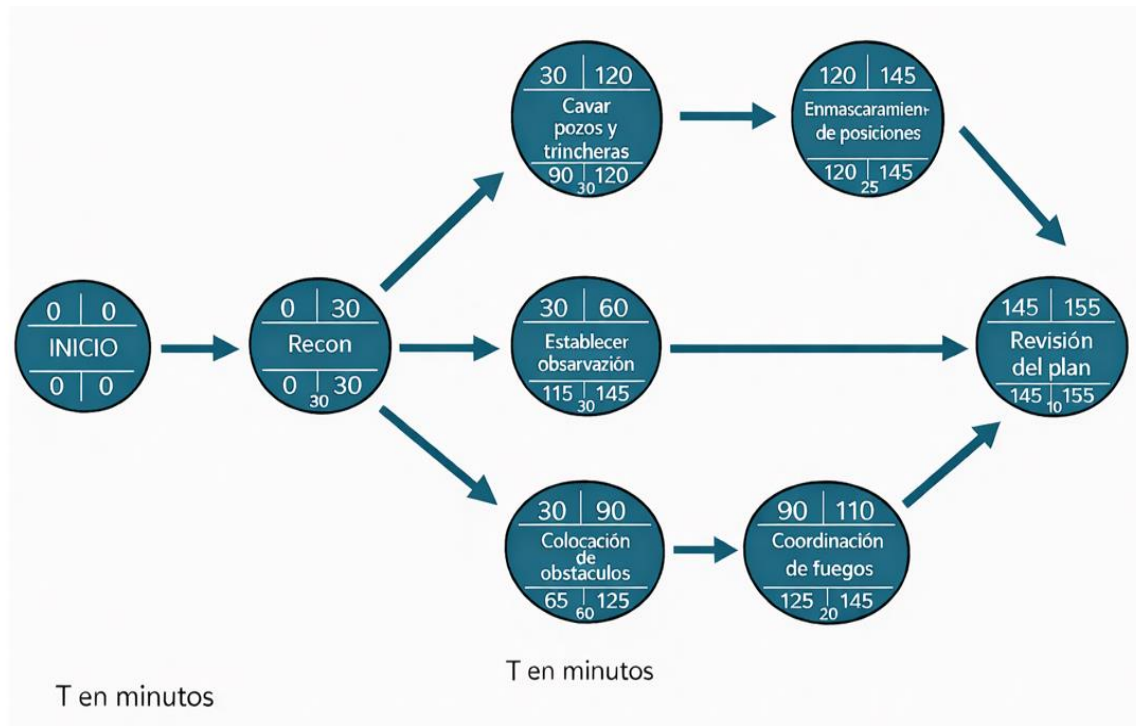


Figura 3-6 Representación de red simplificada programada hacia atrás. (Fuente: Elaboración propia).

4 MODELACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA DURACIÓN DE UN PROYECTO

En este apartado se pretende hacer comprender los detalles matemáticos y estadísticos detrás del modelo PERT-CPM en detalle.

4.1 Variabilidad probabilística de la duración de un proyecto

Como hemos visto anteriormente, es innegable que la duración de un proyecto, cuando se extrae de lo teórico nunca se puede considerar como determinista. Cualquier variable temporal que condicione un proyecto, debería de tratarse como variables aleatorias.

El tiempo en un proyecto debe de estudiarse teniendo en cuenta una serie de medidas estadísticas claves que ayudaran en su gestión. La media, la varianza y la desviación típica son los conceptos típicos que se emplean.

4.2 Estimaciones PERT: tiempos optimistas, más probable y pesimista

El PERT es una técnica de planificación de proyectos que auxilia en el control y organización de proyectos complejos e inciertos dónde no se conoce con exactitud cuánto va a durar cada actividad. El objetivo principal del PERT es estimar la duración de un proyecto y detectar que actividades son críticas.

El método se basa en que a cada actividad de un proyecto se le puede estimar un periodo de tiempo dentro del cual se espere que la tarea se puede cumplir. A estas estimaciones se les dan usualmente los siguientes nombres:

- Tiempo optimista (a): Representa el escenario más favorable pero realista y por tanto, el mínimo tiempo en el que se espera que finalice la actividad.
- Tiempo más probable (m): Representa lo que normalmente ocurrirá. No es una media ni un punto intermedio entre todas las estimaciones de tiempos, sino la moda -Estadísticamente el valor que más veces se repite-. Y, por tanto, al que tiene más posibilidades de ocurrir.
- Tiempo pesimista (b): Es el peor caso plausible que se espera en el tiempo de finalización sin llegar a ser catastrófico.

De esta forma es posible realizar una aproximación del tiempo esperado (T_e) usando una media ponderada en la que se le da mayor peso a m [4] [13].

$$T_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

4.3 Distribución beta y cálculo de media y varianza

PERT aproxima la duración haciendo uso de una distribución beta definida en un intervalo finito $[a, b]$. Se usa una distribución beta puesto que está acotada, permite asimetría y puede ajustarse con poco parámetro. Que permite modelar T (el tiempo de una actividad) como una variable aleatoria continua.

Las distribuciones beta son una familia de distribuciones continuas definidas en el intervalo $[0,1]$, controlada por los siguientes parámetros:

$$Y \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$$
$$0 \leq Y \leq 1$$

Siendo su densidad:

$$f(y) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}$$

Dónde $B(\alpha, \beta)$ la constante de normalización (Función beta). α y β son los parámetros con controlan los sesgos y las concentraciones.

Sin embargo, es necesario modelar esta función puesto que el tiempo que tardará una actividad no tiene por qué estar entre 0 y 1. Así que se reescala.

$$T = a + (b - a)Y$$

Es así como T puede tomar valores tales que $[a,b]$.

Por otra parte, la moda (El valor para el que se maximiza en una distribución beta viene dada por:

$$\text{Moda}(Y) = \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$$

Esta moda definida según los parámetros empleados se expresa como [10]:

$$\text{Moda}(T) = a + (b - a) \frac{\alpha - 1}{\alpha + \beta - 2}$$

Este valor será el valor m que tomemos para calcular nuestro T_e .

Finalmente, el cálculo del T_e es una parametrización práctica en la que esta moda tiene un mayor peso que el resto tomando así la forma de la campana con pico en m pero con una dispersión controlada.

$$T_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Más allá de este valor. El método PERT permite el cálculo de otra serie de valor con un peso importante a la hora de planificar y evaluar las actividades. Como en cualquier problema estadístico, en PERT es posible calcular una varianza, es decir, obtener una medida de la dispersión promedio cuadrática alrededor de la media mediante:

$$\sigma^2 = E[(T - E[T])^2]$$

siendo E el valor real que toma el tiempo de la actividad y T el tiempo esperado. Este valor será muy grande si la distribución es muy extendida y menor si no lo es tanto.

Por tanto, la desviación típica vendrá dada simplemente por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

No obstante, puesto que PERT busca un término medio entre la exactitud y la practicidad, hace uso de algo típico de distribuciones tipo campana que es asumir que la mayor parte del intervalo cae dentro de unas 6 desviaciones típicas ($\pm 3\sigma$).

De esta forma se tiene que:

$$\begin{aligned} b - a &\approx 6\sigma \\ \sigma &\approx \frac{b - a}{6} \\ \sigma^2 &\approx \frac{(b - a)^2}{36} \end{aligned}$$

Este valor nos es útil para conocer la incertidumbre relacionada con el plazo de finalización de una tarea. Pero más allá de eso. Podemos plantear un problema estadístico en el que conozcamos la probabilidad de que una tarea se cumpla en un plazo determinado. [4] [13]

4.4 Duración esperada y varianza del proyecto

Con los conceptos estadísticos mostrados anteriormente, es sencillo llegar a un valor final que constituya la duración esperada de un proyecto. Esta duración, no es más que la suma del tiempo esperado (Es decir, la media ponderada que hemos realizada para cada una de las actividades) de cada una de los nodos que constituyen el camino crítico. Puesto que, precisamente, el concepto de camino crítico nos hace entender que el tiempo más esperado depende de cada una de ellas.

Es por eso por lo que, matemáticamente, podemos entender la duración esperada de un proyecto como:

$$E[T_{proyecto}] = \sum_{i \in CP} E[T_i] = \sum_{i \in CP} T_{e,i}$$

Dónde $T_{proyecto}$ es la variable aleatoria que corresponde con la duración total del proyecto, i el índice de las actividades correspondientes y CP (*Critical Path*, el camino crítico).

El valor obtenido se interpreta como el tiempo que tardaría en finalizar el proyecto si se ejecutase un gran número de veces bajo las mismas circunstancias y condiciones.

De igual forma, asumiendo independencia entre tareas, la varianza total de un proyecto es la suma de las varianzas de las mismas actividades que forman el camino crítico, tal que:

$$\sigma_{T_{proyecto}}^2 = \sum_{i \in CP} \sigma_{T_i}^2$$

De este modo obtenemos la varianza del proyecto que se interpreta como el grado de dispersión del tiempo que tarda en finalizarse el proyecto respecto al tiempo esperado si los proyectos se repitiesen un gran número de veces, por lo que es una buena medida para entender el error que esperamos de las estimaciones realizadas en torno a los tiempos esperados [4] [13]

4.5 Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades

4.5.1 Concepto de la Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades

Tomando μ como T_e y conociendo σ es posible realizar una aproximación normal, donde:

$$T \approx N(\mu, \sigma^2)$$

Una distribución normal es una tal que es simétrica alrededor de μ . Está determinada completamente por μ y σ y tiene una distribución de campana.

Como las probabilidades se calculan mediante la función de distribución acumulada (CDF). Empleamos:

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

Dónde X es la variable aleatoria (tiempo de duración de la tarea) y x el valor real [10].

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dt$$

Pero esta integral no tiene una expresión cerrada, es por eso por lo que es necesario realizar una estandarización tal que:

$$Z = \frac{T - \mu}{\sigma}$$

En esta expresión $Z \sim N(0,1)$, su media es 0 y la desviación típica vale 1.

Al tratarse de una transformación lineal podemos llegar a la siguiente expresión sin alterar la probabilidad:

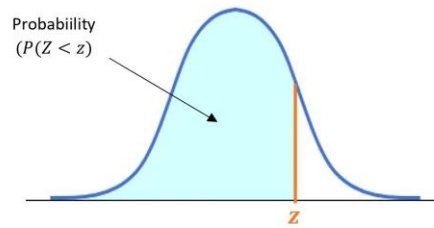
$$P(T \leq t_0) = P\left(\frac{T - \mu}{\sigma} \leq \frac{t_0 - \mu}{\sigma}\right)$$

Así:

$$P(T \leq t_0) = z$$

$$z = \frac{t_0 - \mu}{\sigma}$$

Siendo t_0 el valor del tiempo escogido. El significado de esta expresión indica cuantas desviaciones típicas está t_0 por encima o por debajo de la media. El valor z se busca luego en una normal estándar y se toma ese resultado. [11]



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998

Tabla 4-1 Tabla de valores de Z para normal estándar (Fuente: Elaboración propia apoyada por IA)

Este valor representará la probabilidad de que una actividad tome como valor real el tiempo que se haya estimado. No obstante, es posible realizar el cálculo inverso. Esto también tiene una gran utilidad puesto que nos permitirá conocer qué plazo necesito planear si pretendo tener una probabilidad concreta.

Para ello, haciendo uso de los valores de z estándar sacamos la cifra asociada a una probabilidad concreta y a continuación obtenemos el valor de t de la siguiente forma:

$$z = \frac{t - \mu}{\sigma}$$

$$t = z\sigma + \mu$$

Existe, no obstante, una particularidad en algunos casos en los que se busca conocer probabilidades exigentes (por debajo del tiempo estimado). En estos casos, a la hora de aplicar la fórmula para conocer z , es común que, al ser $t < \mu$, z de valores tales que $z < 0$.

Esto causará que no podamos obtener el valor directamente de la normal estándar, ya que estos valores se encuentran por encima de 0. En estos casos hacemos uso de la simetría de la campana. Así tenemos que:

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$

Es así como PERT constituye sus bases estadísticas para formar un método práctico que sin ser perfecto permite realizar cálculos con gran facilidad. [4] [13]

4.5.2 Ejemplo de Conversión a la variable normal estándar y cálculo de probabilidades.

Para mayor ilustración de los conceptos mencionados en el subapartado anterior, se procede a demostrar su empleo mediante un ejemplo sencillo:

Supongamos que es un Jefe de proyectos de General Dynamics y está dirigiendo la reforma de un submarino usando PERT para controlar el proyecto.

El proyecto de un submarino tiene una duración de finalización estimada de 40 semanas, con una desviación estándar de 5 semanas.

¿Cuál es la probabilidad de finalizar el submarino en 50 semanas o menos?

Los pasos a seguir serán por tanto los siguientes:

En primer lugar, la conversión a la variable estándar. Queremos pasar en este caso de:

$$N(\mu = 40, \sigma = 5)$$

Según se corresponde con el enunciado, a:

$$N(\mu = 0, \sigma = 1)$$

Una representación gráfica de lo que plantea inicialmente el problema se muestra en la Figura 4-1

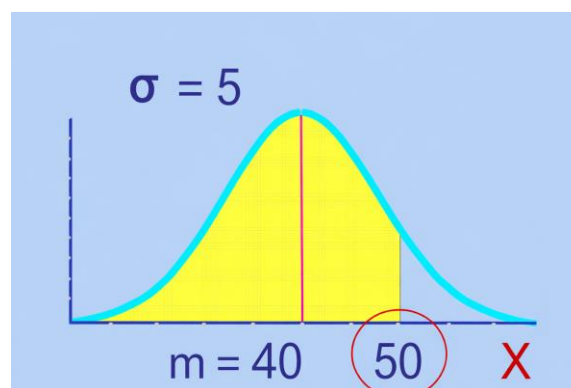


Figura 4-1 Representación gráfica de la situación inicial (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).

Para realizar la conversión aplicamos la fórmula expresada en el apartado anterior:

$$Z = \frac{T - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{50 - 40}{5} = 2$$

Y es así como llegamos a una estándar normal la cual se expresa gráficamente como en la Figura 4-2.

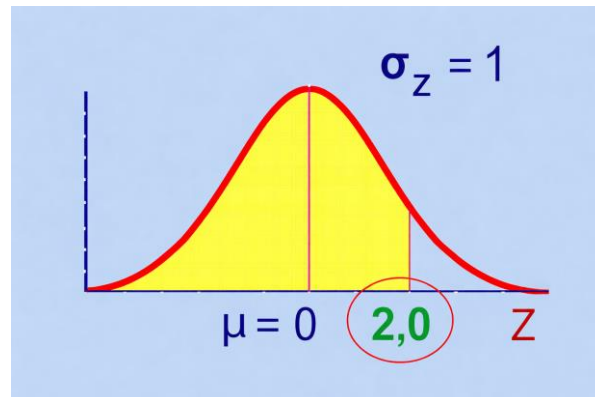


Figura 4-2 Representación gráfica de la conversión (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).

En segundo lugar, se calcula la probabilidad extrayendo el valor correspondiente de la tabla de probabilidad estándar como se muestra en la Figura 4-3.

Así por tanto llegamos a valor final que buscamos, que es:

$$Z = 97,7\%$$

Tal y cómo podemos observar en la figura 4-3 marcado en amarillo. Es de interés percatarse de que en este tipo de gráficas, al igual que las que se emplean en este trabajo, se representa en un eje el tiempo determinado frente a la densidad de probabilidad. Y, por tanto, la probabilidad acumulada viene dada por el área que encierra esa curva entre 0 y el tiempo determinado a estudiar.

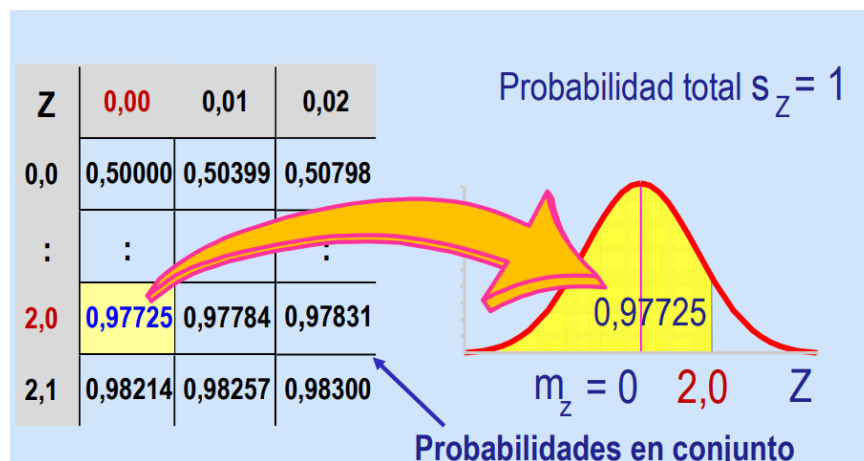


Figura 4-3 Visualización de la extracción de la probabilidad empleando una tabla de probabilidad estándar (Fuente: asignatura FOE, Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos, CUD-ENM, curso 2024-2025).

5 DESARROLLO DE LA HERRAMIENTA DE APOYO A LA DECISIÓN

A partir de los conceptos matemáticos explicados anteriormente se procederá en este apartado a explicar la resolución del problema matemático empleando PERT-CPM tanto a mano como computacionalmente mediante la herramienta desarrollada.

5.1 Planteamiento del problema matemático

El desarrollo de una herramienta de apoyo a la decisión empleando estos conceptos matemáticos tiene un planteamiento sencillo. Es fácil comprender una operación militar como una serie de tareas con una precedencia establecida. De cada tarea pueden derivar otras según las relaciones anteriormente distintas. Es por este motivo fundamental por el que el modelo PERT-CPM es ideal para reducir los riesgos derivados de la incertidumbre que nace de los recursos temporales de los que se dispone a la hora de planear, ejecutar y supervisar una operación militar. Puesto que una operación militar se puede considerar en gran medida un proyecto como cualquier otro.

El problema se debe de plantear de tal forma que el resultado sea de una naturaleza determinista estructural y además estocástica temporal con un cálculo dinámico que permita recalcular todos los parámetros según varíen los valores que se introduzcan en el sistema. Además, es necesario introducir en la siguiente hipótesis:

i) Existe independencia estadística entre duraciones de actividades. Es decir, estadísticamente los cálculos no tienen una correlación directa más allá de aquellos conceptos que impliquen más de una actividad.

ii) Aproximación normal de la duración del proyecto. Tal y como se ha explicado anteriormente. Debe de poder asemejarse estadísticamente a una normal.

En primer lugar, para poder plantear una operación militar como un problema matemático que pretendemos solucionar empleando el modelo PERT-CPM, necesitamos definir que vamos a considerar como tarea en una operación militar. Cómo en un proyecto, una tarea es una actividad elemental que está definida con un principio y un fin y que consume tiempo.

Es decir, en una operación militar, las tareas que definamos en el problema matemático serán todas aquellas que queramos estudiar y que consuman igualmente tiempo. Tenemos cierta flexibilidad a la hora de definir que queremos y que no queremos estudiar eligiendo el inicio de este problema. Por ejemplo, planear no forma parte en si de la operación, no obstante, consume tiempo y es un riesgo no

gestionar este recurso ya que a menudo las operaciones militares se deben realizar antes de una hora H. Además, existen varios escalones de mandos que deben de planear poco tiempo después del jefe. En concreto, está establecido que el jefe debe de emplear $1/3$ del tiempo disponible para él mismo y dejar a sus subordinados $2/3$ del tiempo de preparación para actividades como el planeamiento de los escalones inferiores. A menudo esta regla es muy difícil de seguir puesto que no se gestiona el tiempo de una forma adecuada y se emplea más tiempo del que realmente se dispone.

Después del planeamiento, en toda operación hay una fase de preparación. Esta fase es principalmente logística y administrativa. Comprende por ejemplo el abastecimiento/reabastecimiento de las unidades, la preparación de equipo o armamento y movimientos de distinto carácter. A veces esta fase no se contempla con la debida atención y puede conducir a riesgos especialmente severos.

Por tanto, el problema matemático puede iniciarse dónde el propio jefe de la operación considere que el tiempo es más crítico. Bien puede empezar en el planeamiento o bien puede empezar con las fuerzas ya en la *zona de acción* (ZA) y preparada para iniciar inmediatamente la operación.

Cada tarea de una operación militar puede definirse con unos de los tres valores que se emplean en PERT-CPM, un tiempo esperado m que es el que es el más probable para una tarea determinada y un tiempo a y otro b que se correspondan con el optimista y el pesimista según si dicha tarea. Esto es totalmente válido a la hora de planear actividades dentro de una operación militar. Pongamos, por ejemplo, un movimiento, el caso más fácil de entender.

Podemos saber que una unidad de entidad y y un tipo determinada puede tardar un tiempo x en realizar un movimiento de longitud y y sobre un tipo de terreno z , este tiempo se corresponde con el valor m . Sin embargo, podemos determinar que el movimiento se realice en un tiempo menor bien sea porque el ritmo de la marcha es superior al esperado o bien porque la situación táctica permita realizar un itinerario que acorte la longitud a recorrer. Este valor sería el valor optimista, el a . Por último, si en el movimiento la unidad se encuentra con un terreno más complicado del esperado o se producen incidentes de distinto tipo durante el movimiento sin que estos sean catastróficos, podemos deducir un tiempo pesimista b .

Por otra parte, para entender la relación debemos comprender que una actividad puede depender de uno o más de una para poder iniciarse en una operación militar y podemos entender igualmente que una actividad puede dar lugar a más de una tras su finalización que tengan lugar paralelamente. Por ejemplo, una vez se planea una defensiva, puede comenzar a colocarse los observatorios en la zona de seguridad (ZS) a la vez que se preparan las posiciones en la zona principal de defensa (ZPD). Y, del mismo modo, no se puede comenzar a realizar una comprobación de las comunicaciones hasta que ambas se hayan establecido.

Teniendo clara la precedencia y la relación de cada tarea se puede constituir la red y , empleando los datos de los valores a , m y b podemos realizar todos los cálculos pertinentes para resolver el problema matemático. Estos datos que se plantean dependen enteramente de la experiencia de la persona que realice los cálculos ya que no es posible determinar matemáticamente con exactitud unos valores a , m y b . Esto es algo que ocurre también en la mayoría de los proyectos y una de las causas por las que se desarrolló el modelo PERT-CPM.

Comprendiendo como se aplican estos conceptos a una operación militar es muy sencillo comprender el planteamiento matemático que se realiza para constituir la herramienta de apoyo a la decisión.

En cada actividad de la operación tendrá un conjunto de precedencias, una duración esperada calculada de los valores antes mencionados, y una varianza asociada a los mismos valores. El sistema, a su vez, deberá garantizar la ausencia de ciclos -característica intrínseca de una operación militar, que es algo lineal-, calcular los tiempos tempranos y tardíos, identificar la ruta crítica, determinar la ruta crítica, el tiempo total estimado, la incertidumbre asociada a cada camino y evaluar estadísticamente un plazo objetivo.

5.2 Algoritmo general de resolución de PERT/CPM

5.2.1 Cálculo del plazo esperado de finalización del proyecto: obtención de la distribución normal de la probabilidad $N(\mu, \sigma)$

El algoritmo general para la resolución empieza con el uso de un grafo dirigido acíclico (DAG por sus siglas en inglés) para elaborar la red AON y así hacer los cálculos. Este grafo es una estructura definida como:

$$G = (V, A)$$

Siendo V un conjunto finito de nodos y A un conjunto de arcos dirigidos.

Cada uno de estos arcos se representa como un par ordenado:

$$(i, j) \in A,$$

esto representa la actividad que conecta el nodo inicial i con el nodo final j y posee una duración asociada d_{ij} . Las restricciones de precedencia quedan registradas del siguiente modo:

$$t_j \geq t_i + d_{ij}$$

siendo t_j el tiempo final, t_i el inicial y d_{ij} la duración de la actividad.

Al ser acíclico, además, no es posible empezar en un nodo y volver a él siguiendo la dirección de los arcos.

A partir de esta estructura los cálculos de los plazos se realiza en dos partes:

A) Programación hacia delante: ES y EF .

Por un lado, el inicio temprano (ES) de una actividad es el menor de estos tiempos que puede ocurrir sin violar la precedencia. Es decir:

$$ES_{ij} = EF_i$$

donde EF_i el tiempo del propio nodo.

De la misma forma, la finalización temprana (EF) vendrá dada por:

$$EF_{ij} = ES_{ij} + d_{ij}$$

donde d el tiempo esperado de finalización de una tarea concreta (Figura 5-1).

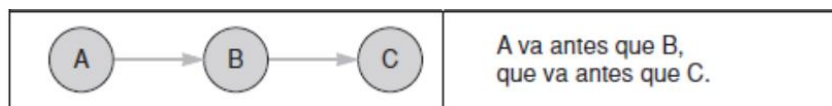


Figura 5-1 Relación lineal entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).

Además, es importante recalcar que, para cada nodo j , su tiempo de inicio temprano queda determinado por el máximo de las finalizaciones tempranas de todas las actividades que llegan a él (Figura 5-2). Lo cual se refleja gráficamente en la Figura 5-2. Matemáticamente queda reflejado cómo:

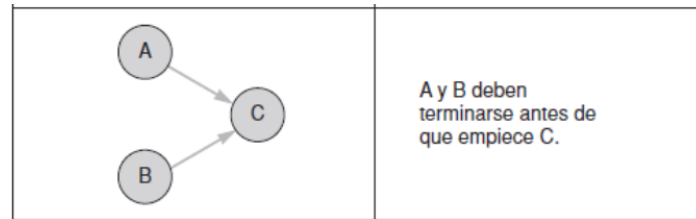


Figura 5-2 Relación múltiple entre tareas. (Fuente: «Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos»).

$$EF_j = \max(EF_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A$$

B) Programación hacia atrás: LF y LS .

En este segundo cálculo, se pretende obtener los tiempos más tardíos.

Para una actividad (i, j) la finalización tardía (LF) viene dada por:

$$LF_{ij} = LS_j$$

Siendo LT_j el tiempo de finalización del propio nodo.

Y el inicio tardío (LS), viene dado por:

$$LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij}$$

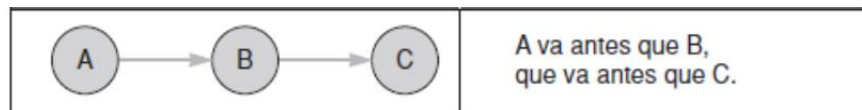


Figura 5-3 Relación lineal entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).

De forma equivalente a la restricción antes mencionada, tenemos la restricción de que para cada nodo i , la finalización más tardía está determinada por el mínimo de los inicios tardíos de las actividades que salen de él. Es decir:

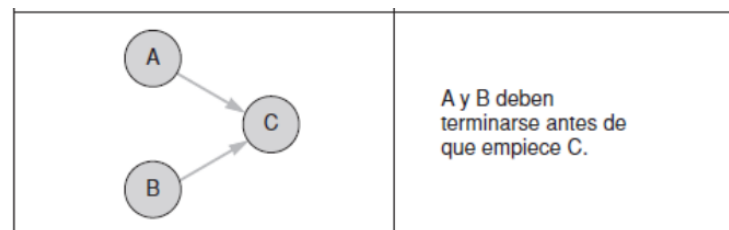


Figura 5-4 Relación múltiple entre tareas. (Fuente: Asignatura FOE, CUD-ENM, Tema 4. Planificación y control de proyectos).

$$LF_i = \min(LS_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A$$

De nuevo, las Figura 5-3 y Figura 5-4 muestran la representación gráfica de estos conceptos matemáticos.

Con estos conceptos podemos llegar a la holgura (H) que es el margen temporal disponible sin afectar a la duración total del proyecto. Esta holgura viene dada por:

$$H_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij},$$

$$H_{ij} = (LF_{ij} - d_{ij}) - ES_{ij}$$

$$H_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij}$$

Es así que para valores tales que:

$$H_{ij} = 0,$$

la actividad contenida en el nodo se consideraría como crítica. Mientras que para:

$$H_{ij} > 0,$$

la actividad contenida en el nodo cuenta con un intervalo de tiempo en el cual la actividad puede ser desplazada.

El plazo de finalización del proyecto se calculará una vez obtenidos todos estos datos estableciendo una normal $N(\mu, \sigma)$ cuya media μ es la duración total del proyecto (suma de la duración de todas las actividades del camino crítico) y cuya desviación estándar es la raíz cuadrada de la suma de las varianzas de las actividades del camino crítico. Es decir:

$$\mu = \sum_{(i,j) \in CP} d_{ij}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\sum_{(i,j) \in CP} Var(d_{ij})}$$

A estos algoritmos podemos añadirles los que se obtienen fruto del método PERT puesto que, cómo explicado anteriormente:

$$d_{ij} = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma^2 \approx \frac{(b - a)^2}{36}$$

[4] [13]

5.2.2 Cálculo de la probabilidad asociada a una determinada duración de proyecto.

Para ejemplificar estos algoritmos los aplicaremos, a modo de ejemplo, al siguiente supuesto:

La Armada desea conocer los tiempos que la empresa suministradora de vehículos de infantería dedica a la fabricación de cada vehículo. Después de un estudio de métodos, el proveedor ha agrupado las tareas que realizan y ha aportado el siguiente listado, donde se reflejan dichas actividades con sus relaciones de precedencia:

Nº tarea	Nombre de tarea	Duración (días)	Varianza	Predecesoras
A	Soldadura de chasis	2	0,33	-
B	Montaje de cabina	3	0,33	-
C	Incorporación de tren de rodaje	2	0,67	A
D	Instalación eléctrica cabina	4	0,67	B
E	Instalación hidráulica	4	0,33	C
F	Colocación de orugas	3	0,17	C
G	Conexión tracción	5	0,17	D,E

Se pide:

- Dibujar un diagrama de red AON.
- Determinar el camino crítico.
- Calcular la duración total del proyecto (fabricación de cada vehículo) y su varianza total.
- Calcular la probabilidad de que la duración del proyecto sea menor o igual a 10 (días): $P(\text{duración del proyecto}) \leq 10 \text{ días}$.

Lo primero que haremos será establecer la red. Para ello dibujamos los nodos que representan a cada tarea (A, B, C, D...) con su relación de precedencia y sucesión. En este caso concreto es importante prestar atención a como dos de las tareas comienzan paralelamente sin ningún tipo de precedencia. La red quedaría como se muestra en la Figura 5-5.

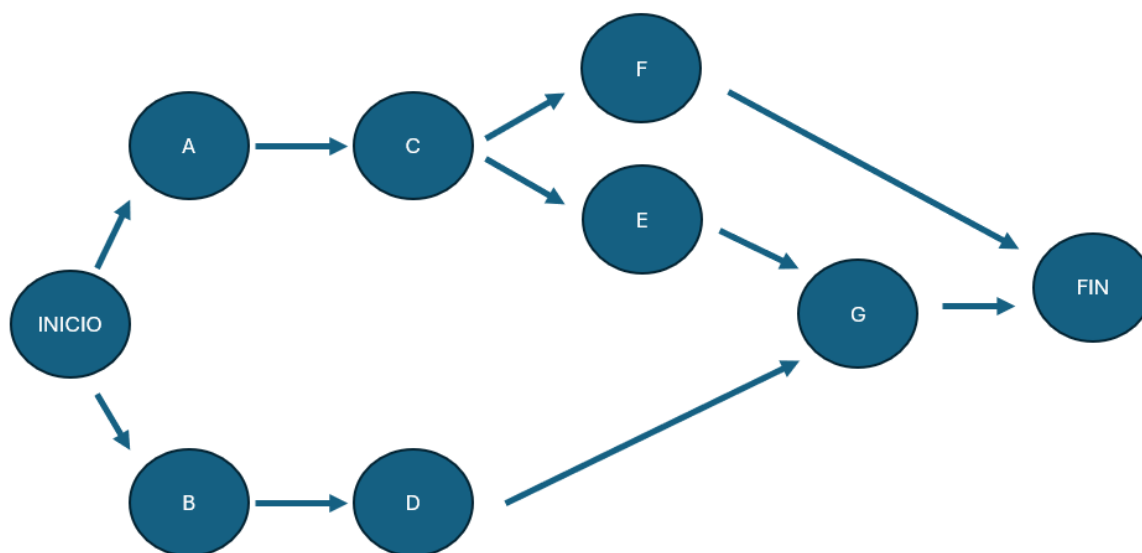


Figura 5-5 Red AON simplificada (Elaboración propia)

A continuación, y paralelamente calculamos hacia delante la red. Comenzamos con la actividad A que recibe el nombre de “soldadura de chasis”. Puesto que es una actividad sin predecesora, su comienzo más temprano vendría dado por $ES = 0$. Sabemos que, según los datos disponibles $d_A = 2$ por lo que aplicando el algoritmo tenemos que $EF = ES + d = 0 + 2 = 2$ por lo que para la actividad A, su finalización más temprana viene dada por $EF = 2$.

Paralelamente, ocurre lo mismo con B, que tampoco tiene ninguna actividad predecesora por lo que $ES_B = 0$ y $EF_B = ES_B + d_B = 0 + 3 = 3$.

A continuación, sabemos que la actividad C tiene como predecesora a la A, por lo que: $ES_C = EF_A = 2$, de esta forma aplicando nuevamente el algoritmo se tiene que $EF_C = ES_C + d_C = 2 + 2 = 4$. Y la misma forma, en la línea paralela tenemos que D tiene a B como predecesora, así que procedemos de la misma forma: $ES_D = EF_B = 3$ y por tanto $EF_D = ES_D + d_D = 3 + 4 = 7$.

Continuamos con la rama iniciada con la actividad A. Habiendo calculado C, tenemos dos actividades que tienen a C como predecesoras. Realizamos los cálculos empleando el mismo ES y el EF vendrá diferenciado por la diferente duración de cada tarea.

$$ES_E = ES_F = EF_C = 4 \text{ y por tanto } EF_E = ES_E + d_E = 4 + 4 = 8 \text{ y } EF_F = ES_F + d_F = 4 + 3 = 7.$$

Apreciamos que la rama que termina en F termina la red allí. Dejando una última tarea, la G, en la que ambas ramas se encuentran. Tanto la actividad D como la E son predecesoras de la actividad G. Por tanto, empleando la regla que nos dice que ES de una actividad con múltiples predecesoras es el EF de la de mayor valor, comparamos y llegamos a que $ES_G = \max(EF) \in E, D = EF_E = EF_D = 8$. En este caso concreto, ambos valores son iguales. Y así logramos realizar el cálculo hacia delante.

$$\text{Una vez tenemos } ES_G \text{ calculamos: } EF_G = ES_G + d_G = 8 + 5 = 13$$

Sintetizando los resultados, se tiene que:

Tarea	ES	EF
A	0	2
C	2	4
E	4	8
F	4	7
B	0	3
D	3	7
G	8	13

Con estos datos podemos construir nuestra red ya con los valores calculados hacia delante como se muestra en la Figura 5-6.

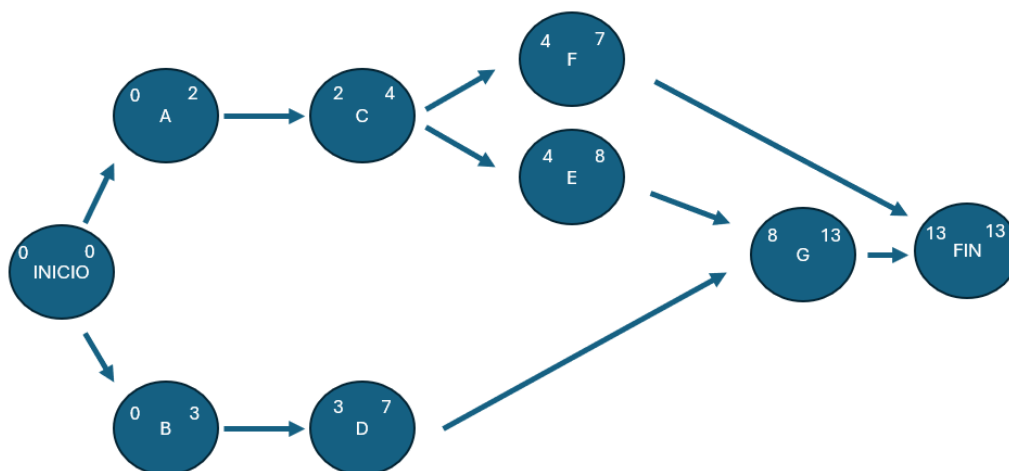


Figura 5-6 Red AON con cálculos hacia delante. (Elaboración propia).

Es entonces cuando comenzamos los cálculos hacia atrás, comenzando en la actividad G y F. Debemos de aplicar el criterio en el cuál emplearemos el tiempo más tardío para definir el LF de ambos. En este caso ese es 13. Ese valor es el que le daremos a $LF_G = 13 = LF_F$

Continuando con G tenemos que $LF_G = 13$ y, por tanto, $LS_G = LF_G - d_G = 13 - 5 = 8$

A continuación, tenemos 2 tareas a las que dar el valor del LS de la tarea anterior y por tanto: $LS_G = LF_E = LF_D = 8$. Y por tanto: $LS_E = LF_E - d_E = 8 - 4 = 4$ y $LS_D = LF_D - d_D = 8 - 4 = 4$.

Por su parte $LS_F = LF_F - d_F = 13 - 3 = 10$ (tal y como descrito al principio) y ahora tenemos una actividad, la C que tienen dos sucesoras. En este caso decimos que $LF_C = \min(LS) \in E, F$

En este caso $LF_C = \min(LS) = 4$ y así obtenemos $LS_C = LF_C - d_C = 4 - 2 = 2$ y esta deriva en que $LS_C = LF_A$ y que $LS_A = LF_A - d_A = 2 - 2 = 0$.

Mientras que en la rama paralela: $LS_D = LF_B = 4$ y $LS_B = LF_B - d_B = 4 - 3 = 1$.

En resumen:

Tarea	LS	LF
A	0	2
C	2	4
E	4	8
F	10	13
B	1	4
D	4	8
G	8	13

Y procedemos a realizar la tabla con todos los datos disponibles como se muestra en la Figura 5-7.

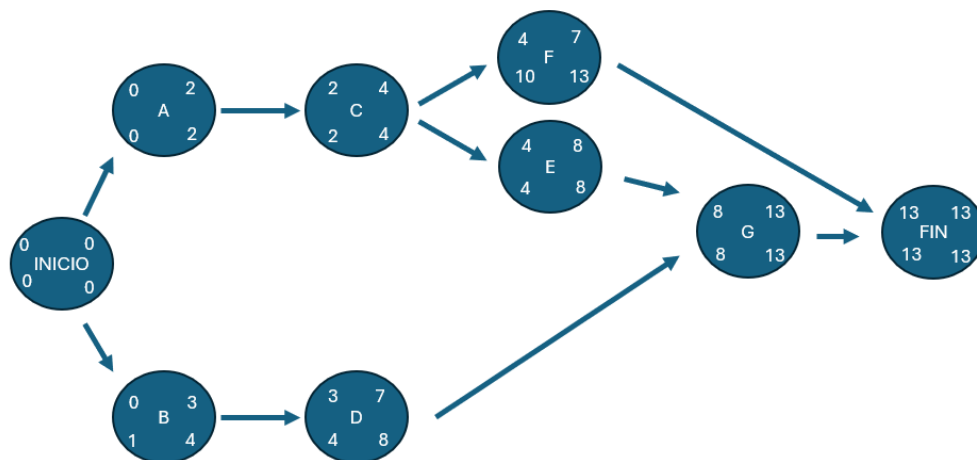


Figura 5-7 Red AON Con cálculos hacia delante y hacia atrás. (Elaboración propia).

Una vez tenemos todos los datos podemos buscar el camino crítico. Para ello buscaremos todas las actividades para las cuales la holgura es cero. Es decir que $LF - EF = 0$. Podemos distinguir fácilmente de que actividades se tratan: $LF_G - EF_G = 13 - 13 = 0$, $LF_E - EF_E = 8 - 8 = 0$, $LF_C - EF_C = 4 - 4 = 0$ y $LF_A - EF_A = 2 - 2 = 0$ por tanto las actividades críticas son: G, E, C y A y estas así, constituyen el camino crítico como si muestra en la Figura 5-8.

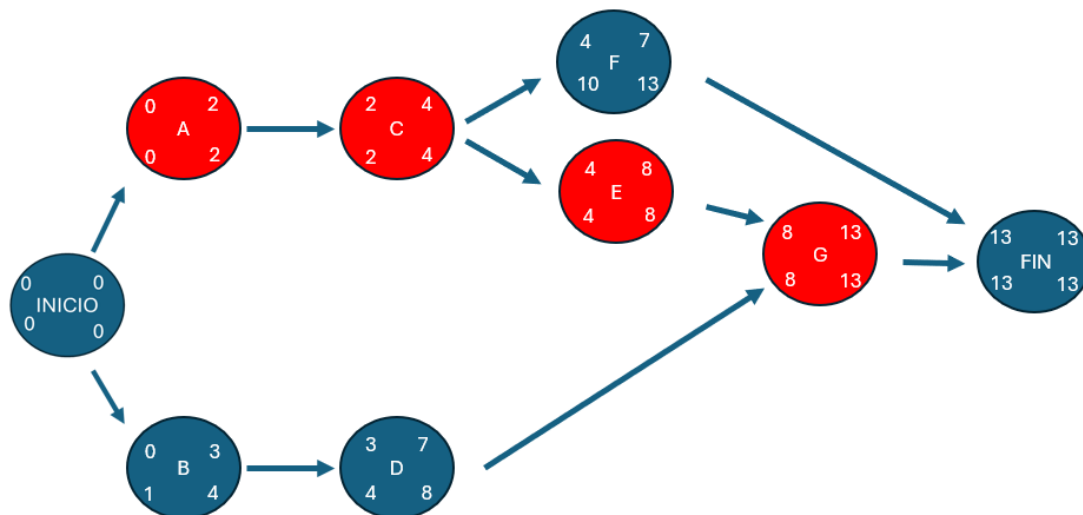


Figura 5-8 Red AON con camino crítico marcado en rojo. (Elaboración propia).

Además, con esta red completa ya podemos decir que el tiempo esperado para el proyecto es de un total de 13 días según se corresponde con el LF más tardío que pertenece a la actividad G.

Por otro lado, la varianza del proyecto se corresponderá con la suma de las varianzas de las tareas que pertenecen al camino crítico, por lo que: $\sigma_{proyecto}^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_C^2 + \sigma_G^2 = 0,33 + 0,67 + 0,33 + 0,17 = 1,50$ y $\sigma = \sqrt{1,50} = 1,225$ días.

Por último, para calcular la probabilidad de duración de que un proyecto sea menor o igual a 10 días. Primero, sabemos que la media es de 13 días (el tiempo de finalización del proyecto, luego $\mu = 13$ días y con la varianza calculada anteriormente obtenemos la normal: $T \sim N(13, 1,50)$. Queremos que $P(T \leq 10)$, así que calculamos el estadístico Z . $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{10-13}{1,225} = \frac{-3}{1,225} = -2,45$. Buscando en el tipo de tabla que se muestra en la Figura 5-9 su valor positivo:

$$P(Z \leq 2,45) = 0,9929$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998

Figura 5-9 Valores de probabilidad de la distribución normal (Elaboración propia).

A continuación, realizamos la resta para quedarnos con el tramo que nos interesa: $1 - 0,9929 = 0,0071$. Lo que se representa gráficamente en la Figura 5-10.

De este modo obtenemos que la probabilidad de terminar en 10 días o menos es aproximadamente 0,71%.

Y así es como se realiza el ejercicio calculando de forma tradicional. Como se puede apreciar, desarrollar el procedimiento es sencillo pero extenso y el experimentar con distintos valores se vuelve algo complicado si se propone hacer un estudio en detalle.

5.3 Implementación computacional (Python / MATLAB / Excel)

La implementación computacional realizada se ha abordado con Python por los siguientes motivos:

El primero es la capacidad para crear una interfaz intuitiva y agradable para el usuario.

Además, su prototipado y ciclos de ajuste son suficientemente corto como se necesita durante el desarrollo de este trabajo.

Otro motivo es que ofrece un código fácilmente revisable y comprensible.

También dispone de librería muy maduras que ofrecen todas las capacidades que debía de tener la herramienta desarrollada.

El código emplea el siguiente proceso: Primero construye la red según los datos de entrada que se le dé, comprueba que no se producen bucles y que la precedencia es correcta y a continuación comienza a calcular. Calcula inicio/fin temprano y luego realiza el proceso hacia atrás calculando al mismo tiempo la holgura. Es entonces cuando determina el camino crítico de la red.

5.3.1 Análisis del bloque de código inicial sobre definición del algoritmo.

Primero analizamos el bloque de *imports* y utilidades bases que va de la línea 1 a la 60. En ella encontramos principalmente:

- *from __future__ import annotations*: Es una declaración de importación especial que empleamos para evitar ciertos fallos en el código cuando ciertos inputs que se introducen o ciertos cálculos que se realizan no se definen hasta más adelante, lo cual evita muchos errores ya que el código se lee siempre de arriba abajo.
- *math*: Realización de cálculos numéricos.
- *dataclasses*: define una ficha estructurada de tarea. Es decir, cuando se introduce una tarea, se guarda como un todo con todos los datos que se han introducido sobre esa tarea como son los valores *a*, *b* y *m* que se le dan para realizar los cálculos PERT.

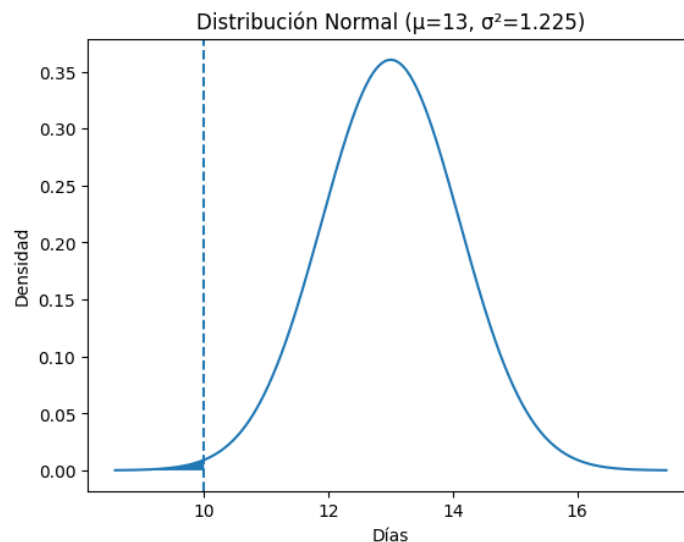


Figura 5-10 Representación gráfica de la probabilidad del caso estudiado.
(Elaboración propia asistida por IA).

- *Typing*: Empleado para organizar el código más fácilmente sin que aparezcan errores lógicos
- *networkx as nx*: Es la librería principal que se emplea para trabajar con grafos y lo que convierte la lista de dependencias directamente en una red.
- El resto, como por ejemplo *FigureCanvas*, se explicarán en el apartado 5.4 en el que se detalla el interfaz y la presentación de la herramienta.

A continuación, se comienzan a establecer las directrices de cómo se definen los valores con los que se va a trabajar. Comenzando en la línea 23.

@dataclass es un decorador (una instrucción que modifica lo que viene debajo para indicar que es una estructura para guardar datos) y procede a emplear en la línea 31 “Class task” donde se define la actividad según:

- Nombre (name: str)
- Precedencia (preds: List[str])
- Tiempo optimista, estimado y pesimista (o: float, m: float y p: float)
- Tiempo esperado (def pert_te (o + 4m + p) / 6))
- Varianza (def pert_var(o: float, p: float) -> float: return (p - o) / 6.0) ** 2)

5.3.2 Análisis del bloque de código de cálculo hacia delante y hacia atrás.

Tras el bloque inicial, se definen una serie de herramientas auxiliares para los cálculos, orientadas en su mayoría a evitar errores lógicos como por ejemplo “*topo_or_raise*” que valida que no haya ciclos en el grafo.

A continuación, entre las líneas 60 y 95 se define el algoritmo empleado para realizar los cálculos hacia delante y hacia atrás.

Para los cálculos hacia delante, lo primero que hace el código es definir este tipo de cálculo mediante “def forward_pass(G: nx.DiGraph, te: Dict[str, float]) -> Tuple[Dict[str, float], Dict[str, float]]:” con el que todo el proceso. G es el grafo de la red AON desarrollada.

Crea las variables “ES: Dict[str, float] = {}” y “EF: Dict[str, float] = {}”. Con “for n in topo_or_raise(G):” se asegura que se recorre la red según el orden de precedencia establecido para luego hacer “ES[n] = max((EF[p] for p in preds), default=0.0)” que básicamente es la línea que indica que ES tiene el valor máximo de todas las EF predecesoras o, en su defecto, si no hay predecesoras le da el valor de 0.

A continuación, define “EF[n] = ES[n] + te[n]” que es básicamente el mismo algoritmo que se emplea de forma tradicional. Y es así como hace el cálculo hacia delante.

Por otro lado, el cálculo hacia atrás viene dado por “def backward_pass(G: nx.DiGraph, te: Dict[str, float], project_finish: float)” de forma equivalente. Crea “LS: Dict[str, float] = {}” y “LF: Dict[str, float] = {}” y mediante “order = topo_or_raise(G)[::-1]” hace el recorrido inverso de la red. Usa en este caso “succs = list(G.successors(n))” para definir las actividades que dependen de la estudiada en el momento ya que al realizarse de forma inversa no podemos realizarlo como hacia delante. Para la última actividad, sin embargo, se hace uso de “LF[n] = project_finish” mediante un “else”.

A continuación, con todo definido, se procede al cálculo mediante “LS[n] = LF[n] - te[n]”.

Y, de esta forma, queda realizado el cálculo hacia delante y hacia atrás.

5.3.3 Análisis del bloque de código de cálculo de camino crítico y del bloque de cálculo de la varianza total del proyecto.

La parte del código va desde las líneas 95 a la 120 y se calcula mediante la función “def extract_one_critical_path(G: nx.DiGraph, ES: Dict[str, float], EF: Dict[str, float], tol: float = 1e-9):”. Lo primero que hace es encontrar el final del camino crítico mediante “end = max(EF, key=lambda k:

EF[k])” y tras definir nuevamente las predecesoras, comienza a buscar el camino crítico comparando “abs(EF[p] - ES[cur]) <= tol” y si dos actividades cumplen en el mismo momento la condición hace “nxt = max(candidates, key=lambda p: EF[p])” con la que elige la que termine más tarde. Así define el camino crítico, pero al realizarlo de atrás hacia delante, el código hace “path.reverse()” para definir correctamente el camino.

Por otro lado, para ver la varianza tenemos que saltar hasta las líneas 470–490, ya que se encuentra en la función principal de cálculo para evitar errores. La varianza se calcula mediante “proj_var = sum(var[n] for n in ruta_critica)” una vez se ha guardado el camino crítico, en la que solo necesita además de esto realizar un cálculo mediante “sigma = math.sqrt(proj_var)”.

5.3.4 *Análisis del bloque de código de cálculo estadístico*

Las funciones matemáticas usadas en el plano estadístico se encuentran entre las líneas 30 y 50 definidas y se emplean luego entre las líneas 540 y 580, de nuevo en la función principal de cálculo.

Las definiciones que se realizan son “sigma = math.sqrt(proj_var)”, como se explica anteriormente y “z = (target - mu) / sigma” que indica cuantas desviaciones estándar se encuentra el tiempo objetivo respecto a la media.

La probabilidad acumulada de una distribución estándar se calcula mediante “def norm_cdf(z: float) -> float:” haciendo “return 0.5 * (1.0 + math.erf(z / math.sqrt(2.0)))”.

Los cálculos del valor de Z respecto a un plazo objetivo se realizan mediante “p_le = norm_cdf(z)”. Este valor, entre 0 y 1 se pasa posteriormente a un porcentaje mediante “f'P(Fin antes o igual a {target:.2f}h) = {p_le*100:.1f}%”.

Además, el programa es capaz de calcular la densidad de probabilidad mediante “def norm_pdf(x, mu, sigma)” y la concentración de probabilidad en torno al tiempo objetivo mediante “dens = norm_pdf(target, mu, sigma)”.

5.3.5 *Análisis del bloque de código de actualización dinámica.*

Entre las líneas 430 y 560 se incluye en el código todo lo relativo a recalcular el proyecto con nuevos datos de tiempo esperado para ciertas tareas, lo que permite un análisis y estudio más profundo.

Esto se aborda primero definiendo aquellos cambios para que sean reconocidos por el programa mediante “def on_table_cell_changed(self, row: int, col: int:)” y posteriormente con “def recalculate_everything(self:)” se realiza el recalculado completo.

“new_te = float(item_dur.text().replace(",", "."))” se usa para sustituir en el código el valor anterior por el nuevo introducido por el usuario y se guarda en la actividad correspondiente mediante “self.tasks[name].te = new_te”.

Entonces, vuelve a obtener los datos mediante “te = {k: v.te for k, v in self.tasks.items()}” y “var = {k: v.var for k, v in self.tasks.items()}” y es entonces cuando vuelve a ejecutar los cálculos como descritos en el punto 5.3.3 y 5.3.4.

Es en este punto en el que dataclasses: toma muchísima importancia para estructurar los datos de forma ordenada y poder acceder y variarlos sin causar errores en el código. Esto no se podría conseguir sin la declaración de “from __future__ import annotations” ya que en el momento de realizar cambios en cualquier valor causaría errores de lógica en el código.

5.4 Diseño de la interfaz y flujo de uso

5.4.1 Principios de diseño de la interfaz

El diseño de la interfaz de la herramienta se basa principalmente en la sencillez. Esta herramienta busca poder ser implementada en las capacidades de decisión del mando de forma fácil y rápida pudiéndose emplear esta fácilmente en cualquier tipo de situaciones.

Se busca que visualmente se identifique rápidamente tanto aquellos espacios dispuestos para la introducción de datos como aquellos datos que se obtienen de los cálculos del programa. La red también se presenta en un formato muy visual y fácil de entender incluyendo un resultado visual con el que se puede identificar el camino crítico con una rápida primera observación de la red. La retroalimentación inmediata del usuario es también clave, realizando los cambios de forma fluida sin necesidad de refrescar por completo el programa.

En conjunto el diseño ofrece una interacción clara y eficiente acorde a las necesidades que se tienen.

El diseño de la interfaz, desde el punto de vista más básico comienza en la línea 200 donde mediante definiciones se estila el tipo de ventana que va a enmarcar el programa con “def __init__(self):” y entorno a la línea 215 se concreta la interfaz en sí misma.

La interfaz se diseña entorno a distintas layouts -o capas- que se crean mediante “main = QHBoxLayout(root)”. Se emplean “splitter = QSplitter(Qt.Horizontal)” para dividir en dos capas principales separadas verticalmente como se muestra en la Figura 5-11.

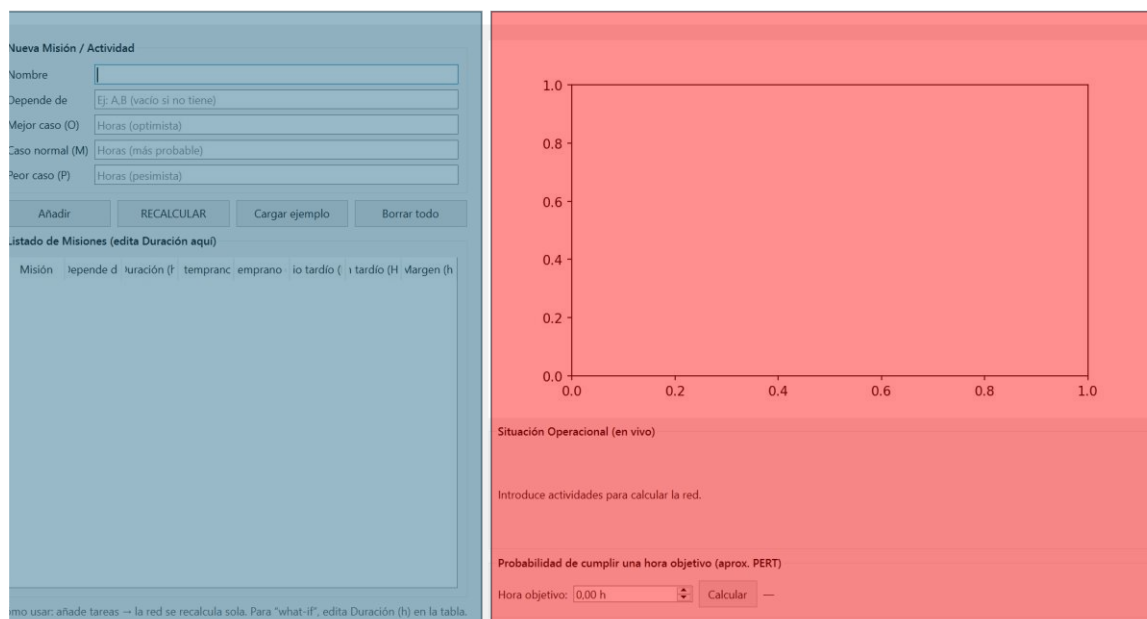


Figura 5-11 División que ejerce el splitter marcado en rojo y azul. (Elaboración propia).

En el lado izquierdo emplea “left = QWidget()” para instalar un Widget que es el que se emplean para los datos

En la línea 240 a 260, con “gb_new = QGroupBox("Nueva Misión / Actividad")” se agrupan visualmente todas las entradas para luego emplear “form = QFormLayout(gb_new)” como instancia de los formularios a rellenar con “self.in_name = QLineEdit()” como entradas de texto.

Luego, encontramos una serie de botones empleados para recalcular, cargar y borrar. Estos botones se instalan con “self.btn_add = QPushButton("Añadir")” y se organizan en la capa con “btn_row = QHBoxLayout()”. El resultado se muestra en la Figura 5-12.

Figura 5-12 Widget de formulario y botones. (Elaboración propia).

Debajo del Widget encontramos una tabla en la que se organizan las actividades que participan en el proyecto que se está organizando mediante primero una instancia “self.table = QTableWidgetItem(0, 8)” y luego con una llamada a método “self.table.setHorizontalHeaderLabels([...])”. De tal forma que resulta como en la Figura 5-13.

	Misión	Depende de	Duración (h)	tempranc	emprano	o tardío (	tardío (h	Margen (h
1	Establec...	—	1.00	H+0	H+1	H+0	H+1	-0.00
2	Apertur...	Establec...	0.79	H+1	H+1.79	H+1	H+1.79	-0.00
3	Asalto	Apertur...	0.49	H+1.79	H+2.28	H+1.79	H+2.28	0.00

Figura 5-13 Tabla del programa. (Elaboración propia).

El panel derecho se forma a partir de la línea 300 y se insta un nuevo widget con “QWidget()”right_layout = QVBoxLayout(right)” y en 310 con “self.canvas = GraphCanvas()” usa Matplotlib para poder representar la red que se construye como en la Figura 5-14. Y esto se hace mediante “from matplotlib.backends.backend_qt4agg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas” se muestra en un contenedor mediante “gb_res = QGroupBox("Situación Operacional (en vivo)")” y los resultados mediante “self.lbl_summary = QLabel(...)”.

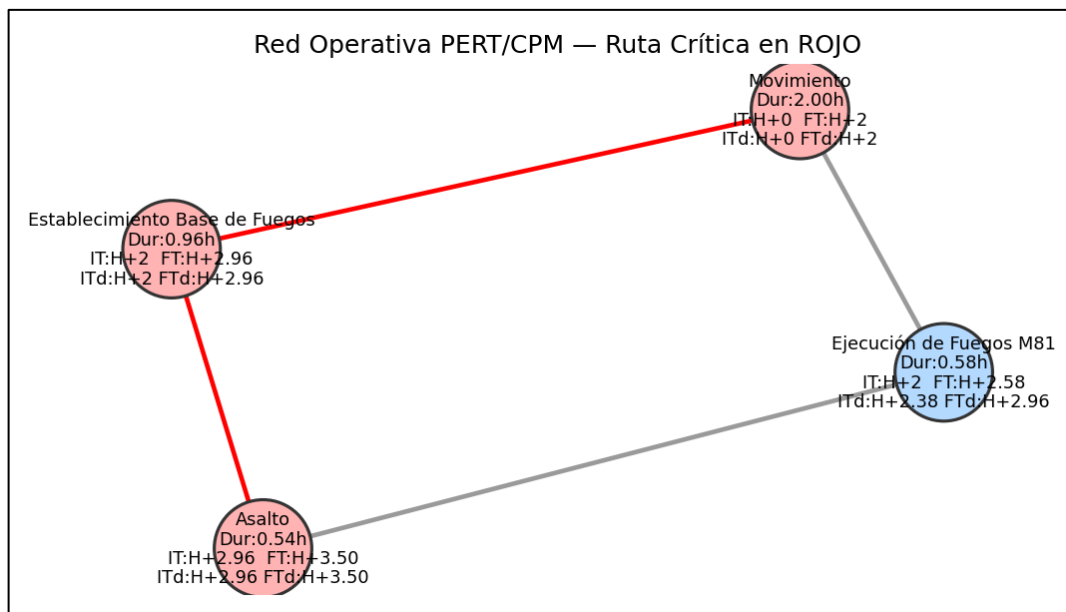


Figura 5-14 Construcción de Red mediante Widget. (Elaboración propia).

El último widget que se añade es el de los cálculos probabilísticos que se hace en la línea 320 a la 340 en adelante por medio de “gb_prob = QGroupBox("Probabilidad de cumplir una hora objetivo")” y con un control numérico mediante “self.spin_target = QDoubleSpinBox()”. El resultado se muestra en la Figura 5-15.

H final estimada (fin de operación): 3.50 h
 Incertidumbre (±): 0.38 h | Varianza: 0.1424
 Ruta Crítica (RC): Movimiento → Establecimiento Base de Fuegos → Asalto
 Interpretación: Margen 0 = misión crítica (prioridad de recursos y control).

Probabilidad de cumplir una hora objetivo (aprox. PERT)

Hora objetivo: Define una hora objetivo (>0 h).

Figura 5-15 Widget de cálculo de probabilidad. (Elaboración propia).

5.4.2 Flujo de uso de la herramienta

El flujo de la herramienta está diseñado para permitir al usuario construir una red desde cero, estudiarla y modificarla para desarrollarla.

Lo primero que hace el usuario es insertar las tareas que van a componer la red. El usuario inserta el nombre, precedencia y las estimaciones de duración (optimista, probable y pesimista).

El programa comprueba que no se producen ciclos en cada actividad que se agrega y al mismo tiempo que se va introduciendo las actividades el programa va generando la red.

En el proceso el usuario puede borrar todo y comenzar de nuevo. Luego el usuario puede cambiar el tiempo esperado de alguna actividad o bien puede calcular la probabilidad de completar el proyecto en un número de días determinada. El flujo de uso general de la herramienta viene representado en la Figura 5-16.

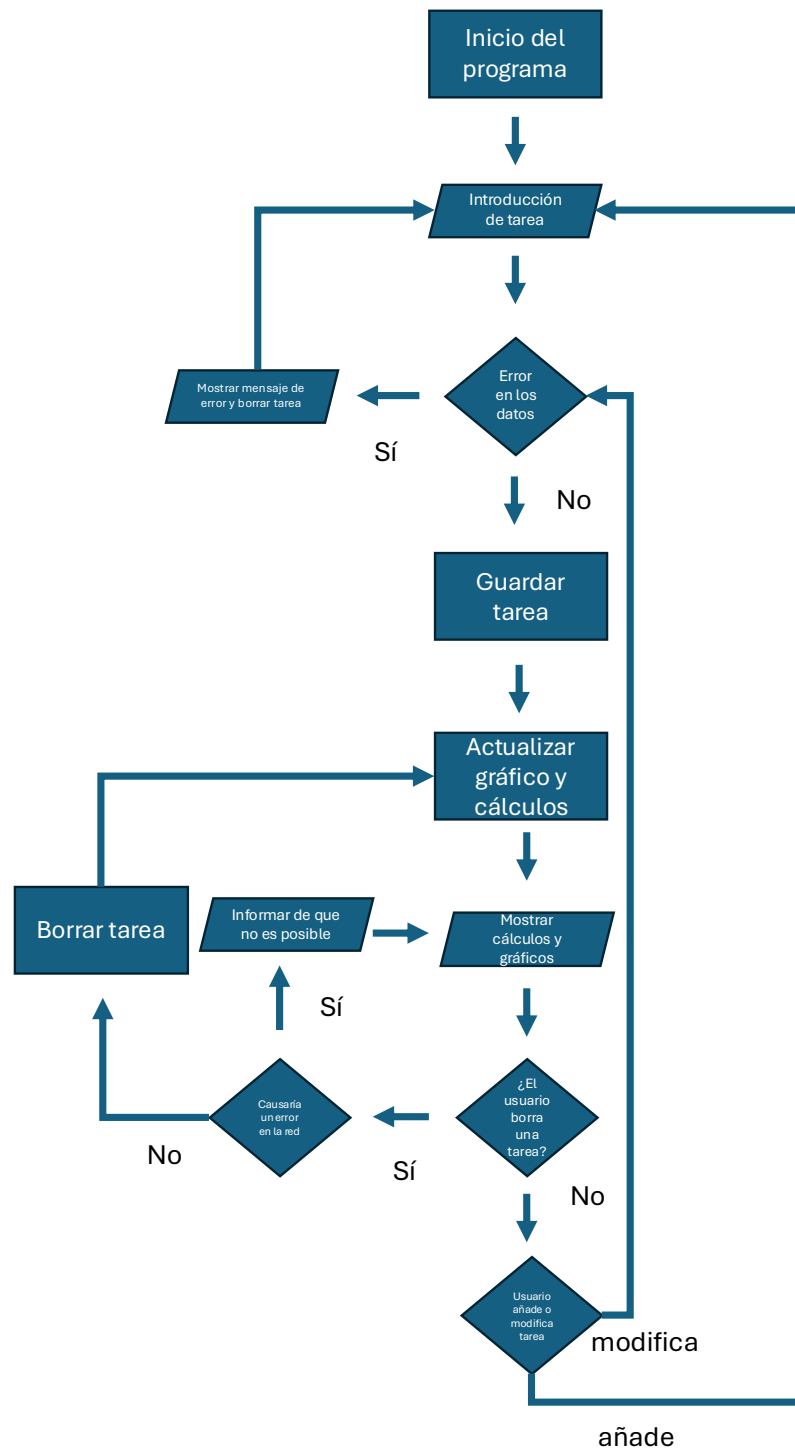


Figura 5-16 Tabla de Flujo del empleo general del programa. (Elaboración propia)

5.4.3 Interpretación de los resultados

La interpretación que se hace de los resultados resulta de una información de alto valor para el planeamiento y la conducción de operaciones militares y es muy sencilla de hacer en base a los datos ofrecidos por la herramienta:

i) Duración Esperada de cada actividad:

La duración esperada de cada actividad a partir de las tres estimaciones (Pesimista, optimista y probable) ofrece una forma al mando de fasear operaciones y planear acciones con una base matemática y estadística sólida que sin ofrecer una exactitud plena (Cosa imposible en el contexto táctico de las operaciones militares) es capaz de estructurar un esquema de maniobra eficaz y reducir en gran medida la incertidumbre.

El usuario debe ver la duración esperada como la base temporal que tiene cada actividad y los valores sobre los que debe de realizar el planeamiento.

ii) Duración total esperada de la operación.

Mediante la duración total el usuario puede conocer la duración prevista para el fin de la operación y de esta forma comprobar si encaja con el tempo que necesite la idea de maniobra, la sincronización con otras fuerzas propias y comprobar que la operación se adecua a la ventana temporal establecida. Esto último siendo lo más importante puesto que toda *Mission Statement* -Frase concisa elaborada a partir de los cometidos dados por la unidad superior que sintetiza los cometidos fundamentales de una operación, lo que popularmente se entiende con “misión”- viene dada por una remarcación temporal, ya sea un grupo fecha hora (GFH) concreto que nos obliga a cumplir la misión en un momento determinado, o bien un NMT (No más tarde de)/NLT (No later Than) que nos obliga a cumplir esa misión antes de un momento en el tiempo concreto.

El usuario debe entender este tiempo total como la idea general de su operación en el plano temporal y le sirve para hacer las principales estimaciones.

iii) Identificación del camino crítico.

El mando puede identificar fácilmente el camino crítico y así identificar las actividades dentro de la operación que pueden provocar directamente un retraso. Es así que puede localizar momentos clave en la maniobra, acciones para las que debe de preparar un plan de contingencia, que acciones deben de ser planeadas al máximo detalle y a cuáles debe asignar recursos (agregaciones, apoyo de fuegos, apoyo de la unidad superior...). De igual forma, puede identificar aquellas acciones que el enemigo puede intentar retrasar en su propia línea de acción.

iv) Holgura en las actividades.

La holgura representa la flexibilidad táctica. Permite saber al mando en que actividades puede permitirse añadir a sus unidades carga de trabajo o reducir intensidad en las acciones sin perder el tempo y la iniciativa. Esto resulta especialmente útil a la hora de hacer frente a retrasos logísticos, cambios en la situación táctica o fases de explotación y/o persecución, así como en el planeamiento y conducción de operaciones defensivas.

v) Varianza y desviación estándar.

La varianza permite identificar el grado de incertidumbre temporal que hay en un plan. Si la varianza es baja significa que la secuencia temporal de la operación es fácilmente predecible y de gran fidelidad a lo calculado por la herramienta mientras que un valor alto deja entender al mando que su planeamiento temporal debe disponer de cierta flexibilidad ya que puede no llevarse a cabo según lo esperado, lo que suele estar ligado a la conformación de una reserva dentro de su formación de esfuerzos en la operación o bien generar una serie de planes de contingencias que le permita actuar en caso de no cumplir los plazos esperados.

vi) Cálculos dinámicos y cálculos de probabilidades.

El mando debe interpretar los resultados obtenidos para ajustar su planeamiento a lo que considera oportuno en los que refiere a la propia experiencia del mando. El usuario de la herramienta debería de ser capaz de identificar en que actividades críticas debe enfocarse para reducir los riesgos temporales de la operación mediante la interpretación d ellos resultados obtenidos una vez modifique el tiempo esperado de cierta actividad.

Además, es capaz puede interpretar la posibilidad de terminar antes de un plazo ya sea referente a acontecimientos encontrados en la situación general del contexto de la operación o bien en referente a fuerzas propias a cualquier nivel por encima, por debajo o al mismo nivel con el que se permite la sincronización y coordinación entre fuerzas y disminuir la incertidumbre.

6 APLICACIÓN A CASOS DE ESTUDIO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de representar el empleo y la interpretación del programa con un caso realista concreto, se definirá un escenario y a él se aplicará el empleo de la herramienta diseñada para validar los resultados.

6.1 Caso: proyecto con red PERT/CPM

El escenario que se establece es el siguiente:

En una serie de campañas militares en la provincia de Pontevedra en la cual Infantería de Marina ha desplegado una *ARD* (*Agrupación reforzada de desembarco*) y se están realizando operaciones ofensivas para limpiar las bolsas de resistencias enemigas que quedan en la península de Morrazo después de una serie de operaciones anfibias realizadas para destruir al enemigo que ha ocupado los puertos de Marín y Vigo.

El batallón debe asegurar las principales líneas de comunicaciones (*LOCs* -por sus siglas en inglés) que conectan Pontevedra con Marín. No obstante, varias unidades de entidad sección/sección menos (*Scs/Scs*) se encuentran en defensiva en varias poblaciones de la zona. La misión que recibe el subgrupo táctico C (*SGT C*), una unidad formada en base a una compañía de fusiles es la siguiente:

NMT 170900BJUL14 (no más tarde del día 17 de Julio a las 09:00) el *SGT C* (Subgrupo táctico, una organización operativa constituida en base a una compañía, que en este caso está designado con el nombre “C”), conquistará el *OBJ A* (Objetivo designado con la letra “A”) para permitir la libre maniobra del batallón en la *zona de acción* (*ZA*, zona delimitada del terreno en la que una unidad puede maniobrar y realizar fuego con libertad)

El superponible que representa la operación es el que se muestra en la figura 6-1.

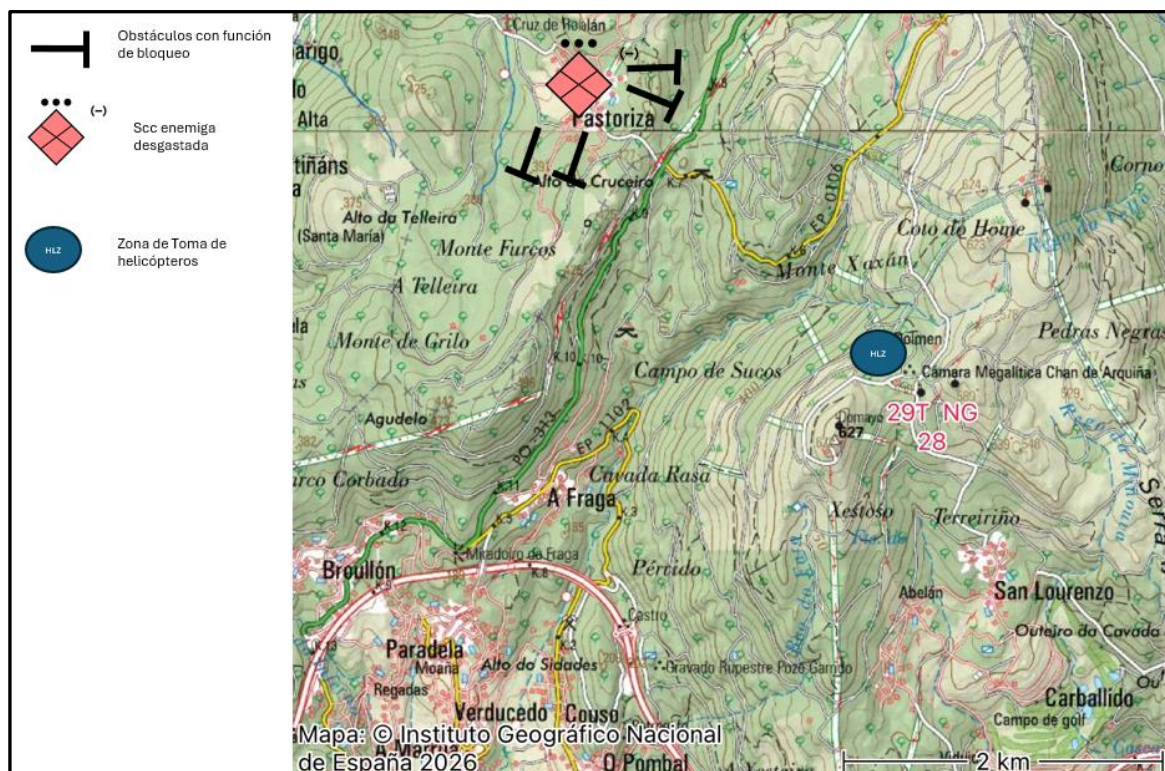


Figura 6-1 Superponible de situación del supuesto. (Fuente: Elaboración propia mediante TopoGPS y planos del instituto Geográfico Nacional, 2026).

El capitán al mando del SGT C plantea inicialmente el siguiente concepto de la operación:

Realizar una ofensiva en *condiciones de visibilidad reducida (CVR)* el día D a la hora H cuya forma de maniobra será una penetración con 2 esfuerzos: Un *esfuerzo principal (EP)* compuesto por dos *Scc* 's, un pelotón de zapadores y un *esfuerzo secundario (ES)* con una *Scc*. Además, el capitán cuenta con un equipo de observadores de morteros de 81mm en apoyo directo y ha planeado fuegos sobre el objetivo.

La idea de maniobra se realizará en 5 fases (estas fases no se han establecido doctrinalmente, sino que se han simplificado para la fácil comprensión del lector):

- *Fase 1. Inserción helitransportada:* El movimiento del SGT en los helicópteros, la toma de estos y el asegurar de la zona de aterrizaje de helicópteros (HLZ). El movimiento en helicóptero estaría planeado para comenzar a las 01:20 y tomaremos este momento como la hora H (Aunque vaya en contra de la doctrina, pero se hará para la simplificación del supuesto)
- *Fase 2. Movimiento:* El movimiento total es de aproximadamente 2,5 km y lo realizará el SGT al completo hasta la medida de coordinación correspondiente.
- *Fase 3. Apertura de brecha:* Una vez se finalice el movimiento, los zapadores del EP realizará la apertura de brecha al Suroeste (SW) del objetivo en la aldea para evitar emplear la avenida de aproximación (AA) que el enemigo ha cubierto por el fuego.
- *Fase 4. Asalto:* Una vez el ES1 haya establecido sus patrullas y posiciones de bloqueo para aislar el objetivo y los observadores de mortero de 81mm en apoyo directo al SGT hayan ocupado los observatorios y preparado los blancos planeados sobre la aldea, el EP comenzará el asalto.
- *Fase 5. Consolidación:* Cada uno de los esfuerzos asegura un sector del poblado y se mantienen a la espera de órdenes.

En resumen. Las actividades que comprenden esta operación son las mostradas en la Tabla 6-1.

ID	Nombre	a	m	b	Predecesora
A	Inserción Helitransportada	0,25	0,5	1	-
B	Movimiento al objetivo	1	2	3	A
C	Despliegue en los flancos	0,25	0,5	0,75	B
D	Establecimiento de patrullas y posiciones de bloqueo	0,15	0,5	0,75	C
E	Ocupación de observatorios	0,5	1	1,5	B
F	Preparación de Fuegos	0,1	0,25	0,5	E
G	Apertura de Brecha	1	1,5	2	B
H	Reorganización del EP	0,05	0,1	0,15	G
I	Asalto al objetivo	0,5	1	4	D, F, H
J	Consolidación	0,5	1	2	H

Tabla 6-1 Resumen actividades del supuesto. (Fuente: Elaboración propia).

Los tiempos *a*, *b* y *m* se deben de suponer en base a dos principales factores:

- El estudio *METT-TC* (*Misión, enemigo, terreno, tiempo disponible, tropas propias y consideraciones civiles*) realizado por las personas encargadas del planeamiento en la primera etapa del proceso realizado al nivel correspondiente, ya sea BAMCIS (nivel entre pelotón a Compañía) o PPO-T (Batallón en adelante) o cualquier otro.
- La experiencia del propio mando y/o personal de operaciones encargados del planeamiento. Aunque los tiempos estimados son relativamente sencillos de hacer mediante los estudios de los factores de la decisión, es cierto que los tiempos pesimistas y optimistas escogidos serán óptimos solo si se dispone vasta experiencia, puesto que la falta de esta suele tender a exagerar estos valores más de lo necesario dando lugar a un valor alto de varianza.

Una vez se tiene clara la idea de maniobra inicial que se plantea y el mando ha listado las actividades con sus correspondientes valores teniendo claro la relación entre estas actividades, se puede pasar a ejecutar el programa.

6.2 Identificación del camino crítico y actividades críticas

Una vez insertadas las actividades en la herramienta, nos es fácil localizar el camino y las actividades críticos.

La herramienta nos ofrecerá una visualización gráfica de la red AON PERT-CPM que se construye según las actividades. El camino crítico viene marcado en rojo, mientras que el resto se representa en azul. La red resultante se muestra en la Figura 6-2.

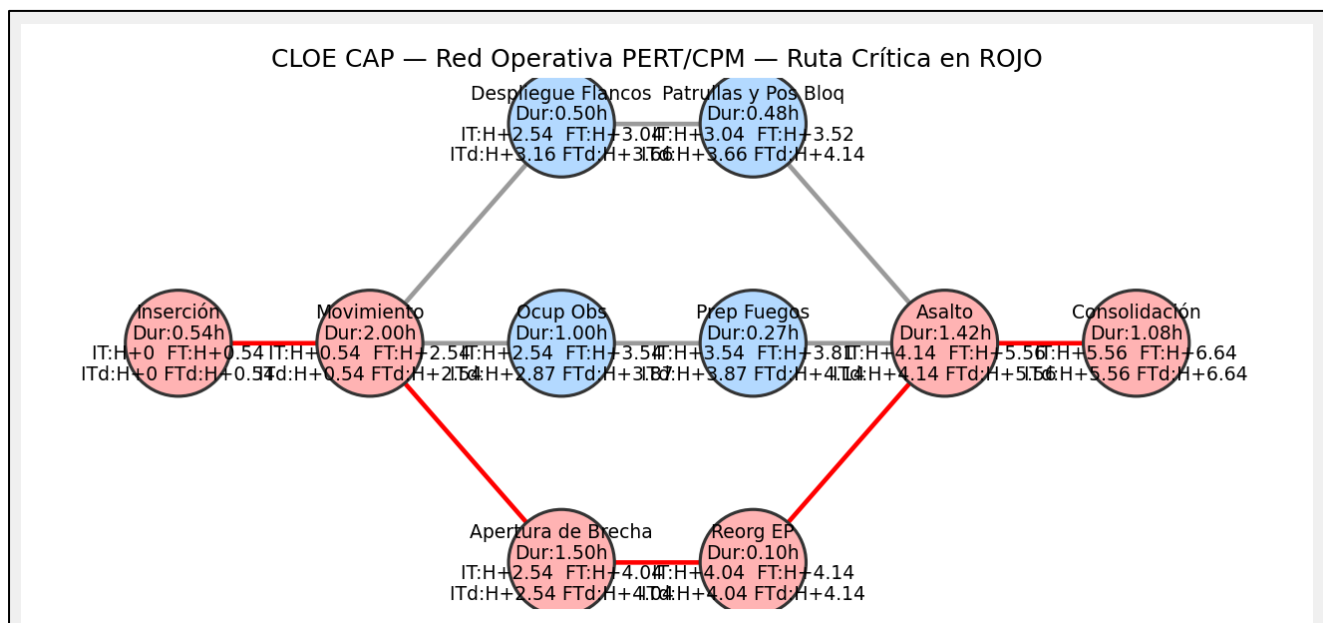


Figura 6-2 Red AON mostrada por la herramienta. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).

No obstante, en situaciones de redes muy complejas, el programa ofrece un texto muy visual en el que lista las actividades que conforman la ruta crítica que se muestra en la Figura 6-3.

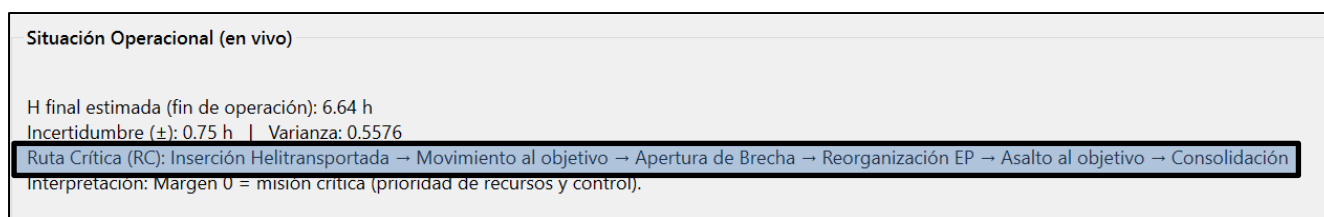


Figura 6-3 Ruta crítica expresada por el programa, marcada en el recuerdo azul. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).

Además, podemos comprobar en la tabla nombrada como “listado de misiones” dónde aparecen todas las actividades con sus datos correspondientes se puede localizar muy rápidamente aquellas actividades marcadas en rojo dónde su holgura es cero y que, por tanto, pertenecen al camino crítico como se ve en la Figura 6-4.

	Misión	Depende de	Duración (h)	Inicio temprano (H)	Fin temprano (H+)	Inicio tardío (H+)	Fin tardío (H+)	Margen (h)
1	Inserción ...	—	0.54	H+0	H+0.54	H+0	H+0.54	-0.00
2	Movimiento al ...	Inserción ...	2.00	H+0.54	H+2.54	H+0.54	H+2.54	-0.00
3	Despliegue en l...	Movimiento al ...	0.50	H+2.54	H+3.04	H+3.16	H+3.66	0.62
4	Ocupación de ...	Movimiento al ...	1.00	H+2.54	H+3.54	H+2.87	H+3.87	0.33
5	Apertura de ...	Movimiento al ...	1.50	H+2.54	H+4.04	H+2.54	H+4.04	-0.00
6	Establecimiento...	Despliegue en l...	0.48	H+3.04	H+3.52	H+3.66	H+4.14	0.62
7	Preparación de ...	Ocupación de ...	0.27	H+3.54	H+3.81	H+3.87	H+4.14	0.33
8	Reorganización ...	Apertura de ...	0.10	H+4.04	H+4.14	H+4.04	H+4.14	0.00
9	Asalto al objetivo	Reorganización ...	1.42	H+4.14	H+5.56	H+4.14	H+5.56	0.00
10	Consolidación	Asalto al objetivo	0.25	H+5.56	H+5.81	H+5.56	H+5.81	0.00

Figura 6-4 Listado de misiones. Se aprecia en rojo las actividades que pertenecen al camino crítico. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).

6.3 Interpretación operativa de los resultados

Mediante el conocimiento del camino crítico, el mando puede saber que actividades son primordiales para la finalización de la operación en el plazo esperado y por tanto son a las que debemos dedicar más recursos. Veamos más concretamente que interpretación le damos.

Sabemos que la misión debe de estar cumplida no más tarde de las 09:00 y sabemos que la hora H es 01:20 por lo que se espera que la operación finalice en torno a las 07:58, por lo que no se espera un riesgo en el cumplimiento de la misión en lo que al aspecto temporal se refiere.

Contamos con un margen de una hora que no podemos permitirnos malgastar en ninguna de las actividades crítica, puesto que la varianza es ligeramente superior a 0,5. Valores entre 0,5 y 1 reflejan una incertidumbre considerable para este tipo de actividades, por lo que pudiera ser que se deba de emplear este tiempo restante. Esto viene reflejado en “situación operacional” dónde además de la varianza, se nos expresará cuanto es posible en horas que cambie ese valor estimado como se ve en la Figura 6-5.

Situación Operacional (en vivo)	
H final estimada (fin de operación): 6.64 h	
Incertidumbre (±): 0.75 h Varianza: 0.5576	
Ruta Crítica (RC): Inserción → Movimiento → Apertura de Brecha → Reorg EP → Asalto → Consolidación	
Interpretación: Margen 0 = misión crítica (prioridad de recursos y control).	

Figura 6-5. Cuadro “Situación operacional” donde se muestra marcado en azul la incertidumbre y la varianza. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).

En base a este grado de incertidumbre, es posible que el mando considere oportuno la conformación de una reserva además de sus dos esfuerzos para dotar a su planeamiento de la flexibilidad necesaria para hacer frente a este riesgo que pudiere poner dificultar el cumplimiento de la misión.

Otra interpretación interesante es conocer el momento en el que se estima que comiencen y acabe ciertas actividades, para lo que tenemos el fin tardío y temprano y el inicio tardío y temprano.

En este caso concreto sabemos que dentro de la intención del comandante está el planeamiento de una ofensiva en CVR, pero la operación comienza en un momento relativamente tarde para la operación. Siendo el orto del 17 de Julio a las 07:13 pudiera ser que no todo el asalto se produjera durante el periodo nocturno en su totalidad, lo que llevaría al comandante a replantear su maniobra, sus medios o sus mediadas de coordinación. Comprobamos para ello la tabla de “listado de misiones”.

	Misión	Depende de	Duración (h)	Inicio temprano (H)	Fin temprano (H+)	Inicio tardío (H+)	Fin tardío (H+)	Margen (h)
1	Inserción	—	0.54	H+0	H+0.54	H+0	H+0.54	-0.00
2	Movimiento	Inserción	2.00	H+0.54	H+2.54	H+0.54	H+2.54	-0.00
3	Despliegue ...	Movimiento	0.50	H+2.54	H+3.04	H+3.16	H+3.66	0.62
4	Ocup Obs	Movimiento	1.00	H+2.54	H+3.54	H+2.87	H+3.87	0.33
5	Apertura de ...	Movimiento	1.50	H+2.54	H+4.04	H+2.54	H+4.04	-0.00
6	Patrullas y Pos ...	Despliegue ...	0.48	H+3.04	H+3.52	H+3.66	H+4.14	0.62
7	Prep Fuegos	Ocup Obs	0.27	H+3.54	H+3.81	H+3.87	H+4.14	0.33
8	Reorg EP	Apertura de ...	0.10	H+4.04	H+4.14	H+4.04	H+4.14	0.00
9	Asalto	Reorg EP, Prep ...	1.42	H+4.14	H+5.56	H+4.14	H+5.56	0.00
10	Consolidación	Asalto	1.08	H+5.56	H+6.64	H+5.56	H+6.64	0.00

**Figura 6-6 Seleccionado en Azul, la actividad asalto es la que se pretende estudiar.
(Fuente: Elaboración propia mediante el empleo de la herramienta).**

Con los datos en la Figura 6-6 y conociendo la hora H tenemos que el asalto comenzará entorno a las 05:28 y acabará entorno a las 06:53 por lo que podemos afirmar que se realizará en CVR y no es necesario realizar cambio alguno ni planes de contingencia al respecto. Es interesante también observar la holgura de la que disponemos en el resto de las actividades que no pertenecen al camino crítico. Para ello volvemos a dirigirnos al listado de misiones.

Como podemos observar en la Figura 6-7 tanto la ejecución de las patrullas y las posiciones de bloqueo, como la preparación de los fuegos cuentan con una holgura de unos 37 minutos y 20 minutos respectivamente, por lo que sería inteligente emplear ese tiempo para reforzar las actividades del camino crítico y evitar retrasos en este o bien disminuir su tiempo de ejecución.

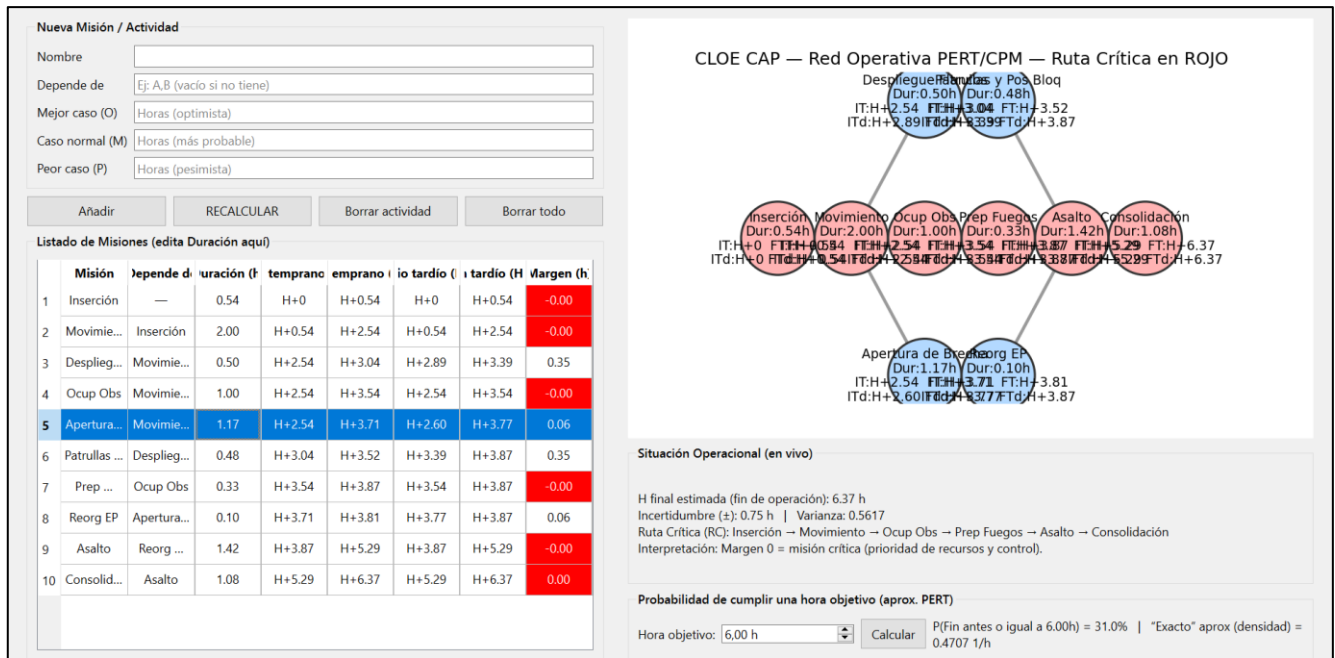


Figura 6-7 Vista del programa una vez modificadas las actividades. (Fuente: Elaboración propia empelando la herramienta).

Por ejemplo, el mando puede decir que la preparación de los fuegos no solo se haga sobre el objetivo, sino que los observadores preparen blancos sobre los obstáculos y el enemigo cubriendo los obstáculos para facilitar y agilizar la apertura de brecha. Digamos por ejemplo que, empleando diez minutos más del tiempo de los observadores, podemos hacer disminuir el tiempo que se tarde en realizar la apertura de brecha 20 minutos si se emplean fuegos.

La herramienta permite que el usuario realice estos cambios a mano y recalcular los datos. Apreciamos en la Figura 6-8 como cambian los datos y cómo incluso el camino crítico pasa a ser distinto siendo clave la ocupación de los puestos de observación si dedicamos 10 minutos de los observadores a apoyar la apertura de brecha, no obstante, cualquier mando se daría cuenta de que es beneficioso puesto que el tiempo total esperado se ha reducido y además, se producirán menos bajas al tener el apoyo de fuegos.

Listado de Misiones (edita Duración aquí)

	Misión	Depende de	Duración (h)	Inicio temprano (H-)	Fin temprano (H+)	Inicio tardío (H-)	Fin tardío (H+)	Margen (h)
1	Inserción	—	0.54	H+0	H+0.54	H+0	H+0.54	-0.00
2	Movimiento	Inserción	2.00	H+0.54	H+2.54	H+0.54	H+2.54	-0.00
3	Despliegue ...	Movimiento	0.50	H+2.54	H+3.04	H+3.16	H+3.66	0.62
4	Ocup Obs	Movimiento	1.00	H+2.54	H+3.54	H+2.87	H+3.87	0.33
5	Apertura de ...	Movimiento	1.50	H+2.54	H+4.04	H+2.54	H+4.04	-0.00
6	Patrullas y Pos ...	Despliegue ...	0.48	H+3.04	H+3.52	H+3.66	H+4.14	0.62
7	Prep Fuegos	Ocup Obs	0.27	H+3.54	H+3.81	H+3.87	H+4.14	0.33
8	Reorg EP	Apertura de ...	0.10	H+4.04	H+4.14	H+4.04	H+4.14	0.00
9	Asalto	Reorg EP, Prep ...	1.42	H+4.14	H+5.56	H+4.14	H+5.56	0.00
10	Consolidación	Asalto	1.08	H+5.56	H+6.64	H+5.56	H+6.64	0.00

Figura 6-8 Listado de misiones con las actividades de preparación de los fuegos y Patrullas y posiciones de bloqueo marcados con un recuadro azul. (Fuente: Elaboración propia mediante la herramienta).

Por último, imaginemos que el teniente coronel del Grupo táctico (GT), superior del capitán al mando del SGT C, le pregunta si su SGT podría apoyar al SGT B a la hora H+6, ya que un reporte de inteligencia ha informado de un aumento en la entidad enemiga a la que se enfrenta el SGT B. Mediante el empleo de la herramienta es muy sencillo saber con qué probabilidad la operación del SGT C terminará antes de H+6.

Probabilidad de cumplir una hora objetivo (aprox. PERT)	
Hora objetivo: 6,00 h	Calcular
P(Fin antes o igual a 6.00h) = 31.0% "Exacto" aprox (densidad) = 0.4707 1/h	

Figura 6-9 Probabilidad de finalizar la operación en menos de 6 horas. (Fuente: Elaboración Propia mediante la herramienta).

Como se aprecia en la Figura 6-9 es posible (entre un 10-40% según doctrina) que el SGT C pueda apoyar al SGT B en lo que respecta a recursos temporales.

Este resultado obtenido se puede interpretar según la representación gráfica de la Figura 6-10 para una más sencilla interpretación.

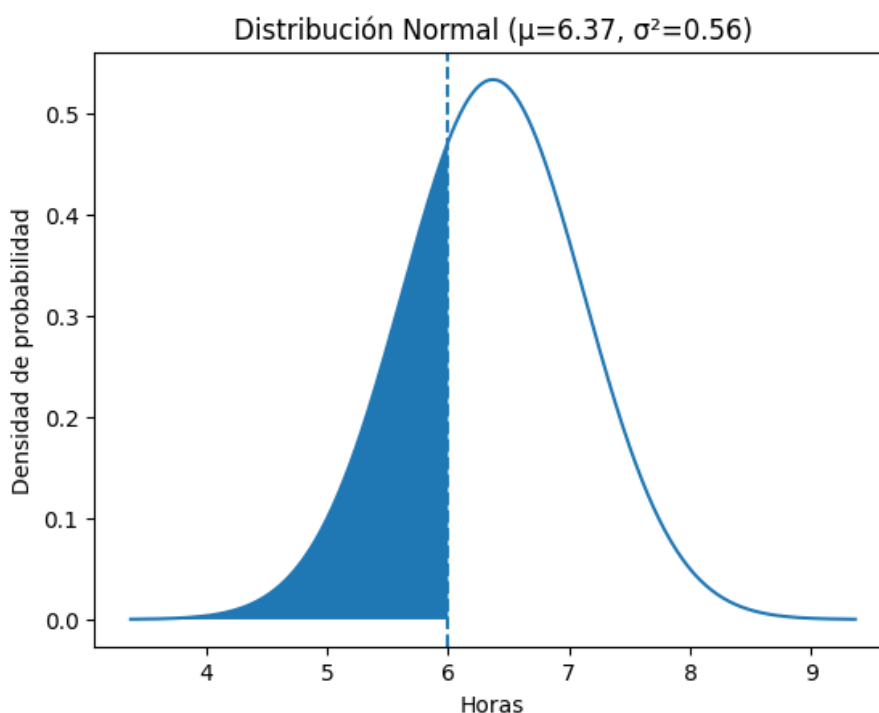


Figura 6-10 Representación gráfica de la probabilidad. (Elaboración propia asistida con IA).

7 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

El siguiente apartado se expone como una reflexión sobre el trabajo expuesto anteriormente y las posibilidades que se ofrecen para seguir desarrollándolo.

7.1 Conclusiones generales

Tras todo el desarrollo realiza anteriormente podemos dar con una serie de conclusiones, algunas más obvias y claras, otras algo menos. No obstante, es claro que existen una gran cantidad de factores sobre los que reflexionar en lo que respecta al trabajo.

7.1.1 Conclusiones heredadas del PERT-CPM

Como es obvio, la herramienta de decisión gira totalmente entorno al método PERT-CPM, por lo que es lógico que contenga las mismas características y arrastre la misma clase de problemática. Por lo que las conclusiones más obvias se obtienen del propio PERT-CPM.

La identificación del camino crítico y el conocimiento de la holgura de la actividad sirve, al igual que en cualquier proyecto planeado mediante PERT-CPM, para saber que actividades necesitan mayor esfuerzo de recursos y conducción y para saber en cuales podemos permitirnos redistribuir esfuerzos o pequeños retrasos.

La herramienta, al igual que el propio sistema PERT-CPM es capaz de transformar datos discretos en probabilidades en relación con recursos temporales, los cuales suelen ser variables continuas. Y además, es capaz de modelar estas variables como variables aleatorias, lo cual se asemeja a la realidad, dónde las estimaciones temporales nunca son certeras, más en un entorno de incertidumbre como el que conforman todos los tipos de operaciones militares.

7.1.2 Conclusiones en el entorno táctico-operativo

Mediante el empleo de la herramienta se consigue una serie de ventajas claras.

La primera de estas ventajas es que el tiempo deja de ser un recurso pasivo restrictivo para el mando y pasa a ser un recurso que el jefe puede emplear para plantear su maniobra y las acciones a llevar a cabo, puede conformar esfuerzos en base al tiempo y dar cometidos a sus unidades en base a los datos temporales obtenidos. En lugar de adaptarse al tiempo, el mando puede adaptar el tiempo a su concepto de la operación.

Además, la identificación del camino crítico proporciona al mando una referencia clara sobre aquellas acciones cuya ejecución condiciona directamente el cumplimiento de la misión en términos

temporales. Esto permite más concretamente realizar una distribución de esfuerzos y una asignación de cometidos a las unidades subordinadas clave para que la operación se desenvuelva según lo deseado. No solo es útil para el propio jefe de la unidad, sino que el jefe puede notificarles a sus subordinados involucrados en las actividades críticas la importancia de estas para hacer partícipes del planeamiento dándoles la información necesaria para que actúen según las ideas del superior conforme a la filosofía de mando OTAN de “mission command”.

La existencia de holgura señala márgenes de flexibilidad que pueden ser explotados por el mando tal y como se describe anteriormente.

El método PERT-CPM que emplea la herramienta es el más adecuado para tratar variables temporales en un entorno de incertidumbre como son las operaciones militares ya que hace uso de la estadística en lugar de valor concretas dónde un tiempo que no se cumpla según lo establecido supone un cambio completo del calendario planeado para la operación, obligando al mando a veces incluso a modificar su esquema de maniobra o concepto de la operación. PERT-CPM dota al mando en la conducción de las operaciones de una flexibilidad al mismo tiempo que procesa una estructura sobre la que trabajar para planear de forma estable sin tener que realizar grandes cambios en su planeamiento mediante el empleo de la estadística.

La representación en forma de red de las actividades mejora la comprensión global de la operación, lo cual contribuye a detectar incoherencias en el planeamiento en su fase más temprana, así como anticipar aquellos puntos de mayor fricción. Además, supone una herramienta brillante para que el mando represente su idea de maniobra a sus unidades subordinadas y ayuda a crear una visión compartida de una operación cuando el planeamiento se hace a niveles tales en los que el planeamiento se lleve a cabo por planas o estados mayores.

La herramienta, además libera de carga cognitiva a los mandos. Los cálculos temporales suelen requerir de atención y ocupan un periodo considerable del planeamiento. Con la herramienta este planeamiento no se vuelve solo más sencillo y precioso, sino que libera al mando/plana y les permite centrarse en otros aspectos del planeamiento igual o de mayor complejidad. Esto se realiza, además, ofreciendo un respaldo cuantitativo de las decisiones tomadas.

Más allá de esto, la herramienta no tiene un empleo limitado al planeamiento de operaciones de unidades de maniobra. Su empleo es útil en cualquier situación en la que un mando deba asistir su toma de decisión mediante cálculos de valores temporales. Es el ejemplo del concepto de inteligencia de las operaciones en la que el tratamiento de la información es de una sensibilidad magna o del concepto de logística en las operaciones en el que hay que coordinar abastecimientos, aprovisionamientos, acciones sanitarias como evacuaciones medicas... En especial, es de gran interés el empleo de la herramienta en operaciones anfibia, en las que hay que establecer un plan de desembarco de gran complejidad integrando y coordinando distintos medios de proyección que salen de distintos buques a distintos puntos en las playas y los cuales hay que determinar según una hora H.

No obstante, cabe señalar que la herramienta se ve limitada por la calidad de las estimaciones iniciales, por lo que un buen estudio de los factores de la decisión (METT-TC) sigue siendo vital.

Aun así, la herramienta en el entorno táctico-operacional permite estructurar el planeamiento temporal, mejorar la gestión de la incertidumbre y reforzar la toma de decisiones, contribuyendo a una ejecución más coherente, flexible y adaptada.

7.1.3 Conclusiones sobre la herramienta.

La herramienta es de una gran sencillez, lo que permite poder emplearla en cualquier tipo de situación y es posible portearla a un ejecutable que se pueda emplear desde cualquier tipo de dispositivo. No sería algo exclusivo, desde hace mucho tiempo, en infantería de marina se hace empleo de aplicaciones como Talos para el cálculo de tiro de morteros y artillería desde distintos tipos de

plataformas, por lo que el uso de esta herramienta se puede llevar a cabo en circunstancias iguales a las que se emplea esta clase de programas ya probados en ejercicios y misiones con eficacia.

Además, la herramienta permite hacer cálculos de PERT-CPM sin cálculos manuales, lo cuál es un gran avance en la evolución que ha tenido el método a través de los años. Esta automatización de los procesos matemáticos que antiguamente eran tediosos y fuentes de errores con consecuencias en el entorno táctico es de un parecido, nuevamente, con lo que constituye la herramienta Talos para los cálculos de tiro de artillería y morteros.

7.2 Evaluación del cumplimiento de los objetivos

En lo que respecta a los objetivos propuestos en el presente trabajo, se puede afirmar que se ha conseguido el objetivo general de desarrollar una herramienta matemática computacional basada en el método PERT-CPM que permita modelizar de forma probabilística la duración de proyectos militares, proporcionando apoyo cuantitativo a la toma de decisiones en la planificación y programación temporal de operaciones tal y como se ha mostrado durante el desarrollo del trabajo y cómo se ha sintetizado en las conclusiones.

A lo largo del trabajo se han analizado los fundamentos teóricos de la planificación y gestión de proyectos, con especial atención a las técnicas PERT y CPM aplicadas al ámbito militar en todos los apartados anteriores al propio desarrollo de la herramienta.

Se ha formulado matemáticamente el método PERT-CPM, incluyendo el cálculo del camino crítico, la duración esperada del proyecto y su varianza total durante estos mismos apartados acompañado de las gráficas pertinentes para apoyar su comprensión.

Dentro de ello, se ha podido modelizar la duración del proyecto como una variable aleatoria siguiendo una distribución normal, a partir de las estimaciones probabilísticas de las actividades.

Como descrito en la explicación del código de la herramienta, se puede ver claramente que se ha podido implementar un algoritmo que permita resolver el problema directo, es decir, determinar el plazo esperado de finalización del proyecto y su desviación estándar a partir de los datos de entrada.

Por todo lo descrito se considera que todos los objetivos han sido alcanzados satisfactoriamente.

7.3 Aportaciones del Trabajo Fin de Grado

Se pueden distinguir distintos tipos de aportaciones:

Por un lado, tenemos todas aquellas aportaciones relacionadas con la propia metodología.

- La incorporación de los conceptos de PERT-CPM y con sus interpretaciones en el ámbito táctico-operacional es un enfoque muy diferente al que se tiene de este modelo. Aunque, incluso teniendo su origen en la industria militar, su empleo se limitaba mayormente a la planificación y conducción de proyectos industriales o similares. No obstante, los conceptos matemáticos que se aplican en el modelo tienen una utilidad óptima a la hora de tratar asuntos relacionados con las operaciones militares debido a las similitudes que tienen con un proyecto en su naturaleza estructural y en lo referente a la incertidumbre.
- La integración de variables tácticas entre el concepto de operación y la variable de la decisión (METT-TC) que hace referente al tiempo disponible se realiza, incluso a altos niveles, mediante procesos mentales y cálculo básico. El empleo del PERT-CPM para obtener los factores, las deducciones y las conclusiones durante el planeamiento hace evolucionar este proceso de planeamiento militar que no había avanzado tanto como el resto de las variables (Por ejemplo, el empleo de sistemas de información geográfica como QGIS para estudiar el terreno).

Por el otro lado, encontramos una serie de aportaciones prácticas relacionadas con el desarrollo de la herramienta.

- La herramienta constituye una forma digital, sencilla y rápida de elaborar redes AON gráficamente y de realizar una serie de cálculos matemáticos entorno al método PERT-CPM y conceptos estadísticos que por lo general se realizan de forma manual, con todos lo que esto supone (tiempo empleado elevado, amplia posibilidad de errores de cálculo, errores relacionados con el empleo del método...)
- La herramienta está diseñada de la forma más sencilla posible permitiéndose su adaptación a cualquier tipo de sistema o plataforma con relativa facilidad, desde dispositivos como tablets tácticas o teléfonos para su empleo en unidades de pequeña entidad hasta su empleo en terminales de mando y control (C2) en puestos de mando de entidad batallón o superior.

Por último, cabe mencionar que la herramienta se puede emplear en el entorno didáctico. Es una buena forma de simular aspectos

7.4 Líneas de trabajo futuro

El trabajo expuesto presenta unas líneas de trabajo profundas e interesantes que contribuirían a la mejora de este de diferentes formas y aspectos.

La línea de trabajo futura más clara de ver es la implementación de un sistema de inteligencia artificial para poder realizar los cálculos a, b y m en función de una base de datos que pueda tomar el papel de la experiencia en ese aspecto del usuario. Por medio de una serie de datos introducidos en el sistema sería interesante implementar una IA o machine learning capaz de ofrecer al usuario los valores pesimistas, optimistas y probables en función del tipo de actividad que se añada.

De la misma forma, se podría introducir una serie de modelos y bases de datos de forma manual sin que la IA este involucrada en el que estos tiempos a, b y m se añadan a las actividades en función de una serie de variables dependiendo de la actividad, por ejemplo, no sería difícil poder automatizar actividades como movimientos de tropas en función del tipo de unidad, la cantidad de terreno a recorrer y el tipo de terreno. Prácticamente todas las actividades se pueden parametrizar en función de variables más sencillas o complejas.

Por otro lado, también es interesante desarrollar la herramienta en el ámbito táctico y operacional, algo mucho más difícil puesto que el factor humano es muy importante a la hora de interpretar los resultados. No obstante, es cierto que hay una serie de resultados que pudieren ser estandarizadas y que en función de eso se aconseje acciones directamente en el plano táctico.

8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] CUD-ENM, «Gestión de Proyectos,» de *Oficina Técnica* , Marín, Pontevedra, 2025.
- [2] Project Management Institute, A Guide to the Project Management Body of Knowledge, Newtown Square, PA: PMI, 2017.
- [3] J. B. e. al., Differences Between Military and Commercial Shipbuilding: Implications for the United Kingdom's Ministry of Defence, RAND Corporation, 2005.
- [4] J. White, «Globalization of Navy shipbuilding: a key to affordability for a new maritime strategy,» *Naval War College Review*, vol. vol. 60, nº no. 3, 2007.
- [5] CUD-ENM, «Tema 4. Planificación, Programación y Control de Proyectos,» de *FOE* , 2024.
- [6] D. Glantz, Soviet Military Operational Art: In Pursuit of Deep Battle, 1989.
- [7] Wikipedia, «Wikipedia,» 19 Noviembre 2023. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/PGM-19_Jupiter. [Último acceso: 18 ENERO 2026].
- [8] US Navy Special Projects Office, «The Polaris System Development,» Washington, DC, 1964.
- [9] U.S. Naval Institute , «usni.org,» 2018. [En línea]. Available: <https://www.usni.org/press/oral-histories/polaris-program>. [Último acceso: 22 Enero 2026].
- [10] R. Olson, «CRITICAL PATH METHOD OF WORK SCHEDULING,» *Journal American Water Works Association*, 1969.
- [11] Dupont External Affairs Department, DuPont History, Wilmington, 1989.
- [12] J. E. K. J. a. M. R. Walker, «Eastern Joint Computer Conference,» de *Critical-Path Planning and Scheduling*, 1959.

- [13] C. F. G. a. E. W. Larson, Project Management: The Managerial Process, New York, NY: McGraw-Hill, 2018.
- [14] A. P. a. S. U. Pillai, Probability, Random Variables and Stochastic Processes, NY, EEUU: McGraw-Hill, 2002.
- [15] J. Devore, Probability and Statistics for Engineering and the Sciences, Cengage, 2016.

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

El desarrollo de esta herramienta de apoyo a la decisión se ha llevado a cabo considerando sus implicaciones sociales, económicas y ambientales.

En primer lugar, cabe destacar que el impacto de la herramienta en estos ámbitos no es directo, sino que depende de su aplicación en el proceso de toma de decisiones. En este sentido, su uso contribuye a mejorar la planificación y organización de las operaciones, favoreciendo una mayor eficiencia y coordinación entre los distintos elementos implicados.

Desde el punto de vista social, la herramienta permite reducir la incertidumbre en la planificación temporal, lo que puede traducirse en una mayor seguridad para el personal implicado y en una mejor adaptación de las acciones al entorno operativo.

En el ámbito económico, aunque la herramienta no implica un coste directo significativo, sí contribuye a la optimización de recursos. En particular, al mejorar la planificación del tiempo considerado un recurso crítico, se reduce la carga de trabajo asociada a este proceso y se favorece un empleo más eficiente del personal y de los medios disponibles.

En relación con el impacto ambiental, la herramienta no está orientada específicamente a la protección del entorno, por lo que sus efectos en este ámbito son indirectos. No obstante, una planificación más precisa puede contribuir a la reducción de movimientos innecesarios, al menor consumo de recursos como combustible y, en consecuencia, a una disminución del impacto sobre el entorno.

En definitiva, la herramienta permite mejorar la eficiencia global de la planificación operativa, generando efectos positivos en términos de optimización de recursos y reducción de impactos innecesarios, siempre en función del uso que se realice de la misma.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

Es presente que existen una serie de reflexiones que analizar en lo relacionado al empleo de la herramienta.

Primero, debemos de tener en cuenta una serie de riesgos en lo referente a estos temas los cuales son:

- Exceso de confianza: Lo que lleva a aceptar recomendaciones y rutas críticas sin verificación cruzada, aumentando errores por comisión/omisión.
- Deshumanización: tendencia a traducir factores cualitativos (incertidumbre, comportamiento social, fricción) a una certeza aritmética no justificada.
- Delegación de responsabilidad: uso de la herramienta como “coartada técnica” que diluye la imputación y deteriora el aprendizaje de lecciones.
- Sesgos del modelo/datos: errores por estimaciones sesgadas, entradas incompletas o supuestos implícitos; la salida puede ser consistente pero no válida para el contexto.
- Población civil: decisiones temporales pueden modificar exposición civil y deben integrar restricciones y precauciones cuando exista riesgo para civiles.
- Seguridad/privacidad: datos sensibles y manipulación adversaria (incluido “data poisoning”) pueden distorsionar recomendaciones y aumentar riesgo operativo y social, aunque debido a que esta primera versión de la herramienta funciona de forma completamente local, habría que tener en cuenta esto de actualizarse con versiones posteriores que empleen transmisión de datos por VHF u online.

Todos estos puntos, sin embargo, se mitigan mediante la supervisión humana y manteniendo control de los datos. Algunas de las formas de hacerlo son:

- Verificación cruzada sistemática: toda recomendación generada por la herramienta debe contrastarse con criterios doctrinales, juicio del mando y otras fuentes de información, evitando la aceptación automática de rutas críticas o resultados.
- Integración del análisis cualitativo: complementar los resultados numéricos con una valoración explícita de factores no modelizados (fricción, incertidumbre, comportamiento social y del enemigo).
- Responsabilidad del mando: establecer que la herramienta es un apoyo a la decisión, no un sustituto; tal y como se ha explicado anteriormente
- Control de calidad de datos: revisión de las estimaciones (a, m, b), detección de incoherencias y comprobación de supuestos implícitos antes de procesar la información, reduciendo el impacto de sesgos o entradas incompletas.
- Evaluación contextual de resultados: analizar la validez operativa de la salida en función del entorno concreto (táctico, humano y temporal), evitando aplicar conclusiones correctas en términos matemáticos pero inadecuadas en la situación real.
- Protección de la población civil: incorporar restricciones operativas y medidas de mitigación (limitaciones temporales, rutas alternativas, planes de contingencia) cuando las decisiones puedan afectar a civiles.
- Seguridad de la información: garantizar el tratamiento seguro de datos sensibles mediante entornos controlados, control de accesos
- Supervisión continua y lecciones aprendidas: registrar decisiones, resultados y desviaciones para retroalimentar el sistema y mejorar tanto el modelo como el criterio del usuario, evitando la dependencia acrítica de la herramienta.

-

ANEXO III: DECLARACIÓN DE EMPLEO DE IA

Aquí se incluirá el contenido del tercer anexo.

Mediante el presente Anexo III se declara que el Trabajo de Fin de Grado ha sido realizado empleando herramientas de inteligencia artificial como apoyo instrumental en tareas auxiliares de redacción, edición y apoyo técnico, sin que dichas herramientas hayan asumido la autoría del trabajo ni hayan efectuado decisiones académicas o actividades intelectuales propias del desempeño universitario.

En concreto, se usó herramientas de IA comerciales y de acceso público para:

- (i) proponer palabras clave, ecuaciones de búsqueda y sinónimos para orientar la búsqueda bibliográfica.
- (ii) Generar esquemas preliminares y sugerencias de estructura (índices tentativos, orden de epígrafes, transiciones) a partir de ideas y notas propias;
- (iii) Producir borradores iniciales de frases o párrafos con finalidad exclusivamente expresiva/estilística (claridad, concisión, cohesión), siempre reescritos, editados y verificados antes de su incorporación;
- (iv) Revisión de estilo, corrección ortográfica y adecuación a registro académico, manteniendo yo el contenido sustantivo, la terminología técnica y el sentido argumental;
- (v) Comprobaciones de consistencia (detección de incoherencias internas, duplicidades, definiciones no alineadas), efectuándose la corrección final de forma manual;
- (vi) Apoyo de realización de formato (normalización de tablas, estilo de referencias, pies de figura y homogeneización de criterios tipográficos) y propuestas de presentación de tablas/figuras, mediante datos obtenidos y planteados sin IA.
- (vii) Generación de fragmentos de código o plantillas de scripts, y corrección de errores en el código, ejecutándose de forma independiente el código, depurándolo, documentándolo y validando sus salidas.

Con todo lo presente queda expuesto que la IA se ha empleado como herramienta auxiliar en pro del desarrollo del trabajo.

ANEXO IV: CÓDIGO DE LA HERRAMIENTA DE APOYO A LA DECISIÓN

El siguiente código se ha realizado como un documento de extensión “.py” mediante Python:

```
from __future__ import annotations

import math
from dataclasses import dataclass
from typing import Dict, List, Optional, Tuple

import networkx as nx

from PySide6.QtCore import Qt
from PySide6.QtWidgets import (
    QApplication, QWidget, QMainWindow, QVBoxLayout, QHBoxLayout, QFormLayout,
    QLineEdit, QPushButton, QTableWidgetItem, QTableWidgetItem, QLabel, QMessageBox,
    QSplitter, QGroupBox, QDoubleSpinBox, QAbstractItemView, QHeaderView
)

from matplotlib.backends.backend_qtagg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas
from matplotlib.figure import Figure

# -----
# Matemática PERT/CPM
# -----

@dataclass
class Task:
    name: str
    preds: List[str]
    o: float
    m: float
    p: float
    te: float  # duración estimada (h) = TE
    var: float  # varianza PERT
```

```
def pert_te(o: float, m: float, p: float) -> float:  
    return (o + 4 * m + p) / 6.0
```

```
def pert_var(o: float, p: float) -> float:  
    return ((p - o) / 6.0) ** 2
```

```
def norm_cdf(z: float) -> float:  
    return 0.5 * (1.0 + math.erf(z / math.sqrt(2.0)))
```

```
def norm_pdf(x: float, mu: float, sigma: float) -> float:  
    if sigma <= 0:  
        return 0.0  
    a = (x - mu) / sigma  
    return (1.0 / (sigma * math.sqrt(2.0 * math.pi))) * math.exp(-0.5 * a * a)
```

```
def topo_or_raise(G: nx.DiGraph) -> List[str]:  
    if not nx.is_directed_acyclic_graph(G):  
        raise ValueError("La red tiene ciclos. En planificación por dependencias no puede haber  
bucles.")  
    return list(nx.topological_sort(G))
```

```
def forward_pass(G: nx.DiGraph, te: Dict[str, float]) -> Tuple[Dict[str, float], Dict[str, float]]:  
    ES: Dict[str, float] = {}  
    EF: Dict[str, float] = {}  
    for n in topo_or_raise(G):  
        preds = list(G.predecessors(n))  
        ES[n] = max((EF[p] for p in preds), default=0.0)  
        EF[n] = ES[n] + te[n]  
    return ES, EF
```

```
def backward_pass(G: nx.DiGraph, te: Dict[str, float], project_finish: float) -> Tuple[Dict[str, float], Dict[str, float]]:
    LS: Dict[str, float] = {}
    LF: Dict[str, float] = {}
    order = topo_or_raise(G)[::-1]
    for n in order:
        succs = list(G.successors(n))
        if succs:
            LF[n] = min(LS[s] for s in succs if s in LS)
        else:
            LF[n] = project_finish
        LS[n] = LF[n] - te[n]
    return LS, LF
```

```
def extract_one_critical_path(G: nx.DiGraph, ES: Dict[str, float], EF: Dict[str, float], tol: float = 1e-9) -> List[str]:
    # Un camino crítico representativo (puede haber varios)
    end = max(EF, key=lambda k: EF[k])
    path = [end]
    cur = end
    while True:
        preds = list(G.predecessors(cur))
        if not preds:
            break
        candidates = [p for p in preds if abs(EF[p] - ES[cur]) <= tol]
        if not candidates:
            candidates = sorted(preds, key=lambda p: abs(EF[p] - ES[cur]))
        nxt = max(candidates, key=lambda p: EF[p])
        path.append(nxt)
        cur = nxt
    path.reverse()
    return path
```

```
# -----  
# Canvas del grafo  
# -----  
class GraphCanvas(FigureCanvas):  
    def __init__(self, parent=None):  
        self.fig = Figure(figsize=(7.5, 5.5), dpi=100)  
        self.ax = self.fig.add_subplot(111)  
        super().__init__(self.fig)  
        self.setParent(parent)  
  
        self.G: Optional[nx.DiGraph] = None  
        self.pos: Dict[str, Tuple[float, float]] = {}  
  
    def _compute_levels(self, G: nx.DiGraph) -> Dict[str, int]:  
        levels: Dict[str, int] = {}  
        for n in topo_or_raise(G):  
            preds = list(G.predecessors(n))  
            levels[n] = (max((levels[p] for p in preds), default=-1) + 1)  
        return levels  
  
    def _group_by_level(self, levels: Dict[str, int]) -> List[List[str]]:  
        max_level = max(levels.values(), default=0)  
        return [[n for n, lv in levels.items() if lv == i] for i in range(max_level + 1)]  
  
    def _order_layers_barycentric(self, G: nx.DiGraph, layers: List[List[str]]) -> List[List[str]]:  
        ordered = [list(layer) for layer in layers]  
  
        # orden inicial estable según topológico  
        topo_index = {n: i for i, n in enumerate(topo_or_raise(G))}  
        for layer in ordered:  
            layer.sort(key=lambda n: topo_index[n])  
  
    def barycenter_from_previous(node: str, prev_positions: Dict[str, int]) -> float:  
        preds = [p for p in G.predecessors(node) if p in prev_positions]  
        if not preds:
```

```
        return float('inf')
    return sum(prev_positions[p] for p in preds) / len(preds)

def barycenter_from_next(node: str, next_positions: Dict[str, int]) -> float:
    succs = [s for s in G.successors(node) if s in next_positions]
    if not succs:
        return float('inf')
    return sum(next_positions[s] for s in succs) / len(succs)

for _ in range(8):
    # barrido izquierda -> derecha
    for i in range(1, len(ordered)):
        prev_positions = {n: j for j, n in enumerate(ordered[i - 1])}
        ordered[i].sort(key=lambda n: (barycenter_from_previous(n, prev_positions),
topo_index[n]))

    # barrido derecha -> izquierda
    for i in range(len(ordered) - 2, -1, -1):
        next_positions = {n: j for j, n in enumerate(ordered[i + 1])}
        ordered[i].sort(key=lambda n: (barycenter_from_next(n, next_positions), topo_index[n]))

return ordered

def _hierarchical_dag_layout(self, G: nx.DiGraph) -> Dict[str, Tuple[float, float]]:
    if len(G.nodes()) == 0:
        return {}

    levels = self._compute_levels(G)
    layers = self._group_by_level(levels)
    layers = self._order_layers_barycentric(G, layers)

    pos: Dict[str, Tuple[float, float]] = {}
    x_gap = 4.6
    y_gap = 2.8

    for level_idx, layer in enumerate(layers):
```

```
n = len(layer)
if n == 1:
    y_values = [0.0]
else:
    center = (n - 1) / 2.0
    y_values = [(center - i) * y_gap for i in range(n)]
for node, y in zip(layer, y_values):
    pos[node] = (level_idx * x_gap, y)

return pos

def draw_graph(self, G: nx.DiGraph, labels: Dict[str, str], critical_path: List[str]):
    self.ax.clear()
    self.G = G

    # layout jerárquico izquierda → derecha, con ramas ordenadas de arriba → abajo
    self.pos = self._hierarchical_dag_layout(G)

    # aristas críticas en rojo
    crit_edges = set(zip(critical_path, critical_path[1:]))
    edge_colors = ["red" if (u, v) in crit_edges else "#9a9a9a" for (u, v) in G.edges()]

    # nodos críticos en rojo claro, no críticos en azul claro
    critical_set = set(critical_path)
    node_colors = ["#ffb3b3" if n in critical_set else "#b3d9ff" for n in G.nodes()]

    nx.draw_networkx_edges(G, self.pos, ax=self.ax, arrows=True, arrowstyle="->",
arrowsize=12,
                        edge_color=edge_colors, width=2.2)
    nx.draw_networkx_nodes(G, self.pos, ax=self.ax, node_color=node_colors, node_size=2600,
                        linewidths=1.5, edgecolors="#333333")

    # TEXTO EN NEGRO
    for n, (x, y) in self.pos.items():
        txt = labels.get(n, n)
        self.ax.text(
```

```
        x, y, txt,
        ha="center", va="center",
        fontsize=9.0,
        color="black",          # <- NEGRO
        family="DejaVu Sans",
        linespacing=1.10
    )

    self.ax.set_title("CLOE CAP — Red Operativa PERT/CPM — Ruta Crítica en ROJO",
        fontsize=12)
    self.ax.axis("off")
    self.fig.tight_layout()
    self.draw()

# -----
# Ventana principal
# -----
class CLOEWindow(QMainWindow):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.setWindowTitle("CLOE CAP — Planificación Operativa (PERT/CPM)")
        self.resize(1350, 760)

        self.tasks: Dict[str, Task] = {}
        self._last_calc = None
        self._updating_table = False # evita bucles al actualizar tabla

        self._build_ui()
        self._apply_style()

    def _apply_style(self):
        # Un toque más “serio” sin romper nada
        self.setStyleSheet("""
            QGroupBox { font-weight: 600; }
            QPushButton { padding: 6px 10px; }
```

```
        QTableWidgetItem { gridline-color: #bbb; }
        """)

def _build_ui(self):
    root = QWidget()
    self.setCentralWidget(root)
    main = QHBoxLayout(root)

    splitter = QSplitter(Qt.Horizontal)
    main.addWidget(splitter)

    # IZQUIERDA: entrada + tabla
    left = QWidget()
    left_layout = QVBoxLayout(left)
    splitter.addWidget(left)

    gb_new = QGroupBox("Nueva Misión / Actividad")
    left_layout.addWidget(gb_new)
    form = QFormLayout(gb_new)

    self.in_name = QLineEdit()
    self.in_preds = QLineEdit()
    self.in_o = QLineEdit()
    self.in_m = QLineEdit()
    self.in_p = QLineEdit()

    self.in_preds.setPlaceholderText("Ej: A,B (vacío si no tiene)")
    self.in_o.setPlaceholderText("Horas (optimista)")
    self.in_m.setPlaceholderText("Horas (más probable)")
    self.in_p.setPlaceholderText("Horas (pesimista)")

    form.addRow("Nombre", self.in_name)
    form.addRow("Depende de", self.in_preds)
    form.addRow("Mejor caso (O)", self.in_o)
    form.addRow("Caso normal (M)", self.in_m)
```

```
form.addRow("Peor caso (P)", self.in_p)

btn_row = QHBoxLayout()
self.btn_add = QPushButton("Añadir")
self.btn_calc = QPushButton("RECALCULAR")
self.btn_delete = QPushButton("Borrar actividad")
self.btn_clear = QPushButton("Borrar todo")
btn_row.addWidget(self.btn_add)
btn_row.addWidget(self.btn_calc)
btn_row.addWidget(self.btn_delete)
btn_row.addWidget(self.btn_clear)
left_layout.addLayout(btn_row)

self.btn_add.clicked.connect(self.add_task)
self.btn_calc.clicked.connect(self.recalculate_everything)
self.btn_delete.clicked.connect(self.delete_selected_task)
self.btn_clear.clicked.connect(self.clear_all)

gb_list = QGroupBox("Listado de Misiones (edita Duración aquí)")
left_layout.addWidget(gb_list, 1)
vlist = QVBoxLayout(gb_list)

# Tabla (militarizada)
self.table = QTableWidgetItem(0, 8)
self.col_mision = 0
self.col_pred = 1
self.col_dur = 2
self.col_it = 3
self.col_ft = 4
self.col_itard = 5
self.col_ftard = 6
self.col_margen = 7

self.table.setHorizontalHeaderLabels([
    "Misión", "Depende de", "Duración (h)",
    "Inicio temprano (H+)", "Fin temprano (H+)",
```

```
"Inicio tardío (H+)", "Fin tardío (H+)",  
"Margen (h)"  
])
```

```
self.table.setSelectionBehavior(QAbstractItemView.SelectRows)  
self.table.horizontalHeader().setSectionResizeMode(QHeaderView.Stretch)  
vlist.addWidget(self.table)
```

```
# DERECHA: grafo + resumen + prob  
right = QWidget()  
right_layout = QVBoxLayout(right)  
splitter.addWidget(right)  
splitter.setStretchFactor(0, 1)  
splitter.setStretchFactor(1, 2)
```

```
self.canvas = GraphCanvas()  
right_layout.addWidget(self.canvas, 6)
```

```
gb_res = QGroupBox("Situación Operacional (en vivo)")  
right_layout.addWidget(gb_res, 2)  
res_layout = QVBoxLayout(gb_res)  
self.lbl_summary = QLabel("Introduce actividades para calcular la red.")  
self.lbl_summary.setWordWrap(True)  
self.lbl_summary.setStyleSheet("font-size: 12px;")  
res_layout.addWidget(self.lbl_summary)
```

```
gb_prob = QGroupBox("Probabilidad de cumplir una hora objetivo (aprox. PERT)")  
right_layout.addWidget(gb_prob, 1)  
prob_layout = QHBoxLayout(gb_prob)
```

```
self.spin_target = QDoubleSpinBox()  
self.spin_target.setDecimals(2)  
self.spin_target.setRange(0.0, 1e9)  
self.spin_target.setSuffix(" h")
```

```
self.btn_prob = QPushButton("Calcular")
self.lbl_prob = QLabel("—")
self.lbl_prob.setWordWrap(True)

prob_layout.addWidget(QLabel("Hora objetivo:"))
prob_layout.addWidget(self.spin_target)
prob_layout.addWidget(self.btn_prob)
prob_layout.addWidget(self.lbl_prob, 1)

self.btn_prob.clicked.connect(self.update_probability_panel)

# evento para editar DURACIÓN desde tabla
self.table.cellChanged.connect(self.on_table_cell_changed)

# -----
# utilidades
# -----
def warn(self, title: str, text: str):
    QMessageBox.warning(self, title, text)

def parse_float(self, s: str, field: str) -> float:
    try:
        v = float(s.replace(",", "."))
        if v < 0:
            raise ValueError
        return v
    except Exception:
        raise ValueError(f"Valor inválido en {field}.")

def parse_preds(self, s: str) -> List[str]:
    s = s.strip()
    if not s:
        return []
    parts = [p.strip() for p in s.split(",") if p.strip()]
    seen = set()
```

```
out = []
for p in parts:
    if p not in seen:
        out.append(p)
        seen.add(p)
return out

def hplus(self, x: float) -> str:
    if abs(x) < 1e-9:
        return "H+0"
    if abs(x - round(x)) < 1e-9:
        return f"H+{int(round(x))}"
    return f"H+{x:.2f}"

# -----
# acciones
# -----

def add_task(self):
    name = self.in_name.text().strip()
    if not name:
        self.warn("Falta dato", "Pon un nombre de misión.")
        return
    if name in self.tasks:
        self.warn("Duplicada", f"La misión '{name}' ya existe.")
        return

    try:
        preds = self.parse_preds(self.in_preds.text())
        o = self.parse_float(self.in_o.text().strip(), "O")
        m = self.parse_float(self.in_m.text().strip(), "M")
        p = self.parse_float(self.in_p.text().strip(), "P")
        if not (o <= m <= p):
            self.warn("Orden PERT", "Debe cumplirse:  $O \leq M \leq P$ .")
        return
    except ValueError as e:
```

```
        self.warn("Dato inválido", str(e))
        return

    te = pert_te(o, m, p)
    var = pert_var(o, p)
    self.tasks[name] = Task(name=name, preds=preds, o=o, m=m, p=p, te=te, var=var)

    self.in_name.clear()
    self.in_preds.clear()
    self.in_o.clear()
    self.in_m.clear()
    self.in_p.clear()
    self.in_name.setFocus()

    self.recalculate_everything()

def clear_all(self):
    self.tasks.clear()
    self._last_calc = None
    self._updating_table = True
    self.table.setRowCount(0)
    self._updating_table = False
    self.canvas.ax.clear()
    self.canvas.draw()
    self.lbl_summary.setText("Introduce actividades para calcular la red.")
    self.lbl_prob.setText("—")

def delete_selected_task(self):
    selected_ranges = self.table.selectedRanges()
    if not selected_ranges:
        self.warn("Nada seleccionado", "Selecciona una actividad de la tabla para borrarla.")
        return

    row = selected_ranges[0].topRow()
    item_name = self.table.item(row, self.col_mision)
    if not item_name:
```

```
self.warn("Selección inválida", "No he podido identificar la actividad seleccionada.")
return

name = item_name.text().strip()
if name not in self.tasks:
    self.warn("No encontrada", f"La actividad '{name}' ya no existe.")
    return

dependents = sorted(t.name for t in self.tasks.values() if name in t.preds)
if dependents:
    deps = ", ".join(dependents)
    self.warn(
        "No se puede borrar",
        f"La actividad '{name}' no puede borrarse porque otras dependen de ella: {deps}.\n"
        "Borra o modifica antes esas dependencias."
    )
    return

del self.tasks[name]
self.recalculate_everything() if self.tasks else self.clear_all()

def build_graph(self) -> nx.DiGraph:
    G = nx.DiGraph()
    for t in self.tasks.values():
        G.add_node(t.name)
    for t in self.tasks.values():
        for pr in t.preds:
            if pr not in self.tasks:
                raise ValueError(f"La misión '{t.name}' depende de '{pr}', pero '{pr}' no existe.")
            G.add_edge(pr, t.name)
    return G

def recalculate_everything(self):
    if not self.tasks:
        return
```

```
try:
    G = self.build_graph()
    te = {k: v.te for k, v in self.tasks.items()}
    var = {k: v.var for k, v in self.tasks.items()}

    ES, EF = forward_pass(G, te)
    H_final = max(EF.values()) if EF else 0.0
    LS, LF = backward_pass(G, te, H_final)
    margen = {n: LS[n] - ES[n] for n in G.nodes()}

    ruta_critica = extract_one_critical_path(G, ES, EF)
    proj_var = sum(var[n] for n in ruta_critica) if ruta_critica else 0.0
    sigma = math.sqrt(proj_var) if proj_var > 0 else 0.0

    labels = {}
    for n in G.nodes():
        labels[n] = (
            f'{n}\n'
            f'Dur: {te[n]:.2f}h\n'
            f'IT: {self.hplus(ES[n])} FT: {self.hplus(EF[n])}\n'
            f'ITd: {self.hplus(LS[n])} FTd: {self.hplus(LF[n])}'
        )

    self._last_calc = dict(
        G=G, te=te, var=var,
        ES=ES, EF=EF, LS=LS, LF=LF,
        margen=margen,
        H_final=H_final,
        proj_var=proj_var, sigma=sigma,
        ruta=ruta_critica
    )

    self.refresh_table()
    self.refresh_summary()
    self.canvas.draw_graph(G, labels, ruta_critica)
```

```
self.update_probability_panel()

except Exception as e:
    self.warn("No puedo calcular", str(e))

def refresh_table(self):
    if not self._last_calc:
        return

    G = self._last_calc["G"]
    ES = self._last_calc["ES"]
    EF = self._last_calc["EF"]
    LS = self._last_calc["LS"]
    LF = self._last_calc["LF"]
    margen = self._last_calc["margen"]

    nodes = list(nx.topological_sort(G))

    self._updating_table = True
    self.table.setRowCount(len(nodes))

    for r, n in enumerate(nodes):
        t = self.tasks[n]
        row = [
            n,
            ", ".join(t.preds) if t.preds else "—",
            f"{t.te:.2f}",          # <- editable
            self.hplus(ES[n]),
            self.hplus(EF[n]),
            self.hplus(LS[n]),
            self.hplus(LF[n]),
            f"{margen[n]:.2f}"
        ]

        for c, val in enumerate(row):
```

```
        item = QTableWidgetItem(val)
        item.setTextAlignment(Qt.AlignCenter)

        # Solo "Duración (h)" editable
        if c == self.col_dur:
            item.setFlags(item.flags() | Qt.ItemIsEditable)
        else:
            item.setFlags(item.flags() & ~Qt.ItemIsEditable)

        # Si margen ~ 0 -> crítico: resaltado
        if c == self.col_margen and abs(float(val)) < 1e-9:
            item.setBackground(Qt.red)
            item.setForeground(Qt.white)

        self.table.setItem(r, c, item)

    self._updating_table = False

    def on_table_cell_changed(self, row: int, col: int):
        if self._updating_table:
            return
        if col != self.col_dur:
            return

        # Qué misión es esa fila
        item_name = self.table.item(row, self.col_mision)
        item_dur = self.table.item(row, self.col_dur)
        if not item_name or not item_dur:
            return

        name = item_name.text().strip()
        if name not in self.tasks:
            return

        # Parsear duración y recalcular
        try:
```

```
new_te = float(item_dur.text().replace(",", "."))
if new_te < 0:
    raise ValueError
except Exception:
    self.warn("Duración inválida", "Mete un número válido (horas).")
    self.recalculate_everything()
    return

self.tasks[name].te = new_te
self.recalculate_everything()

def refresh_summary(self):
    if not self._last_calc:
        return
    H_final = self._last_calc["H_final"]
    sigma = self._last_calc["sigma"]
    proj_var = self._last_calc["proj_var"]
    ruta = self._last_calc["ruta"]

    ruta_txt = " → ".join(ruta) if ruta else "—"
    txt = (
        f"H final estimada (fin de operación): {H_final:.2f} h\n"
        f"Incertidumbre (±): {sigma:.2f} h | Varianza: {proj_var:.4f}\n"
        f"Ruta Crítica (RC): {ruta_txt}\n"
        f"Interpretación: Margen 0 = misión crítica (prioridad de recursos y control)."
    )
    self.lbl_summary.setText(txt)

def update_probability_panel(self):
    if not self._last_calc:
        self.lbl_prob.setText("—")
        return

    target = float(self.spin_target.value())
    mu = float(self._last_calc["H_final"])
```

```
sigma = float(self._last_calc["sigma"])

if target <= 0:
    self.lbl_prob.setText("Define una hora objetivo (>0 h).")
    return

if sigma <= 1e-12:
    p_le = 1.0 if target >= mu else 0.0
    dens = 0.0
else:
    z = (target - mu) / sigma
    p_le = norm_cdf(z)
    dens = norm_pdf(target, mu, sigma)

self.lbl_prob.setText(
    f"P(Fin antes o igual a {target:.2f}h) = {p_le*100:.1f}% | "
    f"“Exacto” aprox (densidad) = {dens:.4f} 1/h"
)

def main():
    app = QApplication([])
    w = CLOEWindow()
    w.show()
    app.exec()

if __name__ == "__main__":
    main()
```

