



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Desarrollo de una herramienta didáctica para la Navegación
Astronómica mediante rectas de altura, a partir de los datos del
Almanaque Náutico*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: David Yvárez Luján

DIRECTORES: CC Sergio Borrallo Tirado

CURSO ACADÉMICO: 2025-2026

UniversidadeVigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Desarrollo de una herramienta didáctica para la Navegación
Astronómica mediante rectas de altura, a partir de los datos del
Almanaque Náutico*

Grado en Ingeniería Mecánica

Intensificación en Tecnología Naval

Cuerpo General / Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

A pesar de los avances tecnológicos en la navegación marítima, el dominio de la astronomía náutica sigue siendo una competencia exigida al Oficial de marina. Poder determinar la posición del buque de forma autónoma, sin depender de sistemas electrónicos, constituye una habilidad fundamental. Sin embargo, el software disponible para apoyar su aprendizaje opera como una "caja negra", limitándose a ofrecer resultados sin exponer el procedimiento, lo que anula cualquier valor pedagógico.

Este Trabajo de Fin de Grado aborda el diseño y desarrollo de una herramienta software didáctica en Python orientada a subsanar esta carencia. La aplicación implementa el método de rectas de altura de Marcq Saint-Hilaire tal como se enseña en la Escuela Naval Militar y se aplica a bordo del buque escuela Juan Sebastián de Elcano, empleando como fuente de datos los ficheros del Real Observatorio de la Armada utilizados para elaborar el Almanaque Náutico oficial.

El enfoque didáctico se materializa en la exposición detallada de cada paso intermedio, visualizaciones 3D, diagramas geométricos de apoyo, desplegables con definiciones y fuente de datos del Almanaque y la exportación de ejercicios completos a PDF. Los resultados han sido validados y contrastados con software consolidado del sector naval, confirmando la fiabilidad de los cálculos y el potencial de la herramienta como recurso de instrucción.

PALABRAS CLAVE

Navegación astronómica, Recta de altura, Almanaque, Herramienta didáctica, Python

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento a mi tutor, CC Sergio Borrallo Tirado, por su orientación y apoyo a lo largo de todo el desarrollo de este trabajo.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	4
Índice de Tablas.....	6
1. Introducción y objetivos.....	7
1.1 Contexto y justificación	7
1.2 Objetivos	8
1.3 Estructura de la memoria	9
2. Estado del arte.....	10
2.1 Navegación astronómica moderna	10
2.1.1 Evolución histórica	10
2.1.2 Herramientas existentes	10
3. Marco teórico	13
3.1 Visión general del método	13
3.1.1 Flujo completo del procedimiento	14
3.2 Geometría celeste	14
3.2.1 La esfera celeste.....	14
3.2.2 El triángulo de posición	15
3.3 El proceso de la observación.....	17
3.3.1 Medición de la altura instrumental	17
3.3.2 Correcciones de la altura	18
3.4 La Recta de Altura	19
3.4.1 El Determinante	19
3.4.2 Trazado de la Recta de Altura	19
3.5 Posicionamiento mediante líneas de posición.....	20
3.5.1 Observaciones no simultáneas del Sol.....	20
3.5.2 Observación de la meridiana	20
3.5.3 Observaciones simultáneas de estrellas y planetas	21
3.6 Casos particulares	21
3.6.1 La Luna.....	21
3.6.2 La Polar.....	22
3.7 El Almanaque Náutico	22
3.7.1 Real Observatorio de la Armada.....	22
3.7.2 Contenido y estructura	22
3.7.3 Concepto de tiempo	23

4.	Desarrollo de la herramienta didáctica.....	24
4.1	Arquitectura y tecnologías seleccionadas	24
4.1.1	Lenguaje base: Python.....	24
4.1.2	Interfaz de usuario: Streamlit.....	24
4.1.3	Librerías principales	25
4.2	Estructura del código	25
4.2.1	Lectura y preprocesado del Almanaque Náutico	26
4.2.2	Motor de cálculos	28
4.2.3	Motor gráfico	29
4.2.4	Gestión y guardado de ejercicios	32
4.2.5	Interfaz de usuario e integración de módulos	32
4.3	Descripción funcional de la aplicación	35
4.3.1	Interfaz general y menú principal	35
4.3.2	Sol - Rectas de altura	36
4.3.3	Sol - Meridiana	41
4.3.4	Estrellas y planetas - Rectas de altura.....	42
4.3.5	Estrellas y planetas - Mono de Astros	44
4.3.6	Memoria de ejercicios guardados	45
4.4	Implementación del enfoque didáctico	46
4.4.1	Flujo de trabajo guiado y contextualizado	46
4.4.2	Desplegable de definiciones y fuentes.....	46
4.4.3	Visualización 3D del Triángulo de Posición	46
4.4.4	Diagrama geométrico de la Meridiana	47
4.4.5	Solución gráfica de la situación corregida.....	47
5.	Validación y tratamiento de errores	48
5.1	Tratamiento de errores y excepciones.....	48
5.2	Casos de prueba y validación.....	48
5.2.1	Metodología de validación	49
5.2.2	Prueba 1: Sol - Rectas de altura	49
5.2.3	Prueba 2: Sol - Meridiana	50
5.2.4	Prueba 3: Estrellas y Planetas - Rectas de altura	50
5.2.5	Validación del Mono de Astros	51
5.2.6	Resumen comparativo y conclusiones.....	51
6.	Conclusiones y líneas futuras.....	52
6.1	Grado de cumplimiento de los objetivos.....	52
6.2	Líneas de trabajo futuras	53

6.2.1 Incorporación de la Luna y el método de la Polar	53
6.2.2 Integración con fuentes de efemérides de la NASA	53
6.2.3 Mejora del módulo de exportación PDF	53
6.2.4 Módulo de autoevaluación	53
6.2.5 Reestimación iterativa para situaciones de estima deficientes	53
7. Bibliografía	54
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	56
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	57
Anexo III: Repositorio del código en github y enlace de la aplicación	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 Interfaz de la herramienta ANDi [9].....	11
Figura 2-2 Interfaz de Stellarium Web [15]	11
Figura 3-1 Círculos de alturas iguales	13
Figura 3-2 Esfera celeste [17]	14
Figura 3-3 Triángulo de posición	15
Figura 3-4 Ángulo Horario de Greenwich de Aries ($hG\gamma$) y Ángulo Sidéreo (A.S) del astro	16
Figura 3-5 Ángulo Horario de Lugar (hL)	16
Figura 3-6 Ángulo en el Polo (P)	17
Figura 3-7 Depresión del horizonte (d)[19]	18
Figura 3-8 Refracción, Paralaje y Semidiámetro (b_1) [20]	19
Figura 3-9 Área de incertidumbre y baricentro	21
Figura 4-1 Arquitectura modular del sistema.....	25
Figura 4-2 Diagrama de almanaque.py	26
Figura 4-3 Diagrama de calculos.py.....	28
Figura 4-4 Diagrama de graficas.py	30
Figura 4-5 Diagrama de memoria.py.....	32
Figura 4-6 Diagrama de app.py	33
Figura 4-7 Menú lateral	36
Figura 4-8 Sol – Rectas de altura: situación de estima.....	36
Figura 4-9 Sol - Rectas de altura: condiciones de observación.....	37
Figura 4-10 Sol - Rectas de altura: registro de alturas	37
Figura 4-11 Sol - Rectas de altura: depuración	38
Figura 4-12 Sol - Rectas de Altura: datos del Almanaque	38
Figura 4-13 Sol -Rectas de Altura: correcciones de altura.....	38
Figura 4-14 Sol - Rectas de Altura: resolución del triángulo.....	39
Figura 4-15 Sol - Rectas de Altura: Definiciones y fuentes del apartado C	39
Figura 4-16 Sol - Recta de Alturas: resultados finales	39
Figura 4-17 Sol - Rectas de Altura: Triángulo de posición 3D.....	40
Figura 4-18 Sol - Rectas de Altura: solución gráfica	40
Figura 4-19 Sol - Rectas de Altura: guardar observación	40
Figura 4-20 Sol - Meridiana: depuración	41
Figura 4-21 Sol - Meridiana: resolución de la latitud.....	42
Figura 4-22 Sol - Meridiana: diagrama geométrico	42
Figura 4-23 Estrellas y Planetas: entradas del usuario	42

Figura 4-24 Estrellas y Planetas: observaciones	42
Figura 4-25 Estrellas y Planetas: datos del Almanaque	43
Figura 4-26 Estrellas y Planetas: correcciones de altura	43
Figura 4-27 Estrellas y Planetas: solución gráfica	44
Figura 4-28 Mono de Astros: mapas celestes.....	45
Figura 4-29 Mono de Astros: catálogo de visibilidad	45
Figura 4-30 Memoria: acciones disponibles	46
Figura 5-1 Mono de Astros generado por ANDi (izquierda) y por la aplicación (derecha)	51

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1 Tabla comparativa de herramientas existentes.....	12
Tabla 5-1 Condiciones comunes a todos los casos prueba.....	49
Tabla 5-2 Resultados de la Prueba 1: Sol - Rectas de altura	50
Tabla 5-3 Resultados de la Prueba 2: Sol – Meridiana	50
Tabla 5-4 Resultados de la Prueba 3: Estrellas y Planetas - Rectas de altura	50
Tabla 5-5 Resumen comparativo de errores residuales	51

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Contexto y justificación

En la era contemporánea, la navegación marítima de altura depende de forma casi exclusiva de los Sistemas Globales de Navegación por Satélite (*GNSS*), tales como el *GPS*, *Galileo* o *GLONASS*, integrados en los sistemas de cartografía electrónica (*ECDIS*). Esta consolidación tecnológica ha proporcionado a los marinos una comodidad y una precisión sin precedentes. Sin embargo, la dependencia de una infraestructura tecnológica centralizada conlleva riesgos inherentes que no pueden ignorarse. En el ámbito naval, estas vulnerabilidades se materializan en interferencias intencionadas (*jamming*), que saturan el espectro de frecuencias bloqueando la señal, o en ataques capaces de engañar a los receptores del buque con coordenadas falsas sin generar ninguna alarma en el puente de gobierno (*spoofing*). La dependencia tecnológica se convierte así en una debilidad táctica crítica, especialmente en escenarios de conflicto donde el acceso a la señal satelital puede ser denegado, degradado o manipulado[1].

Frente a estas amenazas, la navegación astronómica resurge no como una reliquia del pasado, sino como una redundancia táctica vital e inatacable. Al depender exclusivamente de instrumentos analógicos como el sextante, el cronómetro marino y el Almanaque Náutico, es inmune a cualquier interferencia electromagnética. Aunque su precisión no alcanza la resolución métrica del *GNSS*, la observación astronómica rigurosa permite obtener posiciones con márgenes de error de entre 1 y 5 millas náuticas, suficientes para la navegación oceánica[2].

La Armada de los Estados Unidos eliminó la enseñanza del cálculo astronómico en la Academia Naval de Annapolis en 2006 por considerarla obsoleta ante la precisión del GPS, pero la creciente amenaza de la guerra electrónica y los ciberataques la obligó a restituirla como competencia básica obligatoria en su plan de estudios a partir de 2015. La conclusión fue inequívoca: la tecnología moderna no puede sustituir el dominio de los principios básicos que garantizan la autonomía operativa de un buque en alta mar[3].

En la Armada Española, la transmisión de esta pericia recae de forma singular sobre el buque escuela Juan Sebastián de Elcano, que en 2027 celebrará su primer centenario. A bordo de este, los guardiamarinas adquieren el dominio del sextante y el Almanaque Náutico, realizando observaciones diarias del Sol, estrellas y planetas para situar el buque en las inmensidades oceánicas[4].

A nivel normativo, la Organización Marítima Internacional (*OMI*) respalda esta premisa mediante el Convenio Internacional sobre Normas de Formación, Titulación y Guardia para la Gente de Mar (*STCW*), enmendado en Manila en 2010. Establece que todo oficial encargado de la guardia de navegación debe demostrar suficiencia teórica y práctica para utilizar los astros con el fin de determinar

la posición del buque. La navegación astronómica queda así consolidada como el método de respaldo universal del marco regulatorio marítimo mundial[5].

Paralelamente, los principios de la navegación astronómica han inspirado el desarrollo de sistemas de posicionamiento autónomos de nueva generación. La Armada Española estudia actualmente la viabilidad del proyecto *NAVASTRO*, que sustituye el sextante por una cámara digital instalada a bordo orientada hacia el cielo, capaz de fotografiar el firmamento e identificar astros automáticamente, resolviendo la posición mediante el mismo algoritmo de rectas de altura que se estudia en este trabajo[6]. En una línea similar, investigadores del ROA han analizado el empleo de *star trackers* (dispositivos ópticos ya habituales en satélites artificiales) y de fotografías de trazas de satélites como puntos notables para el posicionamiento marino de alta precisión[7]. Ello demuestra que los fundamentos matemáticos de la navegación astronómica clásica constituyen hoy la base sobre la que se construyen sistemas de defensa de vanguardia.

El aprendizaje de esta disciplina exige interiorizar conceptos complejos de geometría esférica y trigonometría, y la densa carga aritmética empuja con frecuencia a los estudiantes a mecanizar las fórmulas sin llegar a visualizar los fundamentos físicos que sustentan el triángulo de posición astronómico. El análisis del software disponible actualmente para asistir en estas tareas confirma que la gran mayoría de las aplicaciones operan bajo la filosofía de la “*caja negra*”: el usuario introduce sus datos y obtiene una situación final, anulando cualquier posible aprendizaje analítico. Es por tanto en esta intersección, entre la plena vigencia operativa impuesta por la *OMI* y las distintas armadas del mundo, y la necesidad de modernizar las herramientas de instrucción, donde se justifica plenamente el desarrollo de la presente herramienta didáctica.

La fuente de datos primaria escogida, los ficheros del Real Observatorio de la Armada (*ROA*) empleados para la elaboración del Almanaque Náutico, confiere a la aplicación un vínculo directo con la institución española de referencia en astronomía náutica, dotando a los cálculos de la misma base de datos que sustenta el Almanaque oficial en vigor[8].

1.2 Objetivos

El propósito general es desarrollar una herramienta de cálculo astronómico que trascienda la mera obtención automatizada de coordenadas y se consolide como un instrumento didáctico transparente, interactivo y analítico, diseñado específicamente para apoyar tanto al estudiante como al docente en el estudio y enseñanza de la navegación astronómica. Para alcanzar este propósito general, se han definido un conjunto de características concretas que la herramienta debe satisfacer. Estas características constituyen los objetivos verificables del proyecto y serán evaluadas para determinar el grado de cumplimiento alcanzado:

- *Resolución analítica transparente*: la aplicación debe exponer de forma metódica y guiada todos los pasos intermedios de cada observación astronómica. A diferencia del software de “caja negra”, el usuario debe poder seguir las fórmulas empleadas, las variables extraídas del Almanaque Náutico y las sustituciones numéricas, permitiéndole razonar y verificar el procedimiento completo.
- *Visualización gráfica interactiva*: debe incluir representaciones gráficas que faciliten la comprensión espacial. Concretamente, se busca implementar la visualización en tres dimensiones del Triángulo de Posición sobre la esfera celeste y el trazado en dos dimensiones de las rectas de altura a partir de la situación de estima, estableciendo una conexión visual directa entre el cálculo trigonométrico y la geometría física.
- *Cobertura de los procedimientos náuticos estandarizados*: debe implementar el método enseñado en la Escuela Naval Militar de corrección de la situación de estima mediante la obtención de rectas de altura.

- *Módulo de visualización celeste*: debe incorporar un módulo que genere un mapa celeste con la distribución de todos los astros visibles sobre el horizonte para una fecha, hora y posición de estima determinadas, representando su acimut y altura en un diagrama polar acompañado de un catálogo tabular. Esta representación permite al navegante identificar de un vistazo los astros disponibles y su distribución en el cielo, facilitando la planificación previa de la observación durante los crepúsculos.
- *Operatividad a bordo*: debe permitir el guardado del historial de ejercicios realizados y la exportación de resultados a formato PDF, generando documentos estructurados aptos para su uso a bordo de un buque, como material de estudio o como registro de las prácticas de navegación astronómica.

1.3 Estructura de la memoria

Una vez establecidos el contexto y los objetivos del proyecto, a continuación se describe la organización de la presente memoria. La estructura de los capítulos se ha planteado de forma progresiva para garantizar la comprensión plena del funcionamiento del software antes de abordar su evaluación.

El segundo capítulo se dedica al estado del arte de la navegación astronómica. Se realiza un breve recorrido por la evolución histórica de estas técnicas, desde los primeros instrumentos de medición de alturas hasta la codificación del método moderno de las rectas de altura por Marcq Saint-Hilaire. Posteriormente se analiza el panorama actual del software existente, identificando la brecha tecnológica y pedagógica que justifica el desarrollo de la herramienta propuesta.

El tercer capítulo constituye el marco teórico de la memoria y sienta las bases matemáticas y procedimentales de la navegación astronómica. Se desarrollan los principios de la geometría celeste, el triángulo de posición y el proceso físico de observación con el sextante, profundizando en las correcciones de la altura instrumental, el cálculo analítico de la recta de altura, la obtención de la situación corregida mediante varias líneas de posición y el manejo del Almanaque Náutico.

El cuarto capítulo constituye el núcleo técnico de la memoria, centrado en el diseño y desarrollo de la herramienta informática. Se justifica la elección del lenguaje y las tecnologías de programación, se describe la arquitectura interna del código y se presenta una descripción funcional de los distintos módulos operativos. El capítulo concluye con un análisis de la implementación del enfoque didáctico que caracteriza a la aplicación.

El quinto capítulo aborda la validación del software y el tratamiento de errores. Se exponen los principales desafíos superados durante la programación, el sistema diseñado para gestionar excepciones y los casos de prueba ejecutados para garantizar la fiabilidad del código, contrastando los resultados con otros programas consolidados en el sector naval.

El sexto y último capítulo recoge las conclusiones derivadas del proyecto, evaluando el grado de cumplimiento de los objetivos específicos establecidos en el apartado 1.2 y reflexionando sobre el impacto pedagógico de la herramienta. Finalmente, se proponen diversas líneas de trabajo futuras orientadas a mejorar y ampliar las capacidades operativas de la aplicación.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 Navegación astronómica moderna

2.1.1 Evolución histórica

La necesidad de determinar la posición en alta mar, lejos de cualquier referencia costera, impulsó históricamente los avances más significativos en astronomía náutica. Desde las primeras estimaciones de latitud con el astrolabio, el cuadrante y la ballestilla, que permitían a los navegantes observar la altura del Sol al mediodía o la estrella Polar, hasta la invención del sextante de doble reflexión en el siglo XVIII por John Hadley y Thomas Godfrey, cada avance instrumental respondió a una limitación operativa concreta. El sextante, gracias a su sistema de doble espejo, aportó por primera vez la precisión óptica necesaria para efectuar observaciones rigurosas desde una cubierta en movimiento.

El gran reto histórico de la navegación no fue, sin embargo, la latitud, sino el cálculo de la longitud, que dependía de conocer con exactitud la hora en el meridiano de referencia. Antes de la invención del cronómetro marino preciso, figuras como Nevil Maskelyne y José de Mendoza y Ríos desarrollaron el complejo método de las distancias lunares, que utilizaba el movimiento de la Luna sobre el fondo estelar como un reloj cósmico. Con la llegada de cronómetros fiables a finales del siglo XVIII y la codificación del método de las rectas de altura por el almirante francés Marcq Saint-Hilaire en 1875, la navegación astronómica alcanzó su madurez analítica, permitiendo a los navegantes situarse con precisión en cualquier océano del globo[2].

La publicación sistemática de almanaques náuticos por instituciones como el Real Observatorio de la Armada Española (ROA)[8] en San Fernando (Cádiz) proporcionó el sustrato de datos que hace posible el método. Este marco procedimental estandarizado es exactamente el que la herramienta desarrollada en este trabajo replica y automatiza.

2.1.2 Herramientas existentes

Para contextualizar el valor diferencial de la herramienta desarrollada en este proyecto, resulta necesario examinar el panorama actual del software existente en el ámbito de la navegación astronómica. Las soluciones disponibles pueden agruparse en dos categorías funcionales: herramientas operativas institucionales y simuladores astronómicos. Como se expondrá a continuación, ninguna de estas categorías cubre de forma satisfactoria la dimensión didáctica y analítica que persigue este proyecto.

2.1.2.1 Herramientas operativas institucionales

- *ANDi*. Desarrollado por el Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA) en San Fernando, es el referente institucional más directo para este trabajo. Cumple la función de digitalizar las efemérides del Almanaque español y ofrece asistencia en la resolución de la recta de altura, el

cálculo de la latitud por la Polar y la meridiana. Sin embargo, su interfaz presenta una filosofía de "caja negra". Esta opacidad elimina cualquier valor pedagógico para el estudiante que intenta razonar el proceso analítico[9].

Figura 2-1 Interfaz de la herramienta ANDi [9]

- *STELLA*. Desarrollado por la Armada de los Estados Unidos (US Navy). Representa el equivalente operativo estadounidense. Su diseño responde a una necesidad estrictamente táctica: liberar al oficial de guardia de la carga de los cálculos manuales con la máxima eficiencia. Desde una perspectiva académica, esta automatización extrema lo convierte igualmente en una caja negra computacional, que anula el proceso cognitivo necesario para comprender la trigonometría esférica subyacente. Además, el acceso a la web del USNO donde se distribuye *STELLA* está restringido[10].
- En el ámbito de las calculadoras de acceso libre, organismos como el United States Naval Observatory (USNO) y el HM Nautical Almanac Office del Reino Unido ofrecen herramientas web para la reducción de observaciones. Al igual que las anteriores, presentan interfaces austeras y opacas, concebidas para verificar resultados finales y no para guiar al estudiante a través del método[11], [12].

2.1.2.2 Simuladores astronómicos

Stellarium es el simulador de planetario de código abierto más extendido a nivel mundial. Ofrece representaciones tridimensionales del cielo nocturno de gran fidelidad visual y permite consultar la posición de cualquier astro en un instante determinado. No obstante, carece por completo de un motor analítico capaz de resolver determinantes, calcular azimuts o cruzar líneas de posición sobre una carta náutica. Es una herramienta de observación y visualización, no de cálculo de posición[13]. De forma similar, la librería *Navigational Algorithms* de Andrés Ruiz García proporciona un conjunto robusto de algoritmos explicados por él de reducción astronómica en Python, pero carece de interfaz de usuario y visualización geométrica[14].



Figura 2-2 Interfaz de Stellarium Web [15]

2.1.2.3 Análisis comparativo

Del análisis anterior se desprende una brecha tecnológica y pedagógica clara: las herramientas operativas priorizan la eficiencia ocultando el cálculo, mientras que los simuladores astronómicos ofrecen visualización sin resolución analítica. Es precisamente en esta intersección donde se sitúa la presente herramienta: un motor de cálculo completo, basado en los ficheros originales del ROA, que expone de forma transparente cada fase del proceso analítico e integra la visualización geométrica como recurso didáctico, cubriendo así el vacío que ninguna de las soluciones existentes aborda.

Herramienta	Fuente de datos	Cálculo de posición	Recursos visuales	Interfaz moderna	Uso didáctico
ANDi (ROA)	Almanaque Náutico ROA	✓	✗	✗	✗
STELLA (US Navy)	Astronomical Almanac	✓	✗	✗	✗
Calculadoras USNO/HMNAO	Astronomical Almanac	✓	✗	✗	✗
Stellarium	Modelos astronómicos propios	✗	✓	✓	✗
Navigational Algorithms	Modelos astronómicos propios	✓	✗	✗	✓
Herramienta propuesta	Almanaque Náutico ROA	✓	✓	✓	✓

Tabla 2-1 Tabla comparativa de herramientas existentes

3. MARCO TEÓRICO

3.1 Visión general del método

La base conceptual de la navegación astronómica moderna radica en la circunferencia de alturas iguales o círculo de posición. Si en un instante exacto trazáramos una línea imaginaria desde el centro de un astro hasta el centro de la Tierra, el punto donde esa línea perfora la superficie terrestre se denomina *Polo de Iluminación*[2]. Cualquier observador situado a una misma distancia angular de ese Polo de Iluminación verá el astro con exactamente la misma altura sobre el horizonte. El lugar geométrico de todos esos observadores forma una circunferencia de radio enorme sobre la superficie terrestre, denominada *circunferencia de alturas iguales*. Su radio equivale a la distancia cenital del astro: si el astro está a 40° sobre el horizonte, el círculo tiene un radio de 50° de arco, lo que equivale a unos 5.500 km sobre la superficie de la Tierra. Sabiendo la altura medida, el marino sabe únicamente que se encuentra en algún punto de esa inmensa circunferencia.

Representar directamente ese círculo sobre una carta náutica resulta inviable. Para que la curva tenga la precisión suficiente sería necesario trabajar sobre una carta de dimensiones impracticables a bordo de un buque.

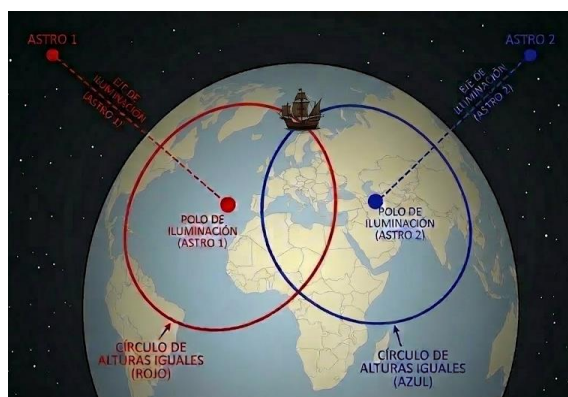


Figura 3-1 Círculos de alturas iguales

Para resolver este problema de escala, el almirante francés Marcq Saint-Hilaire introdujo en 1875 el método del punto aproximado o de la tangente. Dado que el marino suele conocer con aproximación su posición (situación de estima), no necesita trazar toda la circunferencia, sino únicamente el pequeño fragmento de arco que pasa próximo a su estima. A escala de carta náutica, ese fragmento se confunde con una línea recta tangente a la circunferencia: la Recta de Altura, o línea de posición[2].

3.1.1 Flujo completo del procedimiento

El método de Marcq Saint-Hilaire estructura el procedimiento de posicionamiento en cinco etapas secuenciales[16]:

- Observación. Se mide la *altura instrumental* (H_i) del astro con el sextante y se anota la hora exacta en *Tiempo Universal* (UTC).
- Corrección de la altura. Se depura la lectura del sextante aplicando una cadena de *correcciones físicas* para obtener la *Altura Verdadera* (H_v), referida al centro de la Tierra.
- Efemérides. Con la hora UTC, se consulta el Almanaque Náutico para obtener el *Ángulo Horario de Greenwich* (hG) y la *Declinación* (δ) del astro, que definen la posición de su Polo de Iluminación.
- Resolución del Triángulo de Posición. Asumiendo que el buque se halla en su posición de estima, se resuelve el triángulo de posición para obtener la *Altura Calculada* (H_c) y el *Azimut verdadero* (Z_v).
- Determinante y trazado. Se obtiene el *Determinante* ($\Delta h = H_v - H_c$), cuyo valor en minutos de arco equivale directamente a millas náuticas. Con Δh y Z_v se traza la recta de altura sobre la carta.

3.2 Geometría celeste

Para que el cálculo analítico tenga sentido, es imprescindible interiorizar que el método resuelve un problema de trigonometría esférica. Los conceptos que siguen constituyen el marco geométrico sobre el que descansa toda la operativa.

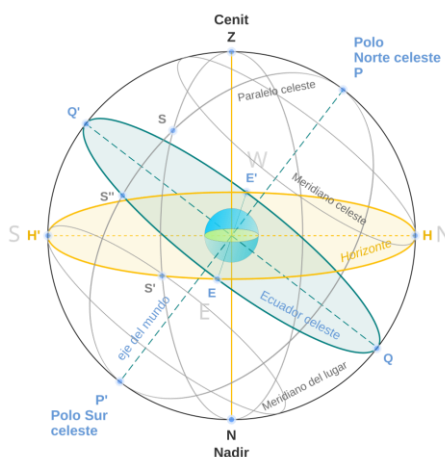


Figura 3-2 Esfera celeste [17]

3.2.1 La esfera celeste

Se define la *Esfera Celeste* como una esfera de radio arbitrario concéntrica a la Tierra, sobre cuya superficie se proyectan los astros. Si se prolonga el eje de rotación terrestre, se obtienen los *Polos Celestes Norte y Sur*; si se proyecta el ecuador terrestre, el *Ecuador Celeste*. Estas referencias son fijas para todos los observadores.

Para el observador, la vertical que pasa por su cabeza y atraviesa el centro de la Tierra define dos puntos fundamentales: el *Cénit* (punto de la esfera situado exactamente sobre su cabeza) y el *Nadir* (el punto opuesto). El plano perpendicular a dicha vertical a nivel del observador define el *Horizonte Astronómico*. A diferencia de los Polos y el Ecuador, el Cénit y el Horizonte dependen de la posición topocéntrica de cada observador y cambian con su desplazamiento[2].

3.2.2 El triángulo de posición

El Triángulo de Posición es la pieza clave que conecta matemáticamente la posición del observador con la del astro. Se trata de un triángulo esférico cuyos tres vértices son[16]:

- El *Polo Celeste elevado*: en la aplicación, el polo celeste de referencia para la resolución del triángulo es siempre el Polo Norte.
- El *Cénit del observador*: punto de la esfera directamente sobre su cabeza.
- El *Astro observado*: la posición del astro proyectada en la esfera celeste.

Los tres lados de este triángulo representan distancias angulares fundamentales[16]:

- *Colatitud*: arco entre el Polo y el Cénit. Depende exclusivamente de la Latitud del observador (ϕ), siendo esta positiva en el hemisferio Norte y negativa en el Sur.

$$C = 90^\circ - \phi \quad (3-1)$$

- *Codeclinación*: arco entre el Polo y el Astro. Depende de la Declinación del astro (δ), obtenida del Almanaque. La declinación es positiva si el Astro está al Norte y negativa si está al Sur.

$$\Delta = 90^\circ - \delta \quad (3-2)$$

- *Distancia Cenital*: arco entre el Cénit y el Astro. Es el complemento de la Altura Calculada.

$$z = 90^\circ - H_c \quad (3-3)$$

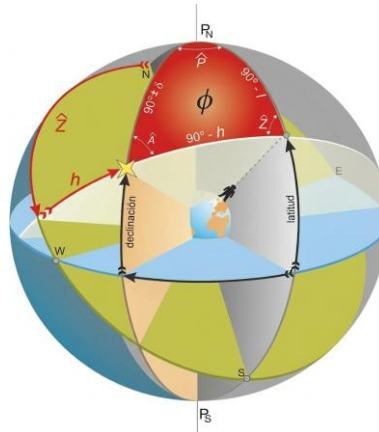


Figura 3-3 Triángulo de posición

3.2.2.1 Ángulo Horario de Greenwich (hG)

El *Ángulo Horario de Greenwich* de un astro es el arco de Ecuador medido desde el Meridiano de Greenwich hasta el meridiano del Polo de Iluminación del astro, siempre hacia el Oeste. Su rango es $[0^\circ, 360^\circ)$.

En el caso de las estrellas, el Almanaque Náutico no proporciona directamente su hG , sino que da el *Ángulo Horario de Greenwich del punto Aries* (hG_γ) y el *Ángulo Sidéreo* (A.S.) de cada estrella, que es el arco entre el meridiano de Aries y el meridiano de la estrella medido hacia el Oeste. El hG de la estrella (hG_*) se obtiene como[16]:

$$hG_* = hG_\gamma + A.S.$$

$$\text{Si } hG_* \geq 360^\circ \rightarrow hG_* = hG_* - 360^\circ$$

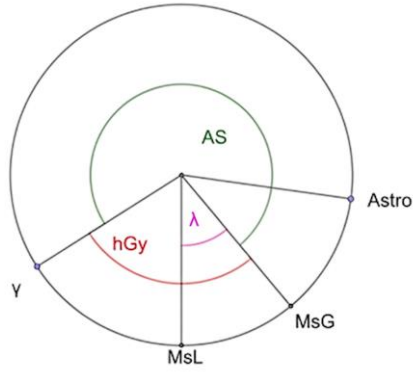


Figura 3-4 Ángulo Horario de Greenwich de Aries ($hG\gamma$) y Ángulo Sidéreo (A.S) del astro

3.2.2.2 Ángulo Horario de Lugar (hL)

El *Ángulo Horario de Lugar* es el arco de Ecuador medido desde el meridiano del observador hasta el meridiano del Polo de Iluminación del Astro. Se obtiene sumando la longitud estimada (λ) del observador al hG del astro. En la aplicación se adopta el convenio de longitud Este positiva, y Oeste negativa:

$$hL = hG + \lambda \quad (3-6)$$

Si el resultado es mayor de 360° se le restan 360° , y si es negativo se le suman 360° , para mantener el valor dentro del intervalo $[0^\circ, 360^\circ)$ [16].

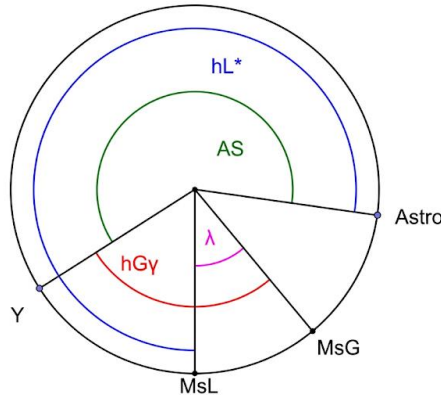


Figura 3-5 Ángulo Horario de Lugar (hL)

3.2.2.3 Ángulo en el Polo (P)

El triángulo de posición se resuelve conociendo dos de sus lados (la *Colatitud* (C) y la *Codeclinación* (Δ)) y el ángulo comprendido entre ellos, que es el *Ángulo en el Polo* (P). Con estos tres datos es posible aplicar directamente el *Teorema del Coseno Esférico* para calcular el lado desconocido. El Ángulo en el Polo representa el menor de los dos arcos posibles entre el meridiano del astro y el del observador, es decir, la separación angular más corta entre ambos:

$$\text{Si } hL \leq 180^\circ \text{ (Astro al Oeste del observador)} \rightarrow P = hL \quad (3-7)$$

$$\text{Si } hL > 180^\circ \text{ (Astro al Este del observador)} \rightarrow P = hL - 360^\circ \quad (3-8)$$

Cuando el astro está al Este, P resulta negativo. Este signo es imprescindible ya que la fórmula del coseno esférico depende de $\cos(P)$, donde su signo diferencia correctamente si el astro está al Este o al Oeste del observador[16].

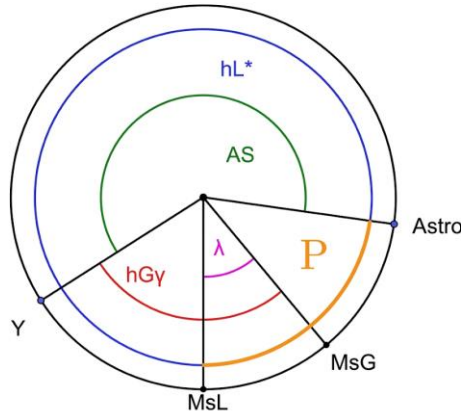


Figura 3-6 Ángulo en el Polo (P)

3.2.2.4 Cálculo de la Altura Calculada (H_c)

En trigonometría esférica, como ya se ha mencionado, conociendo dos lados de un triángulo y el ángulo comprendido entre ellos, el *Teorema del Coseno Esférico* permite calcular el tercer lado directamente[2]. La fórmula general es:

$$\cos(BC) = \cos(AC) \cos(AB) + \sin(AC) \sin(AB) \cos(\hat{A}) \quad (3-9)$$

donde $\hat{A}$ es el ángulo comprendido entre los lados AC y AB. Aplicado al triángulo de posición, el lado desconocido es la *Distancia Cenital* (z), y la fórmula queda:

$$\cos(z) = \cos(\Delta) \cos(C) + \sin(\Delta) \sin(C) \cos(P) \quad (3-10)$$

Dado que los lados del triángulo son complementos de las magnitudes que proporciona el Almanaque, y gracias a la propiedad trigonométrica $\cos(x) = \sin(90^\circ - x)$, es posible sustituir directamente y expresar la fórmula en términos de *Altura Calculada* (H_c), *latitud* (φ) y *declinación* (δ):

$$\sin(H_c) = \sin(\delta) \sin(\varphi) + \cos(\delta) \cos(\varphi) \cos(P) \quad (3-11)$$

3.2.2.5 Cálculo del Azimut verdadero (Z_v)

Conocida ya la *Altura Calculada* (H_c), se aplica de nuevo el *Teorema del Coseno Esférico* para obtener el ángulo en el Cénit, que es el *Azimut* (Z). Despejando dicho ángulo y simplificando[2]:

$$\cos(Z) = \frac{\sin(\delta) - \sin(\varphi) \sin(H_c)}{\cos(\varphi) \cos(H_c)} \quad (3-12)$$

Esta expresión proporciona un valor de Z comprendido entre 0° y 180° , por lo que es necesario un paso adicional para obtener el *Azimut Verdadero* (Z_v), expresado en el rango $[0^\circ, 360^\circ)$. La condición se determina a partir del *Ángulo Horario de Lugar* (hL):

$$\text{Si } hL \leq 180^\circ \text{ (Astro al Oeste del observador)} \rightarrow Z_v = 360^\circ - Z \quad (3-13)$$

$$\text{Si } hL > 180^\circ \text{ (Astro al Este del observador)} \rightarrow Z_v = Z \quad (3-14)$$

3.3 El proceso de la observación

3.3.1 Medición de la altura instrumental

El sextante mide el ángulo entre el astro y la línea del horizonte del mar. A través de un sistema de doble reflexión mediante espejos, el navegante hace descender la imagen del astro hasta hacerla tangente con el horizonte. La lectura directa obtenida se denomina *Altura Instrumental* (H_i).

3.3.2 Correcciones de la altura

La *Altura Instrumental* (H_i) no es válida para resolver el triángulo de posición, ya que este asume matemáticamente que el ojo del observador está en el centro de la Tierra y que no existe atmósfera. Para obtener la *Altura Verdadera* (H_v), se aplica una cadena de correcciones físicas en el siguiente orden:

- *Error de Índice* ($e.i$): compensa la falta de paralelismo mecánico entre los espejos del sextante cuando el instrumento marca cero. Se obtiene midiendo el horizonte y puede ser positivo o negativo según la dirección del error. Cabe destacar que es un valor característico de cada instrumento en particular, por lo que debe medirse individualmente para cada sextante antes de su uso. Aplicando la corrección a la *Altura Instrumental* (H_i) se obtiene la *Altura Observada* (H_o)[2], [18].

$$H_o = H_i + e.i \quad (3-15)$$

- *Depresión del horizonte* (d): al estar el observador elevado sobre el nivel del mar, el horizonte visual queda por debajo del horizonte astronómico real. La corrección se obtiene de la *página 387 del Almanaque Náutico, Tabla A*. Es siempre negativa y proporcional a la raíz cuadrada de la altura del ojo sobre la línea de flotación. Aplicando la corrección a la *Altura Observada* (H_o) se obtiene la *Altura Aparente* (H_a)[8], [18].

$$H_a = H_o + d \quad \text{donde} \quad d = -1.7757\sqrt{\text{Elevación Ojo (metros)}} \quad (3-16)$$

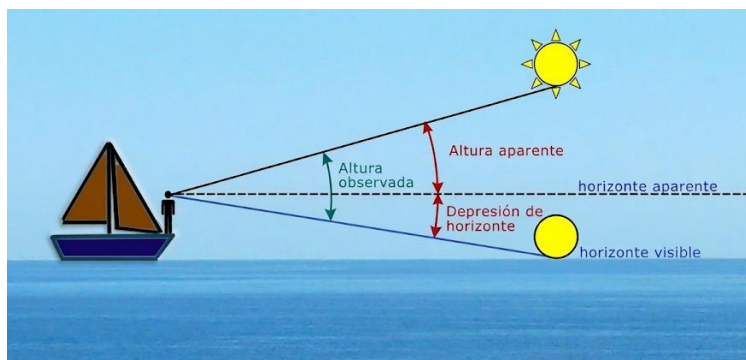


Figura 3-7 Depresión del horizonte (d) [19]

- Corrección final para el Sol: La *Tabla B1 del Almanaque Náutico* corrige (b_1) simultáneamente tres efectos físicos en un único valor tabulado en función de la *Altura Aparente* (H_a): la *refracción*, provocada por la curvatura que sufre la luz al atravesar capas de aire de densidad creciente al acercarse a la superficie terrestre, lo que hace que los astros se vean más elevados de lo que físicamente están; la *paralaje*, corrección geométrica que traslada la observación desde la superficie terrestre al centro de la Tierra, referencia que exige el triángulo de posición; y el *semidiámetro*, que refiere la medida al centro geométrico del Sol, dado que el navegante apoya con mayor precisión el limbo inferior del disco sobre el horizonte en lugar de su centro. La *Tabla B2* añade una corrección adicional (b_2) en función de la época del año, compensando la variación del semidiámetro a lo largo del año al cambiar la distancia Tierra-Sol[8], [18].

$$\text{Para el Sol} \quad \rightarrow \quad H_v = H_a + b^1 + b^2 \quad (3-17)$$

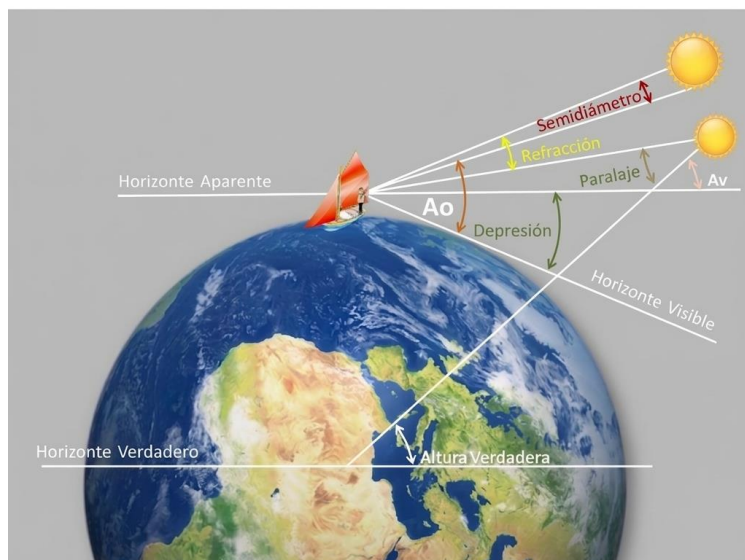


Figura 3-8 Refracción, Paralaje y Semidiámetro (b1) [20]

- Corrección final para Estrellas y Planetas: La *Tabla C1 del Almanaque Náutico* corrige (c_1) exclusivamente la refracción atmosférica y es aplicable a todos los astros sin excepción. En el caso de las estrellas, esta es la única corrección necesaria, ya que su lejanía hace despreciable la paralaje y carecen de semidiámetro apreciable. La *Tabla C2* corrige (c_2) la paralaje y se aplica únicamente a Venus y Marte, los dos planetas cuya proximidad a la Tierra hace que su paralaje sea lo suficientemente significativo como para no poder despreciarse, a diferencia de Júpiter y Saturno[8], [18].

$$\text{Para Estrellas y Planetas (excepto Venus y Marte)} \rightarrow H_v = H_a + c_1 \quad (3-18)$$

$$\text{Para Venus y Marte} \rightarrow H_v = H_a + c_1 + c_2 \quad (3-19)$$

3.4 La Recta de Altura

3.4.1 El Determinante

El *Determinante* (Δh) o diferencia de alturas se obtiene restando la *Altura Calculada* (H_c) a la *Altura Verdadera* (H_v):

$$\Delta h = H_v - H_c \quad (3-20)$$

Su valor, expresado en minutos de arco, equivale directamente a millas náuticas de distancia. El *Determinante* (Δh) y el *Azimut verdadero* (Z_v) son los dos valores necesarios para definir la *Recta de Altura*. El primero determina a qué distancia y en qué sentido desplazarse desde la posición de estima, y el segundo en qué dirección[16].

- Si $\Delta h > 0$: la altura medida supera a la calculada. Por tanto, el observador se halla más próximo al Polo de Iluminación de lo que predice la estima. El vector de trazado apunta en la dirección del *Azimut Verdadero* (Z_v).
- Si $\Delta h < 0$: la altura medida es inferior a la calculada. Por tanto, el observador se halla más alejado del Polo de Iluminación de lo supuesto. El vector de trazado apunta en la dirección opuesta ($Z_v + 180^\circ$).

3.4.2 Trazado de la Recta de Altura

Sobre la carta, desde la posición de estima, se traza un vector de longitud $|\Delta h|$ millas en la dirección establecida. En el extremo de ese vector se traza una línea perpendicular al *Azimut* (Z_v). Ésta es la *Recta de Altura*, la línea de posición sobre la que se encuentra el buque en el instante de la observación[16].

Cuando el trazado no se realiza sobre una carta náutica de proyección *Mercator* sino sobre un plano en blanco, es necesario tener en cuenta que los grados de longitud no equivalen a la misma distancia que los de latitud. A una latitud φ dada, un grado de longitud equivale a $\cos(\varphi)$ [14] veces un grado de latitud, por lo que el eje horizontal debe escalarse con ese factor para que la representación gráfica sea geométricamente correcta y las rectas de altura queden trazadas con la orientación real.

3.5 Posicionamiento mediante líneas de posición

Una única recta de altura sitúa al buque sobre una línea, pero no en un punto concreto de ella. Para determinar una posición, es necesario cruzar dos o más líneas de posición obtenidas de observaciones diferentes. La herramienta cubre los tres casos fundamentales de la navegación astronómica práctica:

3.5.1 Observaciones no simultáneas del Sol

Al ser el único astro observable durante el día, es necesario medir su altura en dos momentos separados por varias horas, habitualmente una observación por la mañana y otra por la tarde. Esta separación temporal es imprescindible para evitar el paralelismo entre las dos rectas de altura. Cuando dos astros tienen azimuts muy similares, sus rectas de altura se cortan en un ángulo muy agudo, lo que provoca un aumento significativo del error en la determinación del punto de cruce y hace la situación obtenida poco fiable.

Como el buque continúa navegando durante el intervalo entre ambas observaciones, la primera recta de altura no puede cruzarse directamente con la segunda, ya que ambas están referidas a posiciones de estima distintas. La geometría exige por tanto un traslado de la primera recta de altura. Esta se desplaza paralelamente a sí misma a lo largo del vector de navegación definido por el rumbo y la distancia navegada entre ambas observaciones. En la aplicación, este traslado se realiza directamente tomando como referencia la posición de estima del momento de la segunda observación. El cruce de la primera recta trasladada con la segunda proporciona la situación corregida en el instante de la segunda observación[2], [21].

Es importante destacar que la precisión de este método asume que el usuario ha calculado la segunda posición de estima teniendo en cuenta no solo el rumbo y la velocidad del buque, sino también los efectos de la corriente, el abatimiento o las posibles imprecisiones de la corredera durante el intervalo. Si estos factores se omiten o se calculan de forma deficiente, el vector de traslado será inexacto, lo que desembocará en una fuente de error en la situación final que es totalmente ajena a la herramienta.

3.5.2 Observación de la meridiana

Este método proporciona la latitud del observador sin necesidad de posición de estima previa[2]. Cuando el Sol cruza el meridiano del observador alcanza su máxima altura diaria y su *Azimut* (Z_v) es exactamente Norte o Sur. En ese instante el triángulo de posición degenera: el Polo Norte, el Sol y el Cénit del observador quedan alineados en un único arco, por lo que el problema se reduce a geometría plana. Conociendo la *Altura Verdadera* (H_v) en ese momento, la *Distancia Cenital* (z) (arco entre el Cénit del observador y el Polo de Iluminación del Sol) se obtiene directamente como:

$$z = 90^\circ - H_v \quad (3-21)$$

La *Declinación* (δ) del Sol, obtenida del Almanaque Náutico, representa el arco entre el Ecuador Celeste y el Polo de Iluminación del Sol, siendo positiva si dicho polo se encuentra al Norte del Ecuador y negativa si se encuentra al Sur. Dado que la Latitud es el arco entre el Cénit del observador y el Ecuador Celeste, resulta de la suma de ambos arcos:

$$\varphi = z + \delta \quad (3-22)$$

3.5.3 Observaciones simultáneas de estrellas y planetas

Durante el crepúsculo es posible observar simultáneamente varios astros y obtener así múltiples rectas de altura referidas a una misma posición de estima, sin necesidad de traslado entre ellas al no haberse desplazado el buque entre observaciones.

El crepúsculo es el periodo de transición entre el día y la noche en el que el Sol se encuentra bajo el horizonte pero su luz todavía ilumina la atmósfera. Para la navegación astronómica, la ventana útil se sitúa cuando el Sol está entre aproximadamente 6° y 12° bajo el horizonte, momento en el que coinciden un horizonte todavía visible y un cielo con suficientes astros identificables. Esta ventana tiene una duración aproximada de entre 20 y 40 minutos dependiendo de la latitud y la época del año, siendo más corta en latitudes bajas y más prolongada en latitudes altas.

Aunque el buque se desplace entre una observación y la siguiente, la duración del crepúsculo es reducida y el intervalo entre observaciones suele ser de pocos minutos. A las velocidades habituales de navegación, el desplazamiento producido en ese tiempo es tan pequeño que su efecto sobre las rectas de altura resulta despreciable. La mejora de precisión que se obtendría trasladando cada recta a su posición exacta no compensa el aumento de complejidad que ello introduce en el procedimiento, por lo que se asume que todas las observaciones corresponden a una misma posición de estima.

Dado que todas las observaciones parten de la misma posición de estima, las rectas de altura obtenidas deberían cortarse teóricamente en un único punto. En la práctica, los pequeños errores inevitables de medición provocan que tres rectas formen un triángulo de error. Cuanto más pequeño es este triángulo, mejores han sido las observaciones. La situación verdadera se toma en el baricentro de dicho triángulo, es decir, en el punto de intersección de sus tres medianas, distribuyendo el error de forma equitativa entre las tres observaciones sin privilegiar ninguna de ellas sobre las demás[2], [21]. Aunque existen métodos analíticos más precisos, como el de mínimos cuadrados, el baricentro es la solución estándar en navegación práctica por su simplicidad y exactitud aceptable.

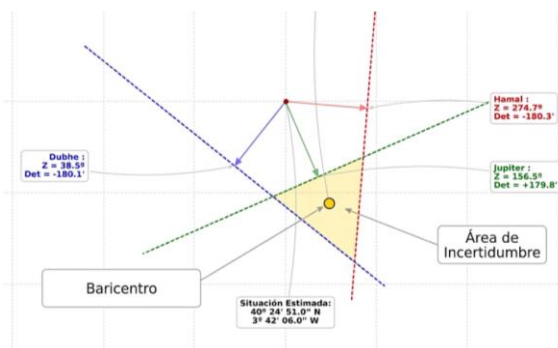


Figura 3-9 Área de incertidumbre y baricentro

3.6 Casos particulares

3.6.1 La Luna

La *Luna* es el astro de mayor dificultad de proceso. Al estar tan próxima a la Tierra, su paralaje es enorme (hasta $61'$)[8], y su movimiento aparente es tan rápido que exige correcciones por segundos de tiempo. Además, la magnitud de ese paralaje obliga a tener en cuenta que la Tierra no es una esfera perfecta sino un elipsoide achatado, añadiendo una corrección de aplanamiento terrestre que depende simultáneamente de la latitud del observador y de la posición del propio astro[16]. Sus datos se obtienen de las páginas diarias del Almanaque Náutico, así como de tablas de corrección exclusivas para este astro[8].

Este proceso, aunque perfectamente implementable en código, distraería del objetivo principal de la herramienta. Dado que la observación lunar sistemática no forma parte del núcleo del adiestramiento

práctico básico a bordo del buque escuela *Juan Sebastián de Elcano*, su inclusión habría añadido una complejidad que diluye el aprendizaje de la mecánica universal de las rectas de altura.

3.6.2 La Polar

La estrella *Polar (Polaris)* ofrece un atajo para obtener la latitud rápidamente mediante la *Tabla D del Almanaque*, sin necesidad de resolver el triángulo de posición completo. Físicamente, al situarse casi exactamente sobre el *Polo Norte Celeste*, con una separación aproximada de 0.7° [8], su altura equivale prácticamente a la latitud del observador. La corrección exacta requiere tres valores adicionales: C_1 en función del horario de lugar de Aries, C_2 en función de la altura aparente, y C_3 en función del mes del año, tal como recogen las tablas del Almanaque.

Sin embargo, desde el punto de vista didáctico, implementar un módulo específico de la Polar habría contradecido la filosofía de la herramienta, cuyo objetivo es que el alumno practique y comprenda la resolución geométrica universal de Marcq Saint-Hilaire. La meridiana del Sol ya cumple la función de método de latitud directa en el programa. Cabe destacar que el alumno sí puede introducir Polaris en el módulo general de Estrellas y resolverla mediante el método universal, obteniendo su latitud de forma rigurosa. La herramienta no excluye la Polar, simplemente no implementa el atajo tabulado de la *Tabla D*[2], [8].

3.7 El Almanaque Náutico

3.7.1 Real Observatorio de la Armada

El *Almanaque Náutico* español es publicado anualmente por el *Real Observatorio de la Armada (ROA)*, con sede en San Fernando (Cádiz). Es el organismo oficial de la Armada Española responsable del tiempo, la astronomía y la geodesia, y su Almanaque es el documento de referencia para la navegación astronómica en los buques de la Armada y en la enseñanza naval. La herramienta emplea como datos de entrada los ficheros fuente que el propio ROA utiliza para generar el Almanaque impreso, garantizando coherencia plena con el material oficial de formación[8].

Los datos astronómicos que publica el ROA en su Almanaque Náutico tienen su origen último en las efemérides planetarias del *Jet Propulsion Laboratory (JPL)* de la *NASA*, distribuidas públicamente en forma de archivos de tipo *DE (Development Ephemeris)*[22]. A partir de ellos, el ROA realiza una serie de cálculos previos mediante rutinas astronómicas y genera los ficheros *.TXT* y *.DAT* que constituyen la fuente de datos primaria de la herramienta desarrollada en este trabajo.

3.7.2 Contenido y estructura

El Almanaque Náutico se organiza en tres bloques principales. El primero son las *páginas diarias*, que abarcan desde la página 10 hasta la 375 y constituyen el núcleo del Almanaque. Para cada día del año y para cada hora exacta en *Tiempo Universal (UTC)*, tabulan el *Ángulo Horario de Greenwich (hG)* y la *Declinación (δ)* del *Sol*, los cuatro planetas seleccionados (*Venus, Marte, Júpiter y Saturno*) y el punto *Aries*. Para obtener el valor correspondiente a un instante situado entre dos horas exactas es necesario interpolar, operación que la aplicación tiene automatizada.

El segundo bloque, comprendido entre las páginas 376 y 379, recoge los datos de las *99 estrellas* seleccionadas estándar. Al permanecer prácticamente fijas en la bóveda celeste, no requieren tabulación horaria. El Almanaque publica para cada una su *Ángulo Sidéreo (A.S.)* respecto al punto Aries y su *Declinación (δ)*, ambos valores referidos al día 15 de cada mes, siendo la variación entre meses suficientemente pequeña como para considerarlos constantes dentro de cada periodo mensual.

El tercer bloque lo constituyen las tablas de correcciones, situadas en la página 387. Las *Tablas A, B y C* recogen los valores necesarios para corregir la *Altura Instrumental (hi)* medida por el observador y obtener la *Altura Verdadera (hv)* de cada tipo de astro[8].

3.7.3 Concepto de tiempo

El Almanaque Náutico referencia todos sus datos al meridiano de Greenwich, empleando el *Tiempo Universal (UT)* como escala temporal de referencia, concretamente su variante *UT1*, que está ligada directamente al giro real de la Tierra y por tanto guarda coherencia con la posición aparente de los astros en el cielo. Conviene no confundirla con el *Tiempo Universal Coordinado (UTC)*, que es la escala atómica que utilizan los relojes, teléfonos e internet. La diferencia entre ambas escalas se mantiene siempre por debajo de un segundo mediante la introducción periódica de segundos intercalares, por lo que a efectos prácticos de la navegación astronómica tradicional el error introducido al emplear un reloj UTC para entrar en las tablas del Almanaque es completamente despreciable.

La relación entre el *UTC* y la *Hora Civil (HcL)* en la posición de un observador es la *longitud (λ)*, expresada en horas, positiva al Oeste y negativa al Este es:

$$UTC = HcL + \lambda \text{ (en horas)} \quad (3-23)$$

En la práctica, los buques trabajan con la *Hora Legal (Hz)* del huso horario correspondiente, que agrupa longitudes en sectores de 15° equivalentes a 1 hora. La conversión a UTC se realiza sumando el número del huso horario (*Z*):

$$UTC = Hz + Z \quad (3-24)$$

Aunque este procedimiento es cómodo operativamente, introduce una pequeña imprecisión, ya que un mismo huso puede agrupar longitudes con una diferencia real de hasta 7.5° a cada lado de su meridiano central. En navegación astronómica de precisión lo más riguroso es emplear directamente la longitud estimada del observador para obtener el UTC exacto. La herramienta permite al usuario introducir directamente la hora en UTC, dejando a su criterio el nivel de precisión empleado en la conversión[8], [16].

4. DESARROLLO DE LA HERRAMIENTA DIDÁCTICA

4.1 Arquitectura y tecnologías seleccionadas

Para el desarrollo de esta herramienta didáctica, se ha optado por una arquitectura basada íntegramente en tecnologías de código abierto, priorizando la robustez matemática, la rapidez de prototipado y la capacidad de generar visualizaciones gráficas avanzadas. A continuación, se justifican las herramientas principales que componen el núcleo del sistema.

4.1.1 Lenguaje base: *Python*

El núcleo lógico y matemático de la aplicación ha sido desarrollado en *Python*. La elección de este lenguaje se apoya en dos razones prácticas directamente relacionadas con los requerimientos del proyecto.

En primer lugar, su legibilidad y curva de aprendizaje reducida. *Python* posee una sintaxis clara y cercana al lenguaje natural, lo que resulta especialmente ventajoso en un proyecto de carácter didáctico: el código fuente puede ser leído, auditado y continuado por otros alumnos u oficiales de la Armada sin necesidad de una formación avanzada en programación.

En segundo lugar, el lenguaje cuenta con un sólido ecosistema científico y un amplio respaldo académico y profesional. Dispone de librerías matemáticas maduras que facilitan la programación de los complejos cálculos de trigonometría esférica propios de la navegación astronómica, garantizando precisión y fiabilidad en los resultados.

Ambas características convierten a *Python* en la opción más adecuada para un proyecto que debe ser, al mismo tiempo, técnicamente riguroso y pedagógicamente accesible[23], [24].

4.1.2 Interfaz de usuario: *Streamlit*

Para la creación de la interfaz gráfica se descartó el desarrollo web tradicional, ya que este enfoque exige coordinar múltiples lenguajes (*HTML*, *CSS* y *JavaScript*) y construir por separado la lógica del servidor y la capa de presentación. Asumir esta arquitectura habría supuesto una complejidad técnica innecesaria para los objetivos del proyecto.

En su lugar, se optó por *Streamlit*, una librería de *Python* que permite generar aplicaciones web completas e interactivas utilizando exclusivamente dicho lenguaje. Esta elección ofrece dos ventajas concretas para el proyecto: unifica todo el desarrollo en un único lenguaje, lo que simplificó la creación y el mantenimiento de la interfaz; y aprovecha la compatibilidad nativa de *Streamlit* con las librerías matemáticas de *Python*, permitiendo integrar directamente el motor de cálculo con la presentación de resultados sin capas intermedias de traducción[25].

4.1.3 Librerías principales

Para dotar a la aplicación de funcionalidades avanzadas sin necesidad de desarrollar algoritmos básicos desde cero, el proyecto se apoya en un conjunto de librerías especializadas de Python. En el ámbito del cálculo y la gestión de la información, se han empleado *Math* y *Numpy*[24] como motores trigonométricos para resolver las complejas operaciones matriciales y angulares que exige la navegación astronómica. Asimismo, se ha integrado *Pandas*[26], una herramienta fundamental para estructurar y manipular los datos tabulares extraídos de los ficheros del Almanaque Náutico. Por otro lado, para el apartado visual y operativo, se han utilizado *Matplotlib* y *Plotly*[27], encargadas de renderizar con precisión tanto el trazado analítico bidimensional como las representaciones interactivas del triángulo de posición en tres dimensiones. Finalmente, el control del tiempo y la exportación de resultados se gestionan mediante librerías nativas del sistema; destacando *Datetime* para el manejo riguroso de la Hora Universal y los husos horarios, junto con *OS* y *Base64* para la persistencia de datos y la generación de documentos descargables.

4.2 Estructura del código

El sistema se organiza en cinco módulos Python independientes con responsabilidades claramente delimitadas, lo que confiere a la arquitectura propiedades de modularidad y extensibilidad. Cada módulo encapsula un dominio funcional específico: la extracción de datos del Almanaque Náutico, el cómputo numérico de las correcciones y el triángulo de posición, la visualización gráfica de resultados, la persistencia de ejercicios guardados y, por último, la orquestación de la interfaz de usuario.

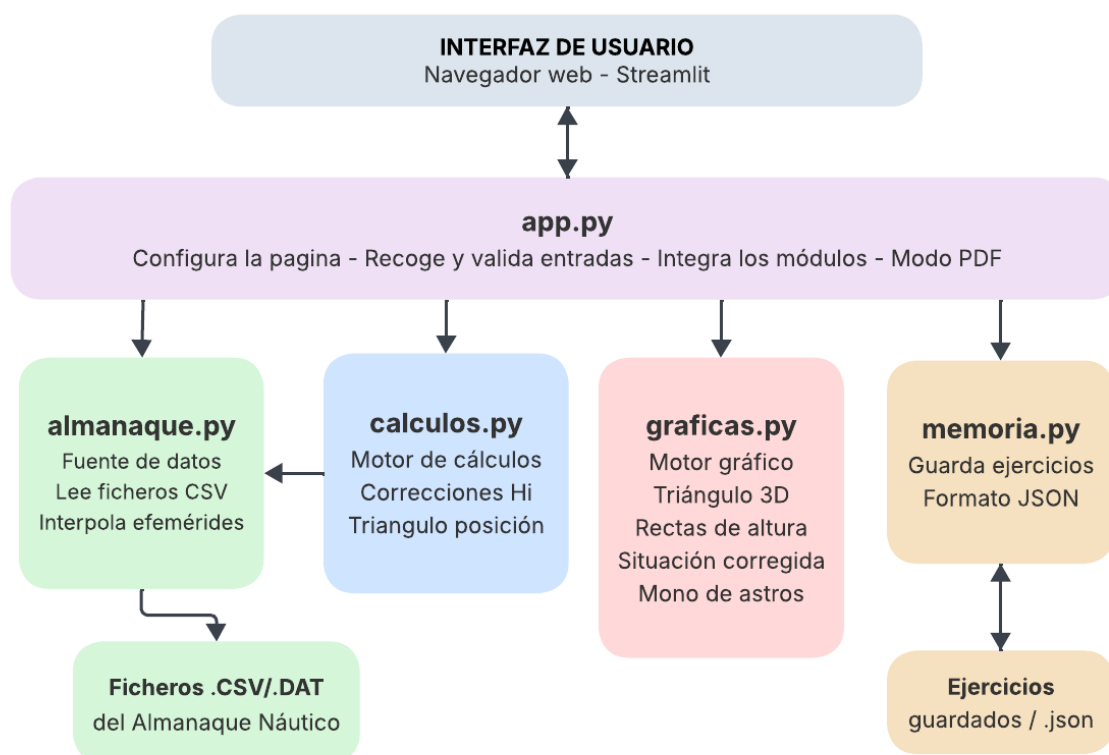


Figura 4-1 Arquitectura modular del sistema

En los subapartados que siguen se describe en detalle la implementación de cada módulo, justificando las decisiones de diseño adoptadas y exponiendo los algoritmos empleados con referencia directa al código fuente.

4.2.1 Lectura y preprocesado del Almanaque Náutico

El módulo *almanaque.py* constituye la capa de datos de la aplicación. Su función es doble: por un lado, leer y estructurar los ficheros de efemérides y tablas de corrección del Almanaque Náutico; por otro, proveer mecanismos de interpolación que permitan obtener el valor de cualquier magnitud astronómica para el instante exacto de observación, más allá de las entradas horarias discretas proporcionadas por los ficheros fuente.

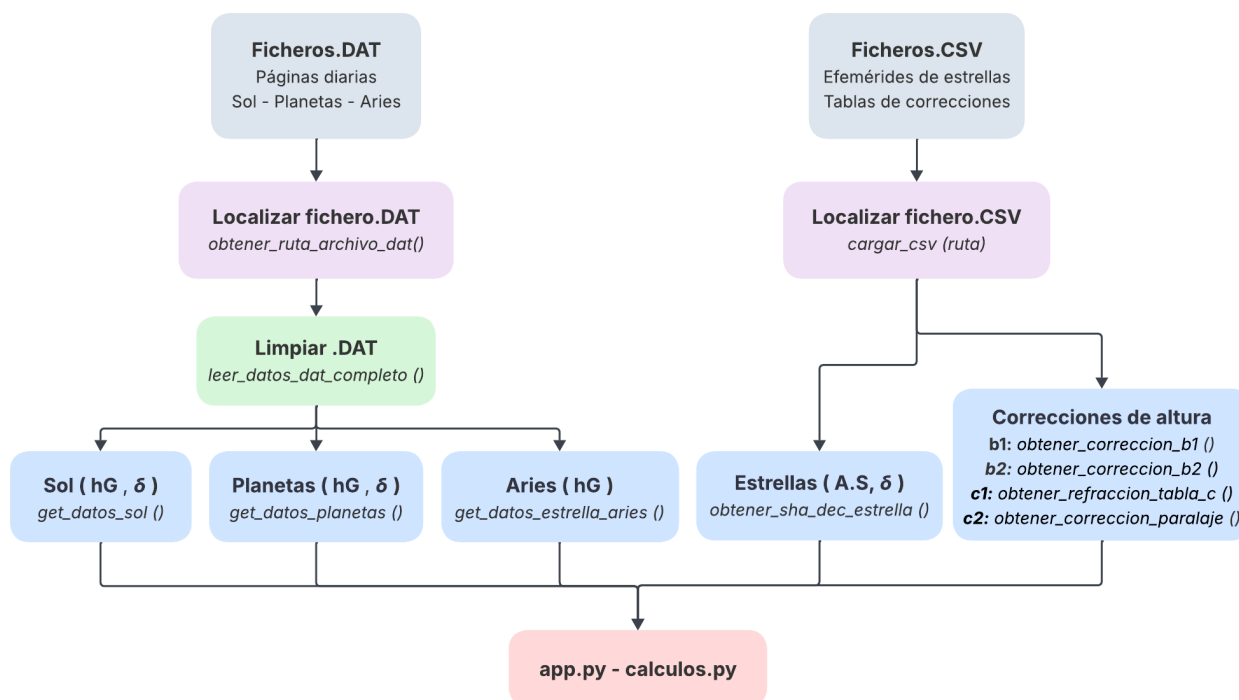


Figura 4-2 Diagrama de almanaque.py

4.2.1.1 Configuración de rutas y carga de ficheros

La primera sección del módulo establece las rutas de acceso a los ficheros de datos. A continuación, se definen las constantes de ruta para cada uno de los cinco ficheros de datos utilizados:

- *FILE_ESTRELLAS* (*estrellas.csv*): Catálogo de estrellas náuticas con sus coordenadas ecuatoriales (Ángulo Sidéreo (A.S.) y Declinación (δ)) tabuladas mensualmente para cada año del Almanaque.
- *FILE_B1* (*tabla_b1_altura.csv*): Tabla B1 del Almanaque Náutico, que proporciona la corrección principal de altura para el Sol, incluyendo los efectos combinados del semidiámetro solar, la refracción atmosférica y el paralaje.
- *FILE_B2* (*tabla_b2_fecha.csv*): Tabla B2, que recoge la corrección adicional de altura para el Sol en función de la fecha, necesaria para tener en cuenta la variación real del semidiámetro solar a lo largo del año.
- *FILE_C* (*tabla_c_refraccion.csv*): Tabla C de refracción atmosférica para estrellas y planetas, tabulada en función de la altura aparente del astro.
- *FILE_C_PARALAJE* (*tabla_c_paralaje.csv*): Tabla C de corrección por paralaje horizontal para Venus y Marte, tabulada en función de la fecha y del intervalo de altura del astro.

La función *cargar_csv(ruta)* encapsula la lectura de cualquiera de estos ficheros mediante *pd.read_csv()*, retornando *none* en caso de error o ausencia del fichero.

4.2.1.2 Motor de interpolación

Dado que los ficheros del Almanaque Náutico proporcionan valores horarios discretos, la herramienta necesita interpolar entre entradas adyacentes para obtener el valor correspondiente al instante exacto de la observación. El módulo implementa para ello dos funciones de propósito general:

interpoliar_lineal_simple(): Aplica la fórmula de interpolación lineal clásica entre dos puntos conocidos.

interpoliar_dataframe(): Opera sobre una tabla de datos, localizando las dos filas adyacentes al valor y delega el cálculo en *interpoliar_lineal_simple()*.

4.2.1.3 Lectura de efemérides de estrellas

Las efemérides de las estrellas náuticas se almacenan en *estrellas.csv*, con columnas correspondientes al valor de Ángulo Sidéreo (*A.S.*) y Declinación (δ) en el día 15 de cada mes. Este enfoque refleja fielmente la estructura del Almanaque Náutico, donde dichos valores se interpolan para el día concreto de la observación.

obtener_sha_dec_estrella: Interpola temporalmente el Ángulo Sidéreo y la Declinación de una estrella entre los valores del día 15 del mes anterior o siguiente, y el día 15 del mes actual. La Declinación se interpola de forma lineal al ser una variación suave. El Ángulo Sidéreo en cambio requiere interpolación circular, es decir, se corrige la diferencia para que tome siempre el camino más corto entre los dos valores, y el módulo final mantiene el resultado dentro de $[0^\circ, 360^\circ)$. La función devuelve dos valores: *sha_final* (Ángulo Sidéreo de la estrella) y *dec_final* (Declinación), ambos interpolados y expresados en grados decimales.

4.2.1.4 Lectura de efemérides del Sol, Aries y planetas

A diferencia de las estrellas, cuyas coordenadas varían lentamente y se pueden representar con suficiente precisión mediante valores mensuales, el Sol, Aries y los planetas del sistema solar presentan variaciones significativas hora a hora que requieren la consulta de los ficheros de efemérides diarias del Almanaque Náutico.

Estos ficheros se denominan *AN{año}{num_pag}.DAT*, donde *num_pag* se obtiene sumando 9 al día del año (*DOY*). Así, el fichero correspondiente al 1 de Enero es *AN{año}10.DAT*, y el del 31 de Diciembre es *AN{año}374.DAT*. La función *obtener_ruta_archivo_dat(dia, mes, anio)* implementa esta conversión y busca el fichero en el directorio de datos.

El análisis sintáctico de estos ficheros se lleva a cabo en la función *leer_datos_dat_completo(ruta_archivo)*, que constituye uno de los componentes más complejos del módulo. Los ficheros *.DAT* presentan un formato de texto estructurado pero no estándar, con campos de anchura fija separados por espacios y con marcadores tipográficos heredados del sistema de composición LaTeX (llaves, barras y signos de dólar). La función implementa un analizador línea a línea que:

- Itera sobre cada línea del fichero y la divide en campos mediante *split()*.
- Aplica la función auxiliar *limpiar_dato(texto)* para eliminar los caracteres de marcado LaTeX ($\{$, $\}$, $\backslash$, $\$$) que puedan aparecer en los campos numéricos.
- Almacena los valores en un diccionario con la forma *datos[hora][clave]*, donde *hora* es un entero entre 0 y 23 y *clave* es una cadena del tipo *hg_sol*, *dec_sol*, *hg_aries*, *gha_Venus*, *dec_Venus*, etc.

- En el Almanaque Náutico cuando el campo aparece vacío, se reutiliza el valor previo. Para manejar esto, el lector implementa una memoria: *last_signo_sol* y *last_dec_deg_sol* para el Sol, y *memoria_planetas* para Venus, Marte, Júpiter y Saturno. En ambos casos la lógica es idéntica: si el campo está vacío, se mantiene el valor de la hora anterior; si contiene datos, se actualiza la memoria.

Una vez procesado el fichero, las siguientes funciones realizan la interpolación temporal entre la hora entera del instante de observación y la hora siguiente, y devuelven los siguientes valores:

- *get_datos_sol()* devuelve *hg_final* y *dec_final* (GHA y Declinación del Sol).
- *get_datos_estrella_aries()* devuelve *gha_star_final*, *dec_star* y *gha_aries_final* (GHA de la estrella, su Declinación y el GHA de Aries).
- *get_datos_planeta()* devuelve *gha_final* y *dec_final* (GHA y Declinación del planeta).

4.2.1.5 Tablas de corrección de altura

Además de las efemérides, el módulo *almanaque.py* centraliza la consulta de las cuatro tablas de corrección de altura empleadas en el procedimiento.

- *obtener_correccion_b1(altura_aparente_grad)* devuelve la corrección *b1* del intervalo de altura aparente en que se encuentre la observación.
- *obtener_correccion_b2(mes_obs, dia_obs)* devuelve la corrección *b2* del intervalo de fecha en que se encuentre la observación.
- *obtener_refraccion_tabla_c(altura_aparente_decimal)* devuelve la corrección *c1* interpolando lineal entre las dos entradas de la tabla que rodean la altura aparente de la observación.
- *obtener_correccion_paralaje(nombre_astro, fecha_obs, altura_aparente)* devuelve la corrección *c2* correspondiente al período más reciente que no haya superado la fecha de observación. Exclusiva para Venus y Marte.

4.2.2 Motor de cálculos

El módulo *calculos.py* implementa el núcleo matemático de la herramienta: por un lado, la cadena de transformaciones que convierte la lectura instrumental del sextante en la altura verdadera del astro; por otro, la resolución analítica del triángulo de posición esférico que permite obtener la altura calculada y el acimut del astro desde la situación de estima.

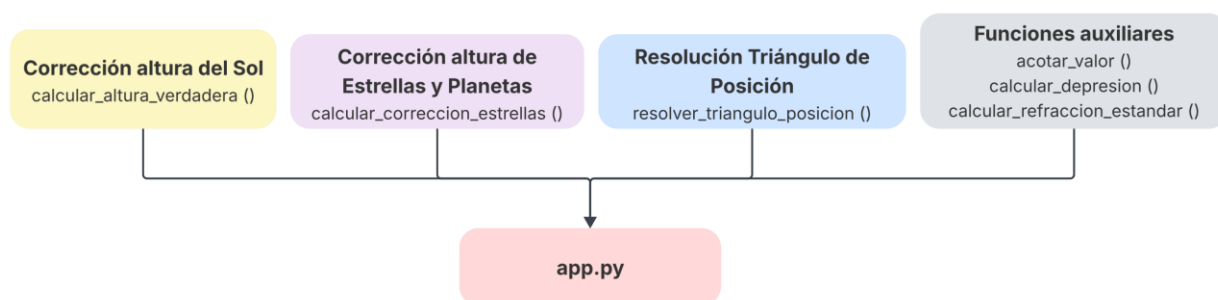


Figura 4-3 Diagrama de calculos.py

4.2.2.1 Funciones auxiliares

El módulo define tres funciones de utilidad general sobre las que se apoyan los cálculos posteriores:

- *acotar_valor(valor)*: Acota el argumento al intervalo $[-1, 1]$, previniendo errores de dominio en las funciones trigonométricas inversas (*math.acos*, *math.asin*) que pueden producirse por errores de redondeo en los operandos.

- *calcular_depresion(elevacion_ojo)*: Calcula la corrección por depresión del horizonte en minutos de arco aplicando la fórmula $d = 1,7757 \cdot \sqrt{\text{elevación}}$, donde la elevación del ojo del observador se expresa en metros. Esta fórmula es la normalizada en el Almanaque Náutico[8].
- *calcular_refraccion_estandar(altura_aparente_grados)*: Delega el cómputo de la refracción atmosférica en *almanaque.obtener_refraccion_tabla_c()*

4.2.2.2 Correcciones de altura del Sol

La función *calcular_altura_verdadera(ai_media, ele_obs, corr_ind, mes_obs, dia_obs)* aplica la cadena de correcciones para observaciones solares a partir de *ai_media* (altura instrumental media). Ejecuta los cuatro pasos del procedimiento estándar: corrección por error de índice (h_0), corrección por depresión del horizonte (h_a), y aplicación de las correcciones tabuladas B_1 y B_2 para obtener la altura verdadera (h_v). Devuelve un diccionario con todos los valores intermedios (*AltInstrumental*, *AltObservada*, *AltAparente*, *AltVerdadera*, *CorrSolA_min*, *CorrSolB1_min*, *CorrSolB2_min*), lo que permite a *app.py* mostrar cada transformación de forma detallada con fines didácticos.

4.2.2.3 Correcciones de altura de estrellas y planetas

La función *calcular_correccion_estrellas(ai, ele_obs, corr_ind, nombre_astro, fecha_obs)* aplica la misma cadena de correcciones que la función del Sol para los pasos de h_0 y h_a . Sin embargo, en la fase final recibe adicionalmente *nombre_astro* y se aplican las correcciones tabuladas c_1 y c_2 , obteniendo así la altura verdadera (h_v). Devuelve un diccionario con *AltInstrumental*, *AltObservada*, *AltAparente*, *AltVerdadera*, *Depresion_min*, *Refraccion_min* y *CorrParalaje_min*.

4.2.2.4 Resolución del triángulo de posición

La función *resolver_triangulo_posicion(lat_est, lon_est, gha, dec)* constituye el núcleo matemático principal del sistema. Resuelve el triángulo esférico de posición aplicando el teorema del coseno esférico. En primer lugar obtiene el ángulo horario local (P), denominado *AngPol*, combinando el GHA del astro con la longitud estimada y acotando el resultado al intervalo $[-180^\circ, 180^\circ]$. A partir de él se calcula *AltSolEst* (altura calculada), y *Azimet* mediante una segunda aplicación del mismo teorema. En ambos casos se emplea *acotar_valor()* para prevenir errores de dominio en las funciones trigonométricas inversas. Finalmente, *Azimet* se expresa en el rango $[0^\circ, 360^\circ)$ aplicando el criterio de cuadrante en función del signo de *AngPol*.

Una vez obtenidos la altura calculada (h_c) y el azimut (Z_v), el determinante (Δh) se calcula en *app.py* como la diferencia entre la altura verdadera medida y la altura calculada, expresada en millas náuticas: $\Delta h = (h_v - h_c) \times 60$. Un valor positivo indica que el observador se encuentra más cerca del astro que la situación de estima (la recta de altura se traza hacia el astro); un valor negativo indica lo contrario.

4.2.3 Motor gráfico

El módulo *graficas.py* tiene por misión traducir los resultados numéricos obtenidos por *calculos.py* en representaciones gráficas que permitan al estudiante visualizar e interpretar la situación náutica. El módulo produce tres tipos de visualizaciones: el diagrama plano de rectas de altura para dos observaciones del Sol, el diagrama de rectas de altura para tres observaciones de estrellas o planetas con cálculo de la posición más probable, y el triángulo de posición tridimensional interactivo sobre la esfera celeste.

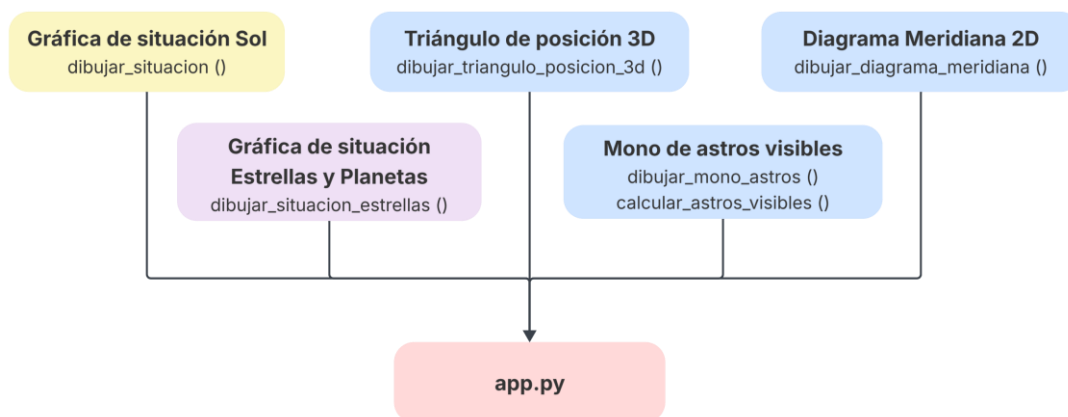


Figura 4-4 Diagrama de graficas.py

4.2.3.1 Sistema de coordenadas y rectas de altura

Todas las representaciones planas se realizan en un sistema de coordenadas cartesiano cuyas unidades son millas náuticas, con la segunda posición de estima como origen de coordenadas. La transformación de coordenadas geográficas (latitud, longitud) a este sistema cartesiano aplica la corrección por el coseno de la latitud para igualar las escalas en ambos ejes.

Las rectas de altura se representan como segmentos perpendiculares al azimut del astro, centrados en el punto determinante (obtenido desplazando la posición de estima en la dirección del azimut una distancia igual al determinante en millas náuticas). La función *pintar_recta()* calcula el vector de la recta de altura como el vector perpendicular al azimut.

4.2.3.2 Gráfica de situación para el Sol

La función *dibujar_situacion(obs1, obs2)* genera el diagrama plano para las dos observaciones solares no simultáneas. El procedimiento comprende los siguientes pasos:

- Se calculan los vectores determinantes para cada observación mediante *calcular_punto_determinante()*, que convierte el determinante (en millas) y el azimut en desplazamientos cartesianos.
- La primera recta de altura se dibuja en dos versiones: en su posición original (línea gris punteada, correspondiente a la primera posición de estima) y trasladada a la segunda posición de estima (línea azul continua). Esta traslación paralela es el paso clave del método de las rectas de altura: dado que el buque ha navegado entre ambas observaciones, la primera recta debe trasladarse al punto de estima de la segunda observación antes de buscar el cruce.
- El cruce de las dos rectas trasladadas se calcula mediante la función *resolver_cruce_rectas()*, que plantea el sistema de ecuaciones lineales 2×2 que define dos rectas en el plano y lo resuelve por la regla de Cramer.
- Se dibujan las marcas de paralelas (//) en la primera recta de altura y en la trasladada para facilitar su identificación. Para ello se hace uso de la función *calcular_posicion_marca_optima()*.
- Los ejes del diagrama se etiquetan automáticamente en coordenadas geográficas y la función *ajustar_zoom_dinamico()* ajusta los límites de visualización para que todos los elementos relevantes (estimas, rectas, punto de cruce) sean visibles con el máximo zoom posible.

4.2.3.3 Gráfica de situación para estrellas y planetas

La función *dibujar_situacion_estrellas(datos_rectas, lat_general, lon_general)* extiende el concepto anterior a tres observaciones simultáneas de estrellas o planetas. En este caso, dado que las

observaciones se realizan en el mismo instante (crepúsculo astronómico), no es necesaria la traslación paralela de las rectas.

La estimador de mínima varianza de la posición verdadera se determina como el baricentro de los tres puntos de cruce posibles entre pares de rectas de altura. Para ello se calculan los tres cruces mediante *resolver_cruce_rectas()* y se promedian sus coordenadas. Este enfoque es el estándar en navegación astronómica cuando se dispone de tres o más rectas de altura[2], [16].

4.2.3.4 Triángulo de posición 3D

La función *dibujar_triángulo_posicion_3d()* genera una representación interactiva del triángulo de posición sobre la esfera celeste utilizando la biblioteca *Plotly* y su tipo de figura *go.Figure*.

Los tres vértices del triángulo de posición se calculan como vectores unitarios en el espacio tridimensional (*P_vec*, *Z_vec* y *A_vec*).

Los lados del triángulo se generan mediante la función auxiliar *get_arc(p1, p2, n=50)*, que interpola *n* puntos entre los dos vértices mediante combinación lineal convexa y posteriormente los proyecta de vuelta a la esfera.

La esfera de fondo se renderiza con *go.Surface* con una opacidad del 5% para no interferir visualmente con el triángulo. El ángulo en el polo (*P*) se destaca mediante un relleno dorado generado con *go.Mesh3d*. La cámara se posiciona en una perspectiva diagonal que permite ver simultáneamente el ecuador, el polo y el triángulo.

4.2.3.5 Diagrama de la meridiana 2D

La función *dibujar_diagrama_meridiana(hv_deg, dec_deg, lat_deg)* genera un diagrama 2D del plano meridiano que visualiza geométricamente la relación $\varphi = z + \delta$ que fundamenta el cálculo de la latitud por la meridiana.

Las cuatro magnitudes del problema (altura verdadera (*hv*), distancia cenital (*z*), declinación (δ) y latitud (φ)) se representan como arcos coloreados trazados por fuera de la circunferencia principal a radios crecientes, de forma que el alumno puede ver de un vistazo cómo se suman o restan dichos arcos para obtener la latitud. La función evalúa además si el Sol transita al norte o al sur del Cénit, lo que determina la geometría del diagrama.

4.2.3.6 Mono de astros visibles

La herramienta incluye una funcionalidad adicional denominada Mono de Astros, implementada mediante dos funciones: *calcular_astros_visibles()* y *dibujar_mono_astros()*. Esta lógica reside en *app.py* por razones de comodidad durante el desarrollo.

calcular_astros_visibles(fecha, hora, lat_decimal, lon_decimal) recorre el catálogo completo de estrellas náuticas y planetas, obtiene sus coordenadas ecuatoriales mediante las funciones de *almanaque.py*, y aplica el teorema del coseno esférico para calcular la altura estimada (*Hc*) y el azimut de cada astro desde la posición estimada. Solo se incluyen en el resultado los astros con altura positiva, es decir, los que se encuentran sobre el horizonte en ese instante.

dibujar_mono_astros(estrellas_visibles, modo_etiqueta) representa los astros resultantes sobre un diagrama polar orientado como una rosa de los vientos, con el Norte en la parte superior y sentido horario. El radio codifica la altura de forma inversa: el centro corresponde a 90° (cenit) y el borde exterior a 0° (horizonte), con círculos de referencia a 30° y 60°. Las estrellas se representan con un símbolo en forma de estrella y los planetas con un círculo, acompañados de etiquetas con nombre o número según el modo seleccionado.

Cabe destacar que la utilidad principal de esta representación es la planificación óptima de las observaciones. El Mono de Astros permite al navegante escoger de un vistazo aquellos astros que

presenten alturas adecuadas para la medición con el sextante (estando el estándar recomendado entre los 15° y los 70°) y cuyos azimuts estén lo más separados posible entre sí (idealmente 120° si se eligen tres astros). La selección en base a estos criterios es fundamental para minimizar el error, ya que garantiza que las posteriores rectas de altura se corten de la forma más perpendicular posible, evitando cruces en ángulos agudos que restarían fiabilidad a la situación obtenida.

4.2.4 Gestión y guardado de ejercicios

El módulo *memoria.py* implementa el sistema de persistencia de la herramienta, que permite al usuario guardar el estado completo de un ejercicio resuelto, recuperarlo en sesiones posteriores y generar su versión imprimible en formato PDF académico. Este módulo resulta especialmente relevante en el contexto didáctico de la herramienta, ya que permite al alumno construir un historial de ejercicios resueltos que puede ser revisado cuando sea necesario.

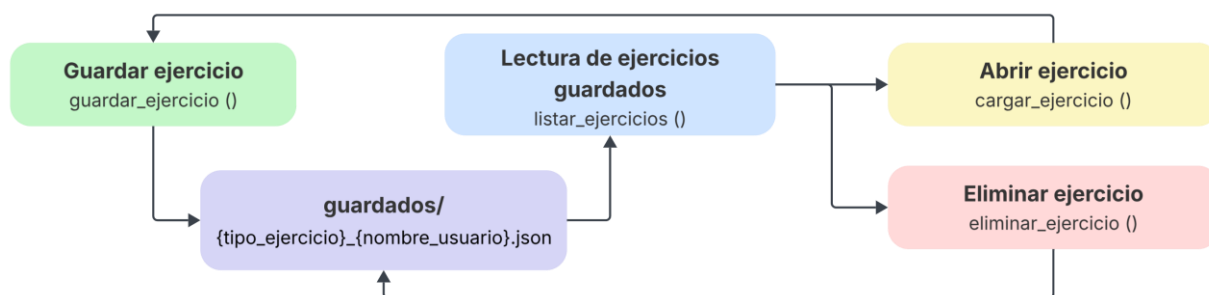


Figura 4-5 Diagrama de memoria.py

Cada ejercicio guardado por el usuario se almacena en un fichero JSON independiente en el directorio `guardados/`. El nombre del fichero sigue el patrón `{tipo_ejercicio}_{nombre_usuario}.json`, donde *tipo_ejercicio* puede ser *sol_recta*, *sol_meridiana*, *estrellas* o *mono*.

El módulo expone cuatro operaciones sobre el repositorio de ejercicios:

- `guardar_ejercicio(nombre_usuario, datos_session, tipo_ejercicio)`: Genera el nombre del fichero, construye el diccionario de contenido y lo serializa a JSON.
- `listar_ejercicios()`: Lee el directorio `guardados/`, carga el bloque de metadatos de cada fichero JSON válido y construye una lista ordenada cronológicamente en orden descendente por fecha de guardado.
- `cargar_ejercicio(ruta_archivo)`: Lee el fichero JSON indicado y retorna el bloque *datos* y el tipo del ejercicio.
- `eliminar_ejercicio(ruta_archivo)`: Envuelve `os.remove()` para borrar el fichero del ejercicio guardado.

4.2.5 Interfaz de usuario e integración de módulos

El módulo *app.py* es el punto de entrada de la aplicación Streamlit y el integrador de todos los módulos anteriores. Sus responsabilidades son la configuración inicial de la aplicación, la navegación por secciones, la recogida y validación de los datos de entrada del usuario, la orquestación del flujo de cómputo delegando en *calculos.py* y *almanaque.py*, la presentación pedagógica de los resultados intermedios y finales, y la gestión del modo de impresión en PDF.

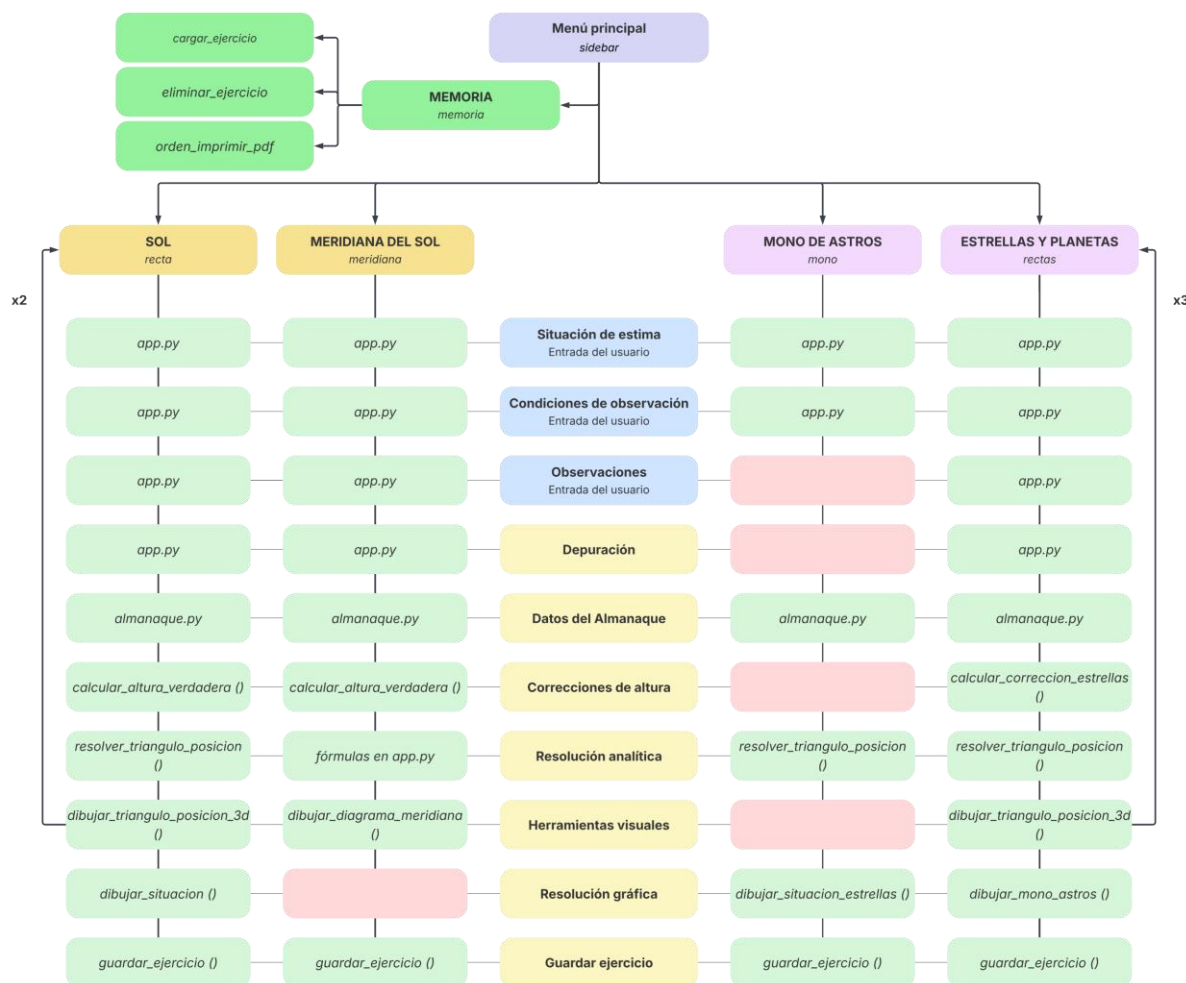


Figura 4-6 Diagrama de app.py

4.2.5.1 Configuración inicial y funciones auxiliares

La configuración de la página se establece mediante `st.set_page_config()`, que define el título de la pestaña del navegador, el ícono de la aplicación y el modo de disposición *wide* para aprovechar el máximo ancho de la pantalla.

El módulo define un bloque de estilos CSS personalizado que configura la apariencia visual de la aplicación: una cabecera con imagen de fondo y superposición de texto, cajas de resultados destacadas en verde (*info-card-green*) y gris (*info-card-secondary*) para presentar los valores finales de cada observación, y una hoja de estilos de impresión específica que adapta tipografías, márgenes y espaciados para generar una salida en papel compacta y legible.

Entre las funciones auxiliares, destacan las de conversión de coordenadas: `dms_a_decimal()` convierte grados, minutos, segundos y cardinalidad a grados decimales; `decimal_a_dms_cardinal()` realiza la transformación inversa añadiendo la letra cardinal; y `fnt_gms()` formatea un valor decimal como cadena LaTeX en grados, minutos y segundos para su renderizado con `st.latex()`. Estas funciones son utilizadas de forma transversal en toda la aplicación para garantizar que las coordenadas y ángulos se presenten siempre en el formato náutico estándar.

4.2.5.2 Navegación por secciones

La navegación de la herramienta se implementa mediante un sistema de barra lateral con menús desplegables en forma de acordeón. El estado activo de la navegación se almacena en `st.session_state`

bajo las *claves modo_navegacion* ('sol' o 'estrellas'), *tipo_calculo_sol* ('recta' o 'meridiana') y *herramienta_estrellas* ('rectas' o 'mono').

Cada botón principal de la barra lateral abre o cierra su menú de segundo nivel sin cambiar la sección activa; son los botones de segundo nivel los que efectivamente cambian la sección mediante la actualización del *session_state* y una llamada a *st.rerun()*. Este patrón de diseño evita el re-renderizado innecesario de la pantalla principal cuando el usuario simplemente navega por los menús.

4.2.5.3 Procesamiento de observaciones y flujo de cómputo

La función *procesar_observacion(columna, num_obs_id, nombre_obs)* gestiona el flujo completo de una observación solar, recibiendo como entradas la situación de estima (latitud y longitud), la fecha, la elevación del ojo, el error de índice y hasta cinco pares de hora y altura instrumental. El usuario puede marcar mediciones anómalas para excluirlas mediante un selector interactivo (*st.multiselect*), y la función calcula automáticamente la hora y altura medias filtrando las observaciones descartadas con *Pandas* y promediando las restantes, mostrando la dispersión de las observaciones en una gráfica de tendencia.

A continuación se desarrollan secuencialmente las cuatro etapas del cálculo, mostrando primero cada fórmula con sus variables simbólicas y a continuación con los valores numéricos concretos de la observación:

- Datos del Almanaque: GHA y declinación del Sol obtenidos mediante *almanaque.get_datos_sol()*, acompañados de un desplegable con la definición de cada variable y su página de referencia en el Almanaque Náutico.
- Correcciones de Altura: cadena completa $h_i \rightarrow h_o \rightarrow h_a \rightarrow h_v$ mediante *calculos.calcular_altura_verdadera()*, con desplegable que detalla cada corrección, su fórmula y su fuente tabular.
- Triángulo de Posición: cálculo explícito de *AngPol*, *AltSolEst* y *Azimut* mediante *calculos.resolver_triangulo_posicion()*, con desplegable de definiciones y visualización interactiva en 3D del triángulo sobre la esfera celeste mediante *graficas.dibujar_triangulo_posicion_3d()*.
- Resultados Finales: determinante (Δh) y azimut verdadero como salidas principales de la observación.

Una vez completadas las dos observaciones solares, el botón *CALCULAR POSICIÓN FINAL* desencadena la solución gráfica llamando a *graficas.dibujar_situacion(res_obs1, res_obs2)*, que representa las dos rectas de altura, las estimas, el vector determinante y el punto de corte, devolviendo la latitud y longitud de la situación corregida.

El flujo para estrellas y planetas es análogo, con tres diferencias principales: se procesan tres observaciones simultáneas en lugar de dos; las efemérides se obtienen mediante *almanaque.get_datos_estrella_aries()* o *almanaque.get_datos_planeta()* según el tipo de astro; y las correcciones de altura aplican la cadena de refracción y paralaje de *calculos.calcular_correccion_estrellas()*. La solución gráfica final se genera mediante *graficas.dibujar_situacion_estrellas()*.

4.2.5.4 Modo de impresión PDF

Una de las funcionalidades más relevantes desde el punto de vista didáctico es el modo de impresión PDF, que permite generar un documento académico con el desarrollo completo de un ejercicio resuelto. Este modo se activa mediante la señal booleana *st.session_state['orden_imprimir_pdf']*, que se establece a *True* cuando el usuario selecciona un ejercicio guardado y pulsa el botón de impresión.

En modo PDF, la aplicación sigue exactamente el mismo flujo de cómputo y presentación que en modo interactivo, pero con las siguientes adaptaciones:

- Los widgets de entrada (*st.number_input*, *st.date_input*, etc.) son sustituidos por textos estáticos que leen sus valores directamente de *st.session_state*, dado que los widgets son inaccesibles durante la impresión.
- La barra lateral y los controles de la interfaz se ocultan mediante una hoja de estilos CSS incrustada en el HTML de la página con la regla *@media print*.
- Los tipos y tamaños de fuente se reducen para ajustar el contenido a las dimensiones de un folio A4, con texto a 10pt, ecuaciones LaTeX a 9,5pt y títulos compactos.

La señal *orden_imprimir_pdf* se restablece a *False* inmediatamente después de la inyección del script, para que el siguiente *st.rerun()* del usuario restaure la interfaz interactiva normal. Este mecanismo de señal permite que el sistema de navegación y el modo de impresión coexistan sin interferirse.

4.3 Descripción funcional de la aplicación

Este apartado constituye el manual de uso de la herramienta y recorre de forma sistemática todas las secciones, controles y particularidades de la aplicación, con el objetivo de que cualquier usuario pueda comprender su funcionamiento al completo.

4.3.1 Interfaz general y menú principal

Al acceder a la aplicación se muestra un diseño de dos zonas bien diferenciadas: una barra lateral izquierda que actúa como menú de navegación permanente, y un área de contenido principal en la que se renderiza la herramienta seleccionada. En la parte superior del área de contenido, cada sección se anuncia con una imagen característica con título y subtítulo superpuestos que identifica visualmente el modo de trabajo activo.

4.3.1.1 Menú lateral

El menú lateral está organizado en tres bloques principales, cada uno encabezado por una imagen representativa y un botón que expande o colapsa un submenú de herramientas:

- *SOL*: agrupa las herramientas relacionadas con la observación del Sol. Al pulsar el botón, se despliegan dos opciones: *Rectas de Altura* y *Meridiana*. Cada una carga su propia interfaz en el área principal.
- *ESTRELLAS Y PLANETAS*: de forma análoga, expone dos herramientas: *Rectas de Altura* (para estrellas y planetas) y *Mono de Astros*.
- *MEMORIA*: gestiona los ejercicios guardados. Al expandirlo, se muestra un selector de categoría y una lista de archivos que pueden abrirse, exportarse como PDF o eliminarse.

El comportamiento del menú es de tipo exclusivo, es decir, solo puede estar abierto un bloque a la vez. Pulsar un botón ya abierto lo cierra, y pulsar uno cerrado cierra el anterior automáticamente. Los botones del submenú sí producen la transición de pantalla.

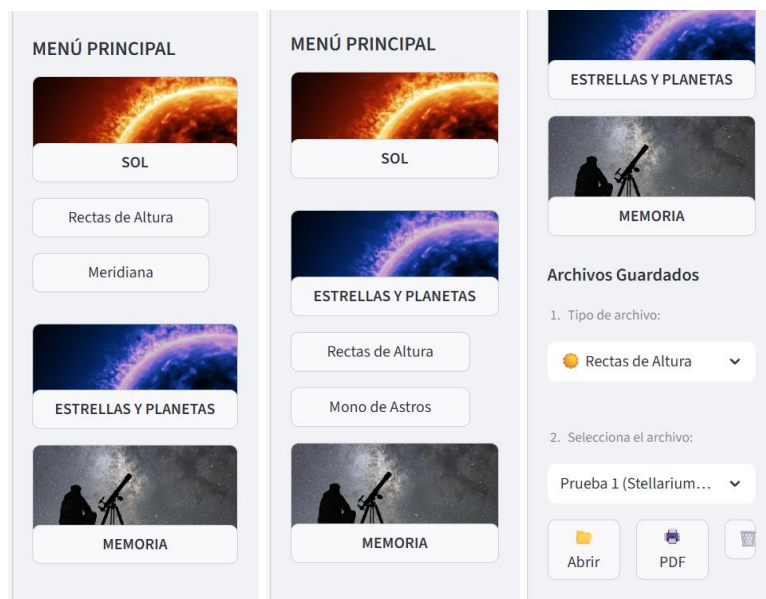


Figura 4-7 Menú lateral

4.3.2 Sol - Rectas de altura

Esta herramienta implementa el cálculo de la situación del buque mediante dos rectas de altura del Sol no simultáneas.

4.3.2.1 Estructura general

La pantalla se divide en dos columnas simétricas, una por observación. Cada columna sigue la misma estructura secuencial de cuatro subapartados:

- 1. *Situación de Estima*: posición supuesta del buque en el momento de la observación.
- 2. *Condiciones de Observación*: parámetros instrumentales y ambientales.
- 3. *Registro de Alturas*: entrada de mediciones del sextante.
- 4. *Desarrollo de Cálculos*: resolución paso a paso hasta obtener el determinante y el azimut.

4.3.2.2 Situación de estima

La posición de estima se introduce mediante un control de coordenadas en formato grados, minutos y segundos ($G^{\circ}M'S''$) con selector cardinal (N/S para latitud, E/W para longitud). Este formato, requiere cuatro campos numéricos independientes, cada uno acotado a su rango válido: los grados admiten valores de 0 a 90 en latitud y de 0 a 180 en longitud; los minutos se limitan al intervalo 0–59; y los segundos aceptan valores decimales en el rango 0–59. Internamente la aplicación convierte el valor a decimal para operar, pero toda la presentación al usuario se mantiene en notación sexagesimal.

1. Situación de Estima				1. Situación de Estima			
Latitud Estimada				Latitud Estimada			
Grados (°)	Minutos (')	Segundos (")	Card	Grados (°)	Minutos (')	Segundos (")	Card
40 - +	24 - +	51 - +	N ▾	40 - +	24 - +	51 - +	N ▾
Longitud Estimada				Longitud Estimada			
Grados (°)	Minutos (')	Segundos (")	Card	Grados (°)	Minutos (')	Segundos (")	Card
3 - +	42 - +	6 - +	W ▾	3 - +	42 - +	6 - +	W ▾

Figura 4-8 Sol – Rectas de altura: situación de estima

4.3.2.3 Condiciones de observación

Este subapartado recoge tres datos necesarios para las correcciones:

- *Fecha de observación*: selector de calendario sin restricción de rango, que determina la página del Almanaque a consultar. Aunque actualmente solo están cargados los datos para el año 2026.
- *Elevación del observador*: altura del ojo sobre la línea de flotación, en metros. Se emplea para calcular la depresión del horizonte. El campo no tiene cotas explícitas; el valor por defecto es 0,0 m y el paso de incremento es 0,1 m.
- *Error de índice*: error instrumental del sextante expresado en minutos de arco, con signo. Al igual que la elevación, el campo carece de cotas explícitas, con valor por defecto 0,0' y paso de 0,1'.

Figura 4-9 Sol - Rectas de altura: condiciones de observación

4.3.2.4 Registro de alturas

El número de mediciones es ajustable entre 1 y 5 mediante un selector numérico. Por cada medición se introducen dos bloques de campos: la *hora UTC* (en horas, minutos y segundos) y la *altura instrumental* (en grados, minutos y segundos) observada con el sextante.

Hora UTC (h):(m):(s)			Altura Instrumental (°):(′):(″)		
8	58	0	20	19	2
9	1	0	20	23	37
9	2	0	20	25	50

Hora UTC (h):(m):(s)			Altura Instrumental (°):(′):(″)		
15	59	0	19	46	0
16	0	0	19	49	10
16	2	0	19	52	52

Figura 4-10 Sol - Rectas de altura: registro de alturas

Una vez registradas las mediciones, la herramienta de *Depuración* permite seleccionar y excluir observaciones atípicas o erróneas mediante un campo de selección múltiple. Las observaciones descartadas quedan marcadas visualmente en la gráfica pero no se eliminan, facilitando su revisión. Debe mantenerse al menos una observación válida.

A continuación se genera automáticamente una gráfica de dispersión (altura instrumental frente a hora UTC) con los puntos válidos en azul, los descartados en gris y la media calculada destacada en dorado. Cuando hay dos o más puntos válidos se superpone una línea de tendencia. La media resultante de hora y altura se muestra en una tarjeta verde al pie de la gráfica.



Figura 4-11 Sol - Rectas de altura: depuración

4.3.2.5 Desarrollo de cálculos

Es el núcleo de la herramienta. Se estructura en cuatro apartados designados con letras:

A) Datos del almanaque

Se presenta el ángulo horario de Greenwich del Sol (hG_{Sol}) y la declinación (δ). Bajo cada bloque aparece un desplegable *Definiciones y fuentes* que proporciona la definición de cada magnitud y la página exacta del Almanaque de donde proviene.

4. Desarrollo de Cálculos

A) Datos del Almanaque

$$hG_{Sol} = 330^{\circ}11.0' \quad | \quad \delta = 1^{\circ}30.1'$$

> Definiciones y fuentes

Definiciones y fuentes

- hG_{Sol} (Ángulo Horario del Sol): Longitud entre el Meridiano de Greenwich y el meridiano del Sol.
 - δ (Declinación): Ángulo desde el ecuador hasta la proyección del Sol en la Tierra (Latitud del Sol).
 - Fuente: Páginas Diarias (Pág. 92 Almanaque Náutico)

Figura 4-12 Sol - Rectas de Altura: datos del Almanaque

B) Correcciones de altura

Se aplica la cadena completa de correcciones de la altura del Sol conforme al procedimiento enseñado en la Escuela Naval y el buque escuela Juan Sebastián de Elcano.

Las ecuaciones se muestran en un primer lugar con sus variables, a continuación se sustituyen por sus valores y por último se muestra el resultado en formato sexagesimal. El desplegable de definiciones detalla el origen físico de cada corrección y su fuente tabular.

B) Correcciones de Altura

$$h_i = 25^{\circ}7.3'$$

$$h_o = h_i + e_i = 25^{\circ}7.3' + (+0.0') = 25^{\circ}7.3'$$

$$h_a = h_o + d = 25^{\circ}7.3' + (-0.0') = 25^{\circ}7.3'$$

$$h_v = h_a + b_1 + b_2 = 25^{\circ}7.3' + (+14.1') + (-0.0') = 25^{\circ}21.4'$$

> Definiciones y fuentes

Definiciones y fuentes

- h_i (Altura Instrumental): Lectura directa del sextante.
- h_o (Altura Observada): Corregida por error instrumental ($h_i + e_i$).
- h_a (Altura Aparente): Corregida por la altura del ojo ($h_o + d$).
- h_v (Altura Verdadera): Altura final corregida.
- e_i (Error de Índice): Error propio del sextante.
- d (Depresión del Horizonte): Corrección por elevación del observador.
 - Fuente: Tabla A (Pág. 387 Almanaque Náutico).
 - Fórmula: $d = -1.7757 \cdot \sqrt{\text{Elevación}}$
- b_1 (Corrección principal Sol): Corrige los efectos de semidiámetro, refracción y paralaje.
 - Fuente: Tabla B (Pág. 387 Almanaque Náutico).
- b_2 (Corrección Adicional Sol): Ajuste fino según la fecha.
 - Fuente: Tabla B (Pág. 387 Almanaque Náutico).

Figura 4-13 Sol -Rectas de Altura: correcciones de altura

C) Resolución del Triángulo de Posición

Con los datos del Almanaque y la situación de estima se resuelve el triángulo astronómico de posición. El desarrollo se presenta en tres bloques, cada uno con su fórmula simbólica y su sustitución numérica:

- **Cálculo del Ángulo en el Polo (P):** La aplicación indica automáticamente si el Sol está al Este (P negativo) o al Oeste (P positivo).
- **Cálculo de la Altura Calculada (h_c):** mediante la fórmula del seno del triángulo esférico.
- **Cálculo del Azimut (Z):** mediante la fórmula del coseno, con la conversión detallada a azimut verdadero [0–360°) según la posición Este/Oeste del Sol.

C) Resolución Triángulo Posición

Cálculo del Ángulo en el Polo:

$$hG_{Sol} = 330.18^\circ$$

$$hL = (hG_{Sol} + \lambda)$$

$$hL = (330.18^\circ + (0.00^\circ)) = 330.18^\circ$$

El Sol está al **ESTE** (P negativo):

$$P = hL - 360^\circ$$

$$P = 330.18^\circ - 360^\circ = -29.82^\circ$$

Cálculo de Altura Calculada:

$$\sin(h_c) = \sin(\varphi) \sin(\delta) + \cos(\varphi) \cos(\delta) \cos(P)$$

$$\sin(h_c) = \sin(0.00^\circ) \sin(1.50^\circ) + \cos(0.00^\circ) \cos(1.50^\circ) \cos(-29.82^\circ)$$

$$h_c = 60^\circ 9.0' \quad (60.15^\circ)$$

Cálculo de Azimut:

$$\cos(Z) = \frac{\sin(\delta) - \sin(\varphi) \sin(h_c)}{\cos(\varphi) \cos(h_c)}$$

$$\cos(Z) = \frac{\sin(1.50^\circ) - \sin(0.00^\circ) \sin(60.15^\circ)}{\cos(0.00^\circ) \cos(60.15^\circ)}$$

$$Z = 87.0^\circ$$

Sol al Este

$$Z_v = 87.0^\circ$$

Figura 4-14 Sol - Rectas de Altura: resolución del triángulo

Definiciones y fuentes

- φ (Latitud Estimada): Coordenada vertical de nuestra posición supuesta.
- λ (Longitud Estimada): Coordenada horizontal de nuestra posición supuesta.
- δ (Declinación): Ángulo desde el ecuador hasta la proyección del Sol en la Tierra (Latitud del Sol).
 - Fuente: Páginas Diarias (Pág. 92 Almanaque Náutico).
- hL (Ángulo Horario Local): Ángulo medido hacia el Oeste desde nuestro meridiano hasta el meridiano del Sol ($hG + \lambda$).
- P (Ángulo en el Polo): Ángulo menor de 180° formado en el Polo entre tu meridiano y el meridiano del Sol (derivado de hL).
- h_c (Altura Calculada): La altura teórica exacta que tendría el Sol si estuviéramos en la situación de estima.
- Z (Azimut): La demora a la que se encuentra el Sol desde nuestra posición.

Figura 4-15 Sol - Rectas de Altura: Definiciones y fuentes del apartado C

D) Resultados finales

Se calcula el Determinante (Δh) en minutos de arco y se presenta junto al azimut en una tarjeta verde de resultados. El determinante es el dato clave que determina sobre qué lado de la recta de altura calculada se sitúa el buque.

D) Resultados Finales

$$\Delta h = h_v - h_c = 20^\circ 36.4' - 20^\circ 38.4' = -1.96'$$

RESULTADOS (Determinante | Azimut)

-1.96' | 124.0°

> Ver Triángulo de Posición 3D (Esfera)

Figura 4-16 Sol - Recta de Alturas: resultados finales

Bajo este apartado existe un visor 3D del Triángulo de Posición colapsado por defecto (*Ver Triángulo de Posición 3D*). Al desplegarlo, se muestra una esfera terrestre interactiva sobre la que se proyectan el meridiano del observador, el del Sol y el de Greenwich, el ecuador, y los vértices del triángulo. El gráfico puede rotarse, ampliarse y explorarse libremente, sirviendo como apoyo visual didáctico para comprender la geometría del cálculo.

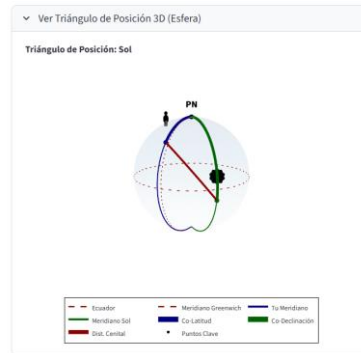


Figura 4-17 Sol - Rectas de Altura: Triángulo de posición 3D

4.3.2.6 Solución gráfica y posición final

Una vez cumplimentadas ambas observaciones, el botón *CALCULAR POSICIÓN FINAL* calcula la intersección de las dos rectas de altura. El resultado se presenta en dos zonas:

- Gráfica de rectas de altura: se representan las dos rectas de altura (con sus determinantes y azimuts), ambas situaciones de estima, y el punto de corte entre la primera recta trasladada y la segunda recta, que es la posición corregida del buque.
- Panel de resultados: muestra en tarjetas verdes la latitud y longitud verdaderas obtenidas, y en tarjetas grises la corrección diferencial respecto a la segunda estima (diferencia de latitud y longitud).



Figura 4-18 Sol - Rectas de Altura: solución gráfica

4.3.2.7 Guardar ejercicio

Al pie de la pantalla, un campo de texto permite asignar un nombre al ejercicio y el botón *Guardar* almacena todos los valores de la sesión actual de forma que pueden recuperarse íntegramente desde la sección *Memoria*. Al abrir la sección de *Memoria* el usuario observará un mensaje de confirmación del ejercicio guardado.

Guardar Observación del Sol

Nombre del ejercicio

Prueba 1 (Stellarium): Sol - Rectas de altura

Guardar

Figura 4-19 Sol - Rectas de Altura: guardar observación

4.3.3 Sol - Meridiana

La meridiana calcula la latitud del buque a partir de la altura máxima del Sol en su paso por el meridiano del observador. A diferencia del ejercicio anterior, no requiere dos observaciones, por lo que las entradas de *situación de estima* y *condiciones de observación* se solicitan una única vez. Los campos de entrada previos a la depuración son idénticos a los descritos en la herramienta de rectas de altura del Sol, con las mismas acotaciones.

4.3.3.1 Registro de alturas y detección del máximo

El número de mediciones es ajustable entre 1 y 20. Se introduce la *hora UTC* y la *altura instrumental* de cada observación al igual que en la sección anterior. Tras la depuración (misma lógica), la aplicación ajusta un modelo matemático a los datos válidos:

- Con 3 o más mediciones: se ajusta una parábola y se calcula el vértice analíticamente. Si el vértice de la parábola queda por encima de la observación máxima, se usa el vértice; en caso contrario, se usa la medición máxima.
- Con 2 mediciones: se ajusta una recta de tendencia y se escoge la medición máxima. Si ambas alturas son iguales, el máximo se sitúa en el instante medio.
- Con 1 medición: se toma directamente como máximo.

La gráfica resultante muestra los puntos válidos, los descartados, la curva ajustada y el máximo marcado con un triángulo dorado. El *eje X* se ajusta dinámicamente al rango temporal de los datos, con etiquetas *HH:MM* escaladas para mantener la legibilidad. La tarjeta verde resume la hora y la altura del máximo determinado.



Figura 4-20 Sol - Meridiana: depuración

4.3.3.2 Desarrollo de cálculos

El cálculo se desarrolla en tres fases:

- *A) Datos del Almanaque:* se muestra la declinación interpolada del Sol (δ) para la hora del máximo.
- *B) Correcciones de Altura:* idéntica cadena $h_i \rightarrow h_o \rightarrow h_a \rightarrow h_v$ que en *rectas de altura*.
- *C) Resolución de la Latitud:* se calcula la distancia cenital (z) y la latitud del buque (ϕ). El resultado se muestra en tarjeta verde (latitud corregida) y en tarjeta gris (diferencia respecto a la estima).

C) Resolución Latitud

$$z = 90^\circ - h_c = 90^\circ - 31^\circ 24.2' = 58^\circ 35.8'$$

$$\varphi = z + \delta = 58^\circ 35.8' + 1^\circ 32.1' = 57^\circ 3' 42.9''$$

> Definiciones y fuentes

> Ver diagrama geométrico de la Meridiana

Definiciones y fuentes

- z (Distancia Cenital): Es la distancia angular desde el cenit (nuestra vertical) hasta el astro.
- φ (Latitud): Coordenada vertical de nuestra posición supuesta.

Figura 4-21 Sol - Meridiana: resolución de la latitud

Bajo los cálculos de la latitud existe un apartado colapsado por defecto (*Ver diagrama geométrico de la Meridiana*). Al desplegarlo, se muestra el diagrama 2D del plano meridiano donde el alumno puede ver gráficamente cómo los arcos de distancia cenital (z) y declinación (δ) se suman sobre el meridiano celeste para dar lugar a la latitud, sirviendo de apoyo visual directo a la fórmula $\varphi = z + \delta$ recién calculada.



Figura 4-22 Sol - Meridiana: diagrama geométrico

4.3.4 Estrellas y planetas - Rectas de altura

Esta herramienta extiende el método de rectas de altura a la observación de tres astros simultáneos (estrellas o planetas). La lógica de cálculo es esencialmente la misma que para el Sol, pero con particularidades derivadas de la naturaleza de cada tipo de astro.

4.3.4.1 Datos comunes y estructura de tres columnas

Al contrario que en la herramienta solar, al ser una observación prácticamente simultánea, la posición de estima y las condiciones de observación son globales: se introducen una única vez en la cabecera de la página y se comparten entre los tres astros.

1. Situación de Estima

Latitud Estimada: Grados (°) 0, Minutos (') 0, Segundos (") 0, Card N. Longitud Estimada: Grados (°) 0, Minutos (') 0, Segundos (") 0, Card W.

2. Condiciones de Observación

Fecha de la Observación: 24/03/2026

Elevación del Observador (metros): 0.0, Error de índice (minutos): 0.0

Figura 4-23 Estrellas y Planetas: entradas del usuario

La pantalla se divide en tres columnas de igual anchura, una por astro. En cada columna, un selector desplegable permite elegir el astro de la lista completa de estrellas del Almanaque más los cuatro planetas navegables (Venus, Marte, Júpiter y Saturno).

3. Observaciones

Astro 1: Júpiter

Astro 2: Aldebaran

Astro 3: Sirius

Figura 4-24 Estrellas y Planetas: observaciones

4.3.4.2 Mediciones y depuración

Cada astro dispone de su propio contador de mediciones, ajustable entre 1 y 10. El registro de horas y alturas y la depuración funcionan igual que en la herramienta *rectas de altura* del Sol, incluyendo la gráfica de dispersión con línea de tendencia y la tarjeta verde de medias.

4.3.4.3 Desarrollo de cálculos

El apartado A de cada columna se adapta automáticamente al tipo de astro seleccionado:

- Estrellas: el cálculo del ángulo horario de Greenwich del astro (hG^*) se obtiene sumando el ángulo horario de Aries (hG_y) y el ángulo sidéreo del astro ($A.S.$). También muestra la declinación (δ) correspondiente.
- Planetas (Venus, Marte, Júpiter, Saturno): muestra la declinación (δ) y el hG del planeta, que se lee directamente de las páginas diarias del almanaque, sin pasar por Aries.

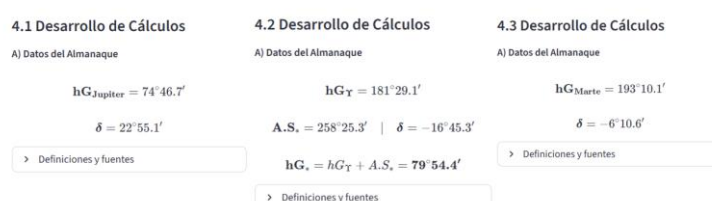


Figura 4-25 Estrellas y Planetas: datos del Almanaque

4.3.4.4 Correcciones de altura

La resolución del triángulo de posición (apartado C) es idéntica que en *rectas de altura* del Sol. Sin embargo, las correcciones de altura para estrellas y planetas difieren. El apartado B presenta:

- $h_i \rightarrow h_o \rightarrow h_a$: error de índice y depresión del horizonte. Igual que en el Sol.
- $h_a \rightarrow h_v$: para estrellas y planetas exteriores (Júpiter, Saturno) solo se aplica la corrección de refracción (c_1 , Tabla C del Almanaque). Para Venus y Marte se añade además la corrección de paralaje (c_2), dada su mayor cercanía a la Tierra. La fórmula mostrada se adapta automáticamente al astro elegido.

B) Correcciones de Altura

$$h_i = 45^\circ 0.0'$$

$$h_o = h_i + e_i = 45^\circ 0.0' + (+0.0') = 45^\circ 0.0'$$

$$h_a = h_o + d = 45^\circ 0.0' + (-0.0') = 45^\circ 0.0'$$

$$h_v = h_a - c_1 = 45^\circ 0.0' - 1.0' = 44^\circ 59.0'$$

> Definiciones y Fuentes

Definiciones y Fuentes

- h_i (Altura Instrumental): Lectura directa del sextante.
- h_o (Altura Observada): Corregida por error instrumental ($h_i + e_i$).
- h_a (Altura Aparente): Corregida por la altura del ojo ($h_o + d$).
- h_v (Altura Verdadera): Altura final ($h_a - c_1$).
- e_i (Error de Índice): Error propio del sextante.
- d (Depresión del Horizonte): Corrección por elevación del ojo.
- c_1 (Refracción): Corrección negativa por atmósfera.
- Fuente: Tabla C (Pág. 387 Almanaque Náutico).

Figura 4-26 Estrellas y Planetas: correcciones de altura

4.3.4.5 Solución con tres rectas y tabla resumen

Con al menos dos astros calculados, el botón «CALCULAR POSICIÓN FINAL» calcula la posición obtenida por intersección de rectas. Al compartir todos los astros la misma situación de estima, las rectas de altura parten del mismo punto y no se aplica traslación, de modo que se cruzan formando un triángulo cuyo baricentro, marcado con un punto amarillo, representa la situación verdadera del buque. El panel

de resultados incluye, además de la situación corregida y la corrección a la estima, una tabla resumen con el nombre del astro, su azimut y su determinante para cada observación.

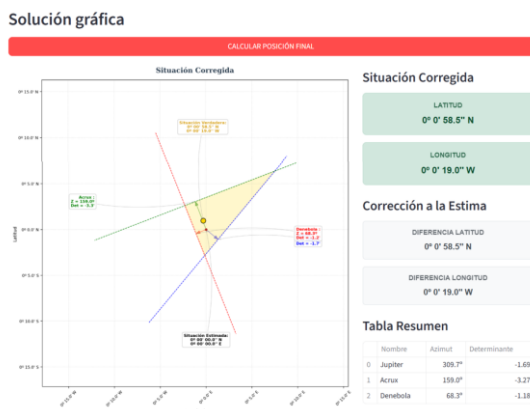


Figura 4-27 Estrellas y Planetas: solución gráfica

4.3.5 Estrellas y planetas - Mono de Astros

El mono de astros es una herramienta auxiliar que genera un mapa celeste con todos los astros visibles sobre el horizonte para una fecha, hora UTC y posición geográfica determinadas. Su utilidad práctica es permitir al navegante seleccionar previamente qué astros observará durante el crepúsculo, y en qué dirección debe apuntar el sextante.

4.3.5.1 Datos de entrada

La herramienta requiere:

- *Fecha y hora UTC*: selector de calendario y tres campos para introducir la hora UTC en horas, minutos y segundos, acotados a valores horarios válidos.
- *Situación estimada*: latitud y longitud en formato $G^{\circ}M'S''$ con sus respectivos puntos cardinales.

Una vez cumplimentados, el botón *Generar Mapa Celeste* lanza el cálculo. Internamente, se resuelve el triángulo de posición para cada astro del Almanaque (estrellas principales y cuatro planetas) y se filtra aquellos cuya altura calculada sea positiva, es decir, que estén sobre el horizonte. A modo informativo se despliega un mensaje informativo con el número total de astros sobre el horizonte en ese instante.

4.3.5.2 Mapa celeste

El mapa se representa en coordenadas polares: el norte queda en la parte superior, el eje radial codifica la altura (90° en el centro, 0° en el borde exterior) y el eje angular el azimut. Las estrellas se representan con un símbolo de estrella en amarillo y los planetas con un círculo naranja.

Cada astro lleva una etiqueta conectada mediante una flecha. El algoritmo de colocación de las etiquetas evita tanto solapes entre ellas como que las flechas atraviesen otros símbolos o textos.

Un selector permite cambiar el modo de etiquetado entre *Nombres* y *Números*, siendo la versión numérica útil cuando la densidad de astros en una región del cielo dificulta la lectura de los nombres completos.

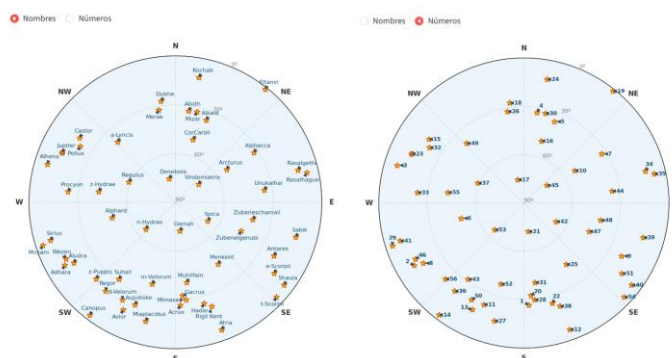


Figura 4-28 Mono de Astros: mapas celestes

4.3.5.3 Catálogo de visibilidad

A la derecha del mapa se muestra una tabla interactiva con todos los astros visibles ordenados alfabéticamente. Cada fila contiene el número de referencia (coincidente con el del mapa en modo *Números*), el nombre del astro, su azimut verdadero (Zv) y su altura calculada (Hc).

Catálogo de Visibilidad

Nº	Astro	Azimut (Zv)	Altura (Hc)
7	Alphecca	57.7º	32º 59.9'
8	Aludra	239.1º	17º 10.4'
9	Antares	118.6º	21º 06.6'
10	Arcturus	57.5º	52º 40.1'
11	Aspidiske	201.6º	22º 13.5'
12	Atria	160.1º	6º 32.9'
13	Avior	205.9º	16º 33.8'
14	Canopus	217.2º	2º 49.0'

Figura 4-29 Mono de Astros: catálogo de visibilidad

4.3.6 Memoria de ejercicios guardados

La sección de Memoria permite gestionar el histórico de ejercicios guardados. Se accede desde el bloque *MEMORIA* del menú lateral, que al expandirse muestra la lista de archivos almacenados.

4.3.6.1 Filtrado por categoría

Un selector desplegable permite filtrar los ejercicios por tipo antes de seleccionarlos. Las categorías disponibles son:

- *Rectas de Altura (Sol)*
- *Meridiana (Sol)*
- *Rectas de Altura (Estrellas y Planetas)*
- *Mono de Astros*

Si no hay ejercicios guardados en la categoría seleccionada, se muestra un aviso informativo. Los ejercicios disponibles aparecen en un selector desplegable ordenados del más reciente al más antiguo.

4.3.6.2 Acciones disponibles

Cada ejercicio seleccionado puede gestionarse con tres botones:

- *Abrir*: carga todos los valores guardados en la sesión y navega automáticamente a la herramienta correspondiente, restaurando el ejercicio exactamente en el estado en que fue guardado.
- *PDF*: genera una versión del ejercicio optimizada para impresión. La aplicación redibuja la pantalla en formato compacto con tipografía reducida y sin elementos de interfaz (barra lateral, botones, etc.). Entonces lanza automáticamente el diálogo de impresión del navegador tras un segundo de espera, permitiendo guardar el ejercicio como *PDF*.

- *Eliminar*: borra permanentemente el archivo del disco y actualiza la lista.

Cualquier acción exitosa (guardar, abrir, eliminar) genera un mensaje de confirmación que aparece en la parte superior de la barra lateral.

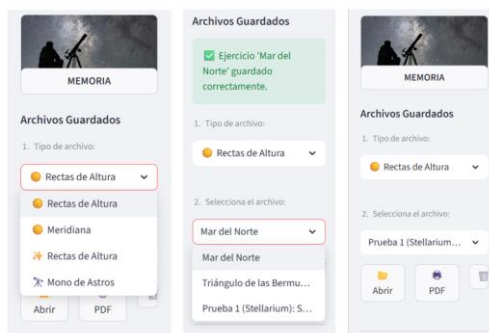


Figura 4-30 Memoria: acciones disponibles

4.4 Implementación del enfoque didáctico

Las herramientas existentes de navegación astronómica comparten una limitación estructural: operan como cajas negras[1], [3]. El alumno introduce datos y recibe resultados sin poder examinar ni comprender ningún paso intermedio. La herramienta desarrollada en este trabajo responde a una premisa diferente: el valor educativo. Se busca facilitar la labor del estudiante de interiorizar el procedimiento. Este enfoque se materializa en cinco mecanismos concretos.

4.4.1 Flujo de trabajo guiado y contextualizado

Cada ejercicio se organiza en una secuencia lineal de bloques numerados que reproduce el orden enseñado en la Escuela Naval Militar[4]. Con el fin de evitar que el estudiante aplique fórmulas de manera puramente mecánica, la interfaz incorpora secciones desplegables que contextualizan cada fase del cálculo. Estos bloques proporcionan las definiciones exactas de las variables implicadas y la referencia a las tablas específicas del Almanaque Náutico donde deben buscarse los datos. Además, cada operación se presenta en tres niveles sucesivos: fórmula simbólica, sustitución numérica y resultado en notación sexagesimal. Esta trazabilidad no solo evita la frustración del alumno al perderse durante el desarrollo, sino que facilita la memorización de los pasos y fomenta una comprensión más profunda del procedimiento.

4.4.2 Desplegable de definiciones y fuentes

A lo largo de toda la aplicación, cada bloque de cálculo incorpora un desplegable *Definiciones y fuentes* colapsado por defecto. Su contenido varía según el contexto: define cada magnitud que acaba de aparecer en las fórmulas, explica su origen físico y señala la página exacta del Almanaque Náutico de la que proviene el dato o la tabla consultada. De este modo el alumno puede seguir el desarrollo numérico sin interrupciones y acudir a la definición precisa en el momento en que la necesite, sin salir de la herramienta ni consultar el Almanaque impreso.

4.4.3 Visualización 3D del Triángulo de Posición

El tercer pilar del enfoque pedagógico aborda uno de los mayores obstáculos en el estudio de la navegación astronómica: la abstracción espacial. El triángulo de posición es un objeto tridimensional cuya comprensión a partir de fórmulas planas resulta limitada. La representación 3D se genera con los datos concretos de cada observación, no con un triángulo genérico, lo que permite al alumno observar cómo la geometría varía con la latitud de estima, la declinación y el ángulo horario del astro. La rotación libre de la esfera hace geoméricamente obvias la convención de signos del ángulo en el polo. También permite ver la relación entre los azimuts de varias observaciones y la calidad de su intersección: dos

rectas de altura casi paralelas denotan una geometría mal condicionada, algo que el visor evidencia de forma inmediata.

4.4.4 Diagrama geométrico de la Meridiana

El cálculo de la latitud por la meridiana se apoya en la relación $\varphi = z + \delta$, una expresión algebraicamente sencilla pero que encierra una geometría que puede no resultar evidente para el alumno que la ve por primera vez. Para reforzar su comprensión, la herramienta ofrece un desplegable colapsado *Ver diagrama geométrico de la Meridiana* tras la resolución numérica. Al abrirlo se muestra el diagrama, donde el meridiano celeste se representa como una circunferencia sobre la que se posicionan el *Cénit*, el *Sol*, el *Horizonte Astronómico* y el *Ecuador Celeste* en función de los valores del propio ejercicio, y los arcos de *distancia cenital* (z), *declinación* (δ), *altura verdadera* (h_v) y *latitud* (φ) se visualizan coloreados de forma que el alumno comprueba directamente cómo se suman para dar lugar a la latitud calculada.

4.4.5 Solución gráfica de la situación corregida

El proceso de aprendizaje culmina conectando la analítica matemática con el entorno de trabajo natural del marino: la carta náutica. En este plano, el usuario observa de forma directa y visual cómo su situación de estima inicial es desplazada y corregida por la intersección de las rectas de altura. Además, el alumno puede cotejar el resultado de la aplicación con su propio trazado en papel, verificando no solo la corrección numérica sino la coherencia visual del conjunto.

5. VALIDACIÓN Y TRATAMIENTO DE ERRORES

5.1 Tratamiento de errores y excepciones

Desde las primeras fases del diseño se estableció como criterio que ningún fallo interno debía llegar a la interfaz en forma de excepción de sistema. La herramienta opera sobre ficheros de datos externos, recibe entradas de usuario potencialmente extremas y realiza operaciones matemáticas que tienen puntos de indeterminación conocidos: cada uno de estos frentes fue abordado de forma explícita, con el objetivo de que la aplicación se comporte de manera predecible en cualquier circunstancia.

En el plano matemático, las funciones trigonométricas inversas empleadas en la resolución del triángulo de posición son indefinidas fuera del intervalo $[-1, 1]$. Los errores de redondeo acumulados en cadenas largas de operaciones en coma flotante pueden producir argumentos que superan este límite por una cifra despreciable, pero suficiente para causar un error irrecuperable en tiempo de ejecución. Para evitarlo, una función de acotación explícita intercepta el argumento antes de cada llamada y lo recorta al intervalo válido. El error introducido es matemáticamente despreciable y en ningún caso afecta a la precisión operativa del resultado.

A nivel de interfaz, los retornos de los módulos de cálculo se traducen en mensajes accionables para el usuario siguiendo una jerarquía de tres niveles. Los errores que impiden completar el cálculo (como la ausencia del fichero de efemérides para la fecha introducida) se muestran de forma bloqueante mediante *st.error()*. Las situaciones que permiten continuar con resultado parcial, como disponer de menos rectas de altura de las recomendadas o no encontrar ningún astro visible en el módulo de planificación, se notifican como advertencias con *st.warning()* sin interrumpir el flujo. Las operaciones completadas con éxito se confirman explícitamente al usuario mediante *st.success()*. Esta jerarquía garantiza que el usuario siempre sepa en qué estado se encuentra la aplicación y qué acción puede tomar a continuación.

5.2 Casos de prueba y validación

Para verificar la exactitud de los tres módulos de cálculo principales (Sol: Rectas de Altura, Sol: Meridiana y Estrellas y Planetas: Rectas de Altura) se diseñó una metodología de validación basada en la herramienta de simulación astronómica *Stellarium Web*[15]. *Stellarium* permite obtener la altura de cualquier astro para una posición GPS y un instante de tiempo precisos, lo que posibilita la construcción de casos de prueba con condiciones perfectamente controladas y comparables con los resultados de la aplicación.

5.2.1 Metodología de validación

El objetivo de la metodología fue aislar completamente el error de cálculo de la herramienta respecto a cualquier otra fuente de incertidumbre externa. Para ello se estableció un conjunto de condiciones de contorno comunes a todos los casos de prueba, detalladas en la Tabla 5-1:

Parámetro	Valor
Situación de estima	40° 24' 51" N – 3° 42' 06" (Madrid)
Fecha de observación	23/02/2026
Error de índice (e.i)	0'
Elevación del observador	0 m → Depresión horizonte = 0'
Posición verdadera (Stellarium)	Coincide con la situación de estima
Corrección de estima esperada	0" (cero teórico)

Tabla 5-1 Condiciones comunes a todos los casos prueba

Al hacer coincidir la situación de estima con la posición verdadera de Stellarium, el Determinante (Δh) de cada recta de altura debe ser idealmente nulo y la corrección final a la estima debe converger a cero.

5.2.1.1 Tratamiento de la atmósfera

Stellarium incorpora por defecto su propio modelo de refracción atmosférica, incompatible con el modelo tabulado del Almanaque Náutico. Para neutralizarlo, se desactivó en la configuración del simulador, obteniendo así la altura del astro sin refracción. Dado que la aplicación aplicará posteriormente la corrección correspondiente (b_1 para el Sol y c_1 para estrellas y planetas), se restó previamente a la altura suministrada por Stellarium el valor de dicha corrección antes de introducirla como altura instrumental. De este modo el resultado neto es idéntico a la altura de referencia de Stellarium, pero la cadena de correcciones del Almanaque se ejecuta de forma completa e íntegra.

5.2.1.2 Tratamiento del uso horario

Stellarium trabaja en hora local según la zona horaria de la posición GPS configurada, mientras que la herramienta opera exclusivamente en tiempo UTC. La posición ensayada (proximidades de Madrid) correspondía al huso UTC+1, por lo que fue necesario restar una hora a la lectura horaria de Stellarium antes de introducirla en la aplicación.

5.2.1.3 Diferencia entre modelos de efemérides

Adicionalmente, Stellarium utiliza un modelo de cálculo de efemérides diferente al empleado por el ROA para generar los ficheros del Almanaque Náutico. Esta divergencia introduce pequeñas diferencias en las posiciones de los astros que justifican pequeñas discrepancias residuales en los resultados.

5.2.2 Prueba 1: Sol - Rectas de altura

Se realizaron dos observaciones solares el 23 de febrero de 2026, con la primera a las 09:00 UTC y la segunda a las 16:00 UTC. Ambas situaciones de estima se introdujeron iguales, replicando la posición GPS de referencia. La Tabla 5-2 recoge los datos de entrada, los parámetros calculados por la herramienta y el resultado final:

Parámetro	Obs. 1 – 09:00 UTC	Obs. 2 – 16:00 UTC	Resultado
Altura instrumental (h_i)	20° 21' 37"	19° 50' 26"	
Azimut Stellarium	123.9°	236.9°	
Azimut calculado (Z_v)	Idéntico	Idéntico	
Determinante (Δh)	0'	-0.1'	
Corrección en latitud			0° 0' 5.5" N
Corrección en longitud			0° 0' 4.3" E

Tabla 5-2 Resultados de la Prueba 1: Sol - Rectas de altura

5.2.3 Prueba 2: Sol - Meridiana

El módulo de la meridiana se validó de forma independiente con una observación del Sol en el momento de su tránsito por el meridiano del observador. La Tabla 5-3 presenta los parámetros y el resultado obtenido:

Parámetro	Valor
Hora UTC de la Meridiana	12:28:20 UTC
Altura instrumental (h_i)	39° 37' 14"
Latitud estimada (φ_e)	40° 24' 51.0" N
Latitud corregida (φ)	40° 24' 52.8" N
Diferencia de latitud ($\Delta\varphi$)	0° 0' 1.8" N

Tabla 5-3 Resultados de la Prueba 2: Sol – Meridiana

5.2.4 Prueba 3: Estrellas y Planetas - Rectas de altura

Se observaron simultáneamente dos estrellas y un planeta a las 20:35 UTC del mismo día, seleccionadas por cubrir un abanico amplio de azimuts (Norte, Sur y Oeste), lo que garantiza una geometría de intersección bien condicionada. La Tabla 5-4 recoge los datos de cada observación y el resultado del posicionamiento:

Astro	H_i introducida	Azimut (Z_v)	Azimut Stellarium	Determinante (Δh)
Dubhe	45° 8' 11"	38.5°	Idéntico	0'
Júpiter	71° 12' 7"	156.5°	Idéntico	-0,2'
Hamal	32° 26' 49" N	274.7	Idéntico	-0,1'
RESULTADO	Corrección en latitud	0° 0' 10.5" N	Corrección en longitud	0° 0' 0.6" E

Tabla 5-4 Resultados de la Prueba 3: Estrellas y Planetas - Rectas de altura

5.2.5 Validación del Mono de Astros

Como verificación complementaria, el listado de azimuts y alturas calculadas para el Mono de Astros generado por la herramienta fue comparado con el producido por la aplicación ANDi del Real Observatorio de la Armada[9]. La comprobación se realizó para la situación de estima 40° 24' 51" N - 3° 42' 06" W el 23 de febrero de 2026 a las 20:35 UTC. La concordancia entre ambas herramientas fue total, corroborando la correcta implementación de la interpolación de las efemérides del Almanaque Náutico y la resolución del triángulo de posición.

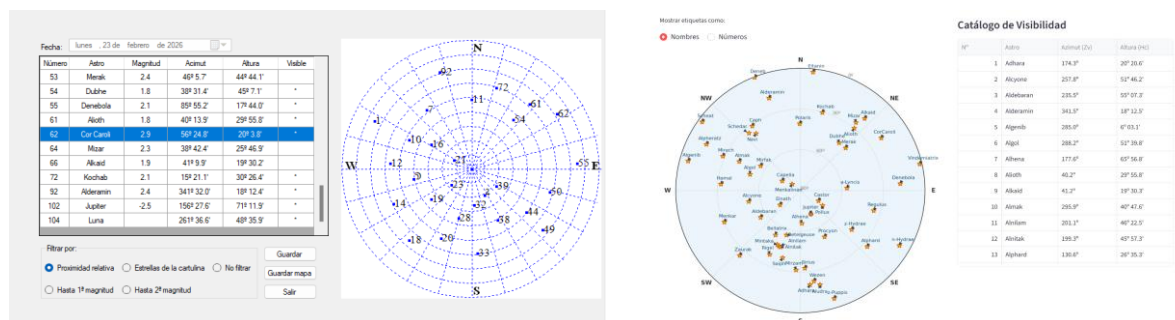


Figura 5-1 Mono de Astros generado por ANDi (izquierda) y por la aplicación (derecha)

5.2.6 Resumen comparativo y conclusiones

La Tabla 5-5 resume los errores residuales obtenidos en los tres casos prueba, confrontándolos con la precisión operativa típica de un sextante marino:

Módulo validado	Diferencia de latitud	Diferencia de longitud
Sol - Rectas de altura	5.5"	4.3"
Sol - Meridiana	1.8"	-
Estrellas y planetas	10.5"	0.6"
Precisión del sextante real	1' - 3'	

Tabla 5-5 Resumen comparativo de errores residuales

Los errores residuales obtenidos en los tres módulos, del orden de 1"-10" de arco (equivalentes a 0.02-0.17 millas náuticas), son entre uno y dos órdenes de magnitud inferiores a la precisión operativa de un sextante. Lejos de constituir errores propios de la herramienta, estas desviaciones son consecuencia natural de las diferencias entre los modelos de refracción y los algoritmos de interpolación que emplean Stellarium y el Almanaque Náutico del Real Observatorio de la Armada, por lo que obtener una coincidencia exacta entre ambas herramientas sería matemáticamente imposible y no debe esperarse. Los residuos observados carecen por tanto de relevancia desde el punto de vista de la navegación astronómica práctica.

En conjunto, los resultados de validación demuestran que la herramienta reproduce con plena fidelidad el procedimiento analítico estandarizado de la navegación astronómica para los tres módulos implementados, considerablemente por debajo de los márgenes de precisión inherentes al proceso de observación real con sextante. Los tres casos de prueba descritos se encuentran actualmente disponibles en la aplicación como ejercicios guardados, accesibles desde el módulo de *Memoria*, permitiendo reproducir y verificar los resultados de forma interactiva.

6. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

6.1 Grado de cumplimiento de los objetivos

Los objetivos específicos definidos en el apartado 1.2 han sido alcanzados en su totalidad. La herramienta desarrollada cubre el ciclo completo del proceso de determinación de la posición por rectas de altura, desde la planificación previa de la observación hasta la exportación de la posición obtenida, reproduciendo fielmente el procedimiento tal y como se enseña en la Escuela Naval Militar y se practica a bordo del buque escuela Juan Sebastián de Elcano.

En cuanto a la resolución analítica, la herramienta desglosa de forma explícita cada fase del cálculo: corrección de índice, depresión del horizonte, correcciones tabuladas de refracción, semidiámetro y paralaje, interpolación de efemérides, resolución del triángulo de posición y obtención de la intercepción. Todos los valores intermedios son mostrados al usuario, lo que permite seguir y verificar el procedimiento en paralelo a los cálculos manuales, cumpliendo el objetivo de transparencia analítica que caracteriza a una herramienta didáctica.

La interfaz de la aplicación ha sido diseñada para resultar intuitiva y accesible, con un flujo de trabajo guiado, entradas estructuradas y retroalimentación visual inmediata. Se ha prestado atención a que el entorno no resulte hostil a diferencia de las herramientas existentes actuales.

La visualización gráfica implementada muestra las rectas de altura sobre un plano cartesiano junto con la posición de estima y la posición observada. Complementariamente, el módulo planificador de observaciones representa los astros visibles sobre un diagrama polar celeste con etiquetado automático, distinguiendo visualmente estrellas de planetas. Todos los diagramas se generan dinámicamente a partir de los datos del usuario, sin plantillas fijas.

Finalmente, tanto la posición observada como el desarrollo completo del ejercicio pueden exportarse a PDF, lo que permite al alumno conservar y manejar los resultados de forma cómoda fuera de la aplicación.

La integración de todos estos elementos en una única herramienta supone un avance cualitativo en la enseñanza de la navegación astronómica. Al exponer explícitamente cada paso del cálculo, la aplicación libera al alumno de la carga aritmética y le permite centrarse en la comprensión de los conceptos geométricos y astronómicos que subyacen al método de Marcq Saint-Hilaire. De este modo, la herramienta no solo cumple con los objetivos técnicos planteados, sino que sienta las bases para un cambio metodológico, facilitando un aprendizaje más profundo y autónomo.

6.2 Líneas de trabajo futuras

6.2.1 Incorporación de la Luna y el método de la Polar

La Luna es el único astro de navegación relevante no implementado, principalmente por la complejidad de sus correcciones: paralaje horizontal, semidiámetro variable y achatamiento terrestre. Su inclusión completaría el catálogo de astros disponibles. De forma complementaria, el método de la Polar permitiría determinar la latitud directamente a partir de la observación de Polaris, un procedimiento de especial utilidad por su sencillez.

6.2.2 Integración con fuentes de efemérides de la NASA

La herramienta depende actualmente de los ficheros del Almanaque generados periódicamente por el Real Observatorio de la Armada Española. Conectar la aplicación directamente con el JPL Horizons System de la NASA eliminaría esa dependencia y permitiría calcular posiciones para cualquier fecha sin limitación temporal ni necesidad de actualizar ficheros locales.

6.2.3 Mejora del módulo de exportación PDF

La exportación a PDF actual se basa en la función de impresión del navegador, lo que limita el control sobre el documento resultante. Se propone implementar la generación de PDF desde el servidor para producir un cuaderno de observaciones completo que incluya portada, todos los diagramas del cálculo, las definiciones y fundamentos teóricos disponibles en la aplicación, y las tablas de resultados, con formato académico estandarizado y apto para su entrega como cuaderno de prácticas.

6.2.4 Módulo de autoevaluación

Se propone desarrollar un modo de práctica en el que la herramienta genere supuestos simulados con datos de observación aleatorios o predefinidos, y evalúe paso a paso las respuestas introducidas por el alumno, identificando los errores cometidos en cada fase del procedimiento. Este módulo convertiría la herramienta en un recurso de autoevaluación autónomo.

6.2.5 Reestimación iterativa para situaciones de estima deficientes

Cuando la posición de estima presenta un error de decenas o centenares de millas, los determinantes resultantes son tan grandes que la aproximación de la circunferencia de alturas iguales por su tangente local (fundamento geométrico sobre el que se construye la recta de altura) deja de ser válida. Se propone que la herramienta detecte automáticamente esta situación mediante un valor umbral de intercepción y active un proceso de reestimación iterativa: la posición obtenida en cada iteración (calculada como baricentro del triángulo de incertidumbre) se reutiliza como nueva estima de partida para el ciclo siguiente. El proceso continúa en bucle hasta que todos los determinantes se encuentran por debajo de un segundo umbral de convergencia, momento en el que la solución se considera válida. La herramienta informaría al usuario de cada iteración ejecutada y la evolución de los determinantes, manteniendo así el carácter didáctico y transparente de la aplicación.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Garvin, M., «Future of Celestial Navigation and the Ocean-Going Military Navigator», Master's Project, Old Dominion University, Norfolk, Virginia, USA, 2010. [En línea]. Disponible en: https://digitalcommons.odu.edu/ots_masters_projects/40
- [2] National Geospatial-Intelligence Agency, *The American Practical Navigator: An Epitome of Navigation*, 2024.^a ed., vol. I. en NGA Publication No. 9, no. NVPUB9V1, vol. I. Springfield, Virginia: National Geospatial-Intelligence Agency (NGA), 2024.
- [3] Arneson, Devin, «Charting a New Course: Celestial Navigation Returns to USNA», *U.S. Navy News*, 15 de octubre de 2015. [En línea]. Disponible en: <https://www.navy.mil/>
- [4] Gutiérrez Sacristán, José Luis y de Ory Guimerá, Víctor, «Avances en la precisión de la navegación astronómica en la era digital», *Rev. Gen. Mar.*, vol. 288, pp. 113-121, feb. 2025.
- [5] Federación Internacional de los Trabajadores del Transporte (ITF), *Guía STCW para la Gente de Mar: Contiene las Enmiendas de Manila, 2010*. Londres: ITF (Federación Internacional de los Trabajadores del Transporte), 2010.
- [6] Borrallo Tirado, Sergio y Canals Ros, Lluís, «Alternativas al GNSS para el posicionamiento en la mar: desarrollo de una tecnología basada en la Navegación Astronómica», presentado en VII Congreso Nacional de I+D en Defensa y Seguridad (DESEi+D), 2019.
- [7] Gutiérrez Sacristán, José Luis y Borrallo Tirado, Sergio, «El GPS Estelar», *Revista General de Marina*, vol. 283, pp. 525-538, octubre de 2022.
- [8] Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA), *Almanaque Náutico 2026*. San Fernando, Cádiz: Ministerio de Defensa / Armada Española, 2025. [En línea]. Disponible en: <https://roa.armada.def.es/roa/page/almanaque-nautico>
- [9] Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA), *ANDi — Almanaque Náutico Digital*.
- [10] Kaplan, George, Bangert, John, y Oliverson, Nancy, *STELLA: System To Estimate Latitude and Longitude Astronomically, Version 1.1*. (1999). Astronomical Applications Department, U.S. Naval Observatory, Washington, D.C.
- [11] U.S. Naval Observatory, Astronomical Applications Department, «Celestial Navigation Data for Assumed Position and Time». [En línea]. Disponible en: <https://aa.usno.navy.mil/>
- [12] HM Nautical Almanac Office (HMNAO), UK Hydrographic Office, «HMNAO Astronomical Data Portal». [En línea]. Disponible en: <https://astro.ukho.gov.uk/>
- [13] Zotti, Georg, Hoffmann, Susanne M., Wolf, Alexander, Chéreau, Fabien, y Chéreau, Guillaume, «The Simulated Sky: Stellarium for Cultural Astronomy Research», *J. Skyscape Archaeol.*, vol. 6, n.º 2, 2021, doi: 10.1558/jsa.17822.
- [14] Ruiz García, A., «Manual de Náutica», Navigational Algorithms. [En línea]. Disponible en: <http://sites.google.com/site/navigationalalgorithms/>

-
- [15] «Stellarium Web Online Star Map». Accedido: 23 de marzo de 2026. [En línea]. Disponible en: <https://stellarium-web.org/>
- [16] Moreu Curbera, José María, *Astronomía Náutica y Navegación*. Madrid: José María Moreu Curbera, 1982.
- [17] «Esfera celeste», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. 8 de noviembre de 2025. Accedido: 18 de marzo de 2026. [En línea]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Esfera_celeste&oldid=170372118
- [18] Ruiz García, A., «Corrections for Sextant Altitude (F1)», Navigational Algorithms. [En línea]. Disponible en: <http://sites.google.com/site/navigationalalgorithms/>
- [19] sirocodiez, «Correccion-depresion-horizonte-Sirocodiez-Escuela- Náutica-CY-online», Escuela Náutica Sirocodiez. Accedido: 23 de marzo de 2026. [En línea]. Disponible en: <https://www.escuelanauticasirocodiez.com/curso-capitan-yate-online/correccion-depresion-horizonte-sirocodiez-escuela-nautica-cy-online/>
- [20] patrondeyate.net, *Dossier 3º: Apuntes de Astronomía para Capitán de Yate*. 2015. [En línea]. Disponible en: <http://patrondeyate.net/tienda/es/apuntes-de-escuela/20-apuntes-de-astronomia-para-capitan-de-yate-3-parte.html>
- [21] Ruiz García, A., «Celestial Fix: 2 LoP Analytic Solution», Navigational Algorithms. [En línea]. Disponible en: <http://sites.google.com/site/navigationalalgorithms/>
- [22] Jet Propulsion Laboratory (JPL), NASA, «Planetary and Lunar Ephemerides Export Information».
- [23] G. van Rossum y Drake, Fred L., *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. [En línea]. Disponible en: <https://docs.python.org/3/>
- [24] C. R. Harris *et al.*, «Array programming with NumPy», *Nature*, vol. 585, n.º 7825, pp. 357-362, sep. 2020, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2.
- [25] Streamlit Inc., «Streamlit Documentation», Streamlit. [En línea]. Disponible en: <https://docs.streamlit.io/>
- [26] McKinney, Wes, «Data Structures for Statistical Computing in Python», presentado en 9th Python in Science Conference (SciPy 2010), Austin, TX, 2010, pp. 51-56.
- [27] J. D. Hunter, «Matplotlib: A 2D Graphics Environment», *Comput. Sci. Eng.*, vol. 9, n.º 3, pp. 90-95, 2007, doi: 10.1109/MCSE.2007.55.

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

El desarrollo de esta herramienta tiene implicaciones que trascienden el ámbito académico. Desde el punto de vista social, contribuye a una formación más sólida de los futuros oficiales, dotándoles de competencias para operar con autonomía en situaciones donde los sistemas GNSS no estén disponibles, ya sea por fallo técnico, interferencia o conflicto. Además, al emplear tecnologías abiertas y de acceso libre, la aplicación puede ser utilizada por alumnos de otras escuelas navales, centros de formación marítima o aficionados a la navegación, contribuyendo a la difusión de la cultura náutica más allá de la Escuela Naval.

En el plano económico, la sustitución parcial de materiales impresos y el apoyo al autoaprendizaje permiten optimizar el tiempo de instrucción presencial y reducir el gasto en consumibles, como almanaques impresos u hojas de cálculo en papel. Al automatizar los cálculos repetitivos y ofrecer una visualización inmediata de los resultados, el alumno puede dedicar más tiempo a la interpretación y comprensión del método, acelerando el proceso de adquisición de competencias sin necesidad de recursos adicionales.

Desde una perspectiva ambiental, la herramienta elimina la necesidad de imprimir hojas de ejercicios, ya que los cálculos y diagramas se visualizan en pantalla y los resultados pueden exportarse digitalmente, alineándose con los objetivos de digitalización y sostenibilidad de la Armada y de la Unión Europea. Al facilitar el estudio autónomo desde cualquier equipo con conexión a internet, se reduce también la dependencia de sesiones exclusivamente presenciales, con el consiguiente ahorro en desplazamientos. Por último, reforzar la navegación astronómica como alternativa real al GNSS promueve una mayor autonomía operativa que, en determinados contextos, puede reducir la dependencia de infraestructuras satelitales cuyo mantenimiento conlleva un elevado consumo de recursos.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

El diseño de una herramienta educativa de este tipo plantea una serie de consideraciones éticas que conviene abordar de manera explícita. La más inmediata tiene que ver con la transparencia: frente a la opacidad de muchas aplicaciones comerciales, esta herramienta muestra de forma explícita cada paso del cálculo, las fuentes de datos empleadas y las correcciones aplicadas. Esto fomenta la integridad intelectual del alumno, que puede verificar el razonamiento en lugar de aceptar los resultados de forma acrítica. En un entorno de formación militar, que los oficiales comprendan en profundidad los métodos que emplean no es una cuestión menor: el uso de herramientas cuyo funcionamiento interno se desconoce puede comprometer la capacidad de juicio en situaciones donde los errores tienen consecuencias reales.

Relacionado con lo anterior está el problema de la dependencia tecnológica. La herramienta no pretende sustituir el aprendizaje manual con sextante y almanaque impreso, sino complementarlo. Al reproducir fielmente el procedimiento de cálculo, refuerza la capacidad del alumno para prescindir de la tecnología cuando sea necesario, en línea con las recomendaciones de la OMI de mantener las competencias tradicionales como respaldo a los sistemas electrónicos de navegación. El énfasis en la comprensión conceptual, frente a la mera obtención de un resultado, prepara mejor al futuro oficial para detectar errores e interpretar situaciones ambiguas, lo que en una profesión donde la seguridad del buque y de las personas depende de decisiones fundadas constituye un imperativo ético.

En cuanto a la accesibilidad, el empleo de tecnologías de código abierto sin requerir licencias comerciales permite que cualquier centro de formación pueda adoptar la herramienta sin barreras económicas, promoviendo la equidad en el acceso a recursos educativos de calidad. El diseño de la interfaz, con un flujo guiado paso a paso, explicaciones contextuales y visualizaciones integradas, está orientado a reducir la curva de aprendizaje y hacer accesible el contenido a alumnos con distintos niveles de formación previa.

Finalmente, cabe destacar la dimensión cultural del proyecto. La navegación astronómica forma parte del patrimonio técnico de la marina, y existe un riesgo real de que caiga en desuso ante la omnipresencia de los sistemas de posicionamiento electrónico. Contribuir a su enseñanza mediante herramientas modernas es una forma de preservar ese conocimiento para las generaciones futuras. Al mismo tiempo, dotar a los oficiales de una competencia considerada crítica por la Armada refuerza la autonomía estratégica y la capacidad de operar en entornos degradados, valores fundamentales en la formación militar.

ANEXO III: REPOSITORIO DEL CÓDIGO EN GITHUB Y ENLACE DE LA APLICACIÓN

El código completo del proyecto se aloja en un repositorio público de GitHub, organizado de acuerdo con la arquitectura modular descrita en la memoria. Desde este repositorio es posible consultar, descargar y ampliar cada uno de los módulos que componen el sistema, así como los ficheros de datos del Almanaque Náutico empleados como fuente primaria. https://github.com/ElTibi/App-didactica_Navegacion-astronomica

La herramienta didáctica se encuentra operativa y accesible desde cualquier dispositivo con conexión a internet, sin necesidad de instalación ni configuración previa. La aplicación está desplegada en la plataforma Streamlit Cloud y permite interactuar con todos los módulos de cálculo descritos a lo largo de esta memoria. <https://navegacion-titanica.streamlit.app/>