



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelado de un vehículo automóvil en Matlab: sistema de
suspensión*

Grado en Ingeniería Mecánica

ALUMNO: Juan Jesús Gómez González

DIRECTORES: Carlos Casqueiro Placer

CURSO ACADÉMICO: 2022-2023

Universida_{de}Vigo



Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar

TRABAJO FIN DE GRADO

*Modelado de un vehículo automóvil en Matlab: sistema de
suspensión*

Grado en Ingeniería Mecánica
Intensificación en Tecnología Naval
Infantería de Marina

UniversidadeVigo

RESUMEN

El sistema de suspensión de cualquier vehículo es el conjunto de elementos que cumple una función esencial de amortiguación de las irregularidades del terreno; garantizando así, desde la seguridad de los ocupantes hasta un correcto funcionamiento del automóvil. Su estudio es, por tanto, igual de relevante que su función, precisando así de herramientas oportunas para su realización.

Entre los distintos tipos de modelado que existen, se ha determinado que el matemático, mediante el empleo de Matlab, es el que mejor se adapta a las necesidades del trabajo, pues se pretende un estudio mecánico que cubra tanto el aspecto cinemático como dinámico de una forma completa y, a su vez, relativamente sencilla. A mayores, la gran variedad de coches a día de hoy precisa de un modelo que habilite la variación de los distintos parámetros de forma rápida e intuitiva ya sea por la necesidad de analizar un diseño específico o por la búsqueda de la combinación de componentes más propicia para el posterior prototipo.

En el presente Trabajo Fin de Grado se hará uso de las interfaces gráficas de usuario y de la herramienta Simulink con la finalidad de modelar el funcionamiento generalizado de un sistema de suspensión.

PALABRAS CLAVE

Suspensión, Automóvil, Modelado, Interfaz Gráfica de Usuario (GUI), Simulink.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, mostrar mi agradecimiento al Sr. Casqueiro, no solo por ayudarme y aconsejarme durante el desarrollo de este TFG, sino por haberlo hecho en las condiciones peculiares que lo han caracterizado.

Gracias a mi familia, sois el pilar y orgullo de mi vida. Ante todo, no puedo estar más agradecido a mi madre por ser ejemplo de afecto y fe, has sido mi luz en la oscuridad. Por mi padre, quien a través del sacrificio y del cariño ha luchado tanto por mí, la persona que desde pequeño me enseñó los valores de la gloriosa Infantería de Marina. Finalmente, gracias a mis tres hermanos por el apoyo incondicional (cada uno a su manera), sin vosotros no sería nada.

Muchas gracias a mi promoción, los momentos buenos los hemos disfrutado y los malos han sido aún mejores, pues nos han unido y enseñado a cuidarnos entre nosotros. Gracias en especial a Alfredo, Ángel y Nacho por haber estado ahí en los momentos más difíciles de mi vida, todo lo que habéis hecho por mí queda para siempre y con vosotros sé que, lo que ha unido la ENM no lo separará nadie jamás. No podía pasar por alto la persona que me ha acompañado desde que éramos Aspirantes de 2º, que tanto me ha exigido, motivado, servido de ejemplo y, por encima de todo, querido. Gracias María por ayudarme a superar las piedras del camino.

El esfuerzo puesto en este trabajo está dedicado a atito, quien sin duda ha sido ejemplo de lucha tanto dentro como fuera del tatami. Te echamos de menos.

Al escribir estas palabras tengo presente a Jaime Navares de forma muy especial, las horas invertidas en este proyecto van por ti, por tu familia y tus amigos. La familia de Aldovea está y estará siempre con vosotros. Solo fallece quien cae en el olvido y tú serás recordado siempre.

En último lugar, enhorabuena a mis hermanos de armas de la 423-153, siempre juntos, siempre fuertes.

Quien nunca se rinde logrará su objetivo, la moderación es para cobardes.

CONTENIDO

Contenido	1
Índice de Figuras	3
1 Introducción y objetivos	5
1.1 Motivación	5
1.2 Objetivos	6
1.3 Estructura	7
2 Estado del arte	9
2.1 El sistema de suspensión.....	9
2.1.1 Definición del sistema de suspensión	9
2.1.2 Reseña histórica de los sistemas de suspensión.....	9
2.1.3 Tipos	10
2.1.4 Elementos del sistema.....	16
2.1.5 El neumático	19
2.2 Matlab	20
2.2.1 Interfaces gráficas.....	21
2.2.2 Simulink.....	23
2.3 Parámetros determinantes en el estudio de sistemas de suspensión	25
2.3.1 Estudio cinemático.....	25
2.3.2 Estudio dinámico	26
3 Desarrollo del TFG.....	27
3.1 Estudio cinemático	27
3.1.1 Diseño del esquema	27
3.1.2 Modelado matemático del esquema en GUI.....	29
3.1.3 Funcionamiento de la GUI.....	34
3.2 Estudio dinámico.....	38
3.2.1 Modelo de 1 grado de libertad	38
3.2.2 Modelo de 2 grados de libertad y 1 dimensión.....	41
3.2.3 Modelo de 2 grados de libertad y 2 dimensiones	44
4 Resultados / Validación / Prueba.....	49
4.1 Resultado del modelo cinemático en GUI	49
4.2 Resultado del modelo dinámico en Simulink	54
5 Conclusiones y líneas futuras	57
5.1 Conclusiones finales	57

5.2 Líneas futuras	58
6 Bibliografía.....	59
Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales	63
Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales	65
Anexo III: Código del modelo cinemático	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Estructura del Trabajo de Fin de Grado. (Autoría propia)	7
Figura 2-1 Sistema de suspensión de ballestas [2].	10
Figura 2-2 Eje rígido [8].	11
Figura 2-3 Suspensión McPherson [11].	12
Figura 2-4 Suspensión Multilink [15].	13
Figura 2-5 Suspensión de brazos tirados [16].	14
Figura 2-6 Suspensión de paralelogramo deformable [17].	14
Figura 2-7 Esquema de una suspensión de semiejes oscilantes. (Autoría propia)	15
Figura 2-8 Tipos de muelles según su forma [20].	17
Figura 2-9 Esquema de funcionamiento de un amortiguador hidráulico [23].	18
Figura 2-10 Representación de los tipos de amortiguadores. (Autoría propia).	18
Figura 2-11 Ventana de comandos. (Autoría propia)	21
Figura 2-12 Espacio de trabajo de una Interfaz Gráfica. (Autoría propia).	21
Figura 2-13 Ejemplo de diseño de una interfaz gráfica. (Autoría propia)	22
Figura 2-14 Uso de la función ‘get’. (Autoría propia)	22
Figura 2-15 Función para ejecutar la resta y uso de la función ‘set’. (Autoría propia).	22
Figura 2-16 Resultado final de la operación. (Autoría propia)	23
Figura 2-17 Ventana de comandos. (Autoría propia)	23
Figura 2-18 Espacio de trabajo de Simulink. (Autoría propia)	24
Figura 2-19 Ejemplo de esquema de Simulink. (Autoría propia)	24
Figura 2-20 Representación del ángulo de salida y el ángulo de caída. (Autoría propia).	25
Figura 3-1 Esquema básico para el estudio cinemático [30].	28
Figura 3-2 Representación del recorrido de la articulación 4. (Autoría propia)	28
Figura 3-3 Representación del ángulo Φ . (Autoría propia).	28
Figura 3-4 Distribución de la interfaz gráfica. (Autoría propia)	29
Figura 3-5 Callback de L4. (Autoría propia).	30
Figura 3-6 Representación de $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ en el mecanismo manivela-balancín. (Autoría propia) ..	30
Figura 3-7 Representación de $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ en el mecanismo doble balancín. (Autoría propia)	31
Figura 3-8 Planteamiento del problema de los puntos de corte en Geogebra. (Autoría propia)	31
Figura 3-9 Representación gráfica de los puntos de corte en Geogebra. (Autoría propia)	33
Figura 3-10 Representación gráfica en Geogebra de los posibles puntos P3. (Autoría propia).	34
Figura 3-11 GUI de ejemplo 1. (Autoría propia)	35
Figura 3-12 GUI de ejemplo 2. (Autoría propia)	36

Figura 3-13 GUI de ejemplo 3. (Autoría propia)	37
Figura 3-14 GUI de ejemplo 4. (Autoría propia)	37
Figura 3-15 Representación gráfica del modelo de 1 GL. (Autoría propia)	39
Figura 3-16 Esquema en Simulink del modelo de 1GL. (Autoría propia)	40
Figura 3-17 Ejemplo del modelo de 1GL. (Autoría propia).....	40
Figura 3-18 Representación gráfica del modelo de 2 GL y 1 dimensión. (Autoría propia).....	41
Figura 3-19 Esquema en Simulink del modelo de 2GL y 1 dimensión. (Autoría propia)	43
Figura 3-20 Gráfica de posición de "y" y de "z" respectivamente. (Autoría propia)	44
Figura 3-21 Representación gráfica del modelo de 2 GL y 2 dimensiones. (Autoría propia)	45
Figura 3-22 Esquema en Simulink del modelo de 2GL y 2 dimensiones. (Autoría propia)	47
Figura 3-23 Gráfica de posición del centro de masas y el ángulo de cabeceo respectivamente. (Autoría propia).....	48
Figura 4-1 Validación de α mínimo para el caso 1. (Autoría propia)	50
Figura 4-2 Validación de $\alpha=0$ para el caso 1. (Autoría propia).....	50
Figura 4-3 Validación de α máximo para el caso 1. (Autoría propia).....	50
Figura 4-4 Validación de α mínimo para el caso 2. (Autoría propia)	51
Figura 4-5 Validación de $\alpha=0$ para el caso 2. (Autoría propia).....	51
Figura 4-6 Validación de α máximo para el caso 2. (Autoría propia).....	51
Figura 4-7 Validación de α mínimo para el caso 3. (Autoría propia)	52
Figura 4-8 Validación de $\alpha=0$ para el caso 3. (Autoría propia).....	52
Figura 4-9 Validación de α máximo para el caso 3. (Autoría propia).....	52
Figura 4-10 Relación entre el recorrido y el “Camber” para el 2º caso. (Autoría propia)	53
Figura 4-11 Relación entre el recorrido y el “Camber” para el caso de prueba. (Autoría propia)...	54
Figura 4-12 Diseño del esquema de 1 GL en Simscape. (Autoría propia).....	55
Figura 4-13 Posición vertical del vehículo para 1 GL en Simscape. (Autoría propia)	55
Figura 4-14 Diseño del esquema de 2 GL y 1 dimensión en Simscape. (Autoría propia)	56
Figura 4-15 Posición vertical del vehículo para 2 GL y 1D en Simscape. (Autoría propia).....	56
Figura 5-1 Diseño del esquema de una posible continuación del TFG. (Autoría propia).....	58

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Motivación

Durante los últimos años, el ámbito tecnológico ha experimentado una evolución considerablemente rápida y, en numerosas ocasiones, ha superado cualquier tipo de expectativa por parte de los expertos y consumidores. Dicho progreso, lejos de sufrir una decadencia, está prosperando exponencialmente, obligando así a todas las personas relacionadas con este ámbito a inventar y desarrollar de forma constante nuevos sistemas que se adapten a las necesidades del presente. El desarrollo de la tecnología no ha sido autónomo, sino que ha ido ligado en todo momento, de forma directa o indirecta, a prácticamente todos los aspectos de la vida, incluyendo el transporte y la ingeniería entre otros. Por consiguiente, las herramientas de diseño y modelado han derivado en instrumentos mucho más resolutivos y accesibles que los presentes años atrás, permitiendo su uso a cualquiera que disponga de los medios básicos como, por ejemplo, un ordenador.

El campo de la ingeniería mecánica ha sido testigo irrefutable de la transformación tecnológica mencionada, prueba de ello es la contestación generalizada a la formulación de la siguiente pregunta:

- En caso de quedarse únicamente con cinco objetos para vivir con lo justo en su día a día ¿Cuáles serían?

Una mayoría masiva de las respuestas dadas por esas personas incluirían, sin ninguna duda, la palabra “coche”: instrumento empleado a diario cuya ausencia implicaría numerosas dificultades para la consecución de todas las tareas debido principalmente al exceso de tiempo invertido en el transporte. Por esta razón, las empresas del sector de la automoción tienen la gran responsabilidad de perfeccionar los sistemas que componen los automóviles mejorando así la calidad de vida de sus usuarios.

Entre los sistemas de mayor relevancia de cualquier automóvil se encuentra el sistema de suspensión, responsable de la absorción de los golpes y vibraciones causados por las imperfecciones de la superficie en contacto con los neumáticos. La carencia de una suspensión que funcione de forma óptima conlleva, inevitablemente, una serie de desventajas como la incomodidad de los pasajeros o, más relevante aún, una reducción significativa de la estabilidad y operatividad del conjunto que puede conducir a un accidente en determinadas ocasiones. En consecuencia, la importancia dada al diseño y modelado de las suspensiones debe ser máxima, disponiendo así de los medios y herramientas necesarias para asegurar un producto final lo más próximo posible a la perfección.

Desde la ingeniería conceptual hasta la ingeniería de detalle, pasando por ingeniería básica, es de vital importancia la obtención de un producto que se pueda materializar de la mejor forma posible en la fase de ejecución. Antes de la construcción del producto final se desarrollan modelos que pueden ser

muy variados, entre los que resaltan los modelos físicos y los modelos matemáticos. Los primeros requieren de un coste material y de esfuerzos muy elevado, no obstante, la alternativa de la modelación matemática mediante el uso de ordenadores conlleva gastos y posibilidades muy ventajosas.

Los beneficios del diseño de un modelo matemático, en este caso de una suspensión de automóvil, transcurren desde una mayor capacidad de originar distintas alternativas hasta la posibilidad de identificar un mayor número de riesgos del sistema. El motivo de este incremento de aptitud para ofrecer más y mejores soluciones es la oportunidad de variar distintos parámetros que afectan al modelo sin la necesidad de modificar el resto, ofreciendo resultados de forma prácticamente instantánea.

En adición a lo mencionado anteriormente, son muchos los trabajadores o estudiantes cuyo empleo o aprendizaje está íntimamente relacionado con el mundo de los automóviles y, más específicamente, con sistemas que lo componen como pueden ser el de frenado, dirección o suspensión. Los métodos de aprendizaje práctico son, generalmente, más eficaces que los puramente teóricos, por ello el acceso a un modelo de suspensión al alcance de todos y de uso simple sería de gran utilidad para los alumnos que estudien el funcionamiento del mismo. De igual manera, el modelado ejecutable desde cualquier ordenador supondría una gran ayuda a aquellos trabajadores pertenecientes a la industria automotriz que necesiten estudiar cualquier parámetro relacionado con el sistema de suspensión, a pesar de requerir un software profesional específico en determinadas ocasiones.

En definitiva, la necesidad generalizada de disponer de un instrumento accesible por todos, fácil de emplear y que garantice un estudio y análisis detallista impulsa el desarrollo de una modelación, tanto cinemática como dinámica, del sistema de suspensión de un vehículo automóvil de cuatro ruedas.

1.2 Objetivos

El objetivo general del presente trabajo es el modelado matemático del sistema de suspensión para cualquier tipo de automóvil de cuatro ruedas. En función del vehículo a estudiar se variarán los parámetros que tienen un impacto sobre el funcionamiento del sistema.

El primer objetivo específico es el análisis cinemático en dos dimensiones de una suspensión mediante el empleo de interfaces gráficas de usuario. Este diseño es el más simple, facilitando de esta manera su estudio, pero prescindiendo de una investigación al detalle.

En segundo lugar, por medio de la herramienta Simulink se ejecutará un esquema del modelo de suspensión por bloques que permita el estudio dinámico de su funcionamiento. Este primer análisis empleando diagramas de bloque será el menos complejo, pues su finalidad es la determinación del movimiento vertical de una masa que integra tanto a la suspendida como a la no suspendida.

A continuación, se implementará el diseño de un nuevo esquema más completo que el sistema masa-resorte-amortiguador tratado anteriormente, ya que se separará la masa suspendida de la no suspendida. El objetivo seguirá siendo el mismo, es decir, el estudio del movimiento vertical del conjunto en función de la variación de altura del terreno, esta vez teniendo en cuenta un mayor número de parámetros para asemejar el modelo a la realidad en mayor medida.

Finalmente, se generará un modelo que permita el estudio del comportamiento del vehículo durante el movimiento de cabeceo, impulsando así una separación entre el eje delantero y trasero para permitir una perspectiva transversal al automóvil.

Los productos resultantes del trabajo deben ser sencillos y, a su vez completos, para así alcanzar un público numeroso y satisfacer sus necesidades. Con la finalidad de comprobar el correcto funcionamiento de los modelos, estos se someterán a diversos ensayos que pondrán a prueba su calidad y operatividad.

1.3 Estructura

La Figura 1-1 ha sido diseñada con el objetivo de permitir al lector una fácil visualización de lo que son las etapas del trabajo, sirviendo así de herramienta complementaria al índice.

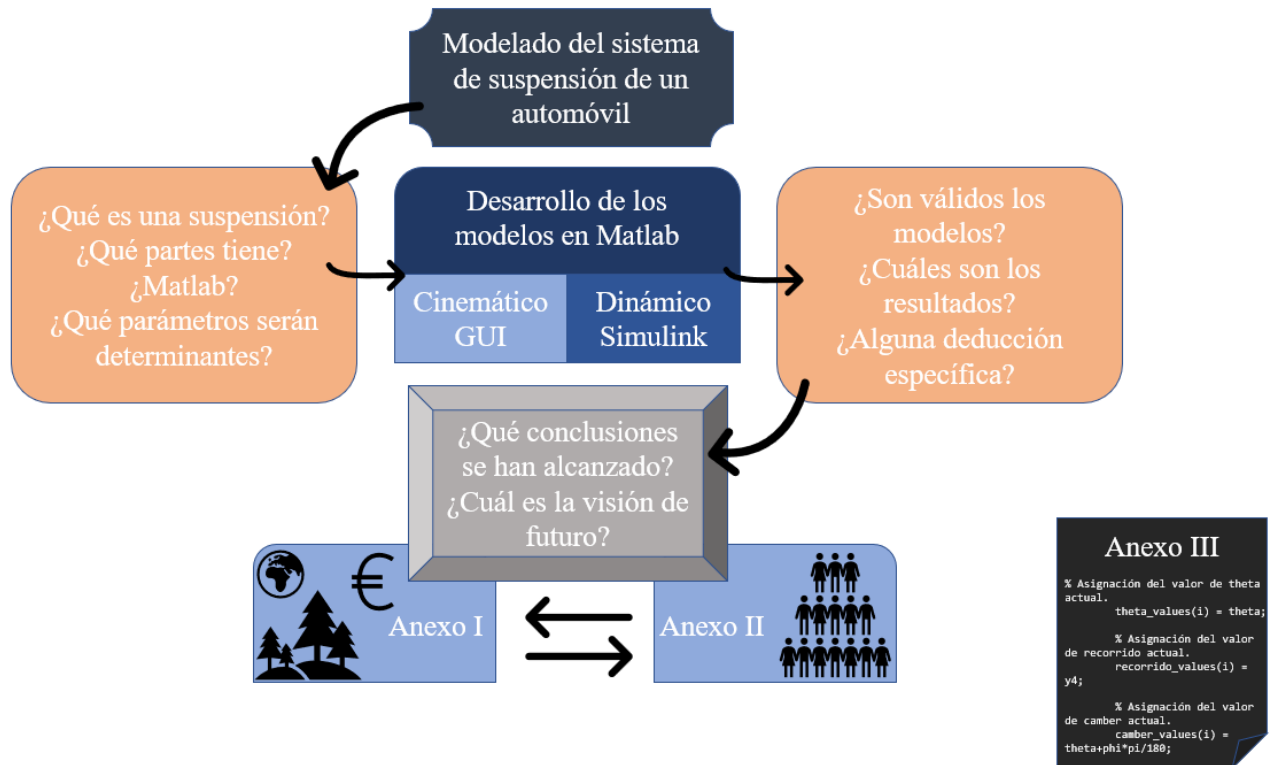


Figura 1-1 Estructura del Trabajo de Fin de Grado. (Autoría propia)

La primera parte del trabajo es el Estado del arte, donde se expone toda aquella información necesaria para la posterior comprensión del Desarrollo del TFG. Se indaga en la naturaleza del sistema de suspensión en su conjunto, desde su historia hasta los elementos que la componen y los parámetros relevantes para su estudio, además del análisis de las herramientas de Matlab que han sido empleadas.

A continuación, se desarrollan los modelos que analizan la cinemática y dinámica de los sistemas de suspensión mediante el manejo de interfaces gráficas de usuario (GUI's) y Simulink respectivamente. Más adelante, se examinan los resultados en la etapa de Resultados / Validación / Prueba, permitiendo así comprobar que los productos obtenidos son válidos. El paso anterior es fundamental para más tarde, en el apartado de Conclusiones y líneas futuras, poder analizar las consecuencias del trabajo realizado y disponer de una visión clara de futuro.

En último lugar, al final del documento se encuentran tres anexos que cumplen con tres cometidos específicos y de gran importancia. Mientras que en el primero de ellos se estudia el posible impacto social, económico y ambiental del trabajo realizado, en el segundo se tratan las reflexiones tanto éticas como sociales vinculadas al Trabajo de Fin de Grado. El tercer y último anexo incluye la totalidad del código de Matlab necesario para ejecutar la GUI creada en el desarrollo del modelo cinemático.

2 ESTADO DEL ARTE

2.1 El sistema de suspensión.

2.1.1 Definición del sistema de suspensión

El sistema de suspensión de un automóvil se define como el conjunto de elementos que sirve de enlace entre el chasis y las ruedas. Su principal función es la absorción de las irregularidades del terreno, amortiguando así los golpes y vibraciones que se transmiten a la carrocería del vehículo. De esta forma se consigue una mayor comodidad y seguridad de los pasajeros pues se mantiene el contacto de las ruedas con el suelo y la estabilidad y direccionalidad se refuerzan.

La suspensión de un vehículo cumple por otra parte funciones adicionales como el soporte del peso de la masa suspendida, mantener la altura del coche de la forma más constante posible o garantizar una correcta alineación de los neumáticos. La transmisión de las fuerzas en aceleración y en frenada y la resistencia del par motor y de frenada son, asimismo, una tarea complementaria del sistema de suspensión [1]. En definitiva, asegurar un correcto comportamiento tanto cinemático como dinámico.

Para comprender el funcionamiento de este componente se necesita diferenciar entre masa no suspendida y masa suspendida. La primera está formada por las ruedas y todas las partes que oscilan con ella, como es el caso de los elementos de suspensión. Por otro lado, la masa suspendida hace referencia al resto del conjunto, como por ejemplo el motor. A la hora de diseñar y de escoger el tipo de suspensión se debe tener en cuenta el automóvil en su globalidad, pues ambas masas tienen un impacto relevante en el funcionamiento.

2.1.2 Reseña histórica de los sistemas de suspensión.

La historia de las suspensiones es incluso más antigua que la de los automóviles en sí. Los carros que se utilizaban cuando aún el concepto de carretera no existía no disponían de ningún elemento que amortiguase los impactos, haciendo del transporte una experiencia incómoda y llegando a dañar la mercancía. Los primeros vehículos que contaron con un sistema que aislase la carrocería de los baches y sus golpes fueron de tracción animal. La suspensión era una simple unión de láminas de acero dobladas que permitían cierta flexibilidad. La forma de esas piezas de acero, apreciable en la Figura 2-1 recordaba a la de las ballestas, por ello a día de hoy se le conoce como “sistema de suspensión de ballestas”.



Figura 2-1 Sistema de suspensión de ballestas [2].

El triciclo de Carl Benz, construido en 1885 y considerado el primer automóvil de todos los tiempos, ya contaba con dos ballestas en el eje motriz [3]. No fue hasta 16 años más tarde que se introdujeron amortiguadores neumáticos. Sin embargo, la reducida velocidad de estos coches permitía seguir usando el hierro para forrar las ruedas y el uso de ballestas durante los primeros años del siglo XX, lo que no significa que la tecnología dejase de avanzar. En 1906 Brush Motor Company incorporó los muelles a este sistema, pero los vehículos no contaban con ellos de forma general.

El primer cambio considerable esperó hasta aproximadamente el año 1920, fecha en la que aparecieron las barras de torsión, que fueron protagonistas hasta el fin de la 2ª Guerra Mundial. Después de esta, los sistemas de suspensión incorporaron un elemento que a día de hoy sigue siendo fundamental: el muelle helicoidal. La principal ventaja de los muelles con respecto a las ballestas es el rozamiento prácticamente nulo, lo que significa un mayor control de la amortiguación, eficacia y poco desgaste [4]. El espacio en el plano horizontal ocupado por las ballestas era muy grande, por ello una de los beneficios que trajeron los muelles fue el espacio libre que dejaban, necesario por encima de todo en automóviles de pequeño tamaño. Durante los años comprendidos entre 1920 y finales de la década de 1950 se buscaron soluciones con mejor rendimiento y estabilidad como requisito principal. Destacan por encima del resto de modelos el “Citroën 2 CV” en 1948 por su sistema de suspensión predictiva con brazos oscilantes y el “Citroën DS Tiburón” en 1955 con el primer sistema hidroneumático [3].

En 1959 se presentó el famoso diseño de Mini que permanece casi inalterable con el paso del tiempo. Este modelo fue el pionero en la combinación del muelle helicoidal y un elemento hidráulico semejante a un amortiguador. A partir de ese año se empezó a combinar distintos elementos como ballestas, muelles, amortiguadores o brazos buscando la fórmula perfecta.

Hasta la década de 1970 se implantaron soluciones teóricas previamente propuestas, pero con diseños adaptados a la producción de grandes cantidades y en serie. Los objetivos fueron muy similares a los que hoy en día permanecen vigentes: costes de producción bajos y fiabilidad [4].

Los avances en la tecnología y un mayor conocimiento sobre el comportamiento y geometría de las ruedas en distintas condiciones permitieron una mejoría notable durante la década de los 80. El balanceo, cabeceo y guiñado del automóvil en movimiento se veía influenciado por factores como el par autolineante o el “ángulo de Camber”. Al conocer esto los ingenieros de las distintas empresas automovilísticas actuaron en consecuencia y los diseños se optimizaron.

A partir de 1990 la electrónica se fusionó con los automóviles y su evolución no ha hecho más que avanzar. La clásica dependencia entre manejo y maniobrabilidad quedó atrás con la implementación de los sistemas electrónicos en los sistemas de suspensión.

2.1.3 Tipos

Los automóviles cuentan con distintos sistemas de suspensión que varían en función del diseño y la tecnología empleada con distintas finalidades. Es necesario conocer las características y aplicaciones de cada sistema de suspensión para asignarlo a un vehículo determinado y así optimizar su rendimiento.

Cada tipo de suspensión se adapta de una forma distinta a las irregularidades del terreno. Los principales tipos son: suspensión de eje rígido, independiente y semiindependiente [5].

En primer lugar, las suspensiones de eje rígido (véase Figura 2-2) se caracterizan por ser las más básicas en cuanto a funcionamiento: los amortiguadores están sujetos directamente a la barra transversal del puente, que es la que se adapta a los cambios enviados por las suspensiones y transmite las oscilaciones a la rueda del lado contrario. Actualmente, su uso es muy limitado, ya que para evitar dañar el chasis requiere de una superficie con escaso desnivel y sin anomalías. Su principal desventaja es la inestabilidad que supone el inclinar el vehículo tanto como la pendiente del terreno.

Este tipo de suspensiones pueden contar con ballestas, amortiguadores o muelles que actúen como elemento elástico. La ventaja de este sistema frente al resto es la simplicidad de su construcción y el bajo coste de fabricación que supone. Esta sencillez va asociada a una gran robustez que impide un movimiento libre que se adapte a las distintas y muy numerosas condiciones del terreno.

A medida que la tecnología avanza y aparecen nuevas alternativas el uso de este tipo de suspensiones es cada vez menor y se limita a sectores del automovilismo muy específicos. Su utilidad para el eje delantero en turismos es nula en el presente, mientras que en eje trasero sigue vigente en ciertos casos. Una de las principales características es la gran inercia de los elementos que la conforman como consecuencia de la excesiva masa no suspendida [6]. Esta pérdida de tracción de las ruedas se ve perjudicada de forma radical cuando las condiciones meteorológicas son adversas, sobre todo con el pavimento húmedo, y en frenadas y aceleramientos bruscos. En el caso de automóviles de tracción trasera, al ser este su eje motriz, la dirección del vehículo es vulnerable a sufrir peligrosas vibraciones [7]. Su rigidez conlleva a su vez un mayor peso con todas sus implicaciones: un consumo elevado de carburante y un rendimiento más bajo de sus elementos.



Figura 2-2 Eje rígido [8].

Las suspensiones independientes se están convirtiendo con el paso de los años en un sistema cada vez más popular en los ejes traseros, sustituyendo así a los pocos vehículos que aun disponen de sistemas de eje rígido. Su principal propiedad es el funcionamiento aislado de cada uno de los ejes, de esta manera la amortiguación de las vibraciones solo se lleva a cabo en el lado que las sufre, lo que tiene un gran impacto en el rendimiento del vehículo. Sin embargo, el principal desafío es el alto coste de fabricación [6]. En la actualidad la gran mayoría de los automóviles tienen esta configuración, a excepción de aquellos que por su tamaño o su aplicación requiera de otra, como es el caso de algunos 4x4.

Sus ventajas frente a las suspensiones de eje rígido son abundantes. La conducción se distingue por su suavidad y precisión haciéndola ideal para el transporte en ambiente urbano. El espacio que ocupan dentro del coche y la ligereza permiten un mayor abanico de posibilidades en cuanto al diseño.

El bajo peso de este sistema puede conducir a ideas erróneas como el relacionarlo con un bajo coste. En algunos casos la necesidad de componentes adicionales conduce inevitablemente a un proceso de fabricación más costoso y complejo y, además, a un aumento del consumo del combustible. Para

situaciones que se dan comúnmente fuera de carretera se pueden dar problemas por la falta de tracción de una rueda al hundirse la otra, por eso se suele dotar de bloqueo diferencial y tracción en las cuatro ruedas a aquellos que se desplazan en este tipo de medios [9].

Los neumáticos se mueven mediante brazos y en función del número de estos y su disposición existen distintos tipos de suspensión independiente [9]. Existen un gran número de diseños, pero los más empleados se reducen a cinco distintos:

- McPherson: es el tipo de suspensión más empleado a día de hoy en el eje delantero de los vehículos debido a que la simplicidad de su diseño permite disponer de más espacio y facilita la colocación de los elementos de dirección [9]. Su diseño es simple y el coste total de fabricación es reducido.

El sistema de suspensión independiente McPherson está constituido de una columna telescópica, una mangueta y el brazo inferior (véase Figura 2-3). La primera es un conjunto que contiene tanto al muelle como al amortiguador y actúa de enlace entre ellos. La mangueta es el elemento por el que pasa el eje de la rueda y que, a su vez, está conectado al amortiguador por su extremo inferior. Por último, el brazo inferior es el que une la mangueta por su parte más baja con el bastidor [10].

La separación de las fuerzas longitudinales en el eje delantero y las laterales en el trasero permiten una optimización de la maniobrabilidad en la conducción. Este hecho se traduce en menores variaciones en el tiempo de trabajo de la suspensión y la capacidad de girar todo el conjunto junto a la rueda directriz [7].

A todo diseño le acompañan una serie de imperfecciones, en este caso existen dos grandes desventajas. El rango de movimiento en el eje vertical se ve limitado por la conexión del conjunto y el brazo inferior por tener solo la posibilidad de describir un arco. La unión directa de los amortiguadores al chasis provoca también en algunas ocasiones un exceso de ruido dentro del espacio de conducción.

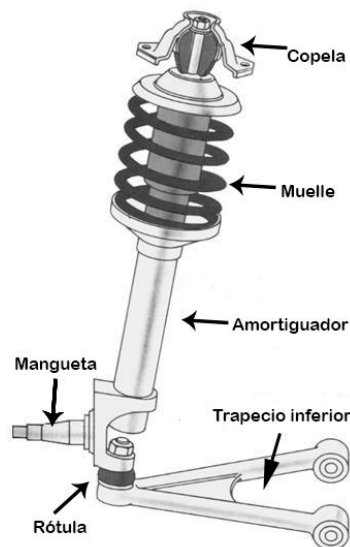


Figura 2-3 Suspensión McPherson [11].

- Multilink: junto a la McPherson es el sistema de suspensión más utilizado, sin embargo, esta es empleada en mayor medida en el eje trasero. Este diseño, visible en la Figura 2-4, permite garantizar una posición correcta de las ruedas en todo momento, ya que la suspensión sostiene la rueda mediante varios brazos que reparten de forma equitativa la fuerza que se aplica sobre estas.

También es llamada “suspensión multibrazo” por estar conformada por hasta cinco elementos de guiado cuya función es mantener la llanta en su posición sin comprometer el comportamiento de las demás ruedas en ambos ejes [12]. El objetivo de toda suspensión es

reducir las vibraciones para así permitir una conducción más segura y cómoda y en este caso se consigue manteniendo las ruedas en su posición en todo momento. El hecho de disponer de cuatro o cinco brazos aumenta la complejidad del sistema, pero gracias a los ángulos superpuestos que forman y las distintas combinaciones de movimientos se consigue un buen resultado. A mayor número de brazos, mayor precisión de guiado y control. A diferencia de la “McPherson”, que presenta deficiencias en el plano vertical, esta presenta un control transversal y longitudinal dado por su flexibilidad geométrica [13]. Tiene también la ventaja de poder separar el amortiguador del muelle en caso de ser requerido por cuestiones de diseño. Es necesario tener en cuenta que el desarrollo de las “suspensiones Multilink” es muy complicado en relación con otros tipos y que por ello su coste se ve afectado, aumentando así el mismo.

Este tipo de suspensión cuenta con el amortiguador y con el muelle helicoidal, además de tres tipos de brazos distintos: superiores, inferiores y de control. Entre los dos primeros la única diferencia reside en la posición más elevada de los primeros y, en conjunto, limitan el ángulo de caída de la rueda para que no sea excesivo. El brazo de control es un elemento opcional cuya función es la limitación de los movimientos de la rueda. Cuenta en último lugar con piezas de goma que tienen la tarea de reducir los impactos: los *silentblocks* [14].

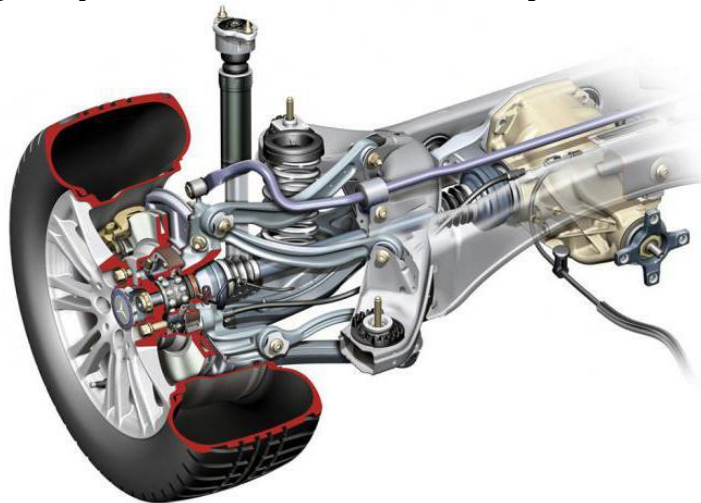


Figura 2-4 Suspensión Multilink [15].

- Suspensión de brazos tirados: su uso se limita al eje trasero de los automóviles, siendo estos de tracción delantera en la gran mayoría de los casos. Su denominación de “tirado” o “arrastrado” se debe a que consiste en dos brazos longitudinales de elevadas dimensiones que “tiran” del eje transversal de las ruedas desde la parte anterior del conjunto. El corte de los brazos con el eje de las ruedas se encuentra entre el bastidor y la mangueta, tal y como se refleja en la Figura 2-5. La única función que cumple es la proporcionar sujeción, permitiendo de esta forma omitir el uso de elementos de guiado.

La firme geometría de este sistema es muy útil para recorridos en los que no existan cambios de dirección bruscos, siendo la situación óptima una recta perfecta. En el momento que aumenta la fuerza centrífuga y con ella la distribución de masas el “ángulo de Camber” aumenta considerablemente.

Existen dos principales inconvenientes de esta suspensión, además del exceso de ángulo de caída, y ambos están relacionados íntimamente con la falta de equilibrio entre el eje trasero y el delantero. El excesivo ángulo de caída positivo puede derivar en una inestabilidad de ambas ruedas, además de convertirse en un reto el igualar los efectos de la aceleración y la frenada, siendo estos el hundimiento y la elevación respectivamente [7].



Figura 2-5 Suspensión de brazos tirados [16].

- Paralelogramo deformable: puede denominarse también “trapezio articulado” o “suspensión de triángulos superpuestos” por la forma derivada tanto del brazo superior como del inferior, siendo este último de mayores dimensiones generalmente. Este sistema ha evolucionado y a día de hoy los brazos no son paralelos entre sí por haberse logrado una mejor precisión en la dirección de las ruedas.

Mientras que en otros sistemas el movimiento de las ruedas altera muchos parámetros, con la aplicación de esta se evitan variaciones significativas en los ángulos de la geometría, siendo el “Camber” el más perjudicado [7]. Este hecho se traduce en que el movimiento de balanceo generado por las imperfecciones del terreno no provoca grandes desviaciones de las ruedas, pues serán proporcionales [13]. La suspensión de paralelogramo deformable permite su uso en ambos ejes, pero debido a sus beneficios su utilidad se limita al eje delantero en la mayoría de las ocasiones. Al ser una suspensión que reduce bien los golpes sin deteriorar la maniobrabilidad del vehículo se convierte en una de las más seguras hoy en día.

Tanto el brazo superior como el inferior se encuentran unidos al chasis y a la mangueta, esta última habilita por medio de rótulas la rotación en torno al eje que las une. Cuenta con el muelle helicoidal que en este caso pueden ir o no unido al amortiguador, en función de las necesidades del fabricante (véase Figura 2-6).

La principal desventaja de su implementación en vehículos es económica. Al ser un sistema de calidad tanto su compra como los posteriores mantenimientos son más costosos que la media.



Figura 2-6 Suspensión de paralelogramo deformable [17].

- Semiejes oscilantes: el origen de este sistema se debe a la necesidad de implementar en los vehículos una suspensión trasera distinguida por su simplicidad. Tal es su sencillez, apreciable en la Figura 2-7, que visualmente es similar a las suspensiones de eje rígido. Según este sistema la oscilación de todo el conjunto se realiza en torno a una articulación donde se unen ambos semiejes, que a su vez van a las ruedas.

Con el paso de los años ha ido sustituyéndose por otros modelos por la excesiva transferencia de carga en los giros. A la hora de atravesar curvas pronunciadas a alta velocidad el automóvil toma una tendencia sobreviradora porque el alto centro de balanceo del coche elevará la parte trasera y, en consecuencia, el desmedido agarre de las ruedas delanteras provocará un “ángulo de Camber” positivo [18]. De esta manera, se obligaba a tener un ancho de neumático mayor de lo habitual.

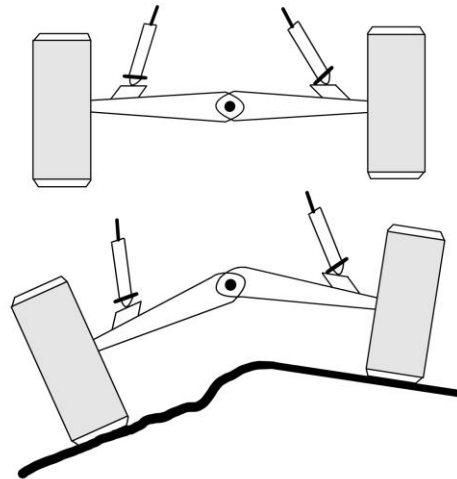


Figura 2-7 Esquema de una suspensión de semiejes oscilantes. (Autoría propia)

En último lugar existe un tercer tipo de suspensión que combina cualidades de las dos desarrolladas anteriormente: las suspensiones semiindependientes. Estas suspensiones están unidas de igual manera que las rígidas, es decir, mediante un eje rígido. Su diseño está estructurado siguiendo una forma de “U” parecida a la de los sistemas de brazos tirados, como en la Figura 2-5.

El eje con el que se dotan estos sistemas sí dispone de flexibilidad, permitiendo una cierta independencia entre las ruedas y reduciendo parcialmente el impacto de las irregularidades del terreno y sus consecuencias sobre el conjunto. Aun así, conserva las ventajas de una suspensión rígida con limitada motricidad, véase la sencillez y la poca alterabilidad de los parámetros de la rueda, por esta razón son empleadas en el presente sobre el eje trasero de ciertos automóviles. Dentro de este tipo de suspensión se clasifican dos modelos:

- Suspensión “eje de Dion”: mientras que en un eje rígido lo habitual es que el diferencial esté en el eje, en este caso está unido al bastidor. Por esta razón, su mejora se basa en la reducción significativa de la masa no suspendida pues se separan el mecanismo grupo-diferencial y el conjunto.
El “eje de Dion” tiene una forma curva y permite deslizamientos longitudinales ya que parten unos brazos de guiado que a su vez van unidos a elementos elásticos que aportan la capacidad de deformarse. Las revoluciones de las ruedas se transmiten mediante semiejes de la misma forma que las suspensiones independientes. Se dispone además de un tubo telescópico que habilita la variación del ancho de vía [7].
- Suspensión de “eje torsional”: normalmente se emplea en el eje trasero de vehículos de tracción delantera. El tubo con forma de “U” que sirve de nexo entre las ruedas es capaz de deformarse a partir de un determinado ángulo para volver a la posición estándar una vez se haya superado la irregularidad del terreno. A su vez, estas se unen a un travesaño que soporta un alto momento torsor a partir de dos brazos longitudinales, facilitando de esta manera una recuperación del “ángulo de Camber”.

2.1.4 Elementos del sistema

Los componentes del sistema de suspensión varían según las necesidades y el modelo de suspensión. Hay determinadas piezas que son comunes a casi todos los automóviles, mientras que otras son específicas de un diseño. Toda suspensión cuenta con dos elementos diferenciados: elemento elástico y elemento de amortiguación.

El conjunto de elementos elásticos se encarga de retener la energía producida por los golpes debido a los cambios en el terreno. Este juega un papel fundamental en el control dinámico del coche, pues su deformación habilita el contacto constante de las ruedas con el suelo. Dentro de este grupo se pueden diferenciar ciertas partes fundamentales:

- El neumático: no forma parte de la suspensión en sí, pero por definición se le puede incluir. Este elemento solo absorbe la energía de golpes muy limitadas por su baja elasticidad, pero cumple la función de sostener toda la masa suspendida.
- Las ballestas: son capas de acero superpuestas, cuyas longitudes van disminuyendo en el orden de superior a inferior. Entre las capas se colocan láminas de zinc para multiplicar su flexibilidad. A pesar de que fueron el origen de los sistemas de suspensión a día de hoy solo se emplean en vehículos de carga pesada como camiones. La lámina superior recibe el nombre de “hoja maestra” [19].

La fijación de las láminas de acero se realiza mediante dos elementos principales, las abrazaderas y el capuchino. Las primeras son dos y se encargan de habilitar un movimiento suave entre ellas cuando se deforman por el peso soportado. El capuchino es un perno pasante que vincula todas las hojas en una dirección perpendicular a ellas [7].

El número de hojas utilizadas no está establecido, dependerá así de la rigidez que se quiera obtener. Por lo general, las ballestas se consideran muy rígidas por la cantidad de láminas empleadas y su grosor, pudiendo estas adoptar una disposición tanto longitudinal como transversal según el tipo de vehículo y sus necesidades.

Existen dos grandes tipos de ballestas: semielípticas y parabólicas. Ambas reciben su nombre por la forma que adoptan. La primera tiene la desventaja de requerir de lubricación periódica por el constante rozamiento entre sus capas. Las ballestas parabólicas no tienen el mismo problema, pues sus hojas no se tocan y se introduce un material (normalmente nylon) entre una y otra para conseguir una mayor maleabilidad.

- El muelle helicoidal: es una pieza mecánica que puede cambiar su forma bajo la aplicación de una fuerza y volver a su estado inicial al dejar de aplicarla. Es el elemento elástico más empleado en las suspensiones y sus características dependen de cinco parámetros: longitud, grosor del hilo, diámetro de las espiras (en los muelles cónicos no es constante), tipo de acero empleado y la distancia entre espiras (gradiente).

Todos los parámetros nombrados anteriormente influyen en el comportamiento del vehículo. Los muelles más blandos provocarán oscilaciones de mayor amplitud y periodo, dando lugar así a frecuencias bajas. De lo contrario, los muelles más duros generarán oscilaciones de mayor frecuencia.

No todos los casos son vehículos muy cargados o poco cargados, existen los términos medios, por esa razón hay muelles diseñados para combinar las ventajas de los distintos tipos. Los muelles “híbridos” más usados son los de paso variable y los cónicos (véase Figura 2-8). En los muelles de paso variable varía el gradiente con la finalidad de amortiguar los pequeños impactos en los intervalos en los que las espiras están más separadas entre sí y las más próximas para los golpes de mayor intensidad. Los muelles cónicos ofrecen soluciones muy similares a las del modelo anterior. El diámetro de las espiras será inversamente proporcional a la fuerza de los impactos que amortigüe, de esta manera las de mayor diámetro se encargarán de los pequeños impactos [20].



Figura 2-8 Tipos de muelles según su forma [20].

- **Barras de torsión:** con la torsión de esta barra, que puede ser tanto hueca como maciza, se consigue el efecto de elasticidad y es la encargada de procurar una mínima estabilidad tanto transversal como longitudinalmente. Este elemento se ha convertido en un componente común en vehículos pesados debido a su capacidad de aumentar el nivel de protección, es más, con el aumento del peso del vehículo, es cada vez más importante contar con la barra de torsión para compensar la tensión adicional que sufren los ejes [21]. Un extremo de la barra está fijo al chasis (normalmente mediante casquillos estriados) y el otro al brazo de la suspensión, con la ventaja de ser muy compacta. Cuando la fuerza que mantiene a la barra torsionada desaparece, la barra regresa a su forma original gracias a su propia elasticidad [7].
- **Barras estabilizadoras:** elemento diseñado para contrarrestar la tendencia del automóvil al balanceo en determinados movimientos. En las curvas la fuerza de compresión de las ruedas interiores es muy distinta, por eso su función es controlar y equilibrar dicha fuerza. Es una barra flexible de acero, cuya parte central está anclada a la carrocería y los extremos van a los brazos inferiores de la suspensión de cada rueda, situándose la mayoría de las veces en el eje delantero.

Los elementos elásticos del sistema de suspensión se complementan con los amortiguadores. Considerando que muelle es el encargado de amortiguar los golpes causados por las imperfecciones del terreno, la tarea del amortiguador es regular la oscilación del muelle al contraerse y expandirse. Este objetivo se alcanza transformando la energía cinética originada por el funcionamiento de la suspensión en energía térmica [22].

Existen diferentes tipos de amortiguadores como los de fricción o los reológicos, no obstante, los empleados a día de hoy de forma mayoritaria son los hidráulicos como el de la Figura 2-9, más específicamente los telescópicos. El empleo de este sistema se ha globalizado debido a su buen control de la direccionalidad, su tracción tanto en aceleración como en frenada y su aumento significativo de la comodidad de los pasajeros.

Este elemento opera bajo el principio de movilidad de fluidos tanto durante la fase de compresión como la de expansión, tal y como se observa en la Figura 2-9. Es un funcionamiento que se puede comparar con el de una bomba de aceite. El calor es generado por la presión de un pistón dentro de un cilindro. El movimiento “arriba-abajo” de la suspensión provoca un empuje del líquido hidráulico, pero el limitado tamaño de los orificios solo deja pasar una poca cantidad de este, que se traduce en una oscilación más lenta del émbolo y una deceleración del muelle helicoidal. A partir de una determinada presión intervienen unas válvulas precomprimidas que cuando se abren permiten también el paso de líquido, variando su apertura a medida que esta disminuye o aumenta. Esta regulación del caudal de aceite por parte de las válvulas contribuye a una reducción de la tensión en el interior del amortiguador.

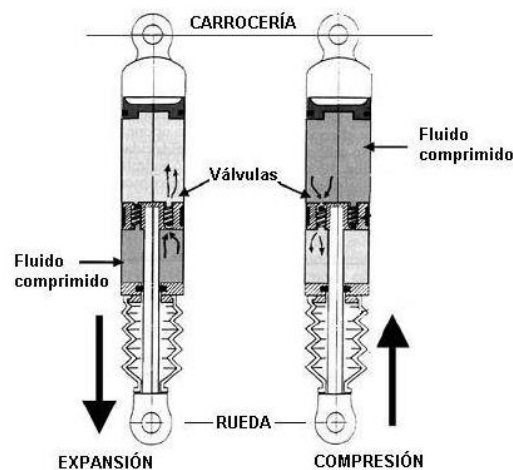


Figura 2-9 Esquema de funcionamiento de un amortiguador hidráulico [23].

Los amortiguadores hidráulicos telescópicos actuales son de doble efecto debido a su necesidad de actuación tanto en compresión como en extensión. Estos se dividen en dos grandes categorías: monotubo y bitubo. En el primero se divide el cilindro en dos cámaras entre las que se produce el paso de líquido viscoso. Esta división la lleva a cabo el pistón, que se desplaza junto con el vástago en función de la presión ejercida. Asimismo, a las configuraciones bitubo se le añade una modificación con respecto al anterior sistema, pero su estructura base es prácticamente igual. Cuenta con una cámara concéntrica adicional de dimensiones mayores, rodeando y conectándose mediante válvulas a la anterior. Su finalidad es contrarrestar las variaciones de volumen de la cámara atravesada por el vástago y la contigua al otro lado del pistón, desalojando el aceite que por espacio no se puede transferir en la etapa de compresión y revirtiéndose el mecanismo durante la extensión.

Los automóviles también cuentan con un tercer tipo de amortiguador clasificado aparte: los amortiguadores de gas (véanse los tres tipos en la Figura 2-10). El diseño de este último se asemeja en gran medida al de los amortiguadores monotubo, la diferencia radica en la cámara inferior, que se divide a su vez por un émbolo flotante. De esta forma, el espacio inferior se transforma en un depósito de gas, en la mayoría de los casos nitrógeno, y el intermedio permanece albergando aceite. Las dos principales ventajas de la incorporación del gas al sistema de amortiguación son la prevención de la aparición de burbujas por encontrarse el aceite sometido a la presión del elemento gaseoso y la admisión de los cambios de volumen en la cámara inferior [7].

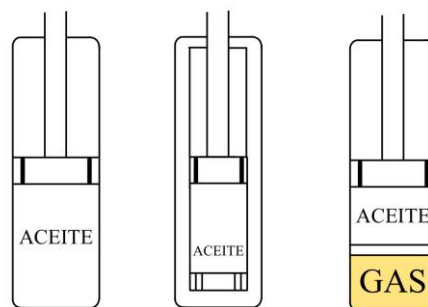


Figura 2-10 Representación de los tipos de amortiguadores. (Autoría propia)

Los elementos elásticos y los amortiguadores son la razón de ser y el núcleo del sistema de suspensión, pero también se requieren elementos estructurales que los conecten al conjunto y a las ruedas manteniendo y controlando el movimiento de estas. La finalidad de estos elementos es apoyar y sujetar el resto de los componentes y ellos mismos para permitir el correcto funcionamiento del sistema. Se pueden distinguir las siguientes piezas constructivas y de guiado:

- Brazos de suspensión: cumplen una doble función dentro de los sistemas de suspensión. La primera es la unión de las distintas partes y, la segunda misión es el soporte de las fuerzas tanto de tracción como compresoras en la dirección del mismo, pues en número muy reducido de ocasiones están habilitados para aguantar fuerzas laterales. Según la posición en que se encuentre y su función puede adquirir distintas denominaciones como palas, tirantes o bieletas [5]. Por ejemplo, los tirantes se unen a la rueda manteniendo en todo momento la geometría de esta.
- Mangueta y buje: el buje es la pieza en la que se integran los rodamientos que permiten el giro de la rueda. Por otra parte, la mangueta es un elemento fabricado a partir de aleaciones de acero que sirve de nexo entre el buje y el resto de las piezas del sistema, tales como el amortiguador.
- Rótulas: sirven para unir y fijar la suspensión y la dirección, permitiendo su giro y movimiento mientras se mantiene la posición de las ruedas.
- Silentblocks: son unificadores fabricados a partir de materiales deformables como el caucho que aíslan los componentes de las vibraciones. Evitan que las oscilaciones generadas por golpes se transmitan entre partes que tienen movimiento relativo entre ellas [5]. Es común atornillarlos para asegura su fijación, aunque en determinados casos basta con la presión ejercida en la unión.

2.1.5 El neumático

El neumático es el elemento elástico que cobra especial relevancia en el desarrollo del trabajo por su influencia en el estudio tanto cinemático como dinámico, ya que tiene la singularidad estar en contacto con el suelo y el automóvil de forma simultánea. En el Estudio cinemático se analiza la estructura de la suspensión completa con la finalidad de establecer un ángulo de contacto específico, mientras que en función del Estudio dinámico, se trata de forma conjunta o independiente del conjunto [24].

La comprensión del funcionamiento del neumático es vital para el correcto modelado del sistema y para darle un uso apropiado de forma posterior. Dicho elemento es, por lo tanto, el nexo entre el coche y la superficie por la que circula, siendo de vital importancia para conseguir un control adecuado del automóvil. Entre sus funciones principales destacan el soporte del peso, la transmisión de esfuerzos y su trabajo como amortiguador.

La pieza citada pertenece, junto a la llanta y la cámara de aire (en caso de haber), a la rueda, componente que en su totalidad debe cumplir una serie de condiciones. En primer lugar, la llanta actuará de soporte del neumático, requiriéndose así un correcto diseño tanto de forma como de material. Por otra parte, la elasticidad del neumático es muy reducida, pero debe lo suficiente dentro de sus limitaciones para facilitar la conducción. La flexibilidad debe buscar un equilibrio con la dureza necesaria para garantizar una adecuada capacidad de carga y duración, evitando que estos se desgasten excesivamente rápido.

El neumático se divide a su vez en tres partes fundamentales: el talón, el flanco y la banda de rodadura. El primero se define como el borde del neumático en contacto con la llanta, cuya finalidad es mantener la unión a esta en todo momento. El flanco es la zona lateral del elemento que actúa de forma semejante a un muelle junto a la acción del aire a presión en el interior. Finalmente se encuentra la banda de rodadura, que proporciona agarre y debe dotarse de un correcto coeficiente de adherencia longitudinal y lateral, conservando también una reducida resistencia a la rodadura.

La presión de inflado de un neumático influye en gran medida sobre el consumo de combustible, el *aquaplaning* y, por encima de todo, en la velocidad y forma del desgaste de la banda de rodaje. A día de hoy la profundidad mínima de la banda está estandarizada en 1,6 mm para los automóviles de menos de 3,5 toneladas, obligando a los conductores e ingenieros a llevar a cabo ciertas medidas. Según el estado de los neumáticos se podrá analizar la causa, permitiendo así tomar las acciones oportunas como una

regulación de la presión o un ajuste del alineamiento debido al “Camber”, la convergencia o la divergencia desacertados.

En adición, se deben analizar las fuerzas y momentos que actúan sobre el neumático para ejecutar una investigación completa de los distintos parámetros del automóvil. Por ello se divide el análisis de este componente en tres puntos de vista distintos: vertical, longitudinal y transversal.

La actuación en el plano perpendicular a la superficie viene determinada por la distribución de presiones provocada por la rigidez del neumático. Al existir cierta rigidez, la presión no es uniforme en todos los puntos de contacto, sino que alcanza su máximo en los flancos y su mínimo en el centro. En función de este parámetro su actuación como suspensión será alta o bien despreciable a efectos prácticos, influyendo en ella numerosos factores como la velocidad de circulación o el ancho de la llanta. Se debe tener en cuenta a mayores el efecto de la transferencia de masa en las curvas, que provoca una disminución del coeficiente de adherencia al aumentar la normal en un neumático, ya que $F_r = \mu N$.

En cuanto al comportamiento longitudinal, en el momento de la aceleración la rueda actúa como si su radio fuese menor del real debido al deslizamiento, mientras que en frenada ocurre lo contrario, por lo que las condiciones para conseguir una máxima adherencia en ambos casos serán diferentes. A mayor velocidad, menor adherencia, al igual que se reduce con la presencia de agua al poder producirse el fenómeno de “aquaplaning”. También se puede generar un par de resistencia a la rodadura, pues la banda se aplasta por delante y se estira por detrás, provocando un desplazamiento de presiones y su correspondiente momento en contra. El par mencionado se puede contrarrestar modificando la estructura y la presión de las ruedas, al igual que escogiendo unas condiciones de terreno, velocidad y temperatura favorables.

Finalmente, la forma del neumático, en especial su parte inferior, puede verse afectada por la exposición a distintas fuerzas transversales dando como resultado el fenómeno conocido como deriva. Como consecuencia de la deformación del neumático se genera una desalineación entre la trayectoria del vehículo y la dirección de las ruedas, provocando la aparición del ángulo de deriva y originándose un par de autoalineamiento que dificulta el giro del volante. La rigidez a la deriva, al igual que el par de resistencia que actúa longitudinalmente, puede ser modificado según distintos factores como por ejemplo la carga, el tipo de neumático, las dimensiones o incluso la velocidad.

2.2 Matlab

La aplicación Matlab es la herramienta principal en el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado. La compañía desarrolladora de Matlab es Mathworks, creada en 1984 y consolidada con el tiempo como un proveedor líder de software de ingeniería y cálculo técnico en todo el mundo. La empresa brinda soluciones de software de alta calidad para la investigación, el desarrollo y la educación en diversos campos de la ingeniería y las ciencias.

Mathworks define Matlab como una “plataforma de programación y cálculo numérico utilizada por millones de ingenieros y científicos para analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos” [25]. En otras palabras, es un software de computación numérica y desarrollo de algoritmos muy empleado en el análisis de datos, el modelado y la visualización de datos. Además, permite el desarrollo de aplicaciones personalizadas utilizando un lenguaje de programación propio.

Dentro de Matlab se encuentra una herramienta diseñada especialmente para el estudio de sistemas dinámicos, siendo estos todos aquellos cuyos resultados o comportamientos dependan de una magnitud variable con el tiempo. La *tool* (herramienta) se denomina Simulink, y permite el modelado, simulación y posterior análisis de aquellos sistemas dinámicos creados desde cero o bien modificados a partir de los disponibles por defecto en el programa. Es un instrumento muy empleado por ingenieros en la simulación de sistemas complejos que permite optimizar su diseño y tomar decisiones informadas antes de su implementación real.

2.2.1 Interfaces gráficas

El programa de Matlab tiene un lenguaje que en ocasiones resulta complicado de entender y difícil de emplear por el usuario. Una manera de lograr un uso sencillo de las distintas aplicaciones de este software es manejando las interfaces gráficas de usuario de Matlab, también denominadas “GUI” (*Graphical User Interfaces*). Las interfaces gráficas habilitan el uso del programa sin la necesidad de preocuparse de los comandos, pues una de las condiciones esenciales a la hora de implementarlos es su claridad y facilidad de entendimiento.

Las aplicaciones de Matlab son autónomas del programa una vez creadas, incorporando su propio menú y herramientas. De esta manera, la creación de aplicaciones propias para habilitar su uso a otros usuarios es posible sin la necesidad de disponer de la aplicación de Matlab en el dispositivo que se ejecuta [25].

Existen dos formas de crear una “GUI”: la interactiva y la programática. La primera de ellas es la más usada debido a su simplicidad y automatización, pues únicamente requiere del comando “*guide*” para comenzar a diseñar la interfaz gráficamente y es el propio programa el que genera el código. La segunda se basa en la creación del código que defina el comportamiento de la interfaz gráfica. [25]

Durante el desarrollo del Trabajo de Fin de Grado se creará la “GUI” de forma interactiva por su adecuación a las necesidades de dicho trabajo. Como primera medida, para abrir una interfaz gráfica desde cero únicamente es necesario ejecutar el comando “*guide*” en la ventana de comandos como en la Figura 2-11. Al ejecutarse se abre una nueva ventana (véase Figura 2-12) donde se diseñará y ejecutará la interfaz gráfica deseada.

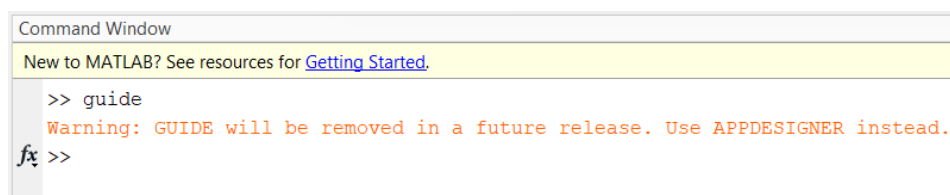


Figura 2-11 Ventana de comandos. (Autoría propia)

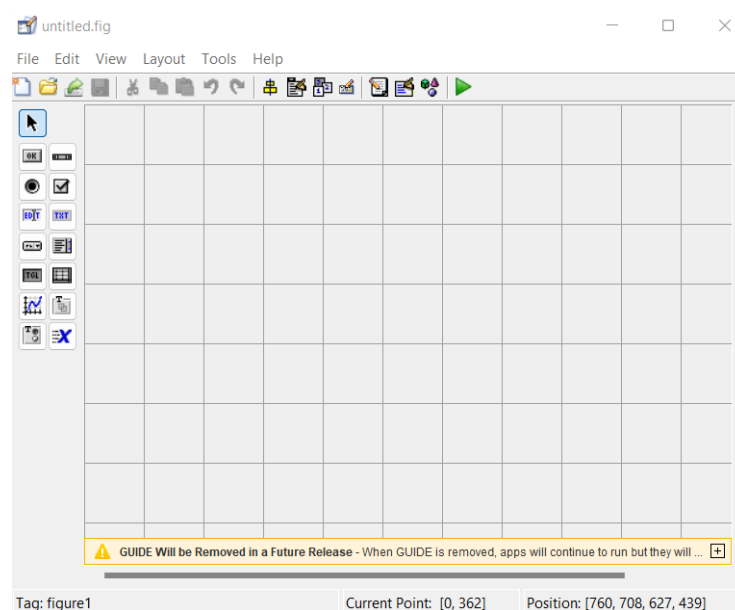


Figura 2-12 Espacio de trabajo de una Interfaz Gráfica. (Autoría propia)

Dentro del espacio de trabajo se diferencian tres partes principales: la barra de herramientas, la paleta de componentes y la zona de diseño. Al introducir los componentes en la zona de diseño se puede realizar la función ‘callback’ de cada uno de ellos, dirigiéndonos a la parte del “fichero.m” asociado para definir la acción a realizar al emplear ese componente. Para una mejor visualización del proceso se seguirá un sencillo ejemplo basado en la resta de los dos números introducidos en los cuadros “A” y “B” de la Figura 2-13. Las dos funciones fundamentales en la programación de interfaces gráficas son ‘get’ y ‘set’.

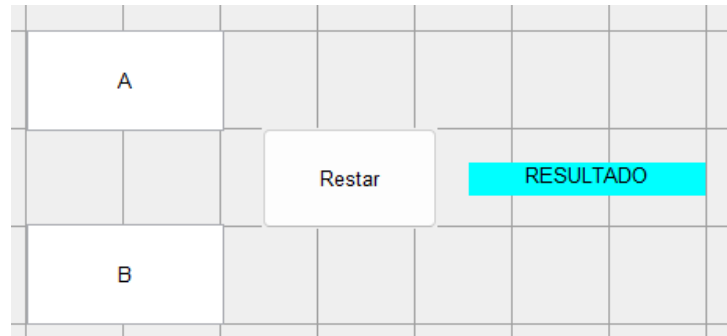


Figura 2-13 Ejemplo de diseño de una interfaz gráfica. (Autoría propia)

La función ‘get’ permite obtener el valor del *String* del *hObject* (valor que se introduce en el cuadro editable dentro del fichero de la forma “fichero.fig”), en este caso de la casilla con la variable “a”. El valor extraído es una cadena de caracteres, por lo que se necesita de la función ‘str2double’ para convertirlo en un valor numérico. Tal y como aparece en la Figura 2-14, el valor asignado a la variable “A” será el que se introduzca en su respectivo cuadro de texto editable. El mismo proceso exacto se debe aplicar para la variable “b”.

```

77 function a_Callback(hObject, eventdata, handles)
78     global A;
79     A=str2double(get(hObject,'String'));

```

Figura 2-14 Uso de la función ‘get’. (Autoría propia)

Al ejecutar el “Callback” de la función ‘restar’ se traslada de nuevo a la parte del código relacionada con esta. Al disponer ya de los valores “A” y “B” introducidos por el usuario se crea una nueva variable “C” que resulta de la resta de la operación $C=A-B$. Es la función ‘set’ (véase Figura 2-15) la responsable de mostrar en la ventana de la interfaz gráfica el resultado de dicho cálculo, aclarando donde se debe reflejar (“resultado”) y la variable a mostrar (“C”).

```

95 function restar_Callback(hObject, eventdata, handles)
96     global A;
97     global B;
98     C=A-B;
99     set(handles.resultado,'String',C);

```

Figura 2-15 Función para ejecutar la resta y uso de la función ‘set’. (Autoría propia)

Una vez guardado el código, este se ejecuta y la única tarea restante es introducir los valores que correspondan en cada cuadro y pulsar el botón “restar”. En este caso se han empleado como ejemplo los números 17 y 8 que se visualizan en la Figura 2-16 dando un resultado final de 9.



Figura 2-16 Resultado final de la operación. (Autoría propia)

En el desarrollo de este Trabajo de Fin de Grado se empleará la herramienta “*guide*” en gran medida por la necesidad de ingresar de forma constante distintos datos para un mismo sistema. La capacidad de mostrar los resultados tanto en forma numérica como gráfica permitirá un análisis más profundo de estos y, en consecuencia, unas conclusiones de mayor calidad.

2.2.2 Simulink

Simulink es una herramienta de modelación y simulación de sistemas dinámicos que permite diseñar y analizar sistemas complejos en una gran cantidad de aplicaciones como, por ejemplo, comunicaciones o automóviles. Los usuarios pueden crear modelos gráficos de sistemas dinámicos, simular su comportamiento y validar el rendimiento del sistema antes de su implementación en hardware. Existe además una biblioteca de bloques preconstruidos que contribuyen a la ayuda al usuario en la creación de modelos más complejos y realistas.

Para la realización de un diseño del modelo dinámico de un automóvil en Simulink es necesario conocer los parámetros que rigen su comportamiento. Una vez establecidos estos parámetros, se trasladan al modelo para llevar a cabo los distintos ensayos con los que se determinará si el funcionamiento es correcto.

Para arrancar el programa Simulink únicamente es necesario ejecutar el comando “*simulink*” en la ventana de comandos de Matlab (véase Figura 2-17) y, una vez finalizado el paso anterior se abrirá una nueva ventana propia de la aplicación ejecutada. En dicha ventana aparecen numerosas opciones, sin embargo, la que interesa a todo usuario que desee diseñar un modelo desde cero es *blank model*.

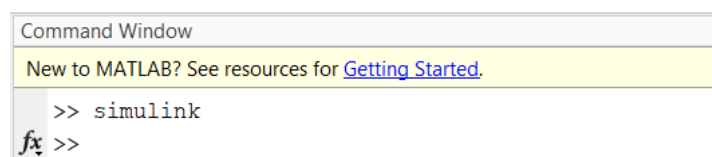


Figura 2-17 Ventana de comandos. (Autoría propia)

Una vez seleccionada la opción mencionada, se abrirá un espacio de trabajo, tal y como aparece en la Figura 2-18, con todas las herramientas necesarias para la modelación de sistemas dinámicos. Dentro del área de trabajo se introducen distintos bloques y bifurcaciones interconectados entre sí para simular el sistema deseado. La lista de componentes de Simulink es muy numerosa, pero dichos bloques se pueden clasificar dentro de los siguientes seis grupos: [26]

- *Continuous*: se pueden representar como una función continua en el tiempo.
- *Math*: ejecutan operaciones matemáticas.
- *Nonlinear*: no lineales.
- *Signals&Systems*: gestión de señales y sistemas.
- *Sinks*: sumideros de señales.
- *Sources*: fuentes.

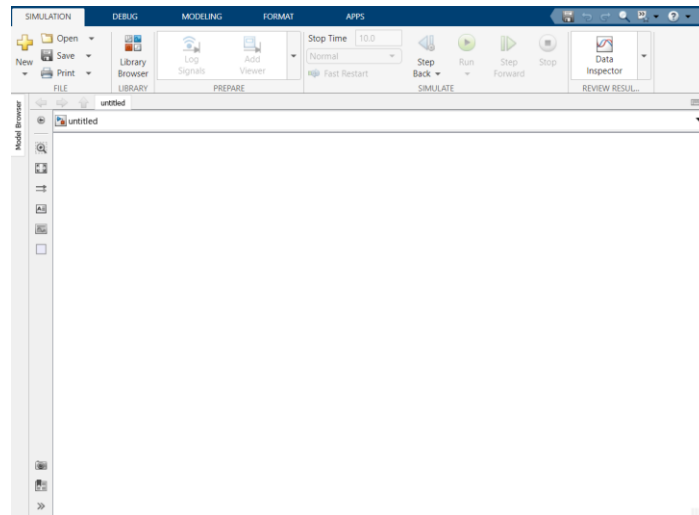


Figura 2-18 Espacio de trabajo de Simulink. (Autoría propia)

Con el objetivo de facilitar la comprensión del lector sobre lo explicado previamente se expone un sencillo ejemplo de esquema de Simulink. El siguiente diseño, representado en la Figura 2-19, se basa en la ejecución de una operación variable en función del tiempo. Para ello se parte de una fuente que genera un valor “x” aleatorio que atraviesa un bloque derivador para obtener dx/dt . Esta derivada se multiplica por 2 para más tarde entrar en un bloque *sum* que suma un valor de 3 de forma constante. En último lugar se representa gráficamente el resultado mediante el empleo de un *scope* Figura 2-19 Ejemplo de esquema de Simulink.

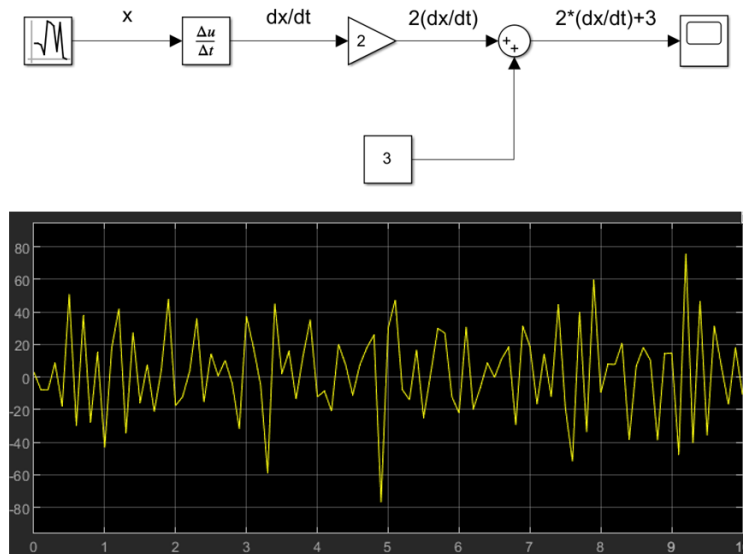


Figura 2-19 Ejemplo de esquema de Simulink. (Autoría propia)

El desarrollo de interfaces gráficas de usuario para la construcción de modelos representativos de sistemas del mundo real mediante diagramas de bloques, en este caso la suspensión de un automóvil facilita en gran medida las tareas del ingeniero en la fase de ingeniería preliminar. Esta capacidad de evidenciar de manera interactiva los fenómenos que ocurren en los sistemas diseñados es una gran ventaja tanto para los ingenieros como para los estudiantes. Además, la facultad de poder modificar los parámetros en cualquier momento y comprobar su resultado al instante es una de las principales ventajas de esta herramienta, sin olvidar que su integración en el software de Matlab permite compartir los datos y resultados entre los programas de la compañía Mathworks, disponiendo así de total compatibilidad entre ellos.

2.3 Parámetros determinantes en el estudio de sistemas de suspensión

2.3.1 Estudio cinemático

Un estudio cinemático es un análisis matemático de los movimientos y las posiciones de los elementos dentro de un sistema mecánico. Este tipo de estudios es empleado en ámbitos de la ingeniería y física para predecir el comportamiento de un sistema sin considerar la aplicación de fuerzas externas. De esta manera, se relaciona la trayectoria de un objeto o un elemento de un conjunto con el tiempo de desplazamiento.

En el caso del estudio de un sistema de suspensión en dos dimensiones los parámetros a tener en cuenta son la posición de los brazos de la suspensión, incluyendo sus dimensiones y los ángulos que forman con respecto a un eje de referencia. En este modelo, al ser de un grado de libertad, necesita preestablecer la posición de una barra para condicionar a las restantes.

En el estudio más simple de una suspensión de automóvil los parámetros condicionantes serán la posición de dos anclajes, la longitud de las cuatro barras y los ángulos interiores del paralelogramo formado. Con los datos mencionados el ingeniero es capaz de estudiar dos ángulos que influyen en gran medida sobre el comportamiento de los neumáticos y, en consecuencia, sobre el conjunto del automóvil en su totalidad. Dichos ángulos son el ángulo de salida y el ángulo de caída, ambas proyecciones medidas sobre el plano transversal del automóvil, reflejadas en la Figura 2-20.

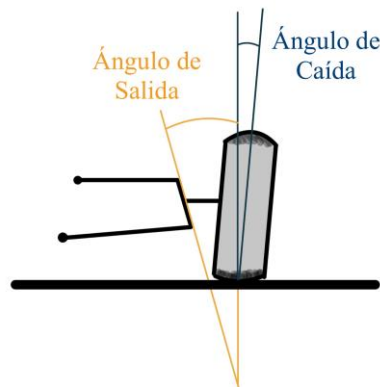


Figura 2-20 Representación del ángulo de salida y el ángulo de caída. (Autoría propia)

El ángulo de caída es el que forman el plano vertical que pasa por el punto donde el neumático entra en contacto con el suelo y el plano de la rueda. Cuando el punto más alto de la rueda está más alejado del eje de simetría del vehículo que el punto más bajo se toma como positivo, y viceversa. En el caso de estar ambos puntos a la misma distancia se considera un “ángulo de Camber” neutro, maximizando el contacto de los neumáticos en esta posición y contribuyendo de esta forma tanto a la tracción como a la aceleración del vehículo, sin ser esta distribución la más adecuada para la adherencia lateral. En las curvas este ángulo tiende a ser más positivo, de esta forma, si ya se parte de un “Camber” positivo se puede acentuar en exceso causando inestabilidad del conjunto y un desgaste del neumático muy irregular en la zona externa del mismo. Esa es la razón por la que a día de hoy se diseñan un gran número de vehículos con ángulo de caída ligeramente negativo, pues en las curvas es propenso a aumentar, garantizando así un mejor agarre lateral que conlleva un mayor equilibrio del vehículo.

El ángulo de salida, también denominado “King pin”, es el ángulo formado por el plano vertical que pasa por el punto de apoyo del neumático sobre la superficie y la línea imaginaria que une las dos rótulas contiguas a la mangueta. El “King pin” suele estar dentro de un rango de 5° comprendido entre 5° y 10° positivos, de tal forma que se acerquen lo máximo posible el plano y la línea mencionados con anterioridad, consiguiendo una mayor distribución de esfuerzos en el sistema. Un reparto óptimo de las fuerzas se traduce en una mayor estabilidad en rectas y curvas y facilidad para hacer girar las ruedas [27].

2.3.2 Estudio dinámico

El Estudio dinámico del sistema de suspensión se realizará a través de la herramienta Simulink de Matlab debido al gran abanico de posibilidades que ofrece. El análisis no es igual para todas las suspensiones, ya que existen tres modelos diferentes en función de la regulación de los parámetros del sistema. Cuanto mayor sea el control de los parámetros, mejor será su funcionamiento y adecuación a las necesidades del terreno, aunque conlleva también un incremento del coste y complejidad.

Inicialmente se encuentra la suspensión pasiva, caracterizada por la ausencia de cualquier tipo de control y aplicación de energía externa sobre sus elementos. De esta manera, cuenta exclusivamente con un muelle helicoidal, el amortiguador y elementos de unión con los parámetros necesarios para amortiguar los impactos provocados por las irregularidades del medio. Los parámetros que determinan el comportamiento de dicha suspensión son: la masa suspendida (kg), la masa no suspendida (kg), la rigidez tanto del neumático como de la suspensión (N/m) y el coeficiente de amortiguamiento del neumático y de la suspensión (N.s/m). [28]

Por otro lado, se encuentran los sistemas de suspensión activa, que disponen de sensores y actuadores para la gestión de la energía en función de las circunstancias del momento. Dichos actuadores actúan en función de la información captada por los sensores integrados, almacenando, disipando o introduciendo energía externa [29]. En automoción existen cuatro tipos de actuadores en función del origen de la fuerza empleada para realizar su función: neumáticos, hidráulicos, eléctricos y electromagnéticos. Por lo tanto, los parámetros a añadir a los presentes en los sistemas de suspensión pasiva serían sensores tanto en la masa suspendida como en la no suspendida, ambos unidos a un controlador que determinará las acciones a tomar por un actuador.

Por último, existe un tipo de suspensión que combina las facultadas de las anteriores: la suspensión semiactiva. Las frecuencias bajas se controlan normalmente con elementos propios de las suspensiones activas y, a medida que estas frecuencias aumentan, los elementos de las suspensiones pasivas adquieren un mayor protagonismo. En este tipo de suspensiones el coeficiente de amortiguación de los amortiguadores es variable en función de un controlador externo. De esta forma, los sensores en la masa suspendida y no suspendida y el controlador son comunes a las suspensiones activas, pero en este caso el amortiguador semiactivo sustituye al actuador. Se diferencian cuatro tipos principales de amortiguadores semiactivos en función del fluido del que disponen en su interior: magnetorreológicos, electrorreológicos, neumáticos y los de fricción seca [29].

En el presente Trabajo de Fin de Grado se simularán exclusivamente suspensiones activas, ya que cuentan con los componentes principales y comunes a cualquier automóvil. Es de esta forma como, mediante la implementación de los elementos esenciales detallados en el subapartado “Elementos del sistema”, se llevará a cabo un análisis del mecanismo especificado.

3 DESARROLLO DEL TFG

3.1 Estudio cinemático

Esta parte del desarrollo del trabajo se centrará en la rama de la mecánica centrada en el análisis del movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo producen. En otras palabras, se procederá al estudio del sistema de suspensión sin considerar las fuerzas externas o factores que afectan o generan los desplazamientos de sus elementos.

Se describirá gráfica y matemáticamente la posición de los distintos elementos a través de los GUI de Matlab, facilitando la posterior comprensión del funcionamiento y extracción de las conclusiones. El modelado mediante interfaces gráficas será de gran utilidad para no solo el diseño y optimización de estos, sino para contribuir al saber de los interesados en la industria automotriz.

3.1.1 Diseño del esquema

Para la realización del estudio cinemático en 2D es necesario un esquema simple en el que se diferencien los brazos de la suspensión y las articulaciones que unen dichos brazos, diferenciando entre ellas las que permanecen fijas a la carrocería.

El esquema aportará información relevante tanto del comportamiento del vehículo, como de la variación de posición de sus brazos y los ángulos de salida y caída de las ruedas. Variando determinados parámetros se puede generar suspensiones más efectivas. Asimismo, un análisis correcto de la geometría del sistema permite la modificación de parámetros como la longitud, la altura total de la suspensión o la colocación de las conexiones, brindando así una mejora del comportamiento al conjunto por su mejor estructuración, medida y proporciones.

El diagrama del sistema será el de un mecanismo de cuatro barras con dos apoyos fijos. Estos apoyos pueden estar o no sobre el mismo eje vertical u horizontal, por esa razón será necesario introducir las coordenadas de uno de ellos, tomando la posición del otro como el origen de coordenadas. De esta manera, el ángulo de salida dependerá de la longitud de las barras (siendo una de ellas el módulo del vector que une las articulaciones fijas) y, al ser de 1 grado de libertad, uno de los ángulos que forme cualquiera de las barras con la horizontal o vertical, tal y como muestra la Figura 3-1.

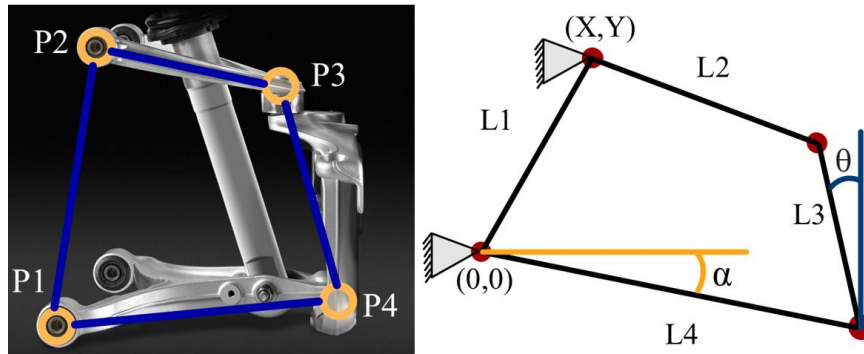


Figura 3-1 Esquema básico para el estudio cinemático [30].

La cantidad de tipos de suspensiones y sus variantes según la estructura es muy numerosa, tal y como se explica en “Tipos”. A pesar de ello, la representación en 2D diseñada es la que mejor se asemeja a un modelo general sin indagar en las especificaciones de cada categoría.

El recorrido en el eje vertical del punto 4 (véase Figura 3-2) es también de vital importancia, pues será el punto de referencia para establecer una altura inicial de la suspensión que garantice los efectos sobre la rueda que se consideren. A medida que ascienda o disminuya la posición del punto mencionado dentro de unos parámetros establecidos variará en ángulo de salida. De esta manera, disponiendo de los brazos de dimensiones ya definidas se puede determinar la altura original a la que se debería de encontrar la articulación situada al extremo de L4 para conseguir un desarrollo óptimo de la suspensión y, en consecuencia, del vehículo en su totalidad.

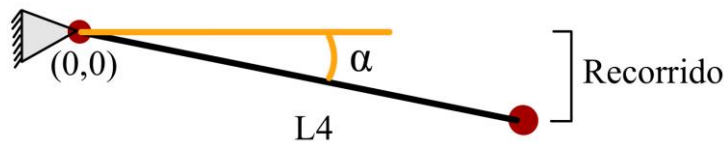


Figura 3-2 Representación del recorrido de la articulación 4. (Autoría propia)

En adición a los parámetros comentados anteriormente, el ángulo que forma la rueda con el suelo no siempre es el mismo que el formado por la última barra del sistema de suspensión (la barra 3 según la Figura 3-3). El movimiento relativo de la mangueta con respecto a la barra número 3 y el neumático es nulo en todo momento, por lo que se considera un ángulo constante. Esta diferencia de inclinación entre ambos elementos es característica de cada automóvil, por lo que será una variable más a definir.

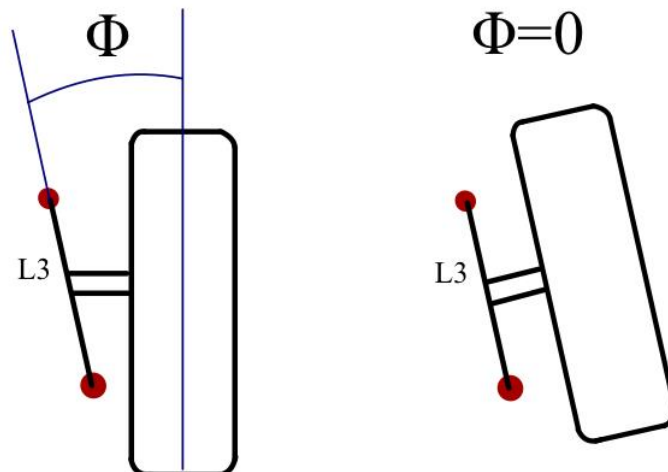


Figura 3-3 Representación del ángulo Φ . (Autoría propia)

En resumen, se requiere del conocimiento previo de 5 propiedades del sistema de suspensión a analizar para el estudio del funcionamiento del mecanismo. Estas características son: la posición del anclaje superior a la carrocería, las longitudes de las barras L2, L3 y L4 y el ángulo Φ característico de cada modelo de vehículo.

3.1.2 Modelado matemático del esquema en GUI

En primer lugar, se procede al diseño de la interfaz gráfica en la que el usuario introducirá los parámetros requeridos y donde se reflejarán los resultados en forma de gráfica. Tal y como aparece en la Figura 3-4, se han integrado un total de seis textos editables que se relacionan con las coordenadas “x” e “y” del punto 2 respectivamente, las longitudes de las barras móviles y en último lugar con el ángulo Φ (phi). En el centro de la interfaz se ha integrado un pulsador denominado “graficar” que ejecuta la función necesaria para la obtención de los resultados. Finalmente, se ha procedido a la inclusión de tres gráficas con los nombres “THETA”, “recorrido” y “CAMBER”, donde se representarán los valores a partir de los cuáles se analizarán los sistemas de suspensión.

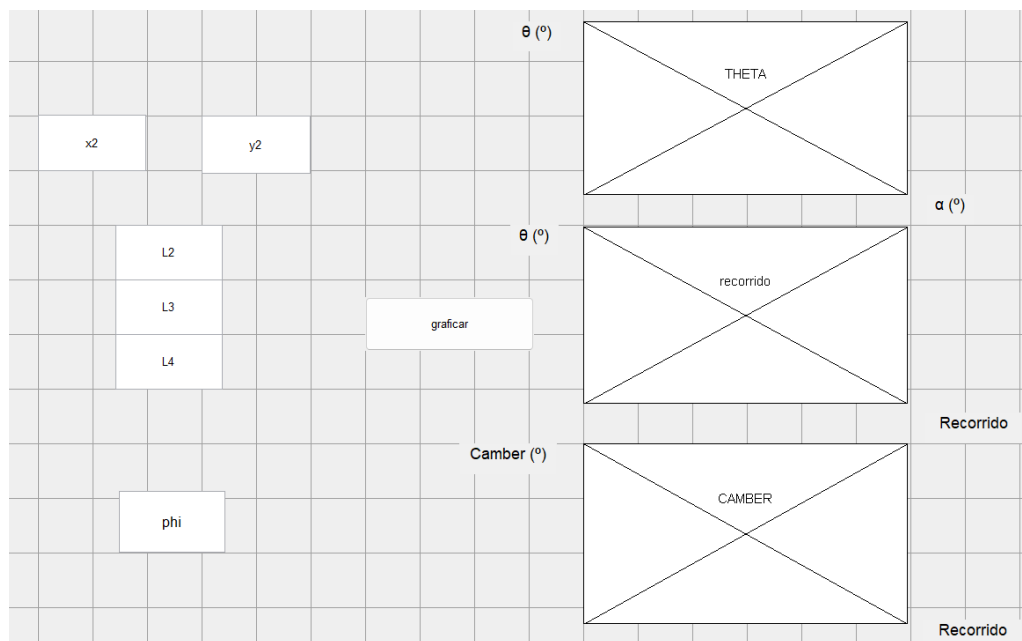


Figura 3-4 Distribución de la interfaz gráfica. (Autoría propia)

Una vez establecida la forma de introducción de los valores de los datos iniciales y de obtención de las soluciones se procede a asignar variables a los valores que se insertan en cada uno de los textos editables. En otras palabras, que los números incluidos en los espacios x2, y2, L2, L3, L4 y phi se asignen a una variable del “fichero.m” para poder trabajar con esa variable y realizar los cálculos necesarios. Para ello se ejecuta el ‘callback’, una función cuya finalidad es relacionar un evento de un objeto en el GUI con una entrada de texto. Esta función tiene tres argumentos de entrada, siendo de la forma ‘Callback (hObject, eventdata, handles)’. El argumento *hObject* hace referencia al objeto del GUI que inició el evento, en este caso los textos editables. En segundo lugar, *eventdata* contiene información general sobre el evento activado, como por ejemplo el tipo de evento. En tercer y último lugar, *handles* es un identificador de función usada generalmente para pasar de una a otra. En este caso, todas las variables comentadas previamente se han tratado de la forma que aparece en la Figura 3-5, poniendo como ejemplo la variable “L4”. Se han declarado las variables con el comando “global” para que afecte a todas las funciones y “str2double” para tratar las cadenas de caracteres.

```
function L4_Callback(hObject, eventdata, handles)
global L4;
L4=str2double(get(hObject,'String'));

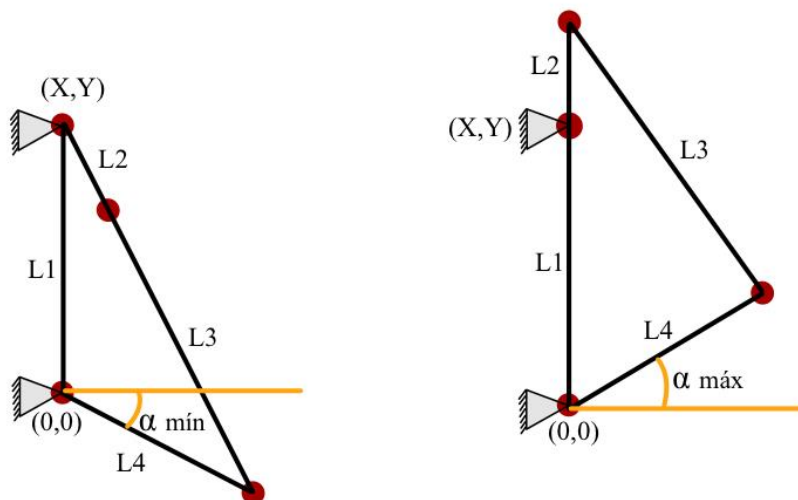
```

Figura 3-5 Callback de L4. (Autoría propia)

Los cálculos a realizar se ejecutarán dentro de la función '*graficar_Callback (hObject, eventdata, handles)*' y se reflejarán en cada una de las tres gráficas dependiendo de la variable a analizar. La primera acción a tomar dentro de esta función es establecer el punto 1 en el origen (0,0) pues permanecerá invariable tal y como se explicó en el diseño del esquema.

Entre los distintos mecanismos de cuatro barras, el que se asemeja en mayor medida al caso generalizado de una suspensión de coche es el mecanismo manivela-balancín por su mayor longitud en la barra inferior y la estructura de las barras y los ángulos que pueden formar. En este caso por supuesto la manivela no actuaría como tal debido a la imposición previa de un ángulo α límite superior. El primer problema aparece al plantear entre qué valores se moverá el ángulo α , pues no todos los valores entre -180° y 180° se adecúan al movimiento de las barras de una suspensión. Es decir, tanto el ángulo $\alpha_{\min}$ como el $\alpha_{\max}$ serán los límites inferiores y superiores respectivamente y deberán cumplir una serie de condiciones.

Comenzando por el $\alpha_{\min}$, este caso se dará cuando L2 y L3 estén totalmente alineados, impidiendo el deslizamiento hacia abajo de la barra inferior L4. En el caso del límite superior, es decir, donde se encontraría la manivela, se toma el ángulo que habilita una posición totalmente vertical del lado L2, ya que en cualquier caso ninguna suspensión sobrepasaría dicho valor por intrusión y consecuente golpeo de las barras e incluso del neumático en el espacio del conjunto. Para una mejor visualización se pueden apreciar ambos topes en la Figura 3-6.

Figura 3-6 Representación de $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ en el mecanismo manivela-balancín. (Autoría propia)

La primera de las restricciones (para obtener $\alpha_{\min}$) es común al mecanismo de doble balancín, que es el otro caso que se puede asemejar en menor medida a un sistema de suspensión real. Sin embargo, el caso en el que α es máximo no coincide, pues la disposición necesaria se refleja en la Figura 3-7. Tal y como se puede apreciar, la barra L3 debe quedar alineada con L2, quedando ambas superpuestas. El estudio se centrará en el manivela-balancín, pero más adelante se indicará la breve modificación que sería necesario introducir en caso de requerir del estudio del doble balancín.

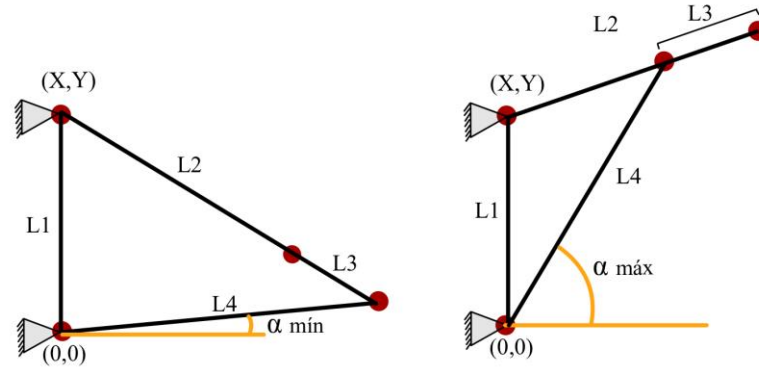


Figura 3-7 Representación de $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ en el mecanismo doble balancín. (Autoría propia)

Para solucionar el problema es necesario conocer la posición del punto 3 o el punto 4, con esa finalidad se ha creado la función ‘*intersección*’, que dadas las coordenadas de los centros de una circunferencia y sus respectivos radios calcula los dos puntos de corte de estas. Dicha función, de la forma $[x1_int, y1_int, x2_int, y2_int] = interseccion(x1,y1,r1,x2,y2,r2)$ obtiene las coordenadas “x” e “y” de ambos puntos con el objetivo de distinguir más adelante el punto de corte correcto [31]. En la Figura 3-8 se observan dos circunferencias cortantes cualesquiera y tanto los puntos como los segmentos de interés para los primeros pasos de la resolución.

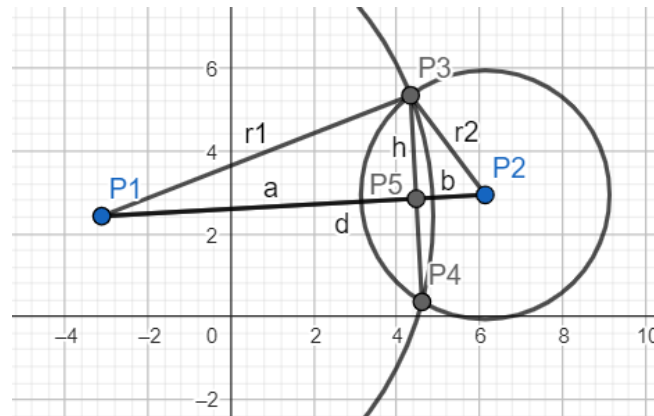


Figura 3-8 Planteamiento del problema de los puntos de corte en Geogebra. (Autoría propia)

El primer paso para hallar los dos puntos de corte es la obtención de la distancia “d” entre los centros de las circunferencias mediante el cálculo del módulo del vector que los une. A continuación, se aplica el Teorema de Pitágoras en los dos triángulos rectángulos que forman r_1 , a, h y r_2 , b, h para, posteriormente, restar las expresiones. Dicha resta y la igualdad $d = a + b$ generan el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que permite calcular las distancias “a” y “b”:

$$\begin{cases} r_1^2 - r_2^2 = a^2 - b^2 \\ d = a + b \end{cases} \quad [3-1]$$

Las distancias “a” y “b” vendrán dadas por las dos expresiones a continuación, dependientes tanto de los radios de las circunferencias como de la distancia entre centros.

$$a = \frac{r_1^2 - r_2^2 + d^2}{2d} \quad [3-2]$$

$$b = \frac{r_2^2 - r_1^2 + d^2}{2d} \quad [3-3]$$

Una vez conocidas estas distancias y los radios, solo faltaría aplicar el Teorema de Pitágoras una vez más para hallar la distancia “h” de la forma: $r_1^2 = h^2 + a^2$. Para continuar es necesario conocer las coordenadas del punto 5, que se encontrará a una distancia proporcional en “a/d” tanto en “x” como en “y”, siendo sus coordenadas “x₅” e “y₅” dadas por las siguientes expresiones:

$$x_5 = x_1 + \frac{a}{d}(x_2 - x_1) \quad [3-4]$$

$$y_5 = y_1 + \frac{a}{d}(y_2 - y_1) \quad [3-5]$$

Tras conocer las coordenadas este punto, solamente resta conocer el valor de los vectores que unen P5 con las intersecciones ($\overrightarrow{P5P3}$ y $\overrightarrow{P5P4}$) para, más tarde, sumarse a las coordenadas del punto 5 (punto de partida). Dicha tarea se lleva a cabo empleando el vector que une P1 y P2 ($\overrightarrow{P1P2}$) y una matriz de rotación de 90° tanto en sentido horario como antihorario para conseguir así un vector normal en cada sentido. La rotación antihoraria viene dada por $R_z(\rho)$, mientras que la horaria $R_z(-\rho)$, resultando las siguientes expresiones:

$$\overrightarrow{P1P2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \quad [3-6]$$

$$R_z(\rho) = \begin{pmatrix} \cos(\rho) & -\sin(\rho) \\ \sin(\rho) & \cos(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad [3-7]$$

$$R_z(-\rho) = \begin{pmatrix} \cos(\rho) & \sin(\rho) \\ -\sin(\rho) & \cos(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad [3-8]$$

$$\overrightarrow{P1P2} * R_z(\rho) = \begin{pmatrix} y_1 - y_2 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix} \quad [3-9]$$

$$\overrightarrow{P1P2} * R_z(-\rho) = \begin{pmatrix} y_2 - y_1 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix} \quad [3-10]$$

Inmediatamente después de haber calculado los vectores normales en cada sentido, se deben de multiplicar por “h/d”, pues al haber solo rotado, su módulo es $\|\overrightarrow{P1P2}\| = d$. El resultado de la operación es el vector normal a $\overrightarrow{P1P2}$ en cada sentido con módulo $\|\overrightarrow{P5P3}\| = \|\overrightarrow{P5P4}\| = h$.

$$\overrightarrow{P5P3}^\perp_1 = \frac{h}{d} \begin{pmatrix} y_1 - y_2 \\ x_2 - x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{h(y_1 - y_2)}{d} \\ \frac{h(x_2 - x_1)}{d} \end{pmatrix} \quad [3-11]$$

$$\overrightarrow{P5P3}^\perp_2 = \frac{h}{d} \begin{pmatrix} y_2 - y_1 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{h(y_2 - y_1)}{d} \\ \frac{h(x_1 - x_2)}{d} \end{pmatrix} \quad [3-12]$$

El paso final es la suma de las coordenadas del P5 a ambos vectores, pues es el punto de origen en los dos casos. Los resultados serán las coordenadas de los puntos de intersección entre las circunferencias, que constituirán más adelante los posibles valores de la articulación 3.

$$x = x_5 \pm \frac{h(y_2 - y_1)}{d} \quad [3-13]$$

$$y = y_5 \pm \frac{h(x_2 - x_1)}{d} \quad [3-14]$$

De esta manera, los datos iniciales de la función ‘*intersección*’ para la obtención de las dos posibles coordenadas del punto 4 para el $\alpha_{\min}$ serán $(x_1, y_1, L_4, x_2, y_2, L_2 + L_3)$. Este hecho se debe a que en el caso a estudiar el ángulo “alpha” es mínimo cuando las barras L2 y L3 están completamente alineadas, siendo su centro el punto 2. Este caso es el señalado previamente como común al caso de disponer de un mecanismo doble balancín tal y como se puede apreciar en la Figura 3-7.

La definición del ángulo $\alpha_{\max}$ se consigue aplicando también la función ‘*intersección*’ pero con otros parámetros de entrada. En este caso se debe cumplir que la barra L2 sea paralela al eje de ordenadas en sentido ascendente, por lo que los datos iniciales serán de la forma $(x_1, y_1, L_4, x_2, y_2 + L_2, L_3)$, ya que a la coordenada y del punto 2 se le suma la longitud de L2. En esta ocasión, el $\alpha_{\max}$ en caso de disponer de un doble balancín sí se vería modificado, teniendo como resultado una estructuración de los datos iniciales de la siguiente forma: $(x_1, y_1, L_4, x_2, y_2, L_3 - L_2)$.

Una vez obtenidos las dos posibles posiciones del punto 4 tanto para el límite inferior como para el superior se debe seleccionar la opción correcta. Por ese motivo se obtienen los dos posibles ángulos calculando la arcotangente de (y_4/x_4) para las ambas posibilidades y, mediante el empleo del comando *if*, se selecciona el ángulo correspondido con la articulación cuya coordenada x sea la mayor. La explicación de ello reside en que en determinadas circunstancias una de las soluciones aparecerá a la izquierda de la barra fija entre el punto 1 y 2 (dentro del vehículo) y, en las ocasiones que esté en el eje positivo de x, el punto 4 más situado a la izquierda obliga al mecanismo a formar una estructura impropia de un sistema de suspensión.

La selección del ángulo $\alpha_{\max}$ sigue las mismas pautas que el mínimo y cumple las mismas condiciones, por supuesto variando los parámetros de entrada tal y como ha quedado explicado previamente. Se obtienen los dos posibles ángulos $\alpha_{\max}$ y mediante un *if* se escoge el que implique una mayor coordenada x del punto 4 por las mismas razones.

Se ha empleado el software matemático Geogebra para representar gráficamente los puntos de corte explicados y así facilitar la comprensión de forma visual [32]. En la Figura 3-9 se muestran los casos de $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ de izquierda a derecha, siendo el punto A el seleccionado para ejercer de P4 en el mecanismo de cuatro barras. En este caso los parámetros utilizados han sido: $x_2=1$, $y_2=6$, $L_2=2$, $L_3=7$, $L_4=5$.

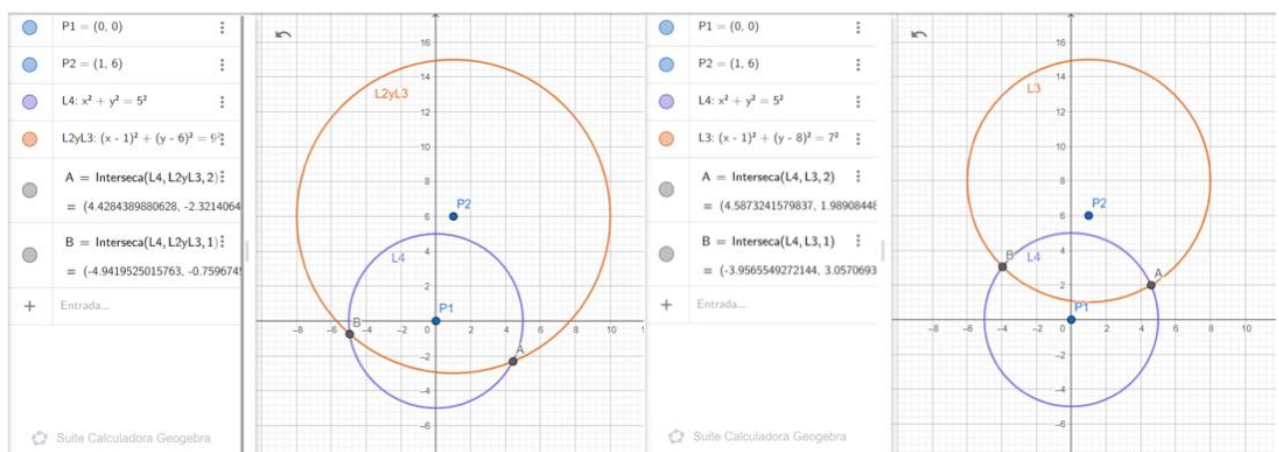


Figura 3-9 Representación gráfica de los puntos de corte en Geogebra. (Autoría propia)

Una vez conocido el rango de valores posibles para el ángulo “alpha” se crea un vector de 180 valores espaciado linealmente entre los valores $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$ mediante el comando “*linspace*”. Dicho vector se ha creado con la finalidad de representar el ángulo “theta”, el recorrido y el “ángulo de Camber” para cada una de las posibles posiciones de la barra 4. El primer paso será crear un vector de tantos ceros

como la longitud del vector de los valores de α , por lo que se emplea la función `'zeros(1,length(alpha_values))'` para cada una de las tres variables de salida mencionadas.

A continuación, se iniciará un bucle mediante el comando *for* para recorrer todos los valores de α y obtener un ángulo θ , recorrido y “ángulo de Camber” para cada uno de ellos. Lo primero es obtener la posición del punto 4, sabiendo la longitud $L4$ y el ángulo α únicamente es necesario aplicar el seno y el coseno. Seguidamente se hallarán las dos posibles posiciones de la articulación 3 empleando el mismo método de los puntos de corte de las circunferencias que en la Figura 3-9, debido a que conocemos la posición de los centros ($P2$ y $P4$) y sus radios ($L2$ y $L3$), quedando los datos iniciales de la función *'intersección'* de la siguiente forma: ($x2,y2,L2,x4,y4,L3$). En todas las circunstancias se cumple que la posición correcta del punto 3 para el sistema de suspensión es la que dispone de una coordenada “y” superior, de tal forma que, usando los comandos *if* y *else* se descarta el punto de corte con la ordenada más baja. Tal y como se puede visualizar en la Figura 3-10, para un caso de α escogido al azar el punto $P3$ será en este caso el A, pues siendo el de mayor coordenada “y” es el que se adapta a los requisitos del modelo.

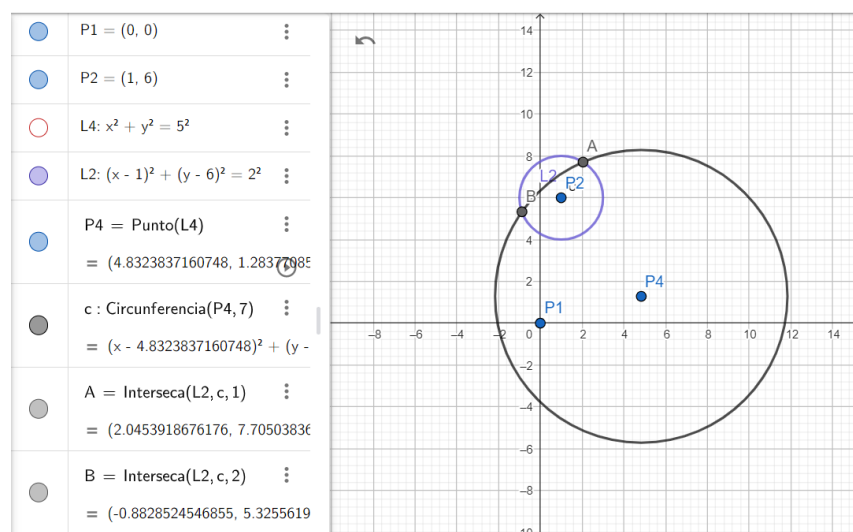


Figura 3-10 Representación gráfica en Geogebra de los posibles puntos $P3$. (Autoría propia)

Una vez completados los pasos anteriores, el usuario conoce todas las ubicaciones de las articulaciones y, por lo tanto, de las barras, además de los ángulos que forman. Por ello es posible obtener el ángulo θ , ya que es el arco tangente del triángulo rectángulo formado por la diferencia de las coordenadas del $P3$ y el $P4$, quedando de la forma $\theta = \text{atan}((x3-x4)/(y3-y4))$. Ha sido necesario aplicar una corrección, pues la tangente de un número tiene dos posibles valores, siendo uno de ellos negativo y el otro positivo. La aplicación de Matlab comienza a calcular por defecto la arcotangente del ángulo complementario a partir de -90° , convirtiéndolo así en positivo y provocando un salto de los valores de $+180^\circ$ al llegar a ese límite. Por consiguiente, se ha modificado el código implantando un *if* que resta π en caso de que el valor de la arcotangente sea positivo.

La representación de los valores resultantes se mostrará en forma de gráfica, obligando a asignar los valores actuales de las tres variables (θ , recorrido y Camber) al final de cada bucle. Por último, se emplea el comando *"plot"* para graficar de las siguientes maneras: “ θ ” respecto de “ α ”, “ θ ” respecto del recorrido y “Camber” respecto del recorrido.

3.1.3 Funcionamiento de la GUI

Tras haber diseñado el esquema del sistema de suspensión y generado su respectivo código que permite el estudio cinemático, únicamente resta el análisis del funcionamiento. Una vez se guarde el código y se pulse el botón “run” se abrirá de forma automática la interfaz donde se introducen los datos iniciales del mecanismo.

Al ser un mecanismo manivela-balancín se deben de cumplir una serie de condiciones a la hora de escoger la información de entrada. Por supuesto, si el usuario decide introducir números sin sentido y sin solución para la estructura del mecanismo, a la hora de graficar se producirá un error. Con respecto al modelo, en todo momento se tomará el apoyo fijo inferior como punto 1 y, de esta forma, como el origen (0,0). Las condiciones a cumplir por un mecanismo manivela-balancín son las siguientes:

- $L2+L3 \leq L1+L4$
- L2 debe ser la barra más corta.
- L3 debe ser la barra más larga.

Este hecho se debe a que el movimiento oscilatorio del balancín debe transformarse en el movimiento rotacional de la manivela [33]. Tal y como se ha llevado a cabo con anterioridad, se procede a explicar los cambios a realizar en caso de tener un mecanismo de doble balancín. En tales circunstancias se realizaría la breve modificación en el código explicada en “Modelado matemático del esquema en GUI”, e iría acompañada de tres condiciones a tener en cuenta en cuanto a las dimensiones de los brazos de la suspensión:

- $L1+L3 \leq L2+L4$
- L3 debe ser la barra más corta.
- L1 siendo la barra fija debe ser la más larga.

De este modo, la GUI está lista para mostrar las gráficas con los resultados gráficos en todos los casos que requiera el consumidor. Para mostrar el correcto funcionamiento del modelo se procede a mostrar tres situaciones diferentes en función de la posición de la articulación 2.

El primer caso se distingue por estar el punto 2 en la región negativa del eje x, es decir, introduciendo la coordenada x2 con signo negativo. Para la primera prueba se toma un ángulo $\Phi = 0$, asumiendo de esta forma que neumático y L4 son perfectamente paralelos entre sí. Los parámetros iniciales han sido escogidos totalmente al azar, cumpliendo siempre las condiciones requeridas.

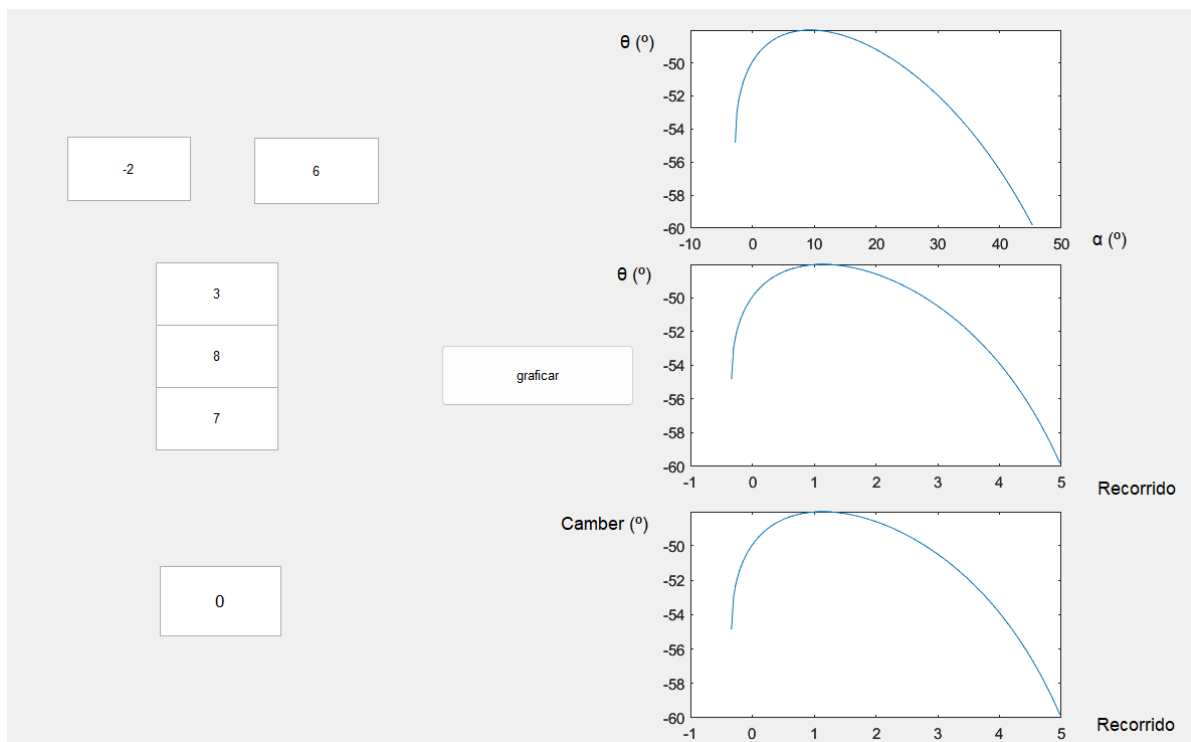


Figura 3-11 GUI de ejemplo 1. (Autoría propia)

Tal y como se puede observar en la Figura 3-11, con estos valores el ángulo α tiene como límites inferior y superior a $-2,7^\circ$ y $45,3^\circ$ respectivamente. A medida que L4 sube (incremento de “alpha”), mayor apertura del ángulo theta en sentido positivo, especialmente durante los 3 primeros grados en los que el crecimiento es más acentuado. Sin embargo, se localiza un máximo en $\alpha=9^\circ$ a partir del cual, la barra 3 comienza a girar en sentido antihorario de forma progresiva. Además, el recorrido inicial será de $-0,3$ y conforme ascienda el ángulo α este se aproximará progresivamente al 0, sobrepasándolo y llegando a un recorrido de 5. Comparando también la segunda y tercera gráfica se aprecia que son idénticas, pues si el ángulo Φ es igual a 0, significa que el “ángulo de Camber” y θ tienen el mismo valor. Al conocer este último hecho, no se volverá a probar un ángulo $\Phi = 0$, ya que siempre va a concordar con el valor del ángulo θ . Es por ello que en el siguiente ensayo se experimenta con un $\Phi \neq 0$, por ejemplo 25° .

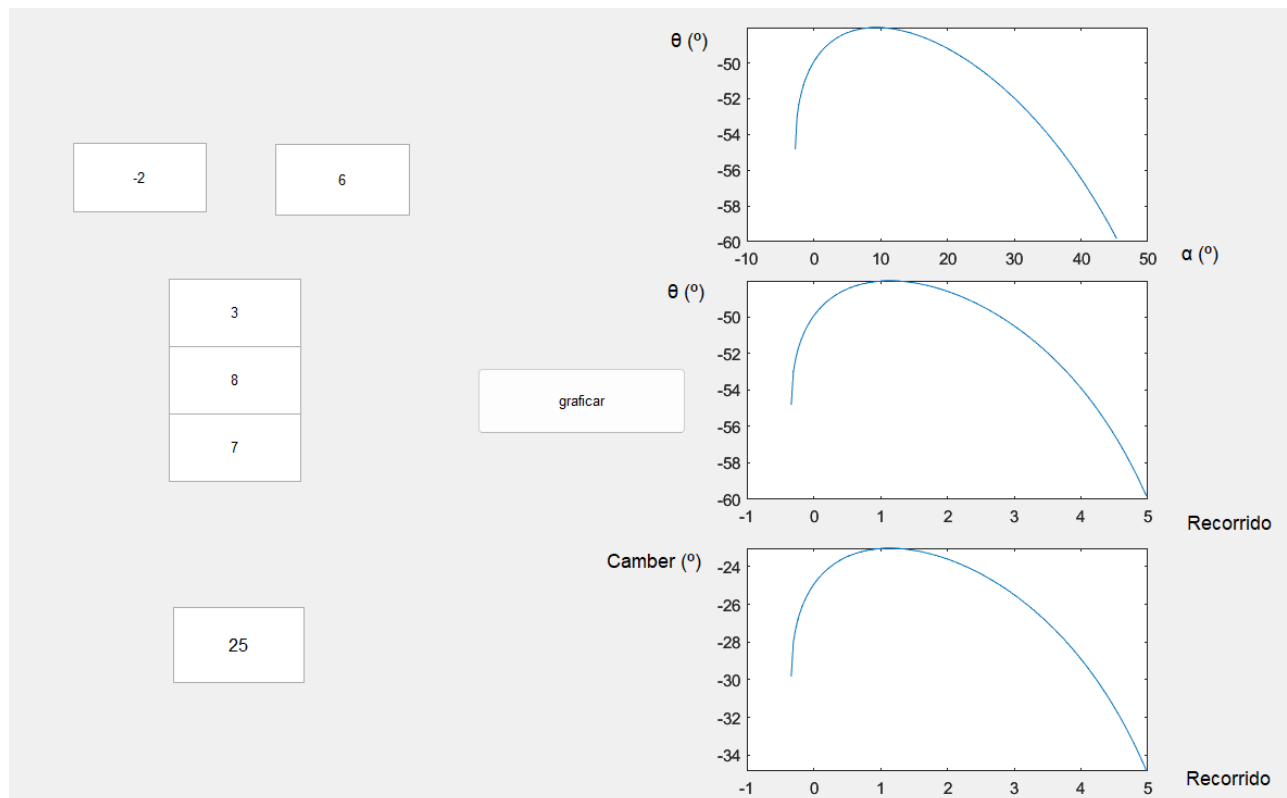


Figura 3-12 GUI de ejemplo 2. (Autoría propia)

Puesto que el único parámetro que ha variado es el ángulo Φ , la estructura de la suspensión sin considerar la mangueta es totalmente idéntica y, en consecuencia, tanto la gráfica de θ respecto de α como la del recorrido respecto de θ no se alteran (véase Figura 3-12). Por otra parte, la gráfica que muestra los valores del “ángulo de Camber” sí que es modificada por su dependencia del ángulo Φ . Tal y como se puede observar, para cada valor del ángulo θ existe un valor del “ángulo de Camber” 25° mayor resultante de la suma $Camber = \theta + \Phi$.

El próximo caso con el que se experimentará es aquel que cumple que $x_2=0$, notable en la Figura 3-13, dando lugar así a que ambos apoyos fijos estén en el mismo plano vertical conteniendo a L1 en este. Este diseño se puede considerar el de referencia al ser el más simple y el más fácil de visualizar. En cambio, las probabilidades de que en un montaje real se cumpla esta condición son muy remotas, ya que prácticamente siempre la recta que une el P1 y el P2 tendrá cierta pendiente. Por esta última razón se diseñó la GUI dando la oportunidad al usuario de introducir las coordenadas del P2, adaptándose así a las infinitas posibles combinaciones.

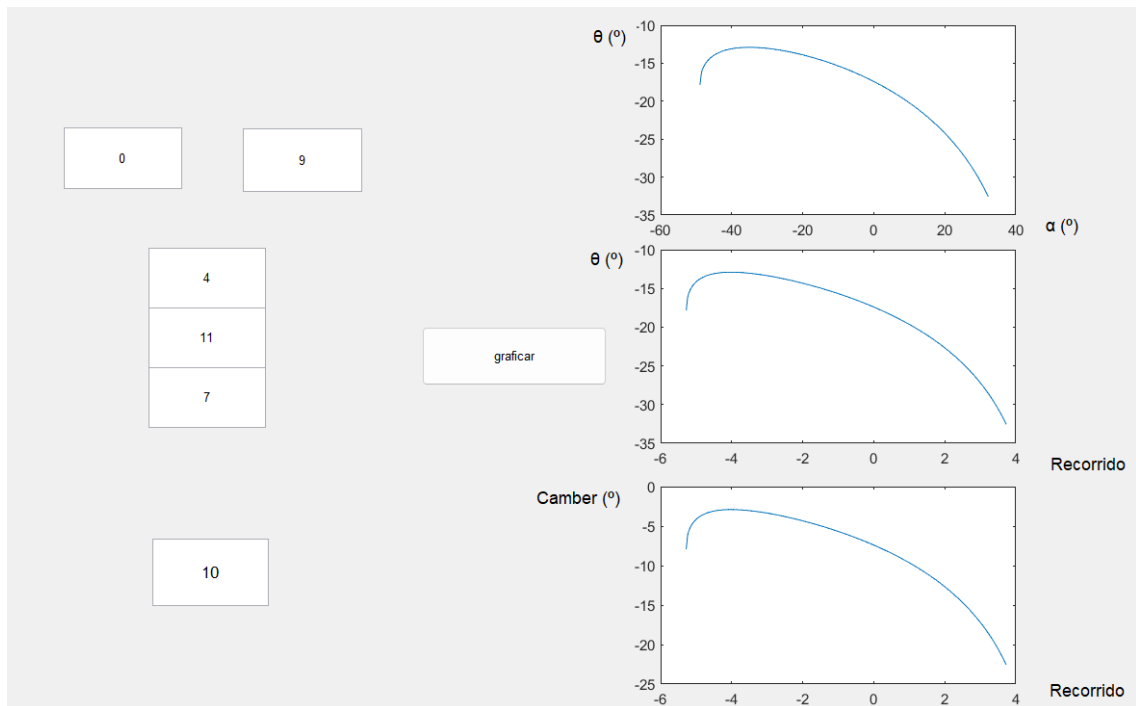


Figura 3-13 GUI de ejemplo 3. (Autoría propia)

Al estar ambos puntos fijos a la misma altura del eje de abscisas se puede apreciar una diferencia con respecto a los resultados obtenidos previamente. Mientras que los valores de θ y el recorrido variaban siguiendo una curva notablemente pronunciada, esta vez se aprecia una más lineal. Este hecho se debe a que, para un mismo recorrido, los cambios con respecto a los ángulos se ven reducidos (es necesario un mayor recorrido para la misma variación de θ o “Camber”). Una vez más, es posible distinguir el “ángulo de Camber” por estar 10° adelantado en todo momento con respecto al ángulo θ .

La última situación a evaluar es en la que la coordenada x_2 es positiva (véase Figura 3-14), disponiendo de una unión del P1 y P2 con pendiente positiva según el sistema de referencia tomado. Para el análisis se vuelven a tomar valores iniciales de forma completamente aleatoria.

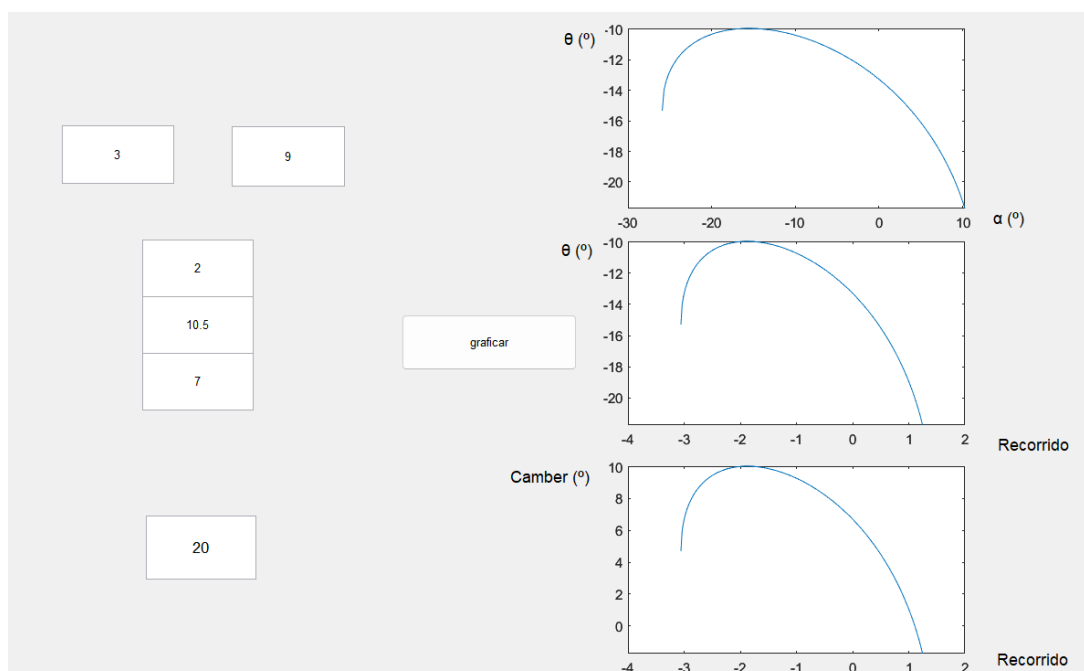


Figura 3-14 GUI de ejemplo 4. (Autoría propia)

En esta ocasión la evolución de los valores resultantes vuelve a adoptar una forma curva más pronunciada, semejante a la de los dos primeros casos, pues existe un cierto valor de α en el que se localiza un máximo, volviendo a decrecer la función tras dicho punto. En este caso específico, el valor de α transcurre desde $-25,9^\circ$ hasta 10° , pero el ángulo θ varía de una forma no lineal entre -10° y -21° . Los ángulos se ven influenciados por la longitud de las barras, es decir, por la estructura móvil de la suspensión, sin embargo, se concluye que cuanto más desplazado del eje vertical esté el P2 en el sistema de referencia creado, mayor será la variación del “ángulo de Camber” para un mismo recorrido.

3.2 Estudio dinámico

Una vez creado el modelo cinemático de una suspensión en Matlab, se procede al estudio dinámico mediante el empleo de la herramienta Simulink. Dentro del diagrama que se introducirá, cada uno de los bloques representará una parte del sistema de suspensión, haciendo la interacción más intuitiva que cualquier código. Se cuenta además con la herramienta Simscape, cuya función coincide con la de Simulink, pero aporta una representación gráfica mejor correspondida con la imagen real del sistema a estudiar.

Serán tres los modelos a evaluar, partiendo del más simple y finalizando con el más completo. De esta manera, se comenzará con la representación de una suspensión mediante un sistema masa-resorte-amortiguador de 1 grado de libertad, traducido en la ausencia de distinción entre masa suspendida y masa no suspendida. Más tarde se procederá a diferenciar entre masa suspendida y no suspendida mediante un modelo de 2 grados de libertad y 1 dimensión para el examen del movimiento vertical. En último lugar, se mantendrán los grados de libertad, pero se pasará de 1 dimensión a 2 con el objetivo de tener en consideración el movimiento de cabeceo del vehículo.

Existen una gran variedad de esquemas ya diseñados por otros investigadores con la misma finalidad, como por ejemplo el del Dr. Carlos Casqueiro Placer en su tesis doctoral [34], las plantillas de vehículos de la propia empresa Mathworks [25] o la multitud de ellos presentes en Internet. Por consiguiente, el objetivo principal de este apartado es la mejora y posterior análisis de los distintos modelos dinámicos para cualquier sistema de suspensión.

3.2.1 Modelo de 1 grado de libertad

El diseño de un modelo de un grado de libertad para una suspensión de vehículo es poco realista, pero a su vez necesario, ya que constituye la base del estudio que se realizará posteriormente. Es una simplificación a grandes rasgos de los elementos de cualquier sistema de suspensión que trata a la masa suspendida y no suspendida como un conjunto único e indivisible, por lo que el movimiento de ambas será en bloque de la forma de la Figura 3-15.

En dicho modelo se diferencian tres elementos principales: masa, resorte y amortiguador. La masa es la global del vehículo, que enlaza directamente con las otras dos partes. El muelle se encargará de absorber la energía derivada de las imperfecciones del terreno, y el amortiguador de disipar dicha energía cinética de las oscilaciones del muelle habiéndola transformado en calor previamente, tal y como se desarrolla en “Elementos del sistema”.

Para simular las variaciones de altura del terreno se emplea una fuente que emite una señal sinusoidal que se corresponde con la altura “x”. Las irregularidades del terreno son aleatorias, sin embargo, se ha decidido emplear dicha fuente inicialmente para facilitar el posterior análisis. De esta manera, la coordenada “y” se atribuye a la altura del vehículo con respecto al sistema de referencia tomado, siendo la primera derivada su velocidad y la segunda derivada la aceleración en el plano vertical.

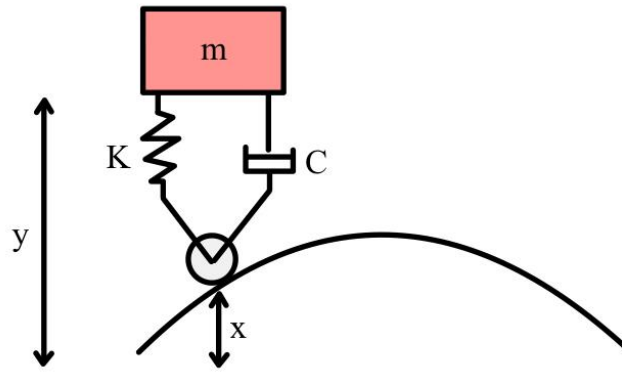


Figura 3-15 Representación gráfica del modelo de 1 GL. (Autoría propia)

En primer lugar, la fuerza resulta de la multiplicación entre masa y aceleración, por ello, siendo “m” la masa y la segunda derivada de “y” la aceleración del vehículo, queda la siguiente expresión:

$$F_{masa} = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad [3-15]$$

En el caso del amortiguador, tendrán influencia en la fuerza tanto el coeficiente de amortiguamiento “C” en kg/s como la diferencia de las derivadas de la posición del vehículo y el terreno, es decir, sus velocidades.

$$F_{amortiguador} = C \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) \quad [3-16]$$

A continuación, la fuerza ejercida por el muelle helicoidal dependerá de la constante elástica del muelle “K” en N/m y de la diferencia de altura entre el vehículo y el terreno.

$$F_{resorte} = K (y - x)$$

Por lo tanto, al estar el sistema de suspensión en equilibrio, la suma de todas las fuerzas enunciadas previamente debe ser igualada a cero. Es así como se obtiene la ecuación general del sistema masa-resorte-amortiguador deseado.

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + C \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + K (y - x) = 0 \quad [3-17]$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{1}{m} \left[\left(C \frac{dx}{dt} + Kx \right) - C \frac{dy}{dt} - Ky \right] \quad [3-18]$$

Partiendo de la primera de las ecuaciones anteriores, esta queda reordenada para conseguir una segunda ecuación que permita visualizar más fácilmente el esquema a introducir en Simulink en función de la segunda derivada de la posición vertical. La fuente “sine wave” tiene como salida la altura x, por lo que de ella salen las operaciones del paréntesis de la expresión, teniendo que emplear un derivador para “dx/dt” y los multiplicadores de “C” y “K”, ejecutando más tarde la suma. En el centro de la Figura 3-16 se distingue un bloque “sum” con una suma y dos restas, responsable de operar los términos del miembro de la derecha de la ecuación. Al bloque mencionado entran la operación del paréntesis explicada, la derivada de “y” multiplicada por “C” y “K” multiplicada por “y” (ambas mediante integradores), dejando a la salida la multiplicación por “1/m” a todo el segundo miembro. Por último, se ha agregado un “scope” que muestra gráficamente tanto la señal “x” de la forma del terreno como la señal “y” propia de la trayectoria vertical del vehículo.

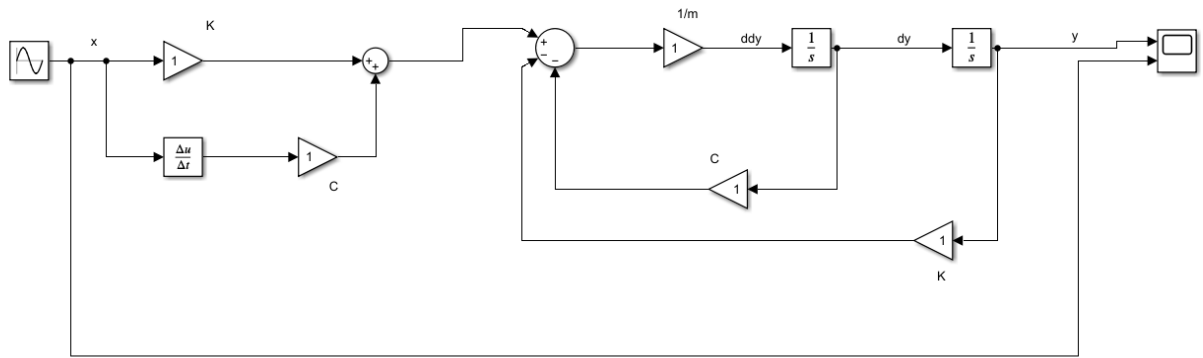


Figura 3-16 Esquema en Simulink del modelo de 1GL. (Autoría propia)

De este modo, el usuario tendrá la capacidad de modificar los valores de las ganancias asignadas a la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la constante elástica del muelle para figurar el movimiento del conjunto según variaciones regulares de la superficie. Para la representación de un caso cualquiera se escogen los siguientes parámetros que podrían pertenecer a un vehículo estándar actual:

- Masa (m)=1300/4 kg (cuarto de vehículo) = 325 kg
- Constante elástica del resorte (K)= 8000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento (C)= 300 kg/s

Con respecto a la variación del terreno, se ha configurado la fuente para emitir variaciones de 5 centímetros de amplitud, con una frecuencia de 1 rad/s.

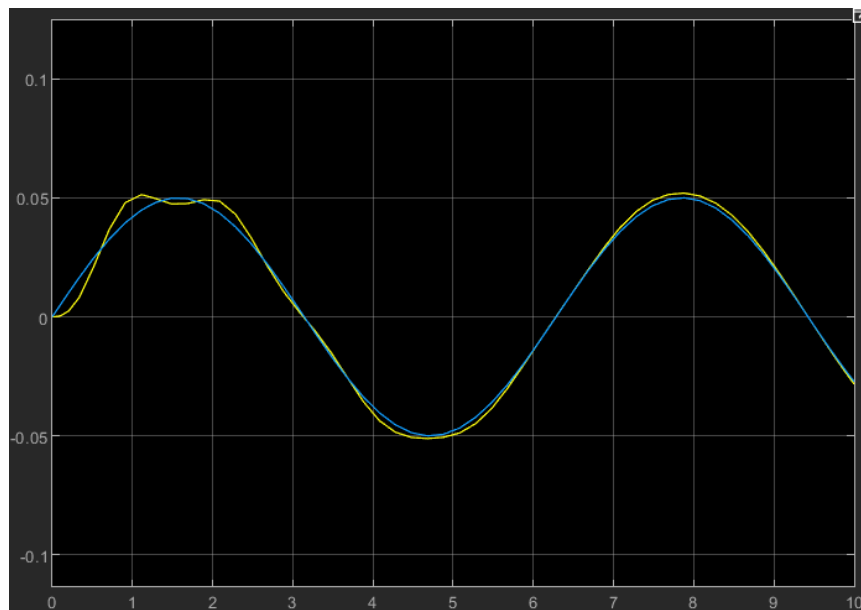


Figura 3-17 Ejemplo del modelo de 1GL. (Autoría propia)

En la gráfica de la Figura 3-17 se puede distinguir el perfil del terreno de color azul, mientras que el movimiento del coche se representa de color amarillo. Aquellos momentos en los que la “y” coincida con la “x”, la suspensión del vehículo estará en la posición inicial, mientras que si la “y” está por encima estará traccionada y, de lo contrario, comprimida. Durante los diez segundos de simulación se percibe la tendencia de la masa de seguir el trazado de la carretera, consiguiendo cierta estabilidad a partir del primer ascenso y descenso completo.

3.2.2 Modelo de 2 grados de libertad y 1 dimensión

En el modelado de cualquier sistema se busca una semejanza con la realidad lo más cercana a la perfección, por lo que se procede a introducir un esquema que, a pesar de no ser el más completo, cumple la función básica de diferenciar entre masa suspendida y masa no suspendida. Este hecho es fundamental, pues no todas las fuerzas generadas por el cambio de altura del terreno recaen sobre la masa sobre la que viajan los pasajeros, sino que pasa primero por la masa no suspendida.

A primera vista puede parecer que la estabilidad de la suspensión y su funcionamiento se pueden ver afectados negativamente por el incremento de altura de todo el sistema, pero se debe tener en cuenta que el efecto del resorte y del amortiguador crece al disponer de dos de cada. En la Figura 3-18 se pueden distinguir con claridad todos los elementos que conforman el esquema de suspensión a proyectar, contando con dos masas diferenciadas, dos muelles y dos amortiguadores. En adición, se suma el parámetro “ z ” que será el responsable de determinar la posición y, en caso de ser necesario, la velocidad y aceleración de la masa suspendida. Al ser un modelado unidimensional solamente se llevará a cabo el estudio del movimiento vertical de las partes del vehículo, de mismo modo que ocurría con el esquema de un grado de libertad.

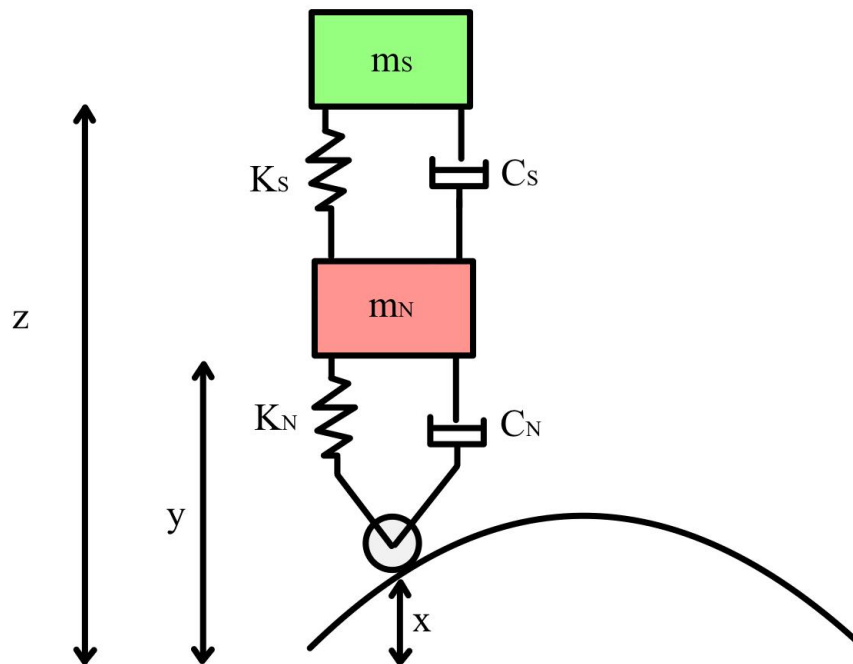


Figura 3-18 Representación gráfica del modelo de 2 GL y 1 dimensión. (Autoría propia)

Tanto la masa no suspendida como el muelle o el amortiguador situados debajo de esta simularán el trabajo de una rueda sobre el terreno. Los neumáticos también absorben los impactos e irregularidades del suelo, pero de una forma prácticamente despreciable en comparación con el resorte y amortiguador pertenecientes a la suspensión, por esa razón sus valores se adecuarán a las circunstancias. Mientras tanto, la masa suspendida será la soportada sobre el propio sistema de suspensión, teniendo en cuenta a la hora de realizar cálculos los posibles pasajeros, equipaje o combustible sin llegar al PMA.

Se procede pues a la integración del esquema en Simulink que nos permitirá variar parámetros según los requisitos de cada vehículo. El primer paso es la obtención de las ecuaciones que regirán el comportamiento del modelo, igual que en el Modelo de 1 grado de libertad.

La situación de la masa suspendida es exactamente igual que la del conjunto masa-resorte-amortiguador, teniendo en cuenta la sustitución del parámetro “ y ” por “ z ” y “ x ” por “ y ”, quedando las ecuaciones de la siguiente forma:

$$F_{ms} = m_s \frac{d^2 z}{dt^2} \quad [3-19]$$

$$F_{CS} = C_s \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) \quad [3-20]$$

$$F_{KS} = K_s (z - y) \quad [3-21]$$

$$m_s \frac{d^2 z}{dt^2} + C_s \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) + K_s (z - y) = 0 \quad [3-22]$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{1}{m_s} \left[\left(C_s \frac{dy}{dt} + K_s y \right) - C_s \frac{dz}{dt} - K_s z \right] \quad [3-23]$$

El análisis de la masa no suspendida sí experimenta cambios a tener en cuenta, ya que al estar unido tanto superior como inferiormente a resortes y amortiguadores, las fuerzas que actúan pasan de ser dos a cuatro. Según el sistema de referencia escogido, las fuerzas de debajo de la masa son positivas, mientras que las de encima tendrán un signo negativo, habiendo tenido estas últimas en cuenta previamente en el análisis de la masa suspendida. Por consiguiente, el sumatorio de todas las fuerzas que actúan sobre la masa no suspendida quedaría de la siguiente manera:

$$F_{mN} + F_{CN} + F_{KN} = F_{CS} + F_{KS} \quad [3-24]$$

Tal y como se ha llevado a cabo con anterioridad, se calcula la fuerza generada por la propia masa y la aceleración, además de la fuerza del muelle y el amortiguador para el nuevo sistema de referencia en torno a “x” e “y”.

$$F_{mN} = m_N \frac{d^2 y}{dt^2} \quad [3-25]$$

$$F_{CN} = C_N \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) \quad [3-26]$$

$$F_{KN} = K_N (y - x) \quad [3-27]$$

Una vez se conoce el valor de los términos de la ecuación principal en función de “x”, “y”, “z”, el valor de las masas y la constante elástica y coeficiente de amortiguación de los muelles y amortiguadores respectivamente, se procede a su sustitución en ambos miembros. El último paso es la recolocación y ordenación de los términos para disponer de la igualdad determinante del movimiento de la masa no suspendida.

$$m_N \frac{d^2 y}{dt^2} + C_N \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + K_N (y - x) = C_s \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) + K_s (z - y) \quad [3-28]$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{m_N} \left(-y(K_s + K_N) - \frac{dy}{dt} (C_s + C_N) + K_s z + C_s \frac{dz}{dt} + K_N x + C_N \frac{dx}{dt} \right) \quad [3-29]$$

Es así como se consigue disponer de las dos ecuaciones que constituyen las bases del esquema en Simulink y de los bloques que lo conforman. La ecuación que rige la masa no suspendida se puede diferenciar en la Figura 3-19 como el sumador de mayor tamaño (dos restas y cuatro sumas), mientras que la de la masa suspendida se refleja en el sumador situado más hacia la derecha (dos sumas y dos restas).

Una vez más, se emplea el tipo de fuente “sine wave” que genera una señal continua y sin irregularidades, en nuestro caso la posición “x” del suelo. Cabe destacar que dependiendo de sobre qué

masa se esté trabajando, cada ganancia estará dividida por la que corresponda, pues en ambas ecuaciones se multiplica todo el segundo miembro por la inversa de la masa.

En el sumador con seis sumandos entran los miembros de la ecuación de la masa no suspendida, diferenciando los del medio que multiplican a “ dx/dt ” y “ x ”. A la salida de dicho “sum” se genera “ d^2y/dt^2 ” por lo que se emplean integradores para obtener “ dy/dt ” e “ y ”, pudiendo multiplicarlos por los parámetros indicados tanto en la ecuación de la masa no suspendida como de la suspendida y redirigirlos al sumador indicado. Es a la salida del segundo “sum”, que dispone de dos restas y dos sumas, donde se obtiene “ d^2z/dt^2 ”, llevando a cabo el mismo proceso que antes mediante integradores se consiguen “ dz/dt ” y “ z ”. De esta forma, ya es posible multiplicar “ dz/dt ” y “ z ” por las constantes que se ajusten a las expresiones de la masa suspendida y no suspendida, reconduciendo estas multiplicaciones a ambos sumadores. El último paso es la incorporación de dos bloques “scope”, encargados de representar gráficamente el movimiento vertical de ambas masas en función de las alteraciones lineales del terreno.

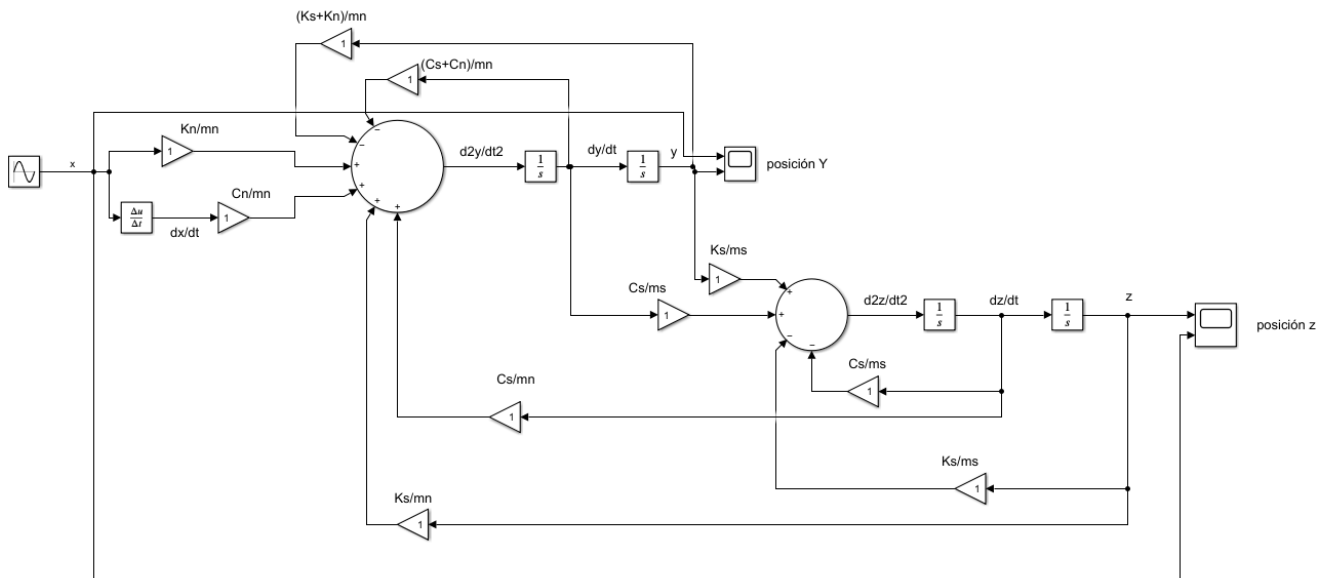


Figura 3-19 Esquema en Simulink del modelo de 2GL y 1 dimensión. (Autoría propia)

Tras el diseño del modelo, este ya se encuentra listo para funcionar y graficar los resultados modificando los valores de las masas, amortiguadores y resortes. En una ocasión más, se han escogido valores al azar dentro del intervalo de posibilidades que se pueden encontrar en un cuarto de vehículo de la realidad:

- Masa suspendida (m_s)=1.000/4 kg (cuarto de vehículo) = 250 kg
- Masa no suspendida (m_n)=300/4 kg (cuarto de vehículo) = 75 kg
- Constante elástica del resorte superior (K_s)= 14.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador superior (C_s)= 1.100 kg/s
- Constante elástica del resorte inferior (K_n)= 160.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador inferior (C_n)= 3 kg/s

Esta vez, a diferencia del modelo de un grado de libertad, se ha establecido la amplitud del movimiento sinusoidal del terreno en 3 cm, con la finalidad de comprobar si existe algún cambio relevante. La frecuencia no ha sido modificada, pues continúa siendo de 1 rad/s, dando como resultado las gráficas de la Figura 3-20.

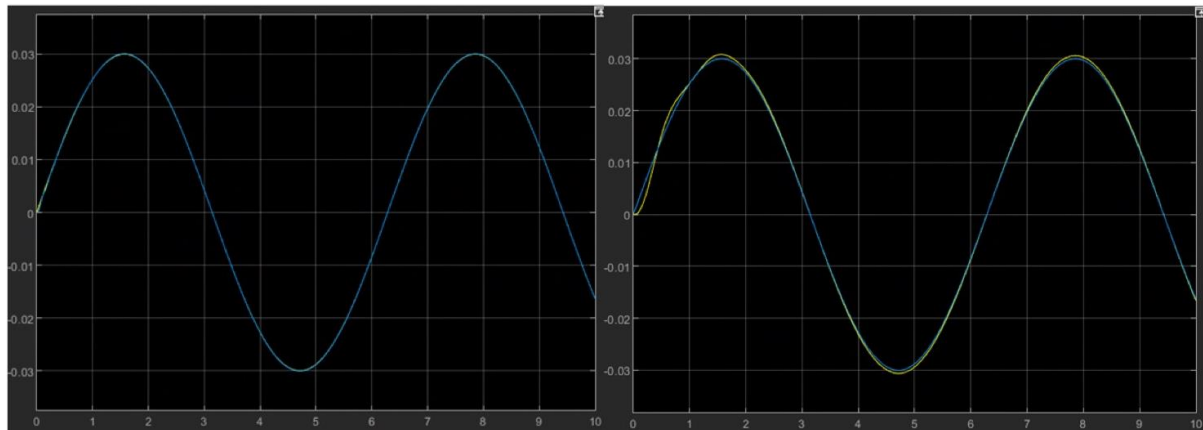


Figura 3-20 Gráfica de posición de "y" y de "z" respectivamente. (Autoría propia)

Es perceptible a primera vista que el recorrido vertical de la masa no suspendida se solapa con el de la superficie, lo que significa que se adapta muy bien a este y la adherencia de las ruedas es prácticamente total durante los diez segundos de recorrido completo. Un caso distinto es el de la masa suspendida, que durante la primera elevación oscila en varias ocasiones pero que, a partir de los tres segundos aproximadamente, consigue estabilizarse siguiendo de manera óptima la forma del terreno. Cabe destacar que en los picos de altitud la amplitud del desplazamiento vertical de la masa suspendida es ligeramente mayor que el del suelo y la masa suspendida, volviendo a alinearse al segundo de cada máximo o mínimo.

3.2.3 Modelo de 2 grados de libertad y 2 dimensiones

El tercer y último modelo matemático del sistema de suspensión permite estudiar el cabeceo del vehículo en función de la variación de la superficie por la que circula. El esquema constituye igualmente una demostración de la amplitud de posibilidades que ofrecen Matlab y sus derivados a la hora de investigar sistemas del área mecánica. A efectos prácticos, con los dos modelos planteados anteriormente se puede conseguir un estudio muy completo del funcionamiento del sistema al independizar cada una de las cuatro ruedas. Además, el ángulo de cabeceo no presentará variaciones trascendentes en el nivel de estudio al que se someterá el automóvil.

En esta ocasión no se estudia un cuarto de vehículo, sino que se pasa a estudiar la mitad del mismo con la finalidad de tener una visión lateral del conjunto. A su vez, este hecho implicará el dar un paso atrás, ya que las suspensiones de ambos ejes se corresponderán con el modelo de un grado de libertad y no con el de dos, pues la complejidad del esquema sería excesiva y dificultaría su uso en gran medida. De esta forma, se vuelve a llevar a cabo la simplificación basada en la unión total de la masa suspendida y no suspendida, que no causará un impacto significativo en los posibles ángulos de cabeceo.

Al visualizar el coche transversalmente el número de variables a considerar aumenta de forma considerable. El primer factor a considerar es la posición del centro de masas del conjunto, ya que será en función de este eje sobre el que gire el vehículo al realizar los movimientos de cabeceo hacia delante y hacia detrás. Para un diseño perfecto se necesitaría tener en cuenta la forma exacta y la distribución de pesos, hecho que resulta imposible a la hora de llevar a cabo un esquema de estas características, así que se opta por una aproximación basada en tratar al vehículo como un prisma rectangular.

La posición de dicho centro de masas varía en la realidad según el tipo y la estructura de cada vehículo, por ello el usuario tendrá la capacidad de situarlo longitudinalmente a través de los valores asignados a " L_d " y " L_t ", cumpliendo siempre que la suma de ambos resulte ser la batalla. Dichos valores son la distancia entre las proyecciones sobre el plano horizontal del centro de masas y el punto de apoyo de la rueda delantera y trasera respectivamente. A mayores, también cobra importancia la altura de dicho punto de referencia por su impacto sobre el momento de inercia del vehículo. Ya que el momento de inercia es una variable más a incluir, será un sencillo cálculo a realizar previamente, tomando por defecto

el centro de masas a la mitad de la altura, siendo “b” el ancho de vía y “h” la altura, resultando ser de la forma:

$$I_{cm} = \frac{bh^3}{12} \quad [3-30]$$

Esta vez se requiere de una fuente de variación del terreno para cada uno de los ejes, siendo “ x_d ” la altura del terreno en la posición del eje delantero y “ x_t ” la del trasero. A diferencia de los modelos de un cuarto de vehículo en los que se empleaban señales sinusoidales, en esta ocasión se emplearán fuentes que generen un número uniforme al azar, siempre que se encuentre en un intervalo delimitado por un máximo y un mínimo determinado por el consumidor. Aplicando esta medida se logra una diferencia de cotas entre ambos ejes que se asemeja en cierta medida a muchas disposiciones del automóvil en el mundo real. El ángulo de cabeceo queda representado por β , resultado el esquema de la forma de la Figura 3-21.

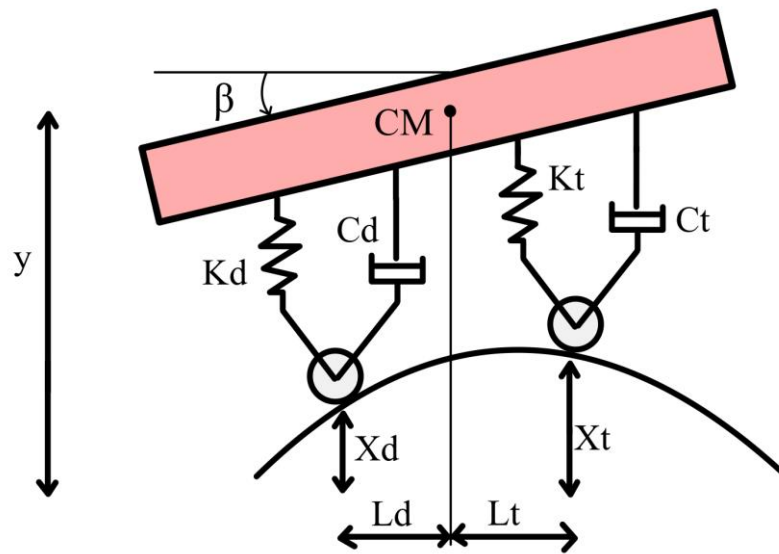


Figura 3-21 Representación gráfica del modelo de 2 GL y 2 dimensiones. (Autoría propia)

Son cinco las fuerzas a tener en cuenta a la hora de estudiar el problema enunciado, siendo una de ellas la generada por la masa del conjunto y su aceleración y las demás correspondientes a los dos resortes y amortiguadores, disponiendo de uno de cada por eje. La “ F_{masa} ” depende, de la misma manera que los modelos anteriores, de la masa y la aceleración de esta a la altura “y” de su centro de masas.

$$F_{masa} = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad [3-31]$$

Tanto en la fuerza del muelle como del amortiguador influyen las distancias y velocidades, por eso es necesario tener en cuenta la variación según la inclinación de la masa, que será de $\pm C_d L_d (d\beta/dt)$ y $\pm C_t L_t (d\beta/dt)$ para los amortiguadores en función del sistema de referencia tomado. Lo mismo ocurre con los resortes, quedando las variaciones $\pm K_d L_d \sin(\beta)$ y $\pm K_t L_t \sin(\beta)$ de delante hacia atrás. Siguiendo el sistema de referencia adoptado, visible en Figura 3-21, las fórmulas correspondientes a estos elementos se establecen de la siguiente forma:

$$F_{ad} = C_d \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx_d}{dt} - L_d \frac{d\beta}{dt} \right) \quad [3-32]$$

$$F_{rd} = K_d (y - x_d - L_d \sin(\beta)) \quad [3-33]$$

$$F_{at} = C_t \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx_t}{dt} + L_t \frac{d\beta}{dt} \right) \quad [3-34]$$

$$F_{rt} = K_t (y - x_t + L_t \sin(\beta)) \quad [3-35]$$

Una vez se dispone de las distintas fuerzas que influyen en el modelo dinámico, se procede al sumatorio de todas ellas siguiendo el mismo procedimiento que en los modelos previos. Para el modelo de dos dimensiones dicha operación quedaría es la siguiente:

$$F_{masa} + F_{ad} + F_{rd} + F_{at} + F_{rt} = 0 \quad [3-36]$$

Para diferenciar los elementos dentro de cada fuerza, se procede a realizar el cambio de variable y a la reordenación de estos de tal manera que se eliminen los términos negativos.

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} (C_d + C_t) + y(K_d + K_t) + C_t L_t \frac{d\beta}{dt} + K_t L_t \sin(\beta) \\ = C_d \frac{dx_d}{dt} + C_d L_d \frac{d\beta}{dt} + K_d x_d + K_d L_d \sin(\beta) + C_t \frac{dx_t}{dt} + K_t x_t \end{aligned} \quad [3-37]$$

El paso concluyente para poder visualizar el modelado de la posición, velocidad y aceleración del centro de masas es el aislamiento de $d^2 y/dt^2$. Con la expresión resultante se conocen los ocho sumandos que entrarán en el “sum” de Simulink para la obtención de la aceleración vertical del conjunto.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{m} (C_d \frac{dx_d}{dt} + K_d x_d + C_t \frac{dx_t}{dt} + K_t x_t + \frac{d\beta}{dt} (C_d L_d - C_t L_t) + \sin(\beta)(K_d L_d - \\ K_t L_t) - \frac{dy}{dt} (C_d + C_t) - y(K_d + K_t)) \end{aligned} \quad [3-38]$$

A mayores, es necesario formular la ecuación que rige el movimiento rotatorio de la masa en torno al centro de masas, es decir, el giro del conjunto. Para ello se agrupan en el primer miembro todas las fuerzas favorables al movimiento de cabeceo tomado como positivo (sentido antihorario) y, en el segundo miembro las que se opongan a este movimiento, quedando así la igualdad:

$$\begin{aligned} I_{CM} \frac{d^2 \beta}{dt^2} + L_d K_d x_d + L_t K_t y + L_d C_d \frac{dx_d}{dt} + L_t C_t \frac{dy}{dt} + K_d L_d^2 \sin(\beta) + K_t L_t^2 \sin(\beta) + \frac{d\beta}{dt} C_d L_d^2 \\ + \frac{d\beta}{dt} C_t L_t^2 = L_d K_d y + L_t K_t x_t + L_d C_d \frac{dy}{dt} + L_t C_t \frac{dx_t}{dt} \end{aligned} \quad [3-39]$$

A continuación, se sigue el mismo procedimiento que con $d^2 y/dt^2$ para separar $d^2 \beta/dt^2$, dejando como producto final la expresión del movimiento rotacional. Una vez más, se diferencian ocho sumandos que constituirán los datos de entrada de un “sum” independiente del que obtenía la aceleración, esta vez dando como parámetro de salida $d^2 \beta/dt^2$.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \beta}{dt^2} = \frac{1}{I_{CM}} (L_t K_t x_t + L_t C_t \frac{dx_t}{dt} - L_d K_d x_d - L_d C_d \frac{dx_d}{dt} + y(L_d K_d - L_t K_t) + \frac{dy}{dt} (L_d C_d \\ - L_t C_t) - \sin(\beta)(K_d L_d^2 + K_t L_t^2) - \frac{d\beta}{dt} (C_d L_d^2 + C_t L_t^2)) \end{aligned} \quad [3-40]$$

Tras la enunciación de las expresiones previas, se procede al diseño del esquema de Simulink que, a partir de la introducción de las características y parámetros del vehículo, obtiene la posición vertical del coche y su ángulo de cabeceo para cada instante.

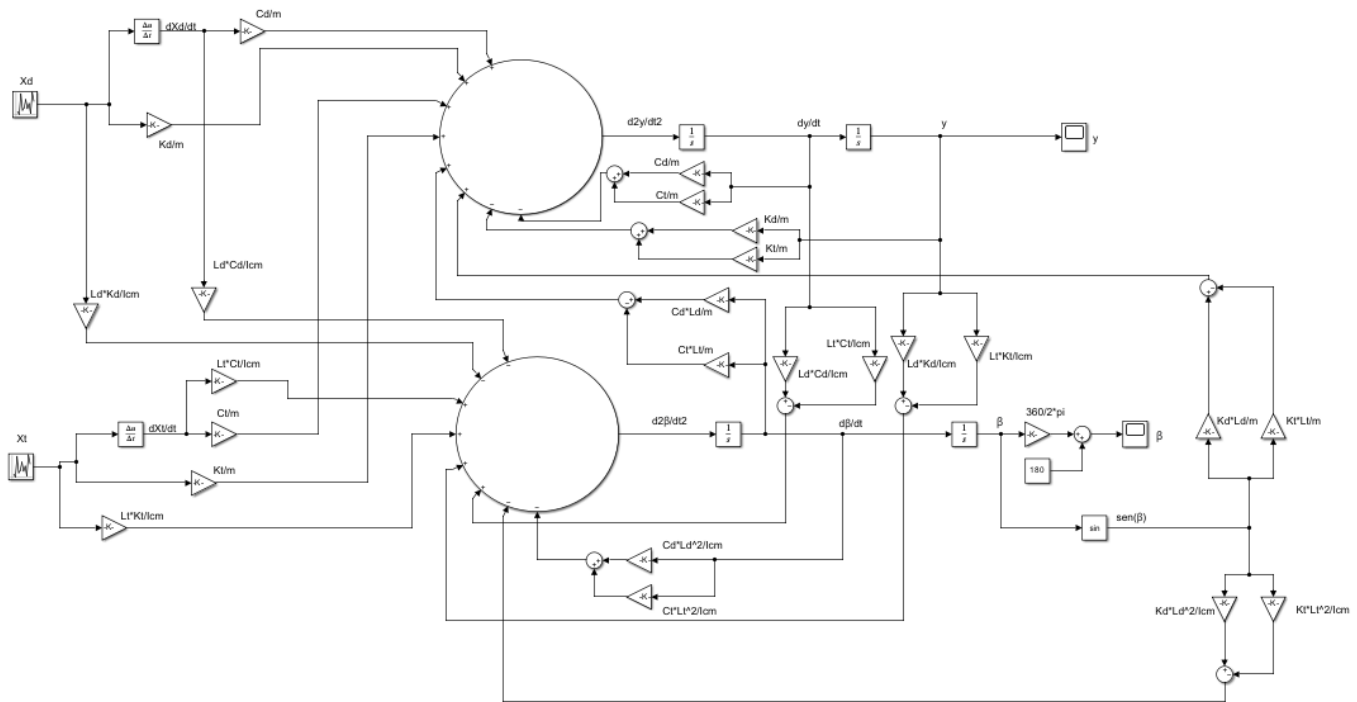


Figura 3-22 Esquema en Simulink del modelo de 2GL y 2 dimensiones. (Autoría propia)

En el esquema de la Figura 3-22 se diferencian los sumadores que constituyen la base de las ecuaciones de modelado, siendo el superior el relacionado con la posición y el inferior con el ángulo. Por otra parte, la fuente superior genera la altitud del terreno en el punto de contacto del eje delantero, mientras que el inferior está vinculado con el trasero. Mediante el empleo de los bloques de ganancia, derivadores, integradores, sumadores y senos se conectan y entrelazan los términos de las expresiones para la obtención del modelo dinámico variable en función de los parámetros de entrada. En último lugar, se integran dos bloques “scope” para graficar los resultados de “y” (altura del centro de masas del vehículo) y “ β ” (ángulo de cabeceo).

Para la comprobación del correcto funcionamiento del modelo generado se realiza una prueba con posibles parámetros que pueden darse físicamente en un automóvil. En caso de requerir un estudio del sistema de suspensión de un tipo de coche concreto, se dispondría de los siguientes valores y únicamente sería necesaria su introducción en los bloques correspondientes. Los parámetros elegidos para graficar los resultados de un caso generalizado son:

- Batalla de 3 metros y centro de masas desplazado hacia el eje delantero debido al peso del motor, siendo $L1=1\text{m}$ y $L2=2\text{m}$.
- Altura del centro de masa a la mitad del conjunto, siendo el ancho de vía de $1,5\text{m}$ y su altura también de $1,5\text{m}$. El momento de inercia resulta ser $I_{cm}=(1,5*1,5^3)/12$.
- Masa (m)= $1300/2$ kg (mitad de vehículo) = 650 kg
- Constante elástica del resorte del eje delantero (Kd)= 10.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador del eje delantero (Cd)= 400 kg/s
- Constante elástica del resorte del eje trasero (Kt)= 8.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador del eje trasero (Ct)= 300 kg/s

Los valores de la altura de la superficie bajo los neumáticos delanteros y traseros se ha configurado de tal forma que la salida aleatoria se encuentre dentro de un intervalo de $\pm 5\text{cm}$. Dicha alteración del terreno se adecuaba a las condiciones existentes que cualquier vehículo debería tolerar, a pesar de que en carreteras asfaltadas se vea reducida.

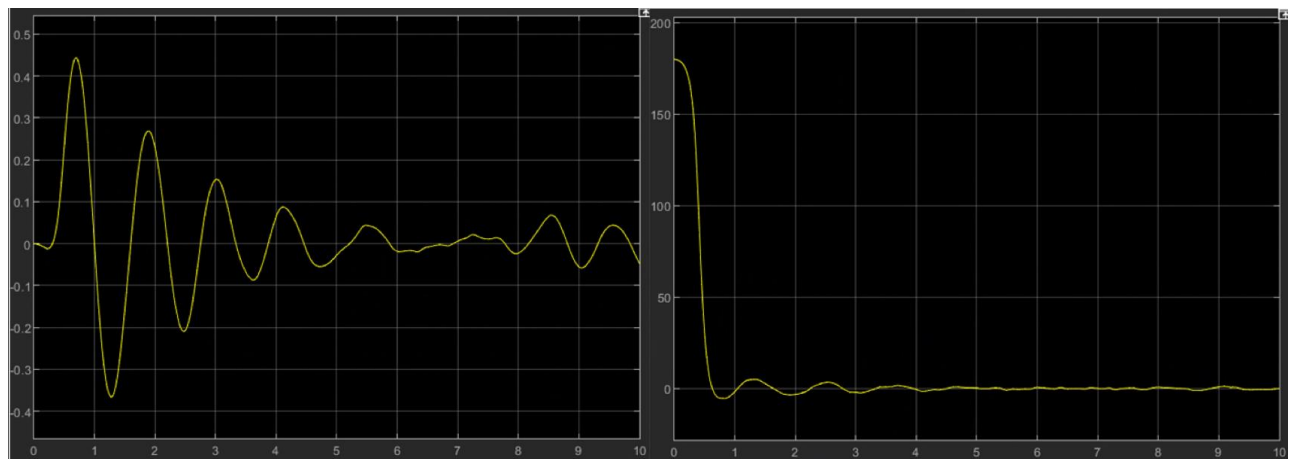


Figura 3-23 Gráfica de posición del centro de masas y el ángulo de cabeceo respectivamente. (Autoría propia)

Al observar la gráfica de la izquierda (véase Figura 3-23) se aprecia la irregular variación de altura del centro de masas, pues “ x_d ” como “ x_t ” no siguen un orden lógico. El primer bache que impacta sobre el eje delantero en su totalidad provoca que la altura del vehículo se aproxime a los cinco centímetros máximos del terreno, tanto en sentido positivo como negativo y, a medida que avanza el tiempo de simulación se estabiliza la masa, evitando así que el sistema de suspensión se acorte o alargue más de un centímetro para cualquier caso. A partir de los cuatro segundos aproximadamente se aprecian las anomalías del recorrido vertical del conjunto por la acción de los pequeños desniveles del suelo sobre ambos ejes de forma simultánea e independiente.

La gráfica de la derecha (véase Figura 3-23) representa los valores del ángulo de cabeceo del vehículo a medida que este atraviesa las alteraciones de la superficie sobre la que circula. Dicha representación ha sido modificada en el esquema de Simulink, sumándole a todos los valores 180° e implantando así $\beta=180^\circ$ como valor inicial con la finalidad de que la estabilización de los valores fuese en torno al cero, ya que antes de realizar el cambio el valor inicial era el cero y se estabilizaba en -180° .

Un hecho semejante ocurrió también en el Modelado matemático del esquema en GUI, pues los dos posibles valores de la función trigonométrica tangente tienen valores complementarios. Como norma general, la suma de los ángulos con el mismo seno debe ser 180° y, en este caso, los ángulos de balanceo son a efectos prácticos despreciables, por lo que dichos ángulos se asumen como complementarios a la hora de aplicar la corrección. Mientras que en el modelo cinemático se corrigió mediante el uso de un *if*, en este caso la alternativa es estudiar los valores posteriores a la primera oscilación. En este caso, a partir del primer segundo se puede deducir que alcanza ángulos muy bajos, lo que era de esperar ya que con alteraciones de apenas centímetros el movimiento de cabeceo de un vehículo que mide metros es prácticamente despreciable. En cambio, es perceptible que la variación de los valores no cesa durante los diez segundos de simulación, lo que permite inferir que por muy reducido que sea el cabeceo, está presente en todo momento se debe tener en cuenta.

El empleo de los tres modelos de forma separada puede ser de gran ayuda para aquellos que necesiten estudiar cualquier sistema de suspensión de forma dinámica y los que precisen de variar cualquiera de sus parámetros de forma rápida y sencilla. Sin embargo, la utilidad de los modelos de forma ligada y conjunta es muy superior, permitiendo comprobar el distinto comportamiento del vehículo desde diversas perspectivas y puntos de vista, habilitando así una visión global de este y, en consecuencia, una mayor facilidad a la hora de tomar decisiones o del aprendizaje.

4 RESULTADOS / VALIDACIÓN / PRUEBA

4.1 Resultado del modelo cinemático en GUI

Una vez modelada la interfaz gráfica de usuario que, a partir de la introducción de los datos iniciales, refleja en tres gráficas distintas los valores necesarios para comprobar su funcionamiento, se procede a la validación de dichos datos. Al existir infinidad de valores de α entre $\alpha_{\min}$ y $\alpha_{\max}$, se comprobará si los valores correspondientes de θ , recorrido y Camber asociados a $\alpha=0$ y los ángulos α límites son correctos, permitiendo de esta forma la posterior deducción del diseño más resolutivo. Se ha escogido el valor nulo de α ya que, al ser relativamente lejano a los valores máximos, en todo momento será un valor posible del mecanismo de cuatro barras a estudiar.

Se procede en el mismo orden que en el Funcionamiento de la GUI”, comenzando así con el punto 2 con coordenada x negativa, pasando a $x_2=0$ y finalizando con el segundo punto fijo en la región positiva de la coordenada x . Se emplean los mismos valores que en las Figura 3-12, Figura 3-13, Figura 3-14, pues los parámetros introducidos fueron totalmente aleatorios dentro de los valores con posible solución, excluyendo el primer caso de la Figura 3-11 por ser igual que la Figura 3-12 pero con ángulo Φ nulo. De esta forma se demuestra que el Desarrollo del TFG es preciso y cumple con su función.

El primer caso a comprobar se caracterizaba por tener los siguientes datos iniciales:

- $(x_2, y_2) = (-2, 6)$
- $L_2 = 3$
- $L_3 = 8$
- $L_4 = 7$
- $\Phi = 25^\circ$

Estos datos se trasladan a Geogebra para poder visualizar gráficamente el mecanismo en los tres casos mencionados previamente ($\alpha_{\min}$, $\alpha_{\max}$ y $\alpha=0$). Para esta etapa del estudio solamente se comprobarán las dos gráficas superiores de la interfaz gráfica de usuario, ya que la tercera ya ha sido verificada de forma indirecta durante el Desarrollo del TFG al comprobar que el “ángulo de Camber” mostrado cumplía la condición “Camber = $\theta + \Phi$ ”. En consecuencia, si los valores de α y θ son correctos, este último ángulo también lo es. Según se muestra en las Figura 4-1, Figura 4-2 y Figura 4-3, para la condición impuesta al punto 2, la GUI diseñada funciona de forma correcta.

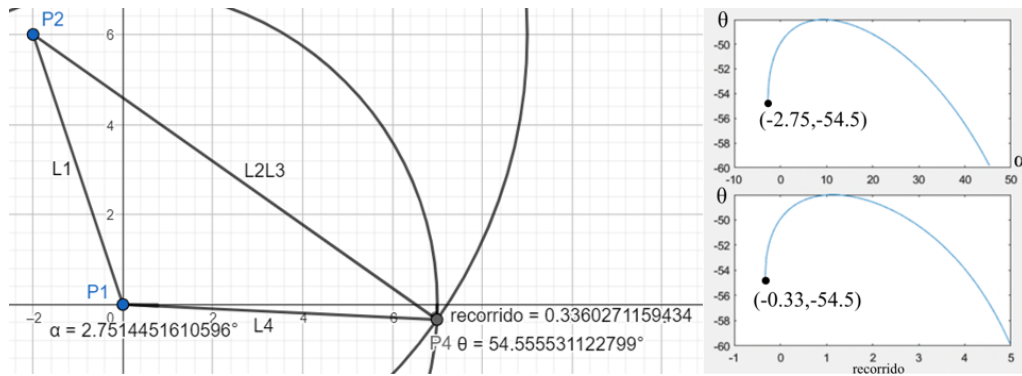


Figura 4-1 Validación de α mínimo para el caso 1. (Autoría propia)

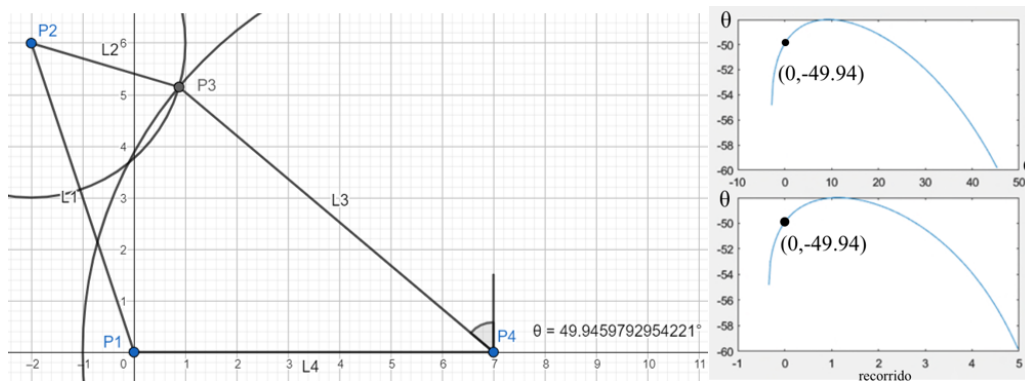


Figura 4-2 Validación de $\alpha=0$ para el caso 1. (Autoría propia)

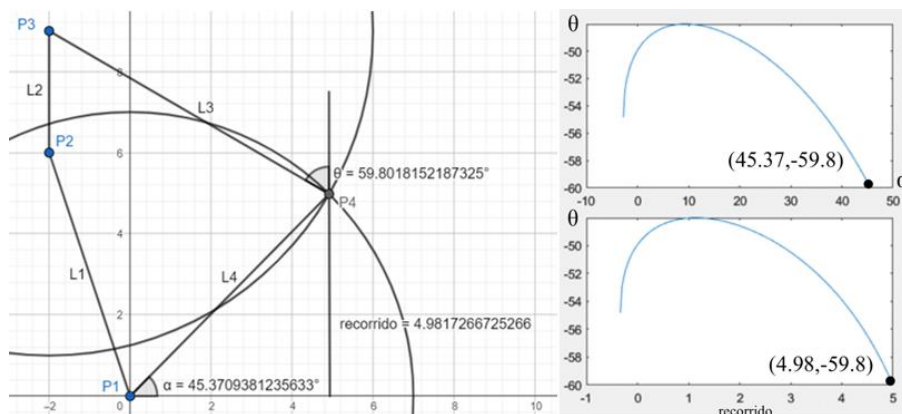


Figura 4-3 Validación de α máximo para el caso 1. (Autoría propia)

La segunda validación es del modelo con la articulación 2 situada sobre el eje vertical, siendo los datos iniciales introducidos en la GUI de la siguiente forma:

- $(x_2, y_2) = (0, 9)$
- $L_2 = 4$
- $L_3 = 11$
- $L_4 = 7$
- $\Phi = 10^\circ$

Los resultados, mostrados en las Figura 4-4, Figura 4-5 y Figura 4-6, se corresponden entre sí, pudiendo afirmar una vez más que el modelo funciona de forma correcta para los casos en los que el punto 2 cumpla la condición exigida.

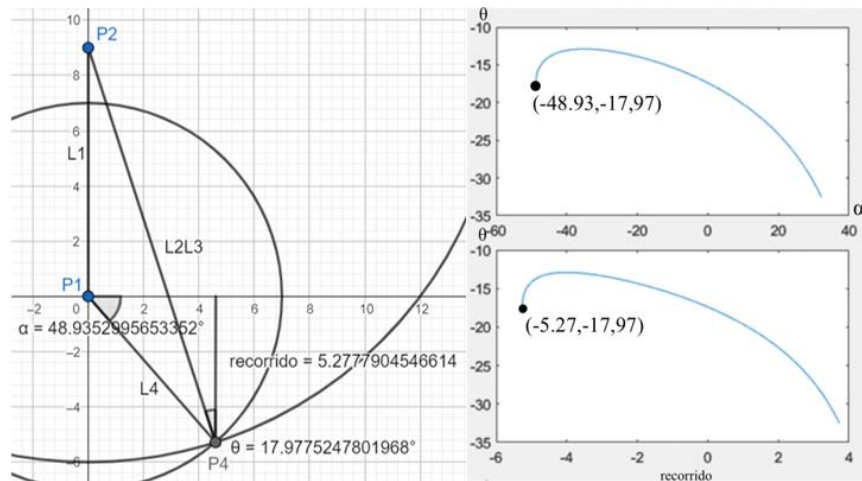


Figura 4-4 Validación de α mínimo para el caso 2. (Autoría propia)

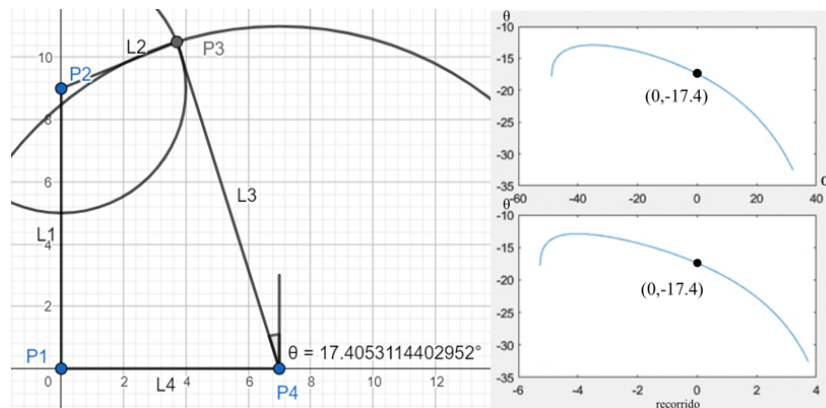


Figura 4-5 Validación de $\alpha=0$ para el caso 2. (Autoría propia)

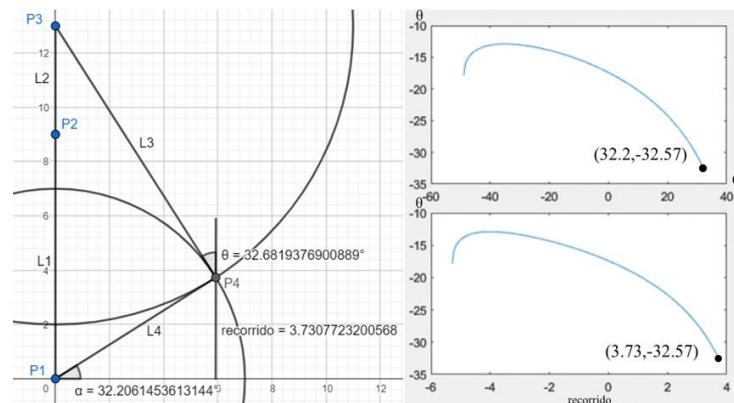


Figura 4-6 Validación de α máximo para el caso 2. (Autoría propia)

La tercera y última prueba es del modelo con el punto 2 desplazado en el sentido positivo del eje x, cuyos parámetros iniciales introducidos en la interfaz gráfica eran los presentes a continuación:

- $(x_2, y_2) = (3, 9)$
- $L_2 = 2$
- $L_3 = 10,5$
- $L_4 = 7$
- $\Phi = 20^\circ$

Las pruebas reflejadas en las Figura 4-7, Figura 4-8 y Figura 4-9 confirman que el modelo cinemático sirve para todas las posibles situaciones y estructuras del sistema de suspensión.

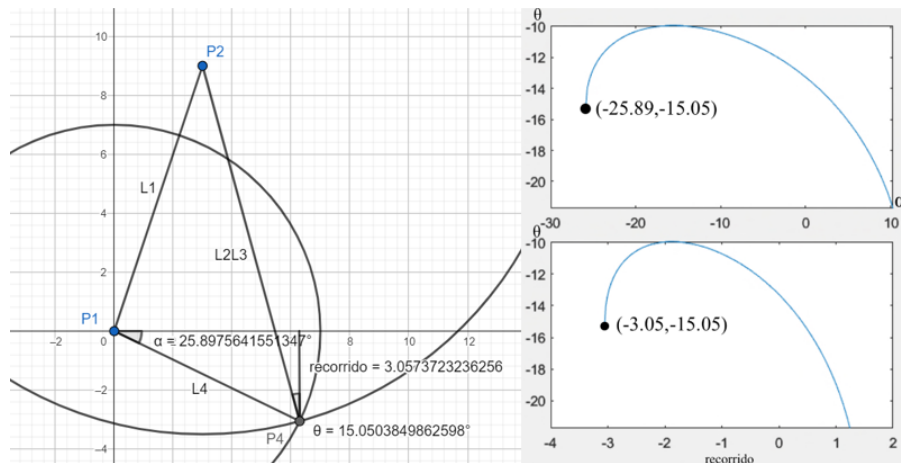


Figura 4-7 Validación de α mínimo para el caso 3. (Autoría propia)

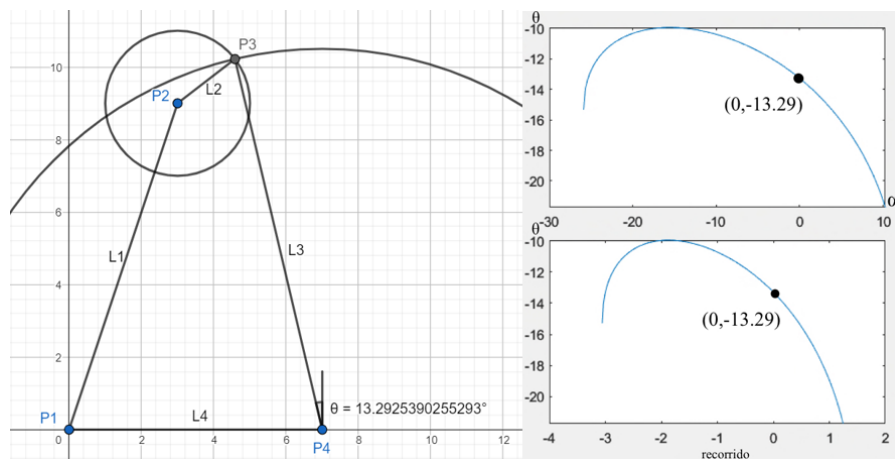


Figura 4-8 Validación de $\alpha=0$ para el caso 3. (Autoría propia)

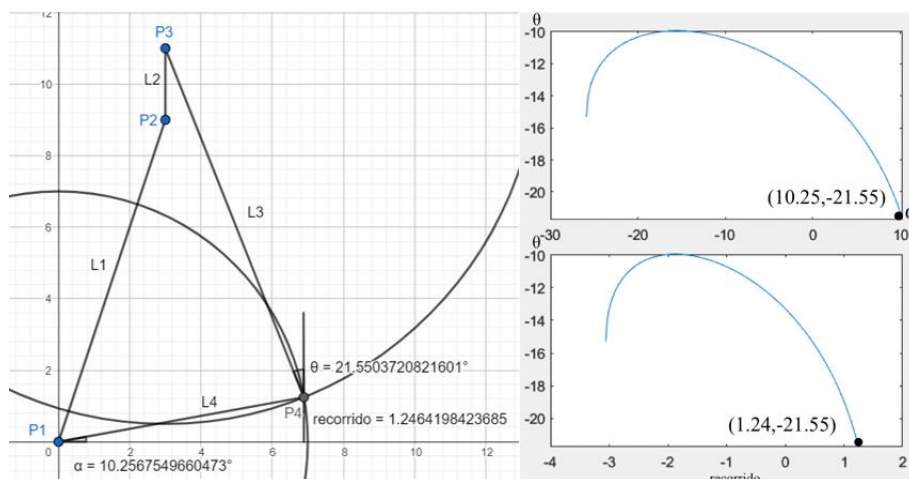


Figura 4-9 Validación de α máximo para el caso 3. (Autoría propia)

Una vez confirmada la capacidad del modelo para graficar los distintos parámetros de salida, se procede a determinar qué caso favorece más desde el punto de vista de la amortiguación. Por otra parte, se analizará el “ángulo de Camber” y el recorrido asociado a este que debería tener un vehículo inicialmente, es decir, por defecto. Es evidente que los requisitos de cada vehículo distan mucho entre

sí en función de cada modelo y sus objetivos, por ello se tomará como referencia un coche estándar destinado al transporte de personas y mercancías.

Para determinar la posición más favorable de punto fijo 2 con respecto al inferior para un caso generalizado basta con visualizar la variación del ángulo θ con respecto del recorrido. Es así como se determina que, cuanto más cerca este dicho apoyo del eje vertical (caso 2), más lineal será la variación del ángulo de salida y, consecuentemente, una mayor variación del recorrido será requerida.

Es durante todo el intervalo de posibles valores del recorrido donde intervienen los distintos elementos del sistema, tales como el resorte o el amortiguador por lo que, a mayor recorrido, mayor margen de actuación tienen estos componentes. Además, una variación sin alteraciones radicales facilitaría la distribución continua de esfuerzos del sistema de suspensión en conjunto. De esta manera, se deduce que el desplazamiento lateral del apoyo fijo 2 conlleva inconvenientes estructurales que pueden reducirse considerablemente al situar el punto fijo lo más cercano posible a la línea vertical imaginaria que pasa por el apoyo inferior, haciendo de esta la configuración más acertada para un caso generalizado.

Para el segundo objetivo relacionado con el “Camber” y el recorrido es necesario tener en cuenta que el “ángulo de Camber” neutro no es el más indicado, pues en las curvas el automóvil pierde estabilidad, tal y como se explica en Parámetros determinantes en el estudio de sistemas de suspensión”. Es por tanto oportuno que su valor inicial sea ligeramente negativo, sin llegar a valores propios de coches de carreras como $-3,5^\circ$, siendo -1° válido para la investigación. Por ello, se visualiza la gráfica que relaciona estos valores con la disposición escogida previamente ($x_2=0$).

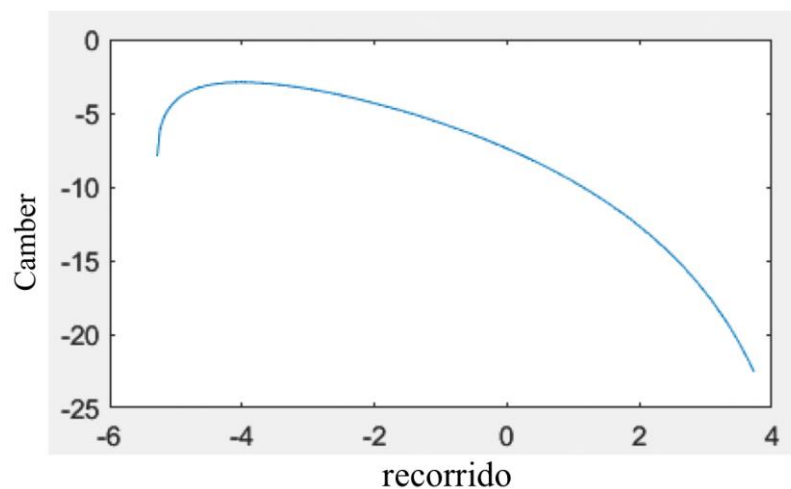


Figura 4-10 Relación entre el recorrido y el “Camber” para el 2º caso. (Autoría propia)

Al evaluar la representación de la Figura 4-10 se aprecia que, para la combinación de barras escogida aleatoriamente no existe un recorrido que implique un $\text{Camber} = -1^\circ$, derivando así en la búsqueda de una estructura de las barras de suspensión que cumpla esta condición. Se alcanza la gráfica de la Figura 4-11 introduciendo los siguientes valores en la GUI:

- $(x_2, y_2) = (0, 11)$
- $L_2 = 7$
- $L_3 = 13$
- $L_4 = 9$
- $\Phi = 20^\circ$

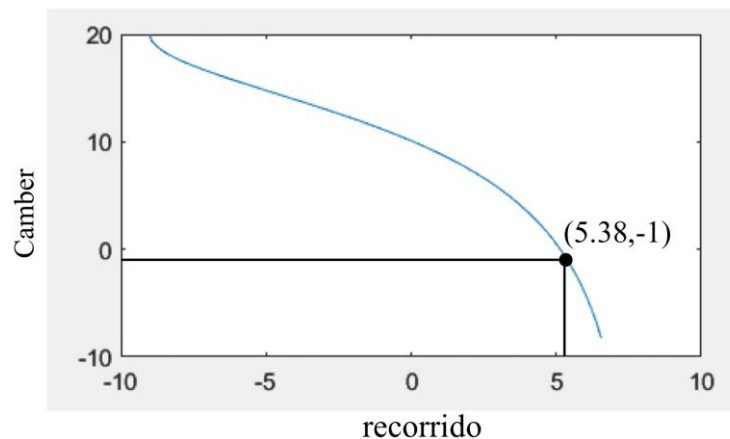


Figura 4-11 Relación entre el recorrido y el “Camber” para el caso de prueba. (Autoría propia)

Ante un incremento de la longitud de todos los lados, especialmente el más pequeño de ellos (L2), se consigue una mayor amplitud de posibles valores del “ángulo de Camber”, entre los que se incluyen el valor nulo o próximo a este. El $\text{Camber} = -1^\circ$ está entre estos valores, asociándose a un recorrido de 5,38, el cual resulta ser el valor inicial necesario para cumplir con los requisitos generales establecidos.

La obtención del recorrido anterior es un ejemplo de las posibilidades de configuración que permite la GUI creada en caso de tener un objetivo claro en cuanto al “ángulo de Camber” y demás parámetros del diseño para condiciones específicas. Por tanto, la posibilidad de modificar los valores en la interfaz sin necesidad de alterar un código matemático implica, indudablemente, mayor velocidad y capacidad de analizar los variados sistemas de suspensión.

4.2 Resultado del modelo dinámico en Simulink

Los esquemas de bloques en simulink ofrecen una inmensidad de posibilidades a la hora de realizar cálculos o buscar soluciones a un problema dinámico. Es por ello que una configuración distinta a otra puede conducir a los mismos resultados, permitiendo de esta forma la comprobación de su veracidad y precisión. Consecuentemente, se hará uso de la herramienta Simscape, la cual habilita una creación rápida del sistema físico deseado dentro del entorno de Simulink [35] para la validación de los esquemas diseñados.

Simscape permite sustituir un conjunto de bloques de Simulink por uno solo que represente un componente de la realidad, cumpliendo la misma función. De esta forma, se simplifica la creación del modelo y, a su vez, se facilita la posterior comprensión del esquema por ser más visual. No obstante, el uso de este utensilio es considerablemente más limitado que el empleado para el Desarrollo del TFG, por disponer de escasos bloques en comparación y, consecuentemente, debido a la reducción de posibles combinaciones entre estos. Es por esta razón que para el modelado de esquemas como es el caso del Modelo de 2 grados de libertad y 2 dimensiones es preferible el uso de Simulink por su fiabilidad y capacidad de estudiar un gran número de parámetros simultáneamente. Para esquemas más limitados como el correspondiente al Modelo de 1 grado de libertad o el Modelo de 2 grados de libertad y 1 dimensión si es óptimo y una buena opción el uso de dicho instrumento.

Para la validación y prueba de los resultados generados en el Estudio dinámico se generarán dos esquemas de Simscape, pues el Modelo de 2 grados de libertad y 2 dimensiones es, en definitiva, una combinación de dos Modelo de 1 grado de libertad. Por lo tanto, se desarrollará un modelo que integre en una sola masa la suspendida y la no suspendida y, otro en el que se diferencien en dos bloques.

Al generar el esquema de Simscape de la Figura 4-12 se introduce una señal sinusoidal con una amplitud de 5 cm, un “scope” para representar la gráfica resultante y una masa, un resorte y un amortiguador con los mismos valores empleados en el Estudio dinámico:

- Masa (m)=1300/4 kg (cuarto de vehículo) = 325 kg

- Constante elástica del resorte (K)= 8000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento (C)= 300 kg/s

Por otra parte, se añade una fuente de velocidad traslacional ideal que genera un diferencial de velocidad proporcional a la señal física que entra en ella, requiriendo así de un derivador que convierta la señal inicial “ x ” del terreno en “ dx/dt ”. También se añade el bloque $f(x)=0$ conectado al bloque de referencia para definir la configuración del solucionador usado para simular el modelo. Por último, se incorpora a la salida del sistema un sensor de movimiento traslacional ideal que mide el desplazamiento, velocidad o aceleración de un mecanismo traslacional, conectando en nuestro caso la salida de la posición al bloque “scope”.

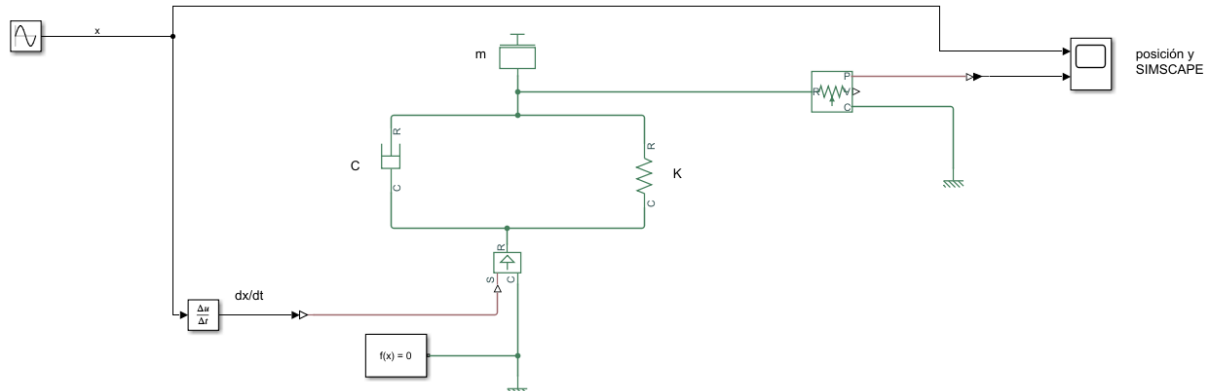


Figura 4-12 Diseño del esquema de 1 GL en Simscape. (Autoría propia)

El resultado obtenido se muestra en la gráfica de la Figura 4-13, representando la posición “ y ” del automóvil en función de la variación del terreno. Tal y como se puede observar, coincide con la Figura 3-17, evidenciando así el correcto funcionamiento del esquema diseñado en Simulink para el modelo de un grado de libertad.

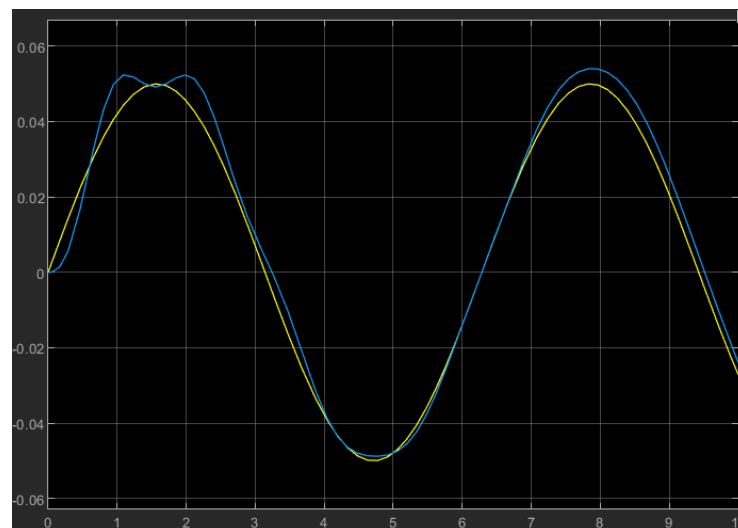


Figura 4-13 Posición vertical del vehículo para 1 GL en Simscape. (Autoría propia)

El mismo procedimiento se lleva a cabo en el caso del esquema relativo al modelo de dos grados de libertad y una dimensión. Los bloques de Simscape son idénticos a excepción de la masa, resorte y amortiguador adicionales correspondientes a la masa suspendida (véase Figura 4-14). Para proceder a la evaluación se cambian los valores anteriores por los introducidos en la fase del Estudio dinámico:

- Masa suspendida (m_s)=1.000/4 kg (cuarto de vehículo) = 250 kg
- Masa no suspendida (m_n)=300/4 kg (cuarto de vehículo) = 75 kg

- Constante elástica del resorte superior (K_s)= 14.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador superior (C_s)= 1.100 kg/s
- Constante elástica del resorte inferior (K_n)= 160.000 N/m
- Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador inferior (C_n)= 3 kg/s

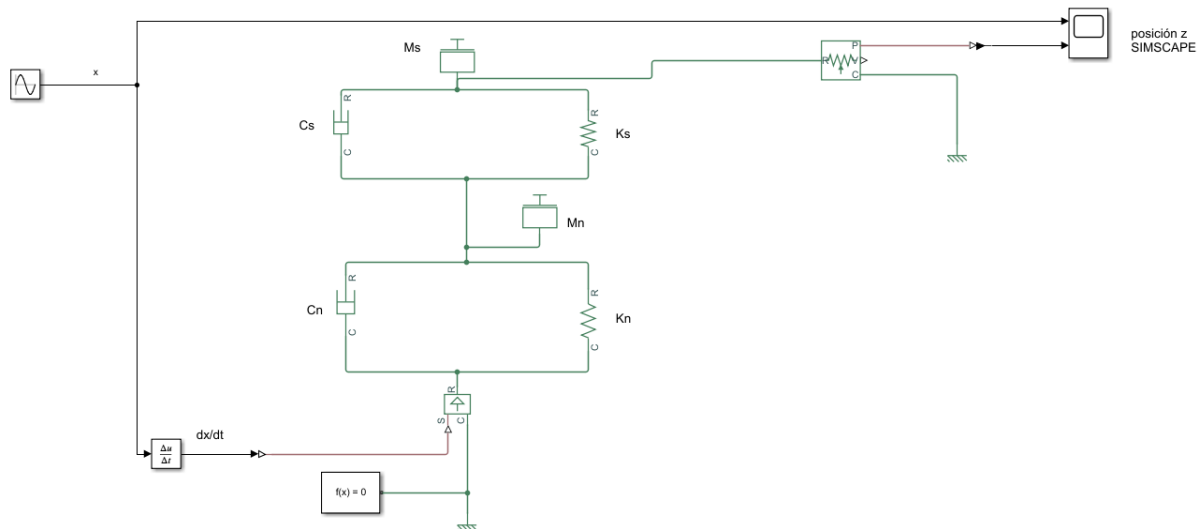


Figura 4-14 Diseño del esquema de 2 GL y 1 dimensión en Simscape. (Autoría propia)

Una vez más, se demuestra el correcto funcionamiento del modelo diseñado al comparar las gráficas resultantes reveladas en las Figura 4-15 y Figura 3-20, que permiten una confirmación positiva de la altura del conjunto, es decir, la variable “z” según el sistema de referencia tomado. De esta manera queda probada la multitud de vías posibles para alcanzar una solución al emplear las herramientas de ampliación de Matlab.



Figura 4-15 Posición vertical del vehículo para 2 GL y 1D en Simscape. (Autoría propia)

En conclusión, la validación y prueba de los resultados obtenidos en relación con el estudio dinámico del sistema de suspensión ha sido exitosa. Adicionalmente, existe la posibilidad de que los esquemas de Simulink mostrados puedan servir como punto de partida para la aplicación de futuras modificaciones que contribuyan a un mejor o más completo rendimiento, beneficiando así a los consumidores.

5 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

5.1 Conclusiones finales

Tras la finalización del Trabajo Fin de Grado y la posterior validación y prueba de los resultados obtenidos, se procede a la exposición de las distintas conclusiones que se han alcanzado.

La primera de ellas es la importancia de los modelos matemáticos en todos los ámbitos de la ingeniería, destacando dentro de esta la rama de la mecánica. Los productos fabricados en la actualidad son considerablemente más complejos que los generados en el pasado, precisando por lo tanto de herramientas completas y, a su vez, lo suficientemente sencillas como para resolver cualquier cuestión. Estos instrumentos, impulsados por la necesidad de realizar un gran número de tareas, de forma precisa y a su vez simplificando las cuestiones, cobran especial relevancia en las fases previas a la ejecución, pues la realización de un buen estudio previo asienta las bases de un proyecto exitoso. Por estas razones se ha hecho énfasis en el modelado mediante Matlab, ya que cumple las condiciones citadas anteriormente y ofrece infinidad de soluciones, siendo a su vez accesible por todos.

La interacción entre el usuario y el modelo es, en muchos casos, un aspecto descuidado que provoca un aumento de la dificultad de las cuestiones, lejos de facilitarlas. Dicha relación debe ser simple y natural, favoreciendo la introducción de datos y parámetros en el sistema para recibir de vuelta los resultados de la forma más comprensible posible. El empleo de GUI's y de Simulink ha contribuido positivamente en este sentido, permitiendo la obtención de productos manejables por cualquiera sin necesidad de ser un experto en la materia.

Durante todo el Desarrollo del TFG se ha podido comprobar la importancia del sistema de suspensión y de su correcto funcionamiento, requiriendo de un diseño íntegro sin importar el tipo de vehículo del que se trate. A día de hoy, un accidente de tráfico provocado por la escasez o exceso de amortiguamiento, o bien por un desperfecto en la suspensión traería consecuencias fatales al ser el nexo entre los neumáticos en contacto con la superficie y el conjunto. De este hecho emana la necesidad de recalcar su importancia durante la fase de formación de los ingenieros mecánicos, insistiendo así en su entendimiento no solo teórico, sino también práctico. Durante los cinco años de formación en la Escuela Naval Militar se emplean un gran número de programas y aplicaciones en los periodos correspondientes a las prácticas de laboratorio que contribuyen al asentamiento del contenido de las distintas asignaturas. Por esta razón, la GUI y los esquemas de Simulink pueden emplearse también en el ámbito educativo, destacando su posible aplicación durante el curso de la asignatura de “Automóviles”, contribuyendo de esta forma a la comprensión de los alumnos de Infantería de Marina sobre dicho sistema.

Los modelos creados, tanto el cinemático como los dinámicos, no entran al detalle, pues para esa finalidad existen herramientas más específicas. Sin embargo, aquellos profesionales de la industria

automotriz, tales como mecánicos, pueden destinar los modelos diseñados para disponer de una visión general de los requerimientos de cualquier automóvil de cuatro ruedas o la detección de posibles averías relacionadas con el sistema de suspensión, tal y como quedaba demostrado en la Resultados / Validación / Prueba.

En definitiva, al leer en retrospectiva las afirmaciones del apartado “Objetivos” de este documento, se llega a la conclusión de que se ha logrado con éxito la finalidad y el motivo por el que comenzó: “el modelado cinemático y dinámico del sistema de suspensión de un automóvil en Matlab”.

5.2 Líneas futuras

Una vez diseñados los modelos matemáticos requeridos en este Trabajo de Fin de Grado, es posible enumerar una serie de reformas y acciones a tomar con el propósito de complementarlo y continuar con su investigación. Para el análisis de las posibles líneas futuras se separarán el modelo cinemático y el dinámico, pues el progreso de ambas tomaría caminos independientes.

El objetivo del trabajo en un primer momento era el estudio del ángulo de salida y el “ángulo de Camber”, limitándose así a dos dimensiones. Por consiguiente, en el futuro se podría modelar el movimiento de las barras en tres dimensiones, teniendo así en cuenta el ángulo de avance (σ). Dicha configuración requeriría de un aumento de 2 apoyos fijos a 4 y de 4 barras a 9, tal y como queda reflejado en la Figura 5-1. Adicionalmente, una mejora visual de la propia GUI mediante diferentes elementos podría mejorar la experiencia del usuario a la hora de hacer uso de esta.

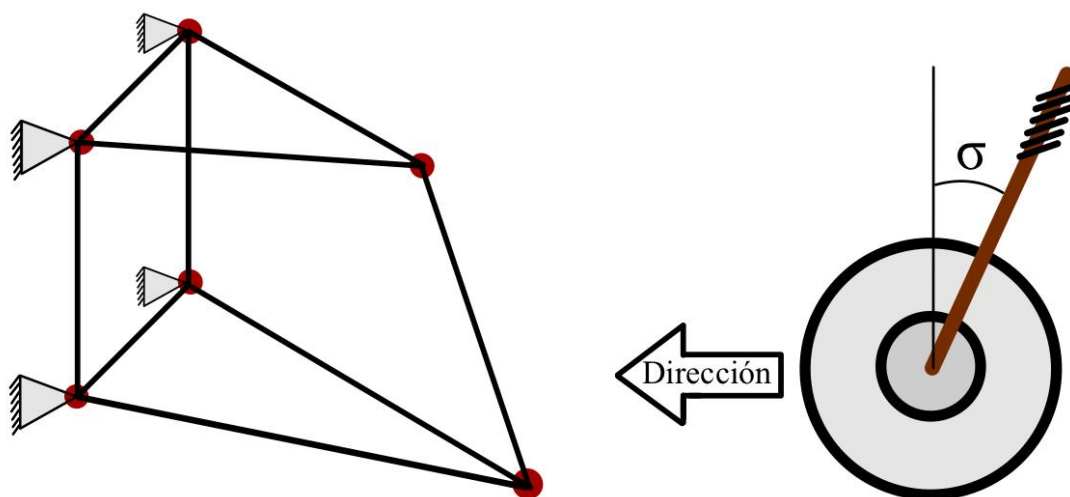


Figura 5-1 Diseño del esquema de una posible continuación del TFG. (Autoría propia)

Como perfeccionamiento de los tres modelos dinámicos en Simulink se propone el diseño de los esquemas de tal forma que en cada bloque se introduzca un parámetro inicial directamente, es decir, sin necesidad de insertar una operación o de calcularla previamente. Este hecho tiene la desventaja del aumento considerable del número de bloques, haciendo de la representación una imagen más compleja a primera vista. De la misma forma que en la GUI, sería posible un avance en cuanto a la calidad de diseño mediante la reordenación de los bloques o la incorporación de elementos que mejoren la experiencia del consumidor, además de innovaciones técnicas.

6 BIBLIOGRAFÍA

- [1] D. C. Benavente, «MONTAJE Y ESTUDIO DE UN AMORTIGUADOR MAGNETO-REOLÓGICO EN LA SUSPENSIÓN DE UN VEHÍCULO AUTOMÓVIL,» 2010.
- [2] ingemecanica, «Diseño Óptimo de una Suspensión de Ballesta,» 2010. [En línea]. Available: <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn83.html>. [Último acceso: 26 enero 2023].
- [3] autobild, «Navegar sobre baches: así han evolucionado las suspensiones,» 2005. [En línea]. Available: <https://www.autobild.es/reportajes/navegar-baches-han-evolucionado-suspensiones-471761>. [Último acceso: 26 enero 2023].
- [4] F. M. López, «Estudio de la dinámica vehicular, de los diferentes tipos y la homologación de un sistema de suspensión, así como el cálculo de los parámetros fundamentales de la suspensión de un vehículo turismo de competición,» 2016.
- [5] V. C. Hernando, «Diseño de una suspensión para un vehículo automóvil basada en amortiguadores magneto-reológicos,» 2010. [En línea]. Available: <https://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/10792#preview>. [Último acceso: 23 Enero 2023].
- [6] motor.es, «La suspensión de nuestros coches (II): Sistemas más utilizados,» [En línea]. Available: <https://www.motor.es/noticias/la-suspension-ii-sistemas-de-suspension-mas-utilizados-201733599.html>. [Último acceso: 24 enero 2023].
- [7] B. Cebolla, «Modelado y caracterización de sistemas de suspensión en vehículos automóviles,» 2017.
- [8] B. E. Espana, «Ejes rígidos- BPW Trapaco,» 2004. [En línea]. Available: https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.bpw.es%2Fproducto%2Fjes-rigidos&psig=AOvVaw0g_WkmQjEEAM7T8rq9qOtq&ust=1674671044649000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjhqxqFwoTCKjqwPfp4PwCFQAAAAAdAAAAABAE. [Último acceso: 24 enero 2023].
- [9] Dodge, «¿Qué tipos de suspensión existen?¿Cuáles son sus beneficios?,» 2020. [En línea]. Available: <https://www.dodge.com/mx/blog/dodge-for-all/que-tipos-de-suspension-existen-cuales-son-sus->

- beneficios.html#:~:text=LA%20SUSPENSI%C3%93N%20INDEPENDIENTE%20%C2%BFC%C3%93MO%20FUNCIONA,diferentes%20tipos%20de%20suspensi%C3%B3n%20independiente.. [Último acceso: 24 enero 2023].
- [10] ACTUALIDADMOTOR, «Tipos de suspensión: Suspensión McPherson,» 2021. [En línea]. Available: https://www.actualidadmotor.com/la-suspension-mcpherson/#Como_funciona. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [11] getauto, «Sistema de suspensión- Elemento de máxima seguridad,» 2009. [En línea]. Available: <https://getauto.es/sistema-de-suspension/>. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [12] Mitsubishi-motors, «Conoce la suspensión McPherson y Multilink de nuestras camionetas,» 2020. [En línea]. Available: <https://mitsubishi-motors.com.co/blog/suspension-en-las-camionetas-mitsubishi/>. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [13] E. S. C. C. y. A. J. M. Serrano, «Adaptación de Suspensiones Independientes en las Cuatro Ruedas en un Toyota Land Cruiser,» 2015.
- [14] ACTUALIDADMOTOR, «Conoce la suspensión multibrazo, ¿qué ventajas tiene?,» 2019. [En línea]. Available: <https://www.actualidadmotor.com/la-suspension-multibrazo/>. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [15] TOSTPOST, «Multibrazo: descripción, el principio de la acción, los pros y los contras,» 2018. [En línea]. Available: <https://tostpost.com/es/coches/8503-multibrazo-descripci-n-el-principio-de-la-acci-n-los-pros-y-los-contras.html>. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [16] PRUEBADERUTA, «Suspensión en el automóvil parte II,» 2015. [En línea]. Available: <https://www.pruebaderuta.com/suspension-en-el-automovil-parte-ii.php>. [Último acceso: 25 enero 2023].
- [17] Autocosmos, «¿Cuáles son los tipos de suspensión más comunes?,» 1999. [En línea]. Available: <http://noticias.espanol.autocosmos.com/2013/12/18/cuales-son-los-tipos-de-suspension-mas-comunes>. [Último acceso: 2 febrero 2023].
- [18] AUTONOCION, «Suspensiones independientes en el eje trasero,» 2011. [En línea]. Available: <https://www.autonocion.com/el-rincon-mecanico-tipos-de-suspensiones-independientes-en-el-eje-trasero/>. [Último acceso: 26 enero 2023].
- [19] R. O. Domínguez, «SIMULACIÓN EN MODELICA DE ELEMENTOS MECÁNICOS DE UNA SUSPENSIÓN,» 2011.
- [20] ingemecanica, «Sistema de Suspensión en los Vehículos,» 2010. [En línea]. Available: <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn73.html>. [Último acceso: 30 enero 2023].
- [21] helloauto, «¿Qué es la Barra de torsión? Glosario de mecánica,» 2006. [En línea]. Available: <https://helloauto.com/glosario/barra-de-torsion>. [Último acceso: 30 enero 2023].
- [22] monroe, «Amortiguadores vs Columnas de suspensión,» [En línea]. Available: <https://www.monroe.com/es-es/blog/shocks-vs-struts.html>. [Último acceso: 1 febrero 2023].
- [23] researchgate, «ESQUEMA BÁSICO DE FUNCIONAMIENTO DE UN AMORTIGUADOR HIDRÁULICO,» 2008. [En línea]. Available: https://www.researchgate.net/figure/6-ESQUEMA-BASICO-DE-FUNCIONAMIENTO-DE-UN-AMORTIGUADOR-HIDRAULICO_fig3_326369788. [Último acceso: 1 febrero 2023].

- [24] C. C. Placer, «Automóviles tema 3: El neumático. Centro Universitario de la Defensa,» 2022.
- [25] Mathworks, «MATLAB & Simulink,» 1989. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>. [Último acceso: 3 febrero 2023].
- [26] U. d. Oviedo, «Simulación de sistemas de control continuos con SIMULINK,» 1991.
- [27] diariomotor, «La importancia de los ángulos de la dirección de tu coche,» 2005. [En línea]. Available: <https://www.diariomotor.com/que-es/mecanica/angulos-de-la-direccion-coche/>. [Último acceso: 6 febrero 2023].
- [28] E. T. F. F. J. M. P. B. F. Jorge Hurel, «Modelado Físico y Matemático del Sistema de Suspensión de un Cuarto de Vehículo,» 2017.
- [29] J. Hurel, «Modelado analítico y control inteligente de un sistema de suspensión activa para un cuarto de vehículo,» 2013.
- [30] Km77, «Glosario | Paralelogramo deformable,» 2023. [En línea]. Available: <https://www.km77.com/glosario/paradefo>. [Último acceso: 22 marzo 2023].
- [31] Lucidar.me, «How to calculate the intersection points of two circles,» 2017. [En línea]. Available: <https://lucidar.me/en/mathematics/how-to-calculate-the-intersection-points-of-two-circles/>. [Último acceso: 15 marzo 2023].
- [32] Geogebra, «Calculadora gráfica Geogebra,» [En línea]. Available: <https://www.geogebra.org/calculator>. [Último acceso: 23 febrero 2023].
- [33] jimcontent, «Síntesis de mecanismos,» 2012.
- [34] C. C. Placer, «Sistemas reductores de velocidad mediante elevación de la calzada: análisis, optimización y propuesta de mejora,» 2008.
- [35] Mathworks, «Simscape,» 2022. [En línea]. Available: <https://es.mathworks.com/products/simscape.html>. [Último acceso: 19 marzo 2023].
- [36] D. Anabel Gutiérrez, «Un 2,8% del PIB, el coste de los accidentes de tráfico,» 2019. [En línea]. Available: <https://revista.dgt.es/es/noticias/internacional/2019/0325el-impacto-economico-de-los-accidentes-en-Brasil.shtml>. [Último acceso: 21 marzo 2023].

ANEXO I: IMPLICACIONES SOCIALES, Y/O ECONÓMICAS, Y/O AMBIENTALES

Todo proyecto de ingeniería debe contener ciertos puntos en los que se estudie el impacto social, económico y ambiental de las acciones a tomar para llevarlo a cabo. Este Trabajo Fin de Grado no es una excepción, pues a continuación se expondrán y analizarán las posibles implicaciones en cada uno de los aspectos citados previamente, dejando el social para el Anexo II: Reflexiones Éticas y Sociales de tal manera que no sea repetitivo y se pueda profundizar en el como corresponde.

Desde el punto de vista económico, el presente trabajo no tendrá un gran efecto sobre el comprador, pues su condición de herramienta gratuita exime a cualquier consumidor de efectuar ningún tipo de pago para utilizarla. Desde la perspectiva del creador, el desarrollo de los modelos en Matlab tampoco ha implicado desembolso alguno, contribuyendo positivamente al presupuesto de la Armada y, en particular, al de su centro de formación de los futuros oficiales.

Una de las razones principales de haber escogido el modelado matemático del sistema de suspensión es común al aspecto económico y ambiental: el gasto innecesario de material. Los modelos físicos son muy útiles en determinadas ocasiones, sin embargo, muchos de ellos son desechados al no ser válidos, dando lugar así a un desperdicio del dinero disponible y de recursos del medio ambiente. Así pues, desde la hora de escoger el TFG hasta la firma del mismo se ha tenido presente una de las metas: la obtención del mejor resultado posible cumpliendo en todo momento las medidas para lograr un desarrollo sostenible.

Las medidas de prevención para evitar un daño sobre el medioambiente no deben limitarse al desarrollo del trabajo, pues deben tenerse en cuenta también por aquellos consumidores que trabajen en el mundo automotriz. La huella que deja el consumo de combustible de los vehículos sobre el medio es totalmente excesiva, pero tampoco debe descuidarse el perjuicio que puede ocasionar una amortiguación indebida del vehículo. Por esta razón, a la hora de diseñar la estructura y parámetros de una suspensión se tiene la responsabilidad de tener en consideración no solo el conjunto del automóvil, sino la superficie por la que transcurre, implicando directamente también a los neumáticos. En relación con lo anterior, un correcto funcionamiento de los sistemas de un coche y la adecuada conservación de las carreteras conduciría a un decremento del número de accidentes, por consiguiente, traería un beneficio tanto en el marco económico como el ambiental. Un ejemplo de este hecho es una publicación de la DGT sobre Brasil en el año 2019, donde afirmaba que casi un 3% del PIB de dicho país estaba destinado a gastos relacionados con accidentes de tráfico [36].

En resumen, todo sujeto y, con más razón, todo militar, debe ser respetuoso con las personas y el ambiente que le rodea, contribuyendo así a una mejora general de todo lo que esté a su alcance. Los pequeños detalles son los que marcan la diferencia, por ello durante la realización de este Trabajo Fin de Grado se ha pretendido cuidarlos, evitando cualquier implicación negativa tanto económica como ambiental.

ANEXO II: REFLEXIONES ÉTICAS Y SOCIALES

El aspecto social y ético de cualquier proyecto es, indudablemente, uno de los que cobra mayor importancia tras su ejecución, precisando así de un estudio y análisis intensivo durante el desarrollo con la finalidad de extinguir cualquier acción perjudicial en dicho sentido. Son las personas, desde los trabajadores o consumidores hasta los terceros, los que deben salir beneficiados de cualquier actividad a nivel particular o empresarial, contribuyendo así a un desarrollo positivo de la convivencia. Por supuesto, estas afirmaciones no eximen al presente Trabajo de Fin de Grado, por lo que se abordarán dichos asuntos a continuación, siguiendo así la metodología del Anexo I: Implicaciones Sociales, y/o Económicas, y/o Ambientales.

En primer lugar, es factible pensar que no existe relación entre el modelo matemático de un sistema de suspensión y posibles implicaciones sociales de su uso, lo que sería caer en una gran equivocación. Tal y como se citaba en el tramo final de la Motivación uno de los principales objetivos es la llegada de los modelos a todos aquellos usuarios que lo requieran debido a su acceso completamente gratuito. Por supuesto, al ser modelos a ordenador, aquellos consumidores requerirán de uno y, en el caso del estudio dinámico, también de la aplicación Matlab. No obstante, a día de hoy muchos centros docentes tienen acuerdos que habilitan el uso gratuito de dicha herramienta, como es el caso propio. De esta forma, disponiendo de medios básicos, se lucha contra la desigualdad social y, por lo tanto, de oportunidades. En pocas palabras, se pretende que todo aquel que requiera de su uso tanto para sus estudios como para sus actividades laborales pueda disponer de él libremente.

La idea anterior se encuentra ligada inevitablemente al aspecto ético, en este caso la obligación de realizar acciones para el bien común si se dispone de las capacidades necesarias. No quiere decir que la globalidad del trabajo que se realice sea de forma desinteresada, pues cada individuo tiene sus propias necesidades, pero sí tener en cuenta el resto de personas. Las acciones desinteresadas son las más valiosas, por lo que este trabajo se ha realizado sin la contemplación de cualquier tipo de beneficio, más que la satisfacción del deber cumplido y la finalización de una carrera enfocada al servicio público, como es la carrera de las armas.

Del mismo modo, la educación es uno de los pilares fundamentales de una sociedad, siendo en esta ocasión de especial relevancia para el autor. La evolución de la enseñanza debe ser constante, buscando siempre la mejor forma de instruir en cualquier tipo de disciplina y adaptándose a los constantes cambios, quedando como ejemplo de ello los cambios en la Escuela Naval Militar ligados a la Armada 4.0. Se ha actuado en consecuencia durante el Desarrollo del TFG, pretendiendo en todo momento la obtención de un producto final que facilite la adquisición de conocimientos sobre el sistema de suspensión durante el curso de la signatura de “Automóviles”.

En definitiva, sea cual sea el entorno, cualquier individuo debe respetar el 5º mandamiento del glorioso cuerpo de Infantería de Marina:

“Ajustaré mi conducta al respeto de las personas, su dignidad y derechos serán valores que guardaré y exigiré”

ANEXO III: CÓDIGO DEL MODELO CINEMÁTICO

```
function varargout = guideTFG(varargin)
% GUIDETFG MATLAB code for guideTFG.fig
%   GUIDETFG, by itself, creates a new GUIDETFG or raises the existing
%   singleton*.
%
%   H = GUIDETFG returns the handle to a new GUIDETFG or the handle to
%   the existing singleton*.
%
%   GUIDETFG('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%   function named CALLBACK in GUIDETFG.M with the given input arguments.
%
%   GUIDETFG('Property','Value',...) creates a new GUIDETFG or raises the
%   existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
%   applied to the GUI before guideTFG_OpeningFcn gets called. An
%   unrecognized property name or invalid value makes property application
%   stop. All inputs are passed to guideTFG_OpeningFcn via varargin.
%
%   *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
%   instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help guideTFG

% Last Modified by GUIDE v2.5 21-Feb-2023 12:52:15

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @guideTFG_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @guideTFG_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',   [] , ...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before guideTFG is made visible.
function guideTFG_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to guideTFG (see VARARGIN)

% Choose default command line output for guideTFG
handles.output = hObject;
```

```
% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes guideTFG wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = guideTFG_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject handle to figure
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

function x2_Callback(hObject, eventdata, handles)
global x2;
x2=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject handle to x2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of x2 as text
% str2double(get(hObject,'String')) returns contents of x2 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function x2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to x2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function y2_Callback(hObject, eventdata, handles)
global y2;
y2=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject handle to y2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of y2 as text
% str2double(get(hObject,'String')) returns contents of y2 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function y2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to y2 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns called
```

```
% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function L4_Callback(hObject, eventdata, handles)
global L4;
L4=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject    handle to L4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of L4 as text
%       str2double(get(hObject,'String')) returns contents of L4 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function L4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to L4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function L3_Callback(hObject, eventdata, handles)
global L3;
L3=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject    handle to L3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of L3 as text
%       str2double(get(hObject,'String')) returns contents of L3 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function L3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to L3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
function L2_Callback(hObject, eventdata, handles)
global L2;
L2=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject    handle to L2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of L2 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of L2 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function L2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to L2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function phi_Callback(hObject, eventdata, handles)
global phi;
phi=str2double(get(hObject,'String'));
% hObject    handle to phi (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of phi as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of phi as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function phi_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to phi (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
% Función "intersección" para hallar los puntos de corte entre dos
% circunferencias cualesquiera.
function [x1_int, y1_int, x2_int, y2_int] = interseccion(x1,y1,r1,x2,y2,r2)
d = sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);

a = (r1^2-r2^2+d^2)/(2*d);
b = (r2^2-r1^2+d^2)/(2*d);

h = sqrt(r1^2-a^2);

x5 = x1 + (a/d)*(x2-x1);
y5 = y1 + (a/d)*(y2-y1);
```

```

x1_int = x5 - h*(y2-y1)/d;
x2_int = x5 + h*(y2-y1)/d;

y1_int = y5 + h*(x2-x1)/d;
y2_int = y5 - h*(x2-x1)/d;

% Ejecuta la función al pulsar el botón "graficar" en la interfaz gráfica.
function graficar_Callback(hObject, eventdata, handles)
global x2;
global y2;
global L2;
global L3;
global L4;
global phi;

% Establecer la posición de la articulación 1 en (0,0).
x1 = 0;
y1 = 0;

% Hallar las posiciones de los dos posibles P4 para la condición de alpha
% mínimo.
[x4_alpha_min_1, y4_alpha_min_1, x4_alpha_min_2, y4_alpha_min_2] =
interseccion(x1,y1,L4,x2,y2,L2+L3);

% Hallar los dos posibles ángulos alpha mínimos.
alpha_min_1 = atan(y4_alpha_min_1/x4_alpha_min_1);
alpha_min_2 = atan(y4_alpha_min_2/x4_alpha_min_2);

% Seleccionar el ángulo alpha mínimo correcto entre las dos
% posibilidades.
if x4_alpha_min_1 > x4_alpha_min_2
    alpha_min = alpha_min_1;
else
    alpha_min = alpha_min_2;
end

% Hallar las posiciones de los dos posibles P4 para la condición de alpha
% máximo.
[x4_alpha_max_1, y4_alpha_max_1, x4_alpha_max_2, y4_alpha_max_2] =
interseccion(x1,y1,L4,x2,y2+L2,L3);

% Hallar los dos posibles ángulos alpha máximos.
alpha_max_1 = atan(y4_alpha_max_1/x4_alpha_max_1);
alpha_max_2 = atan(y4_alpha_max_2/x4_alpha_max_2);

% Seleccionar el ángulo alpha máximo correcto entre las dos
% posibilidades.
if x4_alpha_max_1 > x4_alpha_max_2
    alpha_max = alpha_max_1;
else
    alpha_max = alpha_max_2;
end

% Rango de posibles valores para alpha.
alpha_values = linspace(alpha_min, alpha_max, 180);

% Inicialización del vector de theta.
theta_values = zeros(1, length(alpha_values));

```

```
% Inicialización del vector de recorrido.
recorrido_values = zeros(1, length(alpha_values));

% Inicialización del vector de grados camber.
camber_values = zeros(1, length(alpha_values));

% Cálculo de los valores de theta para cada valor de alpha.
for i = 1:length(alpha_values)

    % Valor de alpha actual.
    alpha = alpha_values(i);

    % Cálculo de las posibles posiciones de la articulación 3.
    x4 = L4 * cos(alpha);
    y4 = L4 * sin(alpha);
    [x3_1, y3_1, x3_2, y3_2] = interseccion(x2,y2,L2,x4,y4,L3);

    % Seleccionar la posición correcta del P3 entre las dos
    % posibilidades.
    if y3_1 > y3_2
        x3 = x3_1;
        y3 = y3_1;
    else
        x3 = x3_2;
        y3 = y3_2;
    end

    % Hallar el ángulo theta, conociendo el punto 3 y el punto 4.
    theta = atan((x3-x4)/(y3-y4));

    % Corrección para conseguir una progresión constante del ángulo theta.
    if theta > 0
        theta = theta-pi;
    end

    % Asignación del valor de theta actual.
    theta_values(i) = theta;

    % Asignación del valor de recorrido actual.
    recorrido_values(i) = y4;

    % Asignación del valor de camber actual.
    camber_values(i) = theta+phi*pi/180;
end

% Representar los valores obtenidos en las gráficas de la interfaz
% gráfica.
plot(handles.THETA,alpha_values*180/pi,theta_values*180/pi)
plot(handles.recorrido,recorrido_values,theta_values*180/pi)
plot(handles.CAMBER,recorrido_values,camber_values*180/pi)

% hObject    handle to graficar (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles     structure with handles and user data (see GUIDATA)
```